Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 26-1, 26-2, 26-3, 26-4, 26-5, 26-6, 26-10, 26-11
S. – 24-2, 24-3, 24-4, 24-5
T. – 20-1, 20-2, 20-3, 20-6

Aula 7: Potencial Elétrico

Recordação: Energia Potencial na Mecânica
Peso de um corpo de massa m = Força gravitacional = mg
Para erguer o corpo de uma altura h precisamos aplicar uma força (no limite de um processo quase-estático) igual ao peso do corpo, realizando um trabalho

$$W = \mathbf{F}.\mathbf{d} = (mg)(h)\cos 180^o = -m\,g\,h$$

A diferença de energia potencial gravitacional entre os dois pontos é definida como o negativo do trabalho realizado para deslocar o corpo entre dois pontos distantes de h:

$$\Delta U = U_f - U_i = -W_{if} = +m\,g\,h$$

Energia Potencial Elétrica: deslocamos uma carga de prova q_o de um ponto inicial i a um ponto final f. A diferença de energia potencial é também

$$\boxed{\Delta U = U_f - U_i = -W_{if}}$$

onde W_{if} é o trabalho realizado pela força elétrica sobre a carga de prova $F = q_o E$

A força elétrica (como a gravitacional) é conservativa = o trabalho W_{if} NÃO depende da trajetória entre os pontos inicial e final.
- Ponto inicial i: ponto de referência no infinito $U_i = 0$
- Ponto final f: ponto qualquer $U_f = U$

$U = -W_{inf}$: menos o trabalho realizado pela força elétrica para trazer uma carga de prova do infinito até o ponto em questão
Potencial Elétrico: energia potencial por unidade de carga de prova

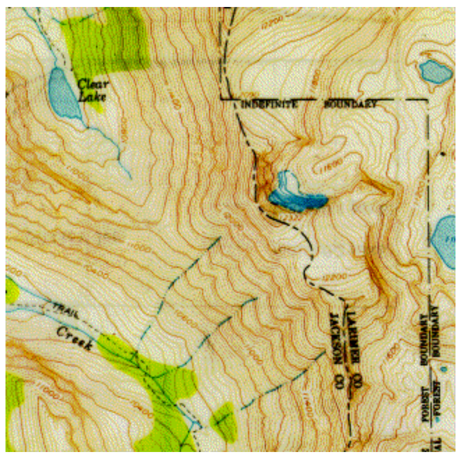
$$\boxed{V = \frac{U}{q_0}}$$

Unidades no S.I.: [U] = J (Joule), [V] = [U]/[q] = J/C = V (Volt)
Diferença de potencial (ddp)

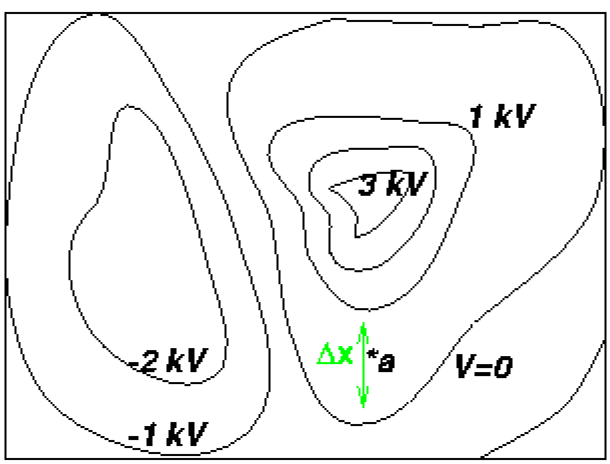
$$\boxed{\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0}}$$

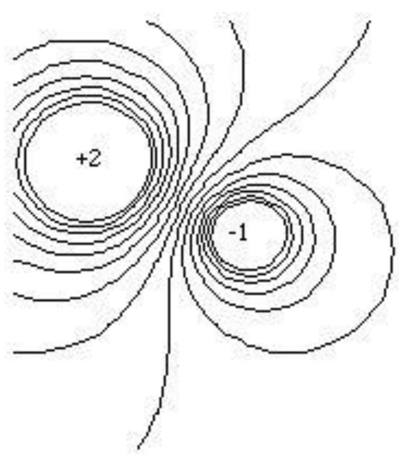
Problema resolvido: Um elétron, partindo do repouso, é acelerado por uma ddp de 1 V. Qual sua energia no final do processo?
Solução: energia = potencial x carga, logo $U = Ve = 1 \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ *J*
Esse valor é chamado "elétron-volt" (eV) e muito usado na prática
Ex.: $1\ MeV = 10^{6}\ eV = 10^{6} \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}60 \times 10^{-13}$ *J*

Problema proposto: Num relâmpago, a ddp entre a nuvem e a Terra é de $1{,}0 \times 10^{9}$ V, e a quantidade de carga transferida é igual a 30 C. (a) Qual a variação de energia da carga transferida? (b) Se toda a energia liberada pudesse ser usada para acelerar um automóvel de massa 1000 kg a partir do repouso, qual seria sua velocidade final? (c) Que quantidade de gelo, a 0^{o} C, derreteria se toda a energia liberada pudesse ser usada para esse fim? Dica: calor latente de fusão do gelo = $3{,}3 \times 10^{5}$ J/kg. Respostas: (a) 30 GJ, (b) 7,7 km/s, (c) 91 ton

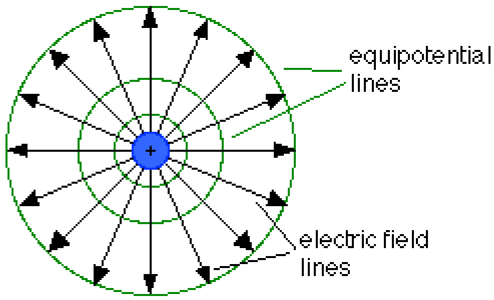


Curvas de nível: lugares geométricos de pontos com a mesma cota (altitude)

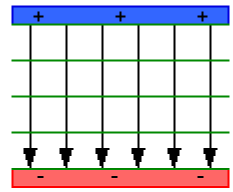




Superfície equipotencial: lugar geométrico dos pontos do espaço com o mesmo valor do potencial elétrico. São sempre perpendiculares às linhas de campo.



Field and equipotential lines for
a positive point charge



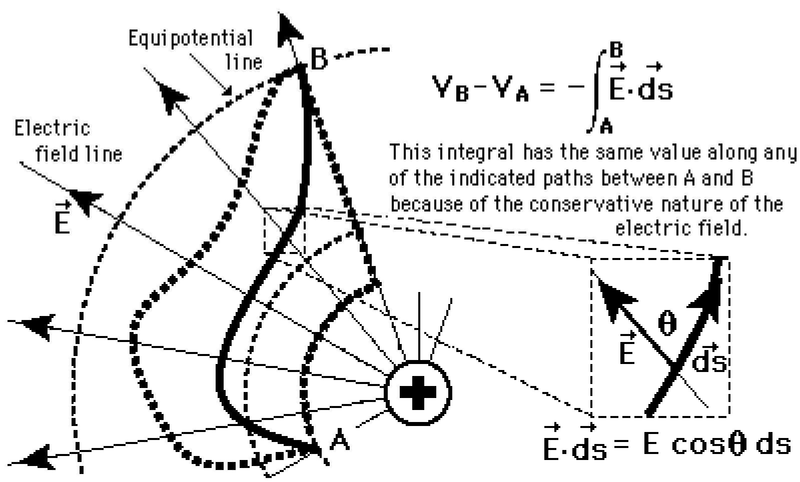
Field and equipotential lines
for a set of parallel plates

Recordação da Mecânica: Trabalho realizado por uma força variável com a posição F(r)

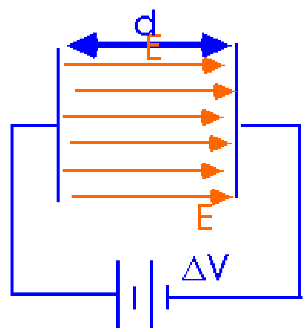
$$W = \int_i^f F.ds$$

onde: r = vetor posição, ds = elemento de deslocamento vetorial

Cálculo do potencial a partir do campo elétrico: Seja **F** = q_0 **E** a força elétrica num campo não-uniforme.



$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0} = -\frac{1}{q_0}\int_i^f q_0 E.ds = -\int_i^f E.ds$$



Campo elétrico uniforme: sendo o deslocamento ds paralelo às linhas de força E, temos

E. ds = E ds cos 0^o = E ds

$$\boxed{\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f E.ds = -E\int_i^f ds = Ed}$$

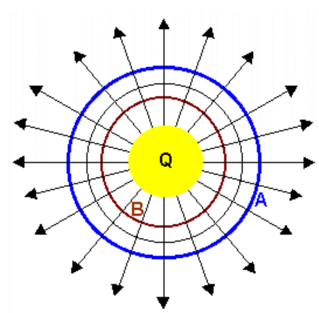
onde d é a distância ao longo das linhas de força. Obs.: nova unidade para o campo elétrico [E] = [V]/[d] = V/m

Problema resolvido: Um plano infinito de cargas tem densidade superficial de carga σ = 0,10 μC/m^2. Qual a distância entre as superfícies equipotenciais cuja ddp é igual a 50 V? *Solução: As equipotenciais são planos paralelos ao plano de cargas. O campo elétrico em cada equipotencial é constante, e igual a* $E = \sigma/2\varepsilon_0$. *Sendo d a distância entre as equipotenciais, e sendo* ***E*** *uniforme temos que* $\Delta V = E\,d$

$$d = \frac{\Delta V}{E} = \frac{2\varepsilon_0 \Delta V}{\sigma} = \frac{2x8{,}85x10^{-12}x50}{0{,}10x10^{-6}} = 8{,}85mm$$

Problema proposto: Um próton (massa = 1,67 x 10^{-27} kg) está num campo elétrico uniforme E = 5,0 V/m e é solto a partir do repouso, onde V = 0. Após percorrer uma distância de 4 cm qual é o potencial, a energia potencial elétrica, a energia cinética e a velocidade do próton? Respostas: (a) -0,20 V; (b) – 3,2 x 10^{-20} J; (c) + 3,2 x 10^{-20} J; (d) 6,19 km/s.

Potencial de uma carga puntiforme: Ponto inicial no infinito: potencial é nulo por convenção (V_i = 0)



Trazemos uma carga de prova do infinito até um ponto P distante r da carga q ao longo de uma linha de força ds = - dr´ (a linha em r´ é para não confundir com r, que é constante!)

E. ds = E ds cos 180° = - E ds = - E(-dr´) = + E dr´

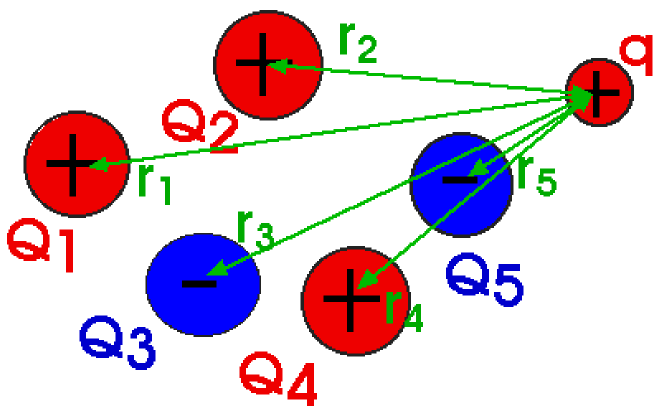
$$V = -\int_{\infty}^{f} E.ds = -\int_{\infty}^{r} Edr' = -\int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r'^2}dr' = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{r}\frac{dr'}{r'^2}$$

Usamos a fórmula do cálculo integral $\int u^n du = u^{n-1}/(n-1) + C$, com n = 2

$$\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C$$

$$V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r'}\right)_{\infty}^{r} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$



Princípio da superposição: o potencial de um sistema de cargas puntiformes é obtido pela soma algébrica (leva em conta o sinal da carga) dos potenciais de cada carga do sistema

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + \ldots + \frac{Q_n}{r_n}\right)}$$

Problema resolvido: Considere o quadrado de cargas fixas abaixo, onde q = 2,0 nC e a = 10 cm. Determine o potencial elétrico no centro do quadrado.

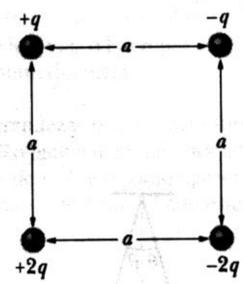


Fig. 23-15 Problema 10.

Solução: A distância de cada carga ao centro do quadrado é r =d√2/2=d/√2=10/√2=7,07 cm

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{2q}{r} - \frac{2q}{r}\right) = 0$$

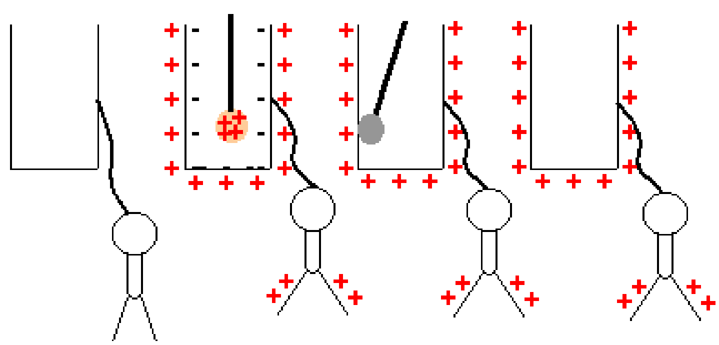
Problema proposto: Calcular o potencial elétrico no vértice P de um triângulo isósceles de altura a, cujos outros vértices sejam as cargas –q e -2q do quadrado acima. O vértice P está à direita do quadrado. Resposta: - 221 V

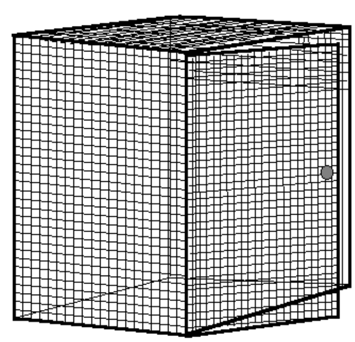
Propriedades de Condutores Isolados em Equilíbrio Eletrostático

Vimos na Aula 6, como decorrência da Lei de Gauss, as seguintes propriedades.

a) O campo elétrico é nulo no interior de um condutor isolado
b) Qualquer excesso de carga estará inteiramente sobre a sua superfície externa
c) A propriedade (b) vale mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna vazia

Gaiola de Faraday: decorrência da propriedade (c) – podemos blindar eletrostaticamente qualquer região do espaço circundando-a por uma grade metálica (condutora). Isso é útil na proteção contra campos elétricos externos, como os originários de ondas eletromagnéticas. Exemplo: invólucro metalizado de placas de computador.




Faraday cage

Na aula de hoje vimos a seguinte relação entre potencial e campo elétrico

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f E.ds$$

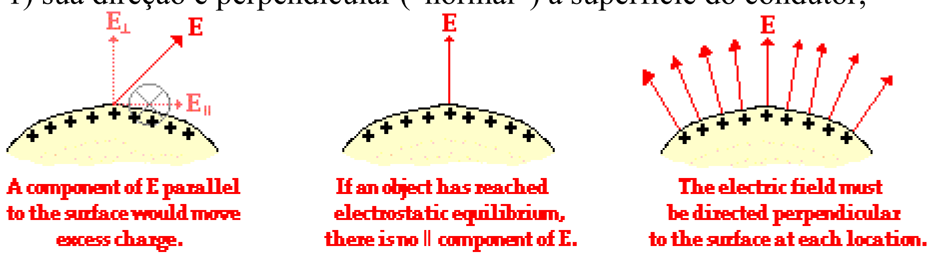
Como E = 0 dentro do condutor, temos que $V_f - V_i = 0$, ou seja, $V_f = V_i$ para quaisquer pontos i e f no condutor. Isto significa que:

(i) todos os pontos do condutor isolado têm o mesmo potencial elétrico.

(ii) a superfície externa do condutor é uma equipotencial

O campo elétrico nas proximidades de um condutor de forma arbitrária tem as seguintes propriedades:

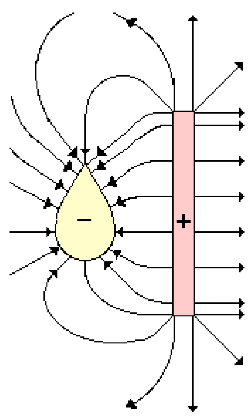
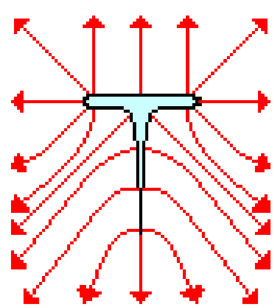
1) sua direção é perpendicular ("normal") à superfície do condutor;



2) seu sentido depende da carga na superfície (sai para carga +, entra para carga -)

3) seu módulo é proporcional à densidade de carga no local:

$$\boxed{E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Se o condutor isolado estiver imerso num campo elétrico externo E, como dentro do condutor o campo é nulo, os elétrons no seu interior distribuem-se pela superfície do condutor de modo a anular o campo resultante no interior. A densidade superficial de carga σ **não** é constante sobre a superfície.

"Poder das Pontas": condutores que possuem pontas agudas apresentam densidades superficiais de carga localmente muito grandes, ou seja, o campo elétrico próximo a tais pontos pode ser muito intenso. Esse é o princípio do pára-raios do tipo Franklin. Como o campo é muito forte nas pontes, ele é capaz de ionizar os átomos do ar na sua volta, e por isso é um lugar preferencial onde as descargas atmosféricas (raios) ocorrem. O pára-raios deve ser convenientemente ligado à terra de forma a neutralizar a intensa corrente elétrica proveniente dos raios.

Energia potencial elétrica de um sistema de cargas puntiformes: é igual ao trabalho que deve ser realizado para reunir o sistema de cargas, trazendo-as desde o infinito até a posição que ocupam no espaço.

Exemplo: sistema de duas cargas positivas q_1 e q_2. Trazemos q_2 desde o infinito até o ponto P. Como a força entre as cargas é de repulsão, precisamos de um agente externo que realize o trabalho contra o campo elétrico, portanto W = + q_2 V, onde V = k q_1/r é o potencial criado pela carga q_1 no ponto P. Logo

$$\boxed{U = W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}}$$

Problema resolvido: Duas cargas q = + 2,0 μC estão fixas e separadas pela distância d = 2,0 cm. (a) Qual o potencial elétrico no vértice C de um triângulo isósceles tendo as duas cargas na base e altura d/2? (b) Uma terceira carga q = + 2,0 μC é trazida do infinito até o ponto C. Quanto trabalho foi realizado? (c) Qual é a energia potencial do sistema de três cargas?

Solução: (a) A distância das duas cargas a C é $r^2 = (d/2)^2+(d/2)^2$ *(Pitágoras),* $r=d\sqrt{2}/2$

O potencial em C é

$$V_C = k(2q/r)=(9{,}3x10^9x2\sqrt{2}x2{,}0x10^{-6})/0{,}02 = 2{,}54 \times 10^6 \ V$$

(b) O trabalho é $W = - q\, V_C=-2{,}0x10^{-6}x2{,}54x10^6 = -5{,}08 \ J$

(c) Para um sistema de três cargas somamos a energia aos pares (duas a duas)

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q.q}{r}+\frac{q.q}{r}+\frac{q.q}{d}\right) = kq^2\left(\frac{2}{r}+\frac{1}{d}\right) =$$

$$= 9x10^9\, x(2{,}0x10^{-6})^2\left(\frac{2\sqrt{2}}{0{,}02}+\frac{1}{0{,}02}\right) = -6{,}89J$$

Problema proposto: Duas pequenas esferas metálicas A e B de massas m_A = 5,00 g e m_B = 10,0 g têm cargas positivas iguais a q = + 5,0 μC. As esferas são ligadas por um fio não-condutor de massa desprezível e comprimento d = 1,0 m. (a) Qual é a energia potencial elétrica do sistema? (b) Suponha que cortamos o fio. Nesse instante, qual a aceleração de cada esfera? (c) Muito tempo depois de cortarmos o fio, qual a velocidade de cada esfera? Dica: use conservação de energia (cinética + potencial elétrica). Respostas: (a) 0,225 J; (b) 45 e 22,5 m/s^2; (c) 7,74 e 3,87 m/s.