Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

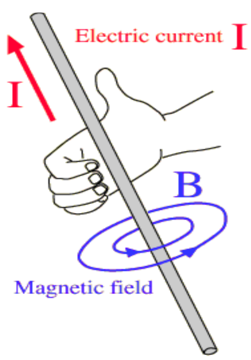
Referências bibliográficas:
H. – 31-5, 31-6
S. – 29-7, 29-8
T. – 25-4

Aula 22 - Lei de Ampère

André Marie Ampère (* 20/01/1775, Lyon, França; + 10/06/1836, Marselha, França) não freqüentou escolas regulares, tendo sido educado em sua casa por seu pai, bem como pela leitura de livros, dentre os quais a Enciclopédia Francesa, da qual dizia-se saber de cor os verbetes. Aprendeu sozinho o cálculo e a mecânica, e tornou-se professor particular até que, em 1802, começou a lecionar física e química na Escola Central de Bourg. Também pesquisou diversos assuntos em Matemática, tendo escrito livros sobre o cálculo das probabilidades e geometria analítica. De 1809 a 1828 foi professor na École Polytechnique de Paris, onde pesquisou sobre Matemática, química e física, notadamente ótica e eletricidade, tendo formulado sua lei matemática sobre a integral fechada de campos magnéticos devidos a correntes, sob influência direta dos experimentos de Oersted em 1820. Também investigou a natureza do magnetismo, sugerindo que este é devido a correntes elétricas internas nos materiais, conhecidas atualmente como “correntes amperianas”. Posteriormente lecionou no Collége de France até seu falecimento. Teve uma vida particular bastante atribulada, tendo perdido o pai (morto na guilhotina) e enviuvado cedo.

***Recordação**: Campo Magnético produzido em volta de um fio retilíneo infinito – linhas de força são círculos concêntricos, sentido dado pela regra da mão direita e módulo dado por*

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$



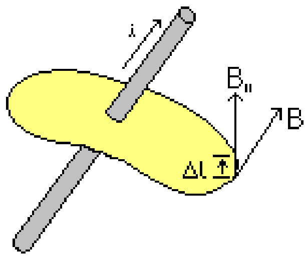
Podemos generalizar a fórmula anterior. Passando (2 π r) para o outro membro temos

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

Por outro lado, reconhecemos que L = 2 π r é o comprimento de uma linha de força circular de raio r, com centro no fio condutor. O campo magnético é sempre tangente ao círculo em cada ponto. O produto BL = B(2 π r) é chamado "circulação" do campo magnético pelo percurso fechado circular.

E se o percurso for fechado porém não-circular??

Neste caso podemos imaginar que a circulação é a somatória de todas as contribuições da forma $B_{ll}\Delta l$, onde Δl é um pequeno segmento do percurso fechado e B_{ll} é a componente do campo magnético ao longo do percurso. Lembre que no caso de um percurso circular, o campo magnético é sempre tangencial ao círculo em cada ponto.



$$\sum B_{ll}\Delta l = \mu_0 i$$

Podemos agora tomar o limite quando o segmento fechado fica infinitamente pequeno, o que significa tomar dl, ou seja, o elemento de comprimento do percurso. Vimos na aula 22 que podemos usar o vetor **dl**, que tem um sentido dado pela regra da mão direita, como o campo. Nesse caso,

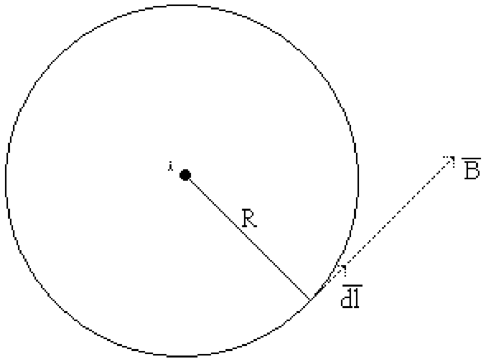
$$B_{ll}dl = (B\cos\theta)dl = Bdl\cos\theta = \boldsymbol{B.dl}$$

onde θ é o ângulo entre o campo **B** e o elemento de comprimento **dl**. Além disso, no limite, a somatória vira uma integral fechada ao longo do percurso, de modo que a circulação de B ao longo do percurso fechado C é dada por

$$\boxed{\oint_C B.dl = \mu_0 i}$$

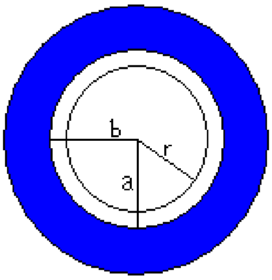
Lei de Ampère: a circulação do campo magnético por um percurso fechado C é igual a uma constante vezes a corrente total (líquida) que atravessa a área envolvida por C.

Nesse caso, i é a corrente total que atravessa a área delimitada por C, e $\oint_C$ é o símbolo de integral de linha ao longo de um percurso fechado.



Problemas com simetria cilíndrica: as linhas de força são circulares e concêntricas. O campo magnético é tangente aos círculos em cada ponto (o ângulo $\theta = 0^0$ entre B e dl). Além disso, o campo B tem o mesmo valor em cada ponto do círculo (seu módulo depende apenas da distância radial r), portanto a circulação de B vale

$$\boxed{\oint_C B.dl = \oint_C Bdl\cos 0 = B\oint_C dl = BL = B(2\pi r)}$$



Exemplo: uma casca cilíndrica tem raio interno a e raio externo b, e conduz uma corrente elétrica total i. Mostraremos que o campo magnético no interior da casca é nulo. De fato, pela lei de Ampère, aplicada ao percurso fechado = círculo de raio r no interior da casca (r < a), temos que a circulação do campo magnético é

$$\boxed{B(2\pi r) = \mu_0 i = 0}$$

já que não há corrente alguma atravessando o interior da área delimitada pelo percurso. Logo, B = 0 dentro da casca cilíndrica.

Problema resolvido: Um cilindro maciço tem raio R = 3,0 cm, e uma corrente elétrica numa direção perpendicular ao plano da página, e saindo desta. A densidade de corrente é de 30 A/m^2. (a) Calcule a intensidade da corrente elétrica que passa pelo cilindro; (b) determine o campo magnético a uma distância r = 5,0 cm do eixo do cilindro.

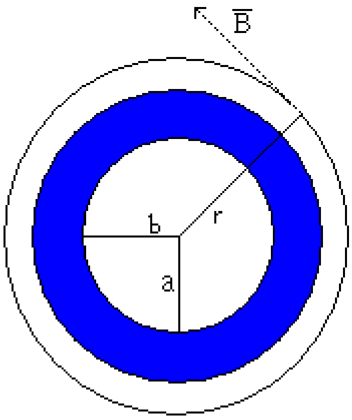
Solução: *(a) área A da seção reta do cilindro: J = i / A*

$$i = JA = J(\pi R^2) = 30x\pi x 0{,}03^2 = 0{,}085A$$

(b) Como o problema tem simetria cilíndrica, a circulação de B por um círculo de raio r é $\oint_C B.dl = B(2\pi r) = \mu_0 i$*, já que r > R, de modo que toda a corrente do cilindro*

atravessa o círculo de raio r. O campo B é tangente aos círculos, tem sentido anti-horário, e módulo

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{4\pi x 10^{-7} x 0{,}085}{2\pi x 0{,}05} = 2{,}0T$$



Problema proposto: Uma casca cilíndrica tem raio externo a = 10 cm, raio interno b = 6,0 cm, e conduz uma corrente com densidade de 45,0 A/m^2. Calcule o campo magnético a uma distância r = 11 cm do eixo. Resposta: 1,64 μT.

<u>Cálculo de campo magnético no interior do cilindro:</u> Supondo uma distribuição uniforme da corrente ao longo do cilindro, a densidade de corrente J é constante, logo

$$\boxed{J = \frac{i}{A} = \frac{i'}{A'}}$$

onde $A = \pi R^2$ é a área total do cilindro e $A' = \pi . r^2$ é a área de um círculo de raio r < R no interior do cilindro. i é a corrente total e i' representa somente a parcela da corrente total que atravessa o círculo de raio r. **<u>Observe que apenas o valor de i' interessa na hora de aplicar a Lei de Ampère</u>**.

$$\boxed{J = \frac{i}{\pi . R^2} = \frac{i'}{\pi . r^2}}$$

Problema resolvido: Um cilindro maciço tem raio R = 6,0 cm e uma corrente elétrica de 21 A numa direção perpendicular ao plano da página, e saindo desta. (a) Calcule a intensidade da corrente elétrica que passa por um círculo de raio r = 2,0 cm; (b) Determine o campo magnético a uma distância r = 2,0 cm do eixo do cilindro.

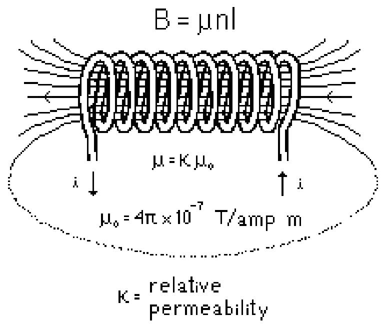
Solução: *(a) isolando i' na relação anterior,*

$$i' = i\frac{r^2}{R^2} = 21\left(\frac{0{,}02}{0{,}06}\right)^2 = 2{,}33A.$$

(b) Pela Lei de Ampère, $\oint_C B.dl = B(2\pi . r) = \mu_0 i'$ *. Isolando B*

$$B = \frac{\mu_0 i^{'}}{2\pi.r} = \frac{4\pi x 10^{-7} x 2{,}33}{2\pi x 0{,}02} = 2{,}33 x 10^{-5} T = 0{,}233 \mu T$$

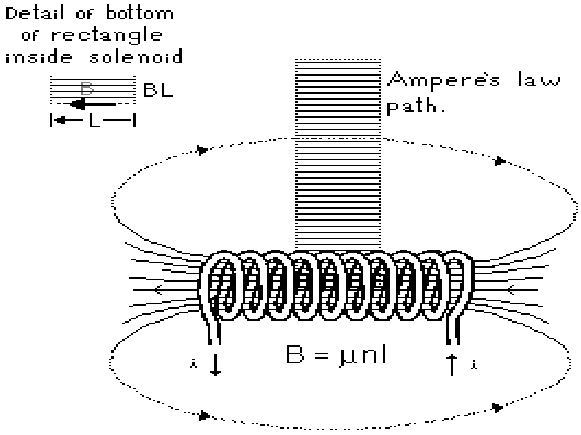
Problema proposto: Uma casca cilíndrica tem raio externo a = 10 cm, raio interno b = 6,0 cm, e conduz uma corrente elétrica total de 20 A. Calcule o campo magnético a uma distância r = 8,0 cm do eixo. Resposta: 22 μT.



Cálculo do campo magnético produzido por um Solenóide: que é um conjunto de N espiras usualmente circulares. Costuma-se descrever o enrolamento dos fios por sua densidade de espiras:

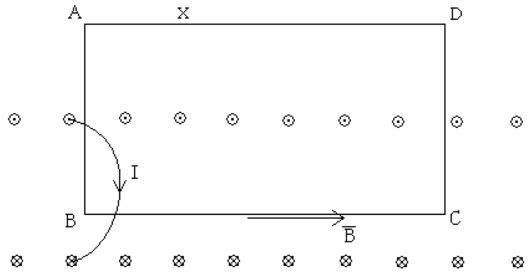
n = N / L = número de espiras / unidade de comprimento.

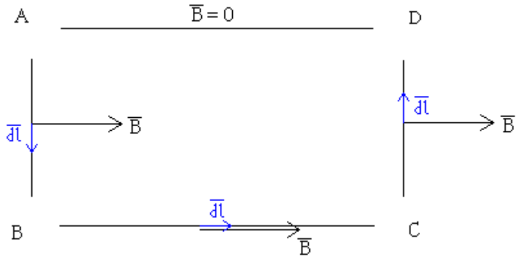
<u>Aproximação de solenóide infinito:</u> o campo magnético é uniforme no interior do solenóide e é nulo no exterior do solenóide (ou seja, de módulo desprezível em comparação com o seu interior).



Aplicação da Lei de Ampère a um percurso fechado C na forma de um retângulo ABCD (o lado BC está no interior, e o lado Ad no exterior do solenóide, ambos com comprimento igual a L). A circulação de B pelo retângulo é a soma de quatro integrais de linha

$$\oint_C B.dl = \int_A^B B.dl + \int_B^C B.dl + \int_C^D B.dl + \int_D^A B.dl$$





$\int_A^D B.dl = 0$ pois, fora do solenóide, B = 0.

$\int_B^C B.dl = \int_B^C Bdl \cos 0^0 = B\int_B^C dl = BL$, pois B é constante dentro do solenóide.

$\int_A^B B.dl = \int_C^D B.dl = \int_C^D Bdl \cos 90^0 = 0$.

Logo, a Lei de Ampère, que somente leva em conta a corrente total Ni, já que N espiras atravessam o caminho retangular conduzindo corrente i, fornece

$$\boxed{\oint_C B.dl = BL = \mu_0 (Ni)}.$$

Como n = N / L, então N = nL. Logo, $BL = \mu_0 nLi$ e, dividindo por L, obtemos finalmente o campo no interior do solenóide:

$$\boxed{B = \mu_0 ni\,.}$$

Problema resolvido: Um solenóide de 10 cm de comprimento e 1,0 cm de diâmetro, contendo N = 600 espiras, conduz uma corrente de 2,0 A. Calcule o campo magnético em seu interior.

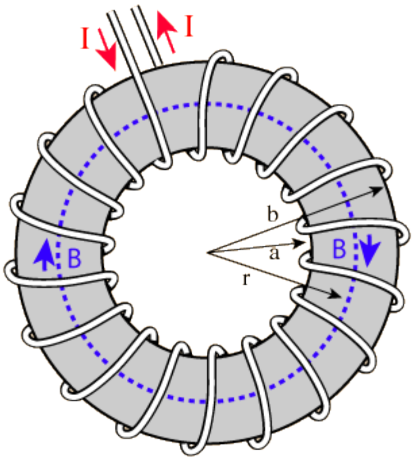
Solução: *a densidade de espiras é*

$$n = \frac{N}{L} = \frac{600}{0,1} = 6000 \frac{espiras}{m}$$

$$B = \mu_0 ni = 4\pi x 10^{-7} x 6000 x 2,0 = 0,015T$$

Problema proposto: Um solenóide de seção reta quadrada de lado 1,5 cm tem comprimento total de 40 cm e possui 2000 espiras enroladas. Ache: (a) o campo magnético; (b) o fluxo magnético em seu interior, sendo a corrente 2,0 A. Respostas: (a) 12,6 mT; (b) 2,83 μWb.

Solenóide toroidal (toróide): enrolamento como na figura abaixo, de raios interno e externo r=a e r=b, respectivamente, e contendo N espiras de fio, conduzindo uma corrente elétrica i.



(i) Campo no interior do toróide:

Vamos aplicar a lei de Ampère a um percurso fechado circular de raio r (onde a < r < b). Nesse caso, a circulação do campo magnético será

$$\oint_C B.dl = \oint_C B(r)dl\cos 0 = B(r)\oint_C dl = B(r)(2\pi r) = \mu_0(Ni)$$

já que a mesma corrente i atravessa N vezes a área envolvida pelo círculo. Logo

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i\ \ N}{r}}$$

que é um campo não-uniforme, ao contrário do solenóide cilíndrico.

(ii) Campo no exterior do toróide:

Consideremos, agora, um círculo de raio r < a, ou r > b. A circulação do campo B é a mesma do caso anterior, porém a corrente total que atravessa a área envolvida é nula (quando r > b precisamos observar que, para cada corrente que entra, há outra que sai). Então i = 0, e $\boxed{B = 0}$ em pontos fora do toróide.