Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 24-2, 24-3, 24-8
S. – 22-6, 22-8, 24-7
T. – 18-4, 18-5

Aula 3 – Campo Elétrico

Campo Escalar: a cada ponto de uma região do espaço está associada uma grandeza escalar. (Ex.: campo de temperatura $T = T(x,y,z)$)
Campo Vetorial: a cada ponto está associada uma grandeza vetorial. Ex.: campo elétrico

$$\boxed{\mathbf{E} = \mathbf{E}(x,y,z)}$$

Quando se coloca uma carga puntiforme (carga de prova) q_0 positiva num ponto do espaço onde há um campo elétrico **E**, aparece uma força elétrica

$$\boxed{\mathbf{F} = q_o\, \mathbf{E}.}$$

Nesse caso, a força tem a mesma direção e sentido do campo **E**. Se a carga for negativa, os sentidos de **F** e **E** são opostos.

Unidade no Sistema Internacional: [E] = [F]/[q] = N/C

Problema resolvido: Uma gotícula esférica e carregada de água com 1,20 μm de diâmetro está suspensa no ar por ação de um campo elétrico de módulo E = 462 N/C, apontando verticalmente para baixo. (a) Qual o peso da gota? (b) Quantos elétrons em excesso ela possui?

Solução: (a) O peso da gota é

$$P = mg = \rho\, V\, g = \rho\, (4/3)\, \pi\, r^3\, g = 1000\, (4/3)\, 3{,}14 \times (1{,}20 \times 10^{-6} / 2) \times 9{,}81$$

$$\boxed{P = 8{,}876 \times 10^{-15}\ \mathrm{N}}$$

(b) Se a gota está em equilíbrio estático, o seu peso é igual em módulo à força elétrica

$$P = mg = qE$$

$$q = \frac{P}{E} = \frac{8{,}876x10^{-15}}{462} = 1{,}921x10^{-17}C$$

Se há N elétrons em excesso na gota, q = N e

$$\boxed{N = \frac{q}{e} = \frac{1{,}921x10^{-17}}{1{,}60x10^{-19}} = 120}$$

Problema proposto: O campo elétrico próximo à superfície da Terra tem uma intensidade média aproximadamente igual a 150 N/C, apontando para baixo. Um mágico deseja criar um truque fazendo flutuar uma esfera de cobre de 450 g carregando-a eletricamente. (a) Quantos elétrons deverão ser retirados ou acrescentados à esfera para que isso ocorra? (b) Qual a proporção desse número para a quantidade total de elétrons dessa esfera? Respostas: (a) 1,24 x 10^{26}; (b) 1,48 x 10^{-9}.

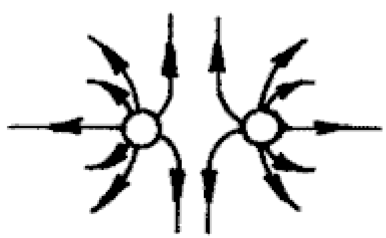
Michael Faraday, no começo do Século XIX, criou uma forma de visualizar o campo elétrico, por meio das linhas de campo ou **linhas de força**.

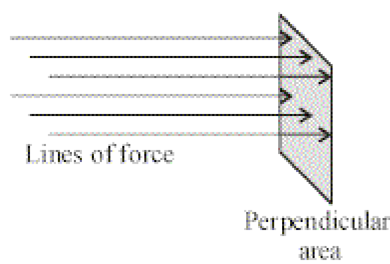
Propriedades das linhas de força:

(i) a tangente à linha de força num dado ponto é a direção do vetor campo elétrico nesse ponto;

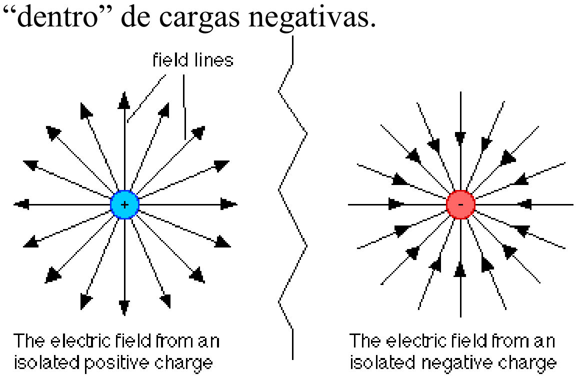
(ii) o sentido do campo elétrico segue o sentido indicado por flechas nas linhas de força;

(iii) o módulo do campo elétrico é proporcional à concentração das linhas de força, ou seja, ao número de linhas que atravessam uma unidade de área perpendicular às mesmas.





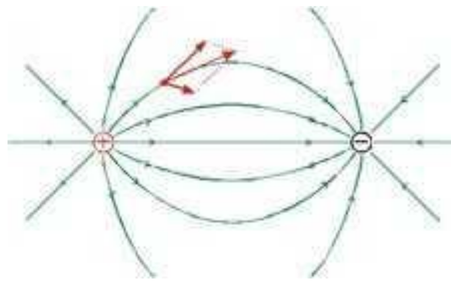
Linhas de força de cargas puntiformes: têm simetria radial. Apontam para "fora" de cargas positivas, e para "dentro" de cargas negativas.



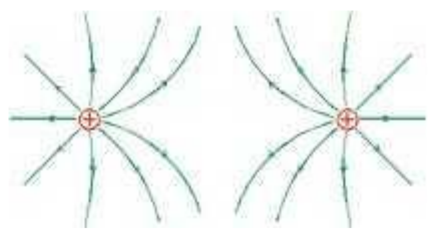
q: carga que gera o campo elétrico
q_o: carga de prova colocada a uma distância r da primeira carga

$$\boxed{E = \frac{F}{q_o} = \frac{1}{q_o}\left(k\,\frac{q q_o}{r^2}\right) = k\,\frac{q}{r^2}}$$

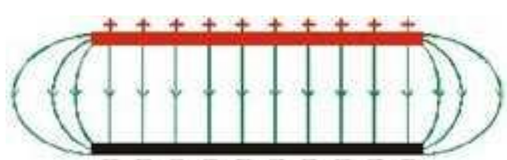
Dipolo elétrico: duas cargas de mesmo módulo e sinais opostos



Duas cargas de mesmos módulo e sinal (campo é nulo no plano mediador)



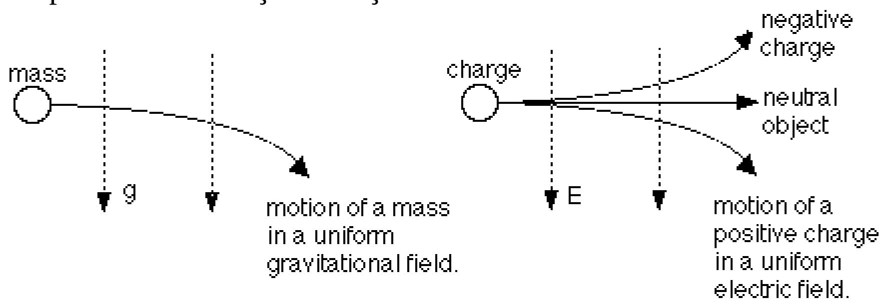
__**Campo Elétrico Uniforme**: __o campo tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos. As linhas de força são retas paralelas. Ex.: o campo formado entre duas placas carregadas (“capacitor”)



<u>Carga puntiforme q num campo elétrico uniforme **E**:</u> sobre a ação de uma força elétrica constante **F** = q **E**, e consequentemente (pela segunda Lei de Newton) uma aceleração

$$\boxed{a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}}$$

na mesma direção de **E** (o sentido depende do sinal de q). Supomos o peso m**g** da partícula carregada desprezível em relação à força elétrica.



Se a velocidade inicial v_o da partícula carregada é perpendicular ao campo elétrico, a força provoca uma deflexão da trajetória: movimento parabólico. Suponha $\mathbf{v_o} = v_o\,\mathbf{i}$, $\mathbf{E} = -E\,\mathbf{j}$, e a carga puntiforme negativa. A aceleração será $\mathbf{a} = -(qE/m)\,\mathbf{j}$ ("para cima").

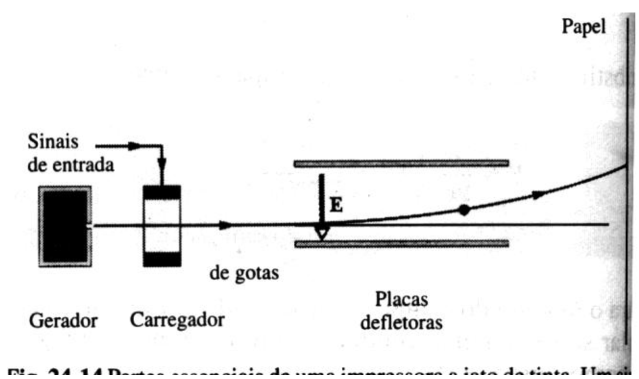
- Direção x: MRU $x = x_o + v_o t$ (1)

- Direção y: MRUV

Equação da velocidade: $v_y = 0 + at$ (a veloc. inicial é nula na direção y!) (2)

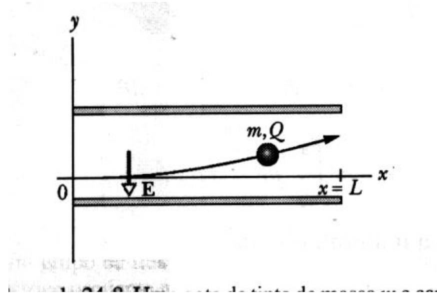
Equação horária: $y = y_o + 0 + (1/2)\,at^2$ (3)

Equação de Torricelli: $v_y^2 = 0 + 2\,a\,y$ (4)



Aplicação: Impressora jato-de-tinta. As gotas de tinta provenientes do cartucho são eletrizadas com uma carga q variável de acordo com o sinal eletrônico proveniente do computador. A carga passa por um campo elétrico e sua trajetória defletida alcança o papel em um ponto determinado, que comporá o símbolo ou imagem a ser impressa.

Problema resolvido: Uma gota de tinta de massa $m = 1{,}3 \times 10^{-10}$ kg e carga (negativa) de módulo $q = 1{,}5 \times 10^{-13}$ C entra na região entre duas placas de comprimento x = 1,6 cm com velocidade inicial $\mathbf{v_o} = (18\text{ m/s})\,\mathbf{i}$. O campo elétrico entre as placas é uniforme, de módulo $\mathbf{E} = -(1{,}4 \times 10^{6}\text{ N/C})\,\mathbf{j}$. Calcule (a) a deflexão vertical, (b) o tempo de percurso, (c) as componentes da velocidade quando a gota sai da região entre as placas.



Solução: A aceleração da gota carregada é

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{(1{,}5x10^{-13})(1{,}4x10^{6})}{1{,}3x10^{-10}} = 1{,}61x10^{3}\, m/s^{2}$$

(a) *Supondo $x_o = y_o = 0$, eliminamos t das equações (1) e (3)*

$$y = \frac{ax^2}{2v_0^2} = \frac{(1{,}61x10^3)(0{,}016)^2}{2(18)^2} = 0{,}64mm$$

(b) De (1) $t = x/v_o = (0{,}016/18) = 8{,}9 \times 10^{-4}$ s

(c) De (2) $v_y = at = (1{,}61x10^3)(8{,}9x10^{-4}) = 1{,}44$ m/s, então

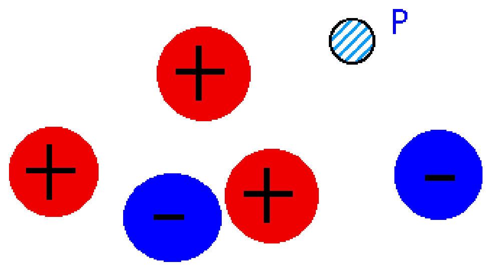
$\mathbf{v}$ = (18 m/s) $\mathbf{i}$ + (1,44 m/s) $\mathbf{j}$

Problema proposto: No instante em que entra na região entre duas placas carregadas, a velocidade de um elétron é $\mathbf{v_o}$ = (1,5 x 10^5 m/s) **i** + (3,0 x 10^3 m/s) **j**. Sabendo-se que o campo elétrico entre as placas é uniforme com módulo **E** = (120 N/C) **j,** (a) qual a aceleração do elétron, (b) qual será velocidade do elétron após sua coordenada x ter variado em 2,0 cm? (c) quanto tempo levará para isso? (d) qual a respectiva variação da coordenada y do elétron? Respostas:(a) –(2,10 x 10^{13} m/s^2) **j**; (b) (1,50 x 10^5 m/s) **i** – (2,79 x 10^6 m/s) **j;** (c) 1,33 x 10^{-7} s; (d) – 0,185 m.

Problema suplementar: (a) Qual é a aceleração de um elétron num campo elétrico uniforme de 1,40 x10^6 N/C? (b) Quanto tempo levaria o elétron, partindo do repouso, para atingir um décimo da velocidade da luz? (c) Que distância ele percorreria nesse tempo?
Respostas: (a) 2,46 x 10^{17} m/s^2; (b) 0,122 ns; (c) 1,83 mm
Dica: neste caso, a aceleração do elétron tem a mesma direção da sua velocidade, então é um MRUV simplesmente. Use para a velocidade da luz o valor: c = 3,0 x 10^8 m/s

Distribuições de carga

(a) Discretas: sistemas de cargas puntiformes. Ex.: elétrons, prótons, íons, etc.



(b) Contínuas: cargas distribuídas continuamente

- (b1) Distribuições lineares de carga. Ex.: bastão fino carregado

Densidade linear de carga: dl = elemento de comprimento, dq = elemento de carga

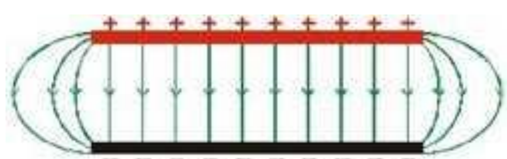
$$\boxed{\lambda = \frac{dq}{dl}}$$

Se a carga total Q estiver distribuída uniformemente ao longo de um bastão de comprimento L, então

$$\lambda = \frac{Q}{L} = const.$$

Unidade S.I.: [λ]=[Q]/[L] = C/m (coulombs por metro)

- (b2) Distribuições superficiais de carga. Ex.: placa plana carregada



Densidade superficial de carga: dA = elemento de área

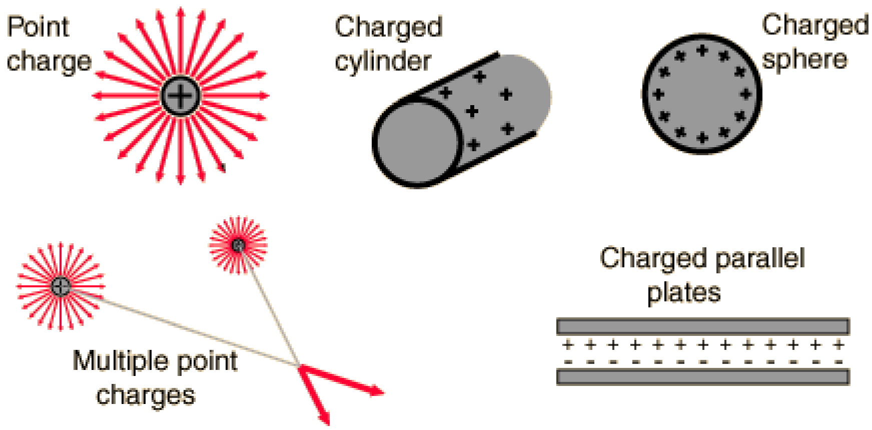
$$\boxed{\sigma = \frac{dq}{dA}}$$

Se a carga Q estiver distribuída uniformemente sobre uma superfície de área A

$$\sigma = \frac{Q}{A} = const.$$

Unidade S.I.: [σ]=[Q]/[A] = C/m^2 (coulombs por metro quadrado)

- (b3) Distribuições volumétricas de carga. Ex.: cilindro ou esfera maciça carregada



Densidade volumétrica de carga: dV = elemento de volume

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{dV}}$$

Se a carga Q estiver distribuída uniformemente num espaço de volume V

$$\rho = \frac{Q}{V} = const.$$

Unidade S.I.: [ρ]=[Q]/[V] = C/m^3 (coulombs por metro cúbico)

Problema resolvido: Uma esfera maciça de 20 cm de raio tem uma carga de 40 nC distribuída uniformemente em seu interior. (a) Ache a densidade volumétrica de carga; (b) Determine a carga no interior de uma superfície esférica de 10 cm de raio, concêntrica à esfera maciça.

Solução: (a) Como a carga está distribuída uniformemente

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3x40x10^{-9}}{4x\pi x0{,}2^3} = 1{,}2x10^{-6}C/m^3 = 1{,}2\mu C/m^3$$

(b) A densidade de carga deve ser a mesma dentro da superfície esférica de raio 10 cm, logo a carga no seu interior deve ser Q'= ρV' = ρ(4πR'^{3}/3) = 1,2x10^{-6}x4xπx0,1^3/3 = 5,0 x 10^{-9} C = 5 nC.

Problema proposto: Um bastão fino de 50 cm de comprimento é orientado ao longo do eixo das abscissas, onde uma das extremidades está no ponto x = 0. O bastão tem uma densidade linear de carga não-uniforme que varia com a posição de acordo com a relação λ(x) = ax+b, onde a = 10 nC/m^2 e b = 20 nC/m. Ache a carga total do bastão. Resposta: 11,25 nC. Dica: use a integral $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$.