Quinta Lista de Exercícios
CF-370 (Termodinâmica)

Ricardo Luiz Viana
Departamento de Física, Universidade Federal do Paraná
Centro Politécnico - Jardim das Américas - 81531-990 - Curitiba - Paraná - Brasil

M. W. Zemansky, R. H. Dittman, Heat and Thermodynamics, 7th. Ed., McGraw-Hill, 1997.

Capítulo V: Gases Perfeitos

[5.1] Uma massa de ar se move com velocidade ω. Assuma que a massa é freada adiabaticamente por um obstáculo.

(a) Mostre que o aumento de temperatura da massa de ar é dada por:

$$\Delta T = \frac{M\omega^2}{5R} \tag{1}$$

Onde M é a massa molar do ar atmosférico e R é a Constante Universal dos Gases Perfeitos.

(b) Use a equação (1) e calcule ΔT quando $\omega = 268,224\ \frac{m}{s}$. Assuma que $M = 2,900 \times 10^{-2}\frac{kg}{\text{mol}}$ e $R = 8,314\frac{J}{\text{mol}\cdot K}$.

(c) Aplique a equação (1) para um meteoro se movendo numa atmosfera estacionária com uma velocidade $\omega = 32186,9\ \frac{m}{s}$. O que acontece com a atmosfera?

[5.2] Um tanque cilíndrico maior do que $0,76m$ tem seu topo fechado hermeticamente por um cilindro sem atrito e de massa desprezível. O ar dentro do tanque está à pressão absoluta de $P_0 = 1atm = 101,325Pa$. O pistão desce conforme é derramado mercúrio nele, muito lentamente, de tal maneira que a temperatura do ar se mantenha constante. Qual é a altura da coluna de ar quando o mercúrio começa a transbordar o topo do tanque?

[5.4] Um copo de coquetel cilíndrico de altura $\ell = 0,15m$ e seção de área transversal $A = 3,5\times 10^{-3}m^2$ contém água na marca de $0,10m$. Uma carta de baralho é colocada no seu topo enquanto ele é invertido. Quando o suporte para a carta é removido, que massa de água deve deixar o copo para que o resto da água permaneça no copo, se for neglicenciada a massa da carta? (*Cuidado: Faça isso em cima de uma pia*)

[5.6] Expanda as seguintes equações na forma da *Expansão do Virial*:

$$Pv = RT\left(1 + BP + CP^2 + \dots\right)$$

E determine o segundo coeficiente virial B em cada caso.

(a) *Equação de Estado de Van-der-Waals* (a e b são constantes).

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

(b) *Equação de Estado de Dieterici* (a e b são constantes).

$$\left[P \exp\left(\frac{a}{vRT}\right)\right](v-b) = RT$$

(c) *Equação de Estado de Berthelot* (a e b são constantes).

$$\left(P + \frac{a}{Tv^2}\right)(v-b) = RT$$

(d) *Equação de Estado de Clausius* (a, b e λ são constantes).

$$\left[P + \frac{a}{T(v+\lambda)^2}\right](v-b) = RT$$

(e) *Outra forma para a Expansão do Virial*

$$Pv = RT\left(1 + \frac{B'}{v} + \frac{C'}{v^2} + \dots\right)$$

[5.9] Mostre que o trabalho realizado por um gás perfeito com as capacidades térmicas constantes numa expansão adiabática e *quasi-estática* pode ser escrito como sendo:

(a) $W = -C_V(T_i - T_f)$

(b) $W = \dfrac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma - 1}$

(c) $W = \dfrac{P_f V_f}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\dfrac{P_i}{P_f}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}\right]$

[5.10] Mostre que o calor transferido durante um processo infinitesimal e *quasi-estático* pode ser escrito como sendo:

$$đQ = \frac{C_V}{nR} V dP + \frac{C_P}{nR} P dV \tag{2}$$

Aplique a equação (2) para um processo adiabático e mostre que $PV^\gamma = constante$.

(b) Um gás perfeito com $\gamma = 1,4$ inicialmente com volume $V_i = 0,001415842 m^3$ está a pressão de $P_i = 827371 Pa$ sofre uma expansão adiabática e *quasi-estática* e a pressão cai para $P_f = 103421 Pa$. Calcule o volume final V_f e o trabalho W.

[5.11] Derive a seguinte fórmula para um processo adiabático e *quasi-estático*:

$$TV^{\gamma-1} = constante \tag{3}$$

E use a equação (3) para estimar o raio de uma esfera formada $1 \times 10^{-3} s$ após a detonação de uma bomba de fissão nuclear com potência de 20Kilotons. Assuma que a esfera é formada por um gás perfeito com $\gamma = 1,4$ e que a temperatura inicial é de $T_i = 300000 K$, o raio inicial é de $r_i = 12,192 m$ e a temperatura final é de $T_f = 3000 K$. Faça as aproximacões necessárias.

[5.12] Derive a seguinte fórmula para um processo adiabático e *quasi-estático*:

$$TP^{\frac{(1-\gamma)}{\gamma}} = constante \tag{4}$$

E use a equação (4) para determinar a temperatura final de um certo volume de Hélio $\left(\gamma = \frac{5}{3}\right)$ quando o mesmo sofre uma compressão adiabática e *quasi-estática* fazendo com que a sua pressão aumente de $P_i = 1 atm = 1,013 \times 10^5 Pa$ até $P_f = 5 atm = 5,066 \times 10^5 Pa$. Assuma que o Hélio é um gás perfeito monoatômico e que a sua temperatura inicial é de $T = 300 K$.

[5.13] Um cilindro horizontal e isolado contém em seu interior um pistão não-condutor de calor e sem atrito. Cada um dos lados do pistão tem $54\ell = 0,054m^3$ de um gás monoatômico $\left(\gamma = \frac{5}{3}\right)$ e inerte a pressão de $1atm$ e a temperatura de $273K$. Calor é lentamente adicionado do lado esquerdo do cilindro enquanto o pistão comprime o gás para o lado direito até uma pressão de $7,59atm = 7,69 \times 10^5\ Pa$.

(a) Qual é o trabalho realizado sobre o gás do lado direito?

(b) Qual é a temperatura final do lado direito?

(c) Qual é a temperatura final do lado esquerdo?

(d) Quanto calor é adicionado no lado esquerdo?

[5.16] Faça o que se pede:

(a) Se y é altura acima do nível do mar, mostre que a diminuição da Pressão Atmosférica causada por um aumento dy na altura é dado por:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT}dy$$

Onde M é a massa molar do ar, g é a aceleração da gravidade, e T é a temperatura na altura y.

(b) Se a diminuição da pressão atmosférica do item (a) é devido a uma expansão adiabática, mostre que:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{dT}{T}$$

[5.19] Mercúrio é derramado num tubo em formato de "U" aberto dos dois lados até que a altura da coluna de Mercúrio seja h.

(a) Se o nível de Mercúrio de um dos lados do tubo for diminuído e o Mercúrio comece a oscilar com baixas amplitudes, mostre que, negligenciando a fricção, que o período τ_1 é:

$$\tau_1 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

(b) Uma das extremidades do tubo agora é fechada e a altura da coluna de ar é L. Novamente, o Mercúrio é colocado para oscilar com baixas amplitudes. Negligenciando a fricção, assumindo que o ar atmosférico é um Gás Perfeito, e que as alterações volumétricas são adiabáticas, mostre que o período τ_2 é dado por:

$$\tau_2 = 2\pi\sqrt{\frac{h}{2g + \frac{\gamma h_0 g}{L}}}$$

Aqui h_0 é a altura da coluna barométrica.

(c) Mostre que:

$$\gamma = \frac{2L}{h_0}\left(\frac{\tau_1^2}{\tau_2^2} - 1\right)$$

[5.22] Uma onda estacionária com frequência de $\nu = 1100$ Hz estabelecida numa coluna de Metano à temperatura de 293 K produz nós afastados entre si por $2,00 \times 10^{-2}$ m. Calcule o valor de γ para o Metano.

[5.23] A velocidade de uma onda longitudinal estabelecida numa mistura de Hélio e Neônio à temperatura de 300 K é de $\omega = 758\ \frac{m}{s}$. Qual é a composição da mistura? Ou seja, qual é a porcentagem de Hélio e de Neônio na mistura?

[5.25] Um tubo de vidro aberto em formato de "L" tem uma de suas extremidades colocada dentro de um líquido com densidade ρ enquanto a outra extremidade, com comprimento L fica na posição horizontal no ar atmosférico. O tubo é colocado para girar em torno do eixo estabelecido pelo braço vertical com uma velocidade angular ω_0. Prove que a altura y que o líquido sobe no braço vertical é igual a:

$$y = \frac{P_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\omega_0^2 L^2 M}{2RT}\right)\right]}{\rho g}$$

Aqui, P_0 é a pressão atmosférica, M é a massa molar do ar atmosférico, e g é a aceleração da gravidade local.

[5.26] Um mol de um certo gás paramagnético perfeito obedece a *Lei de Curie*, com uma constante de Curie C_C. Assuma que a Energia Interna deste gás é função apenas da temperatura T, dessa forma, pode ser escrito que $dU = C_{V,\mathcal{M}}\, dT$, onde $C_{V,\mathcal{M}}$ é a Capacidade Térmica a Volume e Magnetização Total constante. ($C_{V,\mathcal{M}}$ também é constante).

(a) Mostre que uma família de superfícies adiabáticas, cuja constante da superfície é A, pode ser representada pela equação:

$$\frac{C_{V,\mathcal{M}}}{nR} \ln(T) + \ln(V) = \frac{\mu_0 \mathcal{M}^2}{2nRC_C} + \ln(A)$$

(b) Esboce uma dessas superfícies num diagrama $TV\mathcal{M}$.