

Prefácio

O Cálculo Vetorial é um tópico de grande relevância tanto em Matemática como em Física, e, por extensão, nas Engenharias. Há uma grande quantidade de grandezas físicas bastante relevantes que são classificadas como grandezas vetoriais, entre as quais se destacam força, momento linear, torque e momento angular, que estão associadas, inclusive, a duas leis de conservação vetoriais extremamente importantes em Física, a lei de conservação do momento linear e a lei de conservação do momento angular. Os campos elétricos e magnéticos, que são grandezas vetoriais, formam o cerne da grande área do Eletromagnetismo, a partir dos quais todo o formalismo eletromagnético é definido. Existem ainda outras grandezas, que são escalares, mas que são definidas a partir de grandezas vetoriais. Exemplos incluem o trabalho realizado por uma força, a força eletromotriz que surge num circuito sujeito a um campo elétrico, a corrente elétrica que atravessa uma dada superfície, a vazão de um fluido e o fluxo gravitacional através de uma superfície fechada. Assim, neste livro, decidimos apresentar o Cálculo Vetorial em detalhes, incluindo diversas aplicações em várias áreas de Física, de modo a facilitar aos leitores a assimilação dos conhecimentos, e fazendo conexões com outras disciplinas vistas ao longo dos cursos de Física, Matemática e Engenharias. Além disso, incluímos também um programa de cálculo simbólico, o *Maple*, ferramenta poderosa que pode auxiliar, e muito, o aprendizado, já que permite simplificar cálculos que seriam bastante complexos para efetuar sem o seu uso, além de apresentar uma ótima capacidade gráfica, que associa a visualização à interpretação dos cálculos feitos. Existem diversas opções em termos de programas de cálculo simbólico, e a escolha do *Maple* foi baseada no fato de que, em alguns casos, os comandos do *Maple* para efetuar certos cálculos e para a visualização de gráficos são mais simples e mais diretos do que em outros programas, os quais, devemos notar, são também bastante bons em sua maioria. Tais aplicações estão reunidas na seção denominada *Computadores em Ação*, e elas aparecem em quase todos os capítulos do livro.

O texto se inicia no capítulo 1, que apresenta os conceitos iniciais relativos

à ideia de vetor e grandezas vetoriais. Na seção 1.1 introduzimos o sistema de coordenadas retangulares e apresentamos operações elementares envolvendo vetores. Na sequência, são apresentadas as operações de produto escalar (seção 1.2) e produto vetorial (seção 1.3), bem como combinações desses produtos que resultam em outras operações (seção 1.4). Segue-se, então, na seção 1.5, uma grande variedade de aplicações em diversas áreas, como em Geometria (seções 1.5.1 a 1.5.8), Álgebra (seção 1.5.9) e Física em geral (seções 1.5.10 a 1.5.13). Continuando, introduzimos, na seção 1.6, os sistemas de coordenadas mais utilizados em Física, a saber, o sistema de coordenadas polares (seção 1.6.1), o sistema de coordenadas cilíndricas, que é intimamente ligado ao sistema de coordenadas polares (seção 1.6.2), e o sistema de coordenadas esféricas (seção 1.6.3). O capítulo se encerra com a seção 1.7, que apresenta exemplos de utilização do *Maple* envolvendo as ideias iniciais vistas neste capítulo.

O capítulo 2 introduz a operação de derivação vetorial. Na seção 2.1 os conceitos iniciais sobre derivadas são lembrados, e, em seguida, eles são estendidos para incluir derivadas vetoriais. A partir daí, várias aplicações são discutidas, iniciando com aplicações em Geometria, na seção 2.2, onde são discutidas curvas (seção 2.2.1) e superfícies (seção 2.2.2) no espaço, e passando para aplicações em Mecânica, na seção 2.3. Tais aplicações incluem a cinemática (seção 2.3.1), transformações entre referenciais (seção 2.3.2), dinâmica de translação (seção 2.3.3) e de rotação (seção 2.3.4) e sistemas de partículas (seção 2.3.5). Além disso, obtemos também as expressões para a velocidade e a aceleração em coordenadas polares (seção 2.3.6), cilíndricas (seção 2.3.7) e esféricas (seção 2.3.8). Por fim, na seção 2.4, vários exemplos envolvendo o uso de derivadas no *Maple* são apresentados e discutidos.

Continuando, o capítulo 3 dá sequência ao anterior, apresentando os operadores e operações diferenciais vetoriais. Na seção 3.1 introduzimos o operador nabla (∇) e a operação de gradiente de uma função escalar, em coordenadas retangulares. Desenvolvemos algumas de suas propriedades e apresentamos alguns exemplos de aplicação. Em seguida, na seção 3.2, as operações de divergente e rotacional de funções vetoriais são discutidas, bem como alguns exemplos, ainda em coordenadas retangulares. O próximo passo envolve determinar estas operações em outros sistemas de coordenadas, o que é feito na seção 3.3. A partir daí, desenvolvemos uma grande quantidade de aplicações em várias áreas de Física. Iniciamos com a mecânica de sólidos, na seção 3.4, introduzindo grandezas como trabalho e energia potencial. Depois, discutimos vários aspectos da mecânica de fluidos, na seção 3.5, incluindo a equação de continuidade (seção 3.5.1), a equação de Euler (seção 3.5.2), equações para fluxo de energia (seção 3.5.3) e momento linear (seção 3.5.4) e a famosa equação de Navier-Stokes (seção 3.5.5). Em seguida, passamos, na seção 3.6, para aplicações em eletromagnetismo. Por fim, a seção 3.7 mostra vários exemplos de uso do *Maple* relacionados às várias operações diferenciais vistas.

O capítulo 4 discute o amplo tópico de integração vetorial. Ele inicia recorrendo as ideias básicas relacionadas a integrais simples, na seção 4.1, e passa para a discussão de integrais vetoriais imediatas, na seção 4.2. Em seguida, na seção 4.3 investigamos as integrais de linha ou caminho. Iniciamos apresentando os elementos de comprimento de arco nos sistemas de coordenadas relevantes (seção 4.3.1), passamos ao estudo de campos vetoriais conservativos, suas propriedades e algumas aplicações envolvendo trabalho e energia potencial, além de potencial elétrico (seção 4.3.2), e seguimos para os campos vetoriais não conservativos, também com aplicações nas áreas de mecânica, eletromagnetismo e fluidos (seção 4.3.3). Na sequência, na seção 4.4 investigamos outro grande tópico, o das integrais de superfície. Apresentamos os elementos de área nos sistemas de coordenadas que temos usado (seção 4.4.1), mostramos como realizar integrais por meio da projeção da superfície em planos coordenados (seção 4.4.2) e aplicamos essas ideias na determinação de vários fluxos importantes de campos vetoriais que aparecem em eletromagnetismo, gravitação e fluidos (seção 4.4.3). Depois, apresentamos, na seção 4.5, a relação entre divergente e rotacional e integrais de superfície, desenvolvendo uma representação integral para o operador ∇ . Por fim, temos as integrais de volume, na seção 4.6, e o capítulo se encerra com aplicações computacionais envolvendo o uso do *Maple* na realização de integrais, na seção 4.7.

O livro se encerra com a apresentação, no capítulo 5, de três importantes teoremas relacionados ao cálculo vetorial. São eles o teorema do divergente, ou teorema de Gauss, discutido na seção 5.1, o teorema de Green no plano, mostrado na seção 5.2, e o teorema de Stokes, apresentado na seção 5.3. Todos eles são demonstrados, e há vários exemplos de aplicação envolvendo esses teoremas.

Espero, com este livro, poder ajudar na formação dos leitores no que se refere ao Cálculo Vetorial, destacando suas aplicações em diversas áreas científicas. Parabéns novamente a Todapalavra Editora pelo excelente trabalho editorial realizado e solicito que sugestões, críticas e comentários sejam enviados a ela ou diretamente a mim.

Kleber Daum Machado
Departamento de Física
Universidade Federal do Paraná
kleber@fisica.ufpr.br
<http://fisica.ufpr.br/kleber>
01 de março de 2014