LISTA DE EXERCÍCIOS 2 (cap. 3 do Marion)

Oscilador Simples

6) 2,74 rad/s

7) 0,18 s

I) Uma mola tem distância de equilíbrio l_0 e constante de mola k. Uma massa m é posta para oscilar horizontalmente em uma mesa sem atrito. Obtenha a solução geral da equação de Newton. $x(t) = l_0 + A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$. Agora a massa m é posta para oscilar verticalmente. Mostre que a equação de Newton é igual a anterior com uma nova distância de equilíbrio $l = l_0 + \frac{mg}{k}$. Escreva a solução geral.

9)

Oscilador Amortecido

II) **(a)** Mostre que $dE/dt = -b\dot{x}^2$, para um oscilador amortecido. **(b)** Para o caso subamortecido, em que instantes $dE/dt = 0$? Use como condição inicial $\dot{x}(0) = 0$. (compare com a Fig. 3-7 do livro) ($t = \frac{n\pi}{\omega_1}$)

12) $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0$. Com o atrito obtenho $\ddot{\theta} + 2\sqrt{\frac{g}{l}}\dot{\theta} + \frac{g}{l}\,\theta = 0$ (criticamente amortecido).

13)

14) $x(t) = e^{-\beta t}[A\cosh\omega_2 t + B\sinh\omega_2 t]$; $\dot{x}(t) = e^{-\beta t}[(B\omega_2 - A\beta)\cosh\omega_2 t + (A\omega_2 - B\beta)\sinh\omega_2 t]$.

22)

Ressonância

18) Energia total média no período: $\frac{1}{4}mD^2(\omega_R^2 + \omega_0^2)$; Perda de energia no período: $2\pi m\beta D^2\omega_R$. Use $\beta^2 \ll \omega_R^2$.

Séries de Fourier

32) Aqui a função é periódica com período $\tau = 2\pi/\omega$.

$F(t) = \frac{4}{\pi}\left[\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \cdots\right]$

33) Aqui o período é $\tau = 4\pi/\omega$.

$F(t) = \frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{4}{\pi}\left[\frac{1}{3}\cos\frac{\omega t}{2} - \frac{1}{5}\cos\frac{3\omega t}{2} - \frac{1}{21}\cos\frac{5\omega t}{2} - \frac{1}{45}\cos\frac{7\omega t}{2} - \cdots\right]$

Funções Resposta

III) Encontre a função de Green para os casos subamortecido, criticamente amortecido e superamortecido pelo seguinte método:

A equação satisfeita por $G(t;t_0)$:

$$\ddot{G} + 2\beta\dot{G} + \omega_0^2 G = \frac{1}{m}\delta(t - t_0).$$

i) A função delta é nula para todos os tempos antes e depois de t_0. Use a solução geral do problema homogêneo nessas duas regiões (Eqs. 3.29, 3.43 ou 3.44). G é nula para tempos anteriores à ação da força.

ii) A função é inteiramente determinada ao exigir continuidade de G em t_0 e que a descontinuidade de $\dot{G}$ em t_0 obedeça (obtido integrando a equação diferencial entre $t_0 - \epsilon$ e $t_0 + \epsilon$): $\dot{G}(t_0 + \epsilon) - \dot{G}(t_0 - \epsilon) = \frac{1}{m}$.

iii) Resultados para $t > t_0$: $G_{\text{sub}}(t;t_0) = \frac{1}{m\omega_1}e^{-\beta(t-t_0)}\sin\omega_1(t-t_0)$; $G_{\text{cri}}(t;t_0) = \frac{1}{m}(t - t_0)e^{-\beta(t-t_0)}$; $G_{\text{sup}}(t;t_0) = \frac{1}{m\omega_2}e^{-\beta(t-t_0)}\sinh\omega_2(t - t_0)$.

IV) Usando o resultado do problema anterior encontre $x(t)$ para um oscilador superamortecido posto a vibrar por uma força constante F_0 que começa a atuar em $t = 0$. $x(t) = \frac{F_0}{m\omega_0^2}\left[1 + \frac{(\beta-\omega_2)e^{-(\beta+\omega_2)t} - (\beta+\omega_2)e^{-(\beta-\omega_2)t}}{2\omega_2}\right]$. Compare com o resultado (3.116b) e interprete, nos dois casos, o significado da posição $x(t \to \infty) = \frac{F_0}{m\omega_0^2}$.

39) Aqui admita $\beta = 0$ e encontre $x(t)$ para $t > \pi/\omega$.
$x(t) = \frac{a\omega}{m\omega_0(\omega^2 - \omega_0^2)}[\sin\omega_0 t + \sin(\omega_0 t - \omega_0\pi/\omega)]$.