

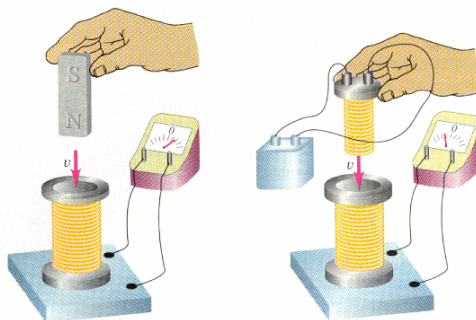
Aula 23 - Lei de Faraday



Michael Faraday (* 22/09/1791, Newington, Inglaterra; + 25/08/1867, Londres, Inglaterra) era filho de um ferreiro e teve uma infância muito pobre, tendo recebido apenas educação primária. Aos 14 anos empregou-se como aprendiz de encadernador, adquirindo uma educação auto-didática pela leitura dos livros que encadernava. Aos 21 anos ele assistiu a uma palestra pública do grande químico Sir Humphrey Davy, e enviou a ele uma cópia das cuidadosas anotações que fez da sua aula. O professor ficou tão bem impressionado que o contratou como seu assistente de laboratório na Royal Institution de Londres. Lá iniciou suas pesquisas em química, tendo descoberto vários compostos orgânicos e enunciado as leis da eletrólise. Em 1831 ele descobriu a indução eletromagnética, que veio a ser a base de toda a engenharia elétrica dos dias atuais. Como ele tinha dificuldades em exprimir matematicamente os conceitos físicos com que trabalhava, criou o conceito de linhas de força, que ele acreditava serem realmente fios elásticos que transmitiam as forças elétricas e magnéticas. Foi indicado diretor do laboratório da Royal Institution em 1825, cargo que ocupou até sua morte.

Indução eletromagnética: produção de uma força eletromotriz (fem) induzida quando um campo magnético varia com o tempo.

Experiência da bobina e do ímã

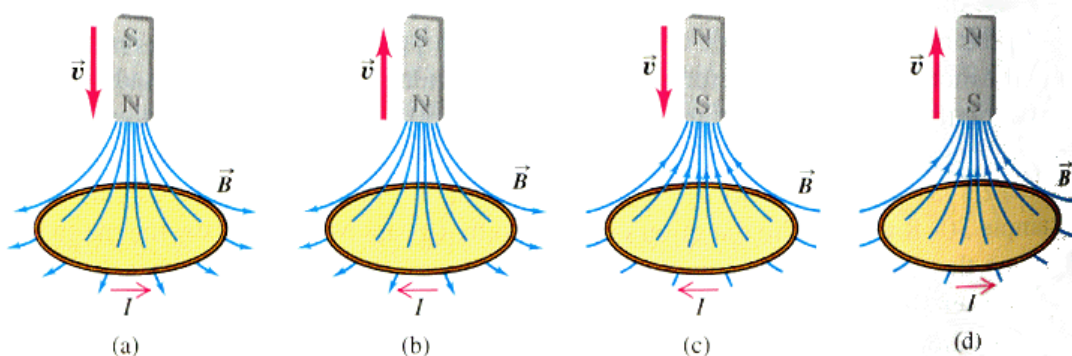


1. ímã em repouso em relação à espira: não há passagem de corrente elétrica pelo galvanômetro;
2. ímã se aproxima da espira: galvanômetro acusa passagem de corrente elétrica provocada pela fem induzida na espira
3. ímã se afasta da espira: passagem de corrente no sentido oposto (fem induzida com sinal contrário)

Recordação: Fluxo magnético $\Phi = B A$, quando \mathbf{B} é uniforme e perpendicular à superfície plana de área A

Unidade no S.I.: $[\Phi]=[B][A]=T.m^2 = \text{weber (Wb)}$

Interpretação da experiência do ímã-espira em termos do fluxo magnético



Quando o ímã se aproxima ou se afasta da espira, muda o fluxo magnético que passa por ela. A fem induzida é provocada pela alteração no tempo do fluxo magnético. Como a área da espira A é constante, a variação do fluxo magnético é $\Delta \Phi = \Delta(B.A) = A \Delta B$.

Por convenção as linhas de força “saem” do pólo Norte. Se este se aproxima da espira, um número cada vez maior de linhas de força intercepta a área A , então o fluxo magnético aumenta de valor. Esse aumento provoca uma força eletromotriz (fem) ε induzida na espira, semelhante à produzida por uma bateria (embora por um mecanismo completamente diferente!), que por sua vez leva a uma corrente induzida $i = \varepsilon / R$ na espira (que, como todo condutor, tem uma resistência elétrica R). Logo, a variação do fluxo magnético é que provoca a força eletromotriz induzida (não haveria corrente induzida se a espira não formasse um circuito fechado, mas a fem sempre existe!).

Analogamente, se o pólo Norte do ímã se afasta da espira, menos linhas de força interceptam a área da espira, e menor será o fluxo magnético. A diminuição do fluxo induz também o aparecimento de uma fem, só que em sentido oposto à anterior (devido à lei de Lenz, que veremos mais adiante). Essa fem provoca uma corrente induzida, mas em sentido oposto à anterior.

Finalmente, se o ímã está em repouso em relação à espira, não há alteração no fluxo magnético e não aparece fem induzida nem corrente. Logo podemos dizer que ε é proporcional à variação do fluxo $\Delta \Phi$. Se o ímã for aproximado ou afastado mais rapidamente da espira o efeito é maior, então na verdade temos de considerar a variação temporal (taxa de variação) do fluxo $\Delta \Phi / \Delta t$. Logo,

Lei de Faraday: o módulo da fem induzida numa espira (ou bobina) é proporcional à taxa de variação temporal do fluxo magnético pela mesma.

módulo da fem induzida = $N \times$ taxa de variação temporal do fluxo magnético

$$\varepsilon = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N \frac{\Delta(B \cdot A)}{\Delta t}$$

onde N é o número de voltas de fio na espira (as voltas “multiplicam” o efeito indutivo).

Exemplos de aplicação da lei de Faraday:

1. Alterações no fluxo magnético
2. Alterações na área do campo magnético
3. Imã movendo-se em relação à bobina
4. Bobina girando num campo magnético

Problema resolvido: encontrar o módulo da fem induzida nos seguintes casos: 1.) um solenóide com $N = 4$ espiras tem um fluxo magnético que varia à taxa de 4 Wb/s ; 2.) uma espira com três voltas de fio penetra numa região com campo magnético uniforme de $B = 0,2 \text{ T}$, à taxa de $0,2 \text{ m}^2/\text{s}$; 3.) o pólo Norte de um imã aproxima-se de um solenóide com $N = 5$ espiras e área da seção reta igual a $0,002 \text{ m}^2$, tal que o campo magnético dentro do solenóide aumenta a uma taxa de $0,4 \text{ T/s}$; (d) uma espira com 20 voltas de fio condutor gira num campo magnético aproximadamente uniforme de $0,2 \text{ T}$, tal que a área interceptada pelas linhas de força varie à taxa de $0,2 \text{ m}^2/\text{s}$.

Solução: vide figura abaixo:

$\frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = 4 \text{ Tm}^2/\text{s}$

Changing magnetic flux

$N=4$ $N=2$

$V_{\text{gen}} = -16 \text{ volts}$ $V_{\text{gen}} = -8 \text{ volts}$

Faraday's Law summarizes the ways voltage can be generated.

Changing area in magnetic field

$\frac{\Delta A}{\Delta t} = 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$

$B = 0.2 \text{ T}$

Magnetic field region

$N = 3 \text{ turns}$

$V_{\text{gen}} = -3 \times 0.2 \text{ T} \times 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$
 $= -0.12 \text{ volts}$

Voltage generated = $-N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t}$

Faraday's Law

Moving magnet toward coil

$N = 5 \text{ turns}$

$A = 0.002 \text{ m}^2$

$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0.4 \text{ T/s}$

$V_{\text{gen}} = -5 \times 0.002 \text{ m}^2 \times 0.4 \text{ T/s}$
 $= -0.004 \text{ volts}$

$N = 20 \text{ turns}$

$B = 0.2 \text{ T}$

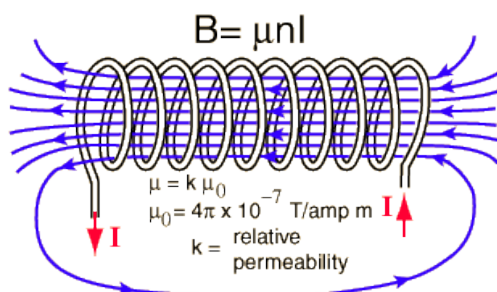
$\frac{\Delta A}{\Delta t} = 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$

Rotating coil in magnetic field

$V_{\text{gen}} = -20 \times 0.2 \text{ T} \times 0.2 \text{ m}^2/\text{s}$
 $= -0.8 \text{ volts}$

Problema proposto: Uma bobina com 80 espiras tem raio 5,0 cm e resistência de 30 ohms. A que taxa deve variar um campo magnético, perpendicular ao plano da bobina, a fim de induzir nesta uma corrente de 4,0 A? Resposta: 191 T/s.

Lembrete: sentido do campo magnético produzido por uma bobina ou solenóide: regra da mão direita



Problema resolvido: Um solenóide cilíndrico de diâmetro 3,2 cm tem 220 espiras/cm. Em seu centro colocamos uma bobina coaxial de 130 espiras com diâmetro de 2,1 cm. A corrente no solenóide aumenta de -1,5 A a 1,5 A em 50 ms a uma taxa constante. Ache o módulo da fem induzida na bobina.

Solução: o número de espiras por metro do solenóide é $n = 220 \text{ espiras/cm} \times 100 \text{ cm/1 m} = 2,2 \times 10^4 \text{ espiras/m}$. Como o diâmetro da bobina (2,1 cm) é menor do que o do solenóide (3,2 cm), concluímos que a bobina está inteiramente imersa no campo magnético no interior do solenóide, que é suposto uniforme. O campo magnético no interior do solenóide é $B = \mu_0 n i$ e, como a corrente i varia com o tempo, assim também o campo magnético varia com o tempo, e conseqüentemente o fluxo magnético

$$\Phi = B A = B (\pi r^2) = \pi r^2 \mu_0 n i$$

A corrente no solenóide varia linearmente, de -1,5 A até + 1,5 A durante 50 ms. Logo a taxa de variação temporal da corrente será

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{1,5 - (-1,5)}{50 \times 10^{-3}} = 60 \text{ A/s}$$

Como, à exceção da corrente, todos os demais parâmetros são constantes, a taxa de variação do fluxo magnético será

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta(\pi r^2 \mu_0 n i)}{\Delta t} = \pi r^2 \mu_0 n \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Finalmente, pela lei de Faraday, o módulo da fem induzida na bobina é

$$\varepsilon = N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = N \pi r^2 \mu_0 n \frac{\Delta i}{\Delta t} = 130 \times \pi \times 0,0105^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2,2 \times 10^4 \times 60$$

$$\varepsilon = 0,075 \text{ V} = 75 \text{ mV}$$

Problema proposto: Uma certa bobina com 500 espiras circulares de 4 cm de raio é tal que o plano da bobina forma um ângulo de 30° com as linhas de força de um campo magnético uniforme produzido por um solenóide longo com 200 espiras por metro, e que envolve totalmente a bobina. A corrente no solenóide varia com o tempo tal que o

campo do solenóide aumenta à taxa de 0,2 T/s. (a) Qual o módulo da fem induzida na bobina? (b) qual a taxa de crescimento da corrente no solenóide? Resposta: (a) 0,435 V.

Forma diferencial da lei de Faraday: fazendo o intervalo de tempo Δt tender a zero a taxa de variação torna-se a derivada temporal do fluxo magnético

$$\varepsilon = N \frac{d\Phi}{dt}$$

Problema resolvido: Uma bobina quadrada de lado 10 cm e com 100 espiras encontra-se num campo magnético uniforme perpendicular ao plano da bobina, e cujo módulo varia com o tempo de acordo com $B(t) = 1,2 + 0,5 t + 0,6 t^2$, onde t é medido em segundos, e B em Tesla. Ache o módulo da fem induzida na espira quando $t = 1,5$ s.

Solução:

$$\begin{aligned} d\Phi/dt &= d(BA)/dt = A dB/dt \\ dB/dt &= 0,5 + 0,6 \times 2t = 0,5 + 1,2 t \\ \varepsilon &= N A dB/dt = 100 \times 0,1 \times 0,1 \times (0,5 + 1,2 \times 1,5) = 2,3 \text{ V} \end{aligned}$$

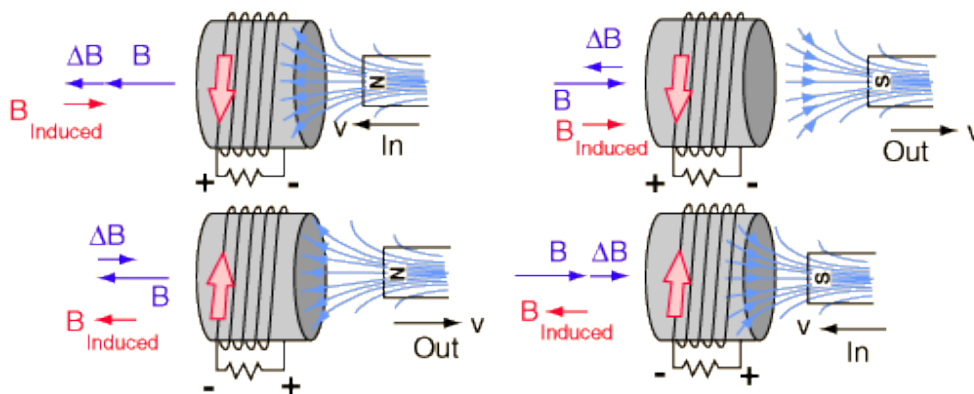
Problema proposto: Suponha que, no problema anterior, o campo magnético varie com o tempo segundo a equação $B(t) = 1,4 \cos(0,3 t)$. (a) Ache o módulo da fem induzida quando $t = 1,5$ s. (b) Ache o valor máximo da fem induzida; (c) em que instante de tempo a fem é máxima? Respostas: (a) 0,18 V; (b) 0,42 V; (c) 5,23 s.

Lei de Lenz: o sentido da corrente induzida é tal que sempre se opõe à variação que a produziu

Obs. 1: a lei de Lenz é uma consequência do princípio de conservação da energia;
Obs. 2: a lei de Lenz pode ser incorporada por meio de um sinal negativo na lei de Faraday:

$$\varepsilon = - N \frac{d\Phi}{dt}$$

Exemplos da Lei de Lenz:



1. Pólo Norte do ímã se aproxima da bobina: fluxo magnético pelo solenóide aumenta. Opor-se ao aumento significa tentar diminuir o fluxo magnético. A

corrente induzida no solenóide tende a enfraquecer o campo do imã. Corrente no sentido indicado na figura.

2. Polo Norte do imã se afasta da bobina: fluxo magnético pelo solenóide diminui. Opor-se à diminuição significa tentar aumentar o fluxo magnético. A corrente induzida no solenóide tende a reforçar o campo do imã. Corrente no sentido oposto ao do caso anterior.

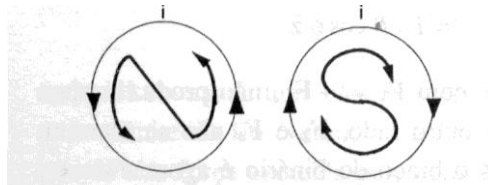
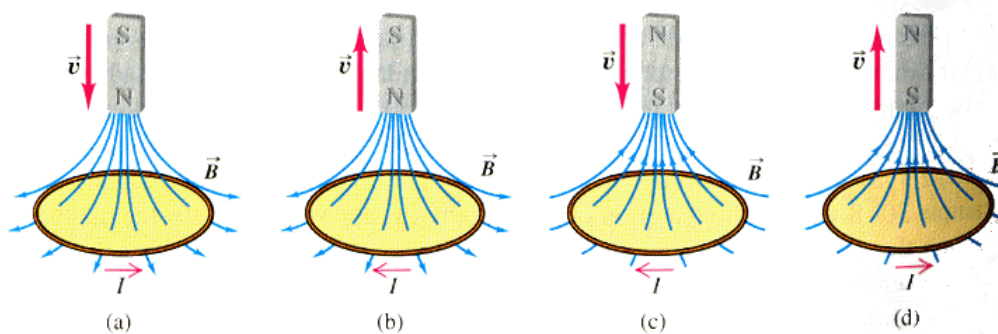


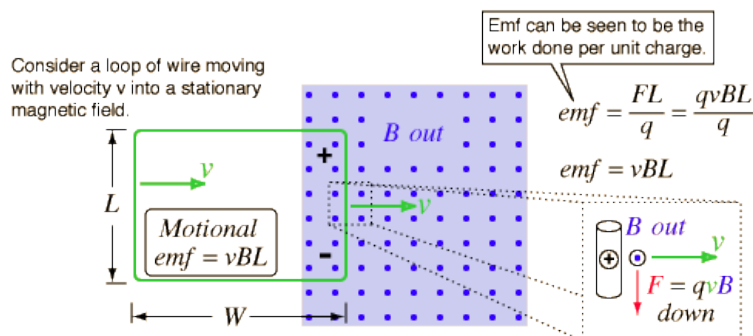
Figura 7.8 Face norte e face sul

Outra maneira de aplicar a lei de Lenz: lembrar da associação entre polos de um imã e faces de uma espira: polo norte da bobina é a face por onde as linhas de força saem da bobina, polo sul é a face para onde elas entram. Lei de Lenz exige que haja repulsão entre os polos do imã e da bobina se esta estiver se aproximando, ou então que haja atração se os polos estiverem se afastando. Sempre é a ação que se opõe à causa da variação.

Exemplos: pólos norte e sul do imã se aproximam ou se afastam da bobina.



Força eletromotriz de movimento: ocorre quando uma espira move-se numa região onde há um campo magnético. Exemplo acima: espira entra, a área efetiva aumenta, logo o fluxo magnético está crescendo com o tempo. Opor-se ao crescimento significa diminuir: o campo gerado pela corrente induzida tende a enfraquecer o campo magnético existente, logo o sentido (pela regra da mão direita) é horário. Se a espira estivesse se afastando, o sentido seria o anti-horário.



Explicação pela força magnética: portadores de carga positivos (lembre do sentido convencional da corrente!) com velocidade para a direita sofrem uma força magnética para baixo (regra da mão direita).

$$F = q v B \sin(90) = q v B$$

A fem induzida, por definição, é o trabalho realizado por unidade de carga pelo campo magnético.

$$\text{Trabalho} = \text{força} \times \text{deslocamento} = q v B L$$

Logo o módulo da fem induzida é

$$\varepsilon = qvBL/q = vBL$$

Explicação pela lei de Faraday: como B não muda, o fluxo muda com o tempo devido à variação da área

$$\Delta \Phi = \Delta(B.A) = B \Delta A$$

$$\varepsilon = - \Delta \Phi / \Delta \tau = - B \Delta A / \Delta \tau$$

Mas a área efetiva (ou seja, a porção da área total da espira que está mergulhada no campo magnético) é igual a $A = L x$. Logo $\Delta A / \Delta t = L \Delta x / \Delta t = L v$, onde $v = \Delta x / \Delta t$ é a velocidade da espira (constante)

$$\varepsilon = - \Delta \Phi / \Delta \tau = - B L v$$

onde o sinal negativo representa a Lei de Lenz: o sentido da corrente induzida na espira opõe-se ao aumento do fluxo magnético

Problema resolvido: Seja um campo magnético uniforme de módulo 0,6 T, e uma espira retangular de largura $L = 15$ cm movimentando-se a 8 m/s. Supondo que a sua resistência seja 25 ohms, ache: (a) a fem induzida, (b) a corrente na espira, (c) a força necessária para deslocar a espira com velocidade constante; (d) a potência dissipada em calor por efeito Joule.

Solução: (a) $\varepsilon = B L v = 0,6 \times 0,15 \times 8 = 0,72$ V

(b) $i = \varepsilon / R = 0,72 / 25 = 28,8$ mA

(c) a força necessária para deslocar a espira é igual e oposta à força magnética exercida pelo campo sobre a espira. Lembrando da fórmula para a força magnética sobre um fio

$$F = i L B \sin(90) = i L B = 0,0288 \times 0,15 \times 0,6 = 2,59$$
 mN

observe que a espira "resiste" a ser puxada para dentro do campo magnético, devido à conservação de energia (daí vem a Lei de Lenz...)

(d) potência num resistor: $P = R i^2 = 25 \times (0,0288)^2 = 20,7 \text{ mW}$

Verificação: por conservação de energia, essa deve ser a mesma potência empregada no deslocamento da espira: $P = F v = 2,59 \times 10^{-3} \times 8 = 20,7 \text{ mW}$

Problema proposto: Uma bobina retangular com 85 espiras de 13 cm de largura é movimentada num campo uniforme de 1,5 T com velocidade constante de 18 cm/s. Se a resistência da bobina for de 6,2 ohms, calcule: (a) a fem induzida, (b) a corrente induzida, (c) a força necessária para movimentá-la; (d) a potência. Respostas: (a) 3,0 V; (b) 0,48 A; (c) 8,0 N; (d) 1,4 W.