Sumário

Prefácio **11**

Lista de Figuras **15**

Lista de Tabelas **19**

8 Transformada de Laplace **21**
8.1 Definições Iniciais 21
8.2 Propriedades da Transformada de Laplace 26
8.2.1 Propriedade Linear 26
8.2.2 Propriedade da Translação 28
8.2.3 Primeira Propriedade da Derivada 29
8.2.4 Segunda Propriedade da Derivada 31
8.2.5 Terceira Propriedade da Derivada 32
8.2.6 Propriedade de Funções Periódicas 34
8.3 Função de Heaviside 39
8.4 Função Delta de Dirac 51
8.5 Transformada Inversa de Laplace 69
8.6 Convolução 78
8.7 Método da Transformada de Laplace 86
8.8 Exercícios 98

9 Aplicações da Transformada de Laplace **103**
9.1 Equações Lineares com Coeficientes Variáveis 103
9.2 Aplicações em Sistemas Mecânicos 115
9.2.1 Oscilador Harmônico Amortecido 115
I Oscilador Harmônico Subcrítico 118
II Oscilador Harmônico Supercrítico 119
III Oscilador Harmônico Crítico 120
9.2.2 Oscilador Harmônico Forçado 120
9.3 Aplicações em Sistemas Elétricos 126

9.4 Exercícios 129

10 Sistemas de Equações Diferenciais e Operadores Lineares 133
10.1 Ideias e Definições Iniciais 133
10.2 Operadores Diferenciais 141
10.3 Solução de Sistemas de Equações com Coeficientes Constantes Usando Operadores 149
10.4 Método Matricial para Sistemas de Equações Lineares de Primeira Ordem 157
10.4.1 Sistemas de Equações Diferenciais Lineares em Duas Variáveis Dependentes 158
I Autovalores Distintos 160
II Autovalores Iguais 163
10.4.2 Sistemas de Equações Diferenciais Lineares em Três Variáveis Dependentes 166
I Autovalores Distintos 167
II Autovalores Degenerados: Caso A 168
III Autovalores Degenerados: Caso B 171
10.4.3 Sistemas de Equações Diferenciais Lineares Não Homogêneos 183
10.5 Resolução de Sistemas de Equações por Meio de Transformadas de Laplace 189
10.6 Operadores Adjuntos e Formalismo de Sturm-Liouville 192
10.6.1 Série de Fourier Trigonométrica 209
10.7 Alguns Teoremas Importantes 222
10.8 Alguns Métodos de Resolução de Equações Não Lineares 237
10.8.1 Equações Diferenciais Não Lineares Envolvendo apenas a Variável Dependente 237
10.8.2 Equações Diferenciais Não Lineares em Que a Variável Dependente Não Aparece 240
10.8.3 Equações Diferenciais Não Lineares em Que a Variável Independente Não Aparece 244
10.8.4 Equações Diferenciais Não Lineares Homogêneas 248
10.9 Exercícios 251

11 Aplicações de Sistemas de Equações Diferenciais e Operadores Lineares 253
11.1 Sistemas de Equações Acopladas de Primeira Ordem 253
11.1.1 Um Circuito RL Acoplado 254
11.1.2 Carga em Movimento num Campo Magnético Homogêneo . . . 261
11.1.3 Mistura de Fluidos Envolvendo Vários Reservatórios 275

11.2 Sistemas de Equações Acopladas de Segunda Ordem 282
11.2.1 Movimento sob a Ação de uma Força Central 282
11.2.2 Dois Osciladores Harmônicos Simples Acoplados 299
11.2.3 Três Osciladores Harmônicos Simples Acoplados 312
11.2.4 Pêndulos de Torção Acoplados 329
11.3 Problemas que Envolvem Equações Não Lineares 343
11.3.1 Cabo Homogêneo Suspenso em Equilíbrio Estático 343
11.3.2 Pêndulo Simples 348
11.3.3 Pêndulo Físico ou Composto 358
11.4 Exercícios 359

12 Equações Diferenciais Parciais e Método de Separação de Variáveis 361
12.1 Equações Diferenciais Parciais Simples 361
12.2 Método de Separação de Variáveis 365
12.3 Aspectos Formais Relativos a Equações Diferenciais Lineares de Segunda Ordem 377
12.3.1 Redução de Equações Diferenciais Hiperbólicas à Forma Canônica 388
12.3.2 Redução de Equações Diferenciais Parabólicas à Forma Canônica 394
12.3.3 Redução de Equações Diferenciais Elípticas à Forma Canônica 398
12.4 Exercícios 402

13 Aplicações do Método de Separação de Variáveis 405
13.1 Equação da Onda 405
13.2 Equação de Laplace 431
13.3 Equação de Laplace em Coordenadas Retangulares 439
13.3.1 Equação de Laplace Unidimensional em Coordenadas Retangulares 440
13.3.2 Equação de Laplace Bidimensional em Coordenadas Retangulares 440
13.3.3 Equação de Laplace Tridimensional em Coordenadas Retangulares 453
13.4 Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas 466
13.4.1 Equação de Laplace Radial em Coordenadas Esféricas 467
13.4.2 Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas com Simetria Azimutal 467
13.4.3 Equação de Laplace em Coordenadas Esféricas sem Simetria Azimutal 474

13.5 Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas 493
13.5.1 Resolução da Equação de Laplace Radial em Coordenadas Cilíndricas 494
13.5.2 Resolução da Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas sem Dependência em z 494
13.5.3 Resolução da Equação de Laplace em Coordenadas Cilíndricas com Dependência em z 500
13.6 Equação de Schrödinger 518
13.6.1 O Átomo de Hidrogênio 521
13.7 Equação da Difusão 534
13.8 Equação do Calor 543
13.9 Exercícios 547

14 Transformada de Fourier **553**
14.1 Definições Iniciais 553
14.2 Propriedades da Transformada de Fourier 574
14.2.1 Propriedade da Conjugação 574
14.2.2 Propriedade Linear 577
14.2.3 Primeira Propriedade da Translação 578
14.2.4 Segunda Propriedade da Translação 579
14.2.5 Primeira Propriedade da Derivada 580
14.2.6 Segunda Propriedade da Derivada 581
14.2.7 Propriedade da Derivada para Transformadas em Seno e Cosseno 582
14.2.8 Propriedade do Módulo 586
14.2.9 Propriedade do Produto 587
14.2.10 Propriedade da Convolução 589
14.3 Transformada de Fourier e Equações Diferenciais Ordinárias 591
14.4 Transformadas de Fourier Múltiplas 602
14.5 Transformada de Fourier e Equações Diferenciais Parciais 608
14.5.1 Equação de Onda 608
14.5.2 Equação do Calor 612
14.5.3 Equação de Poisson 631
14.6 Exercícios 635

15 Funções de Green **637**
15.1 Exemplos Iniciais de Funções de Green 637
15.1.1 Oscilador Harmônico Subamortecido Sujeito a uma Força Externa Impulsiva 637
15.1.2 Circuito RC 651
15.1.3 Corda Sujeita a uma Carga Externa 654

15.2 Considerações e Definições Relativas a Funções de Green 659
15.2.1 Funções de Green Unidimensionais para Problemas com Condições Iniciais 665
15.2.2 Funções de Green Unidimensionais para Problemas com Condições de Contorno 669
15.3 Funções de Green para Algumas Equações Diferenciais Importantes . . 680
15.3.1 Funções de Green para a Equação de Onda 680
15.3.2 Funções de Green para a Equação do Calor 695
15.3.3 Funções de Green para as Equações de Helmholtz e Poisson . . 713
15.4 Outros Problemas Envolvendo Funções de Green 721
15.4.1 Queda Livre Vertical 721
15.4.2 Oscilador Harmônico Superamortecido Forçado 725
15.4.3 Circuito RL 730
15.5 Exercícios 732

Referências Bibliográficas **735**

Índice Remissivo **737**