Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

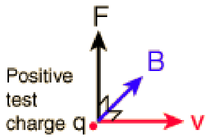
Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 30-7, 30-8
S. – 28-7, 28-8, 28-9
T. – 24-1, 24-3

Aula 19 - Força Magnética sobre Correntes Elétricas

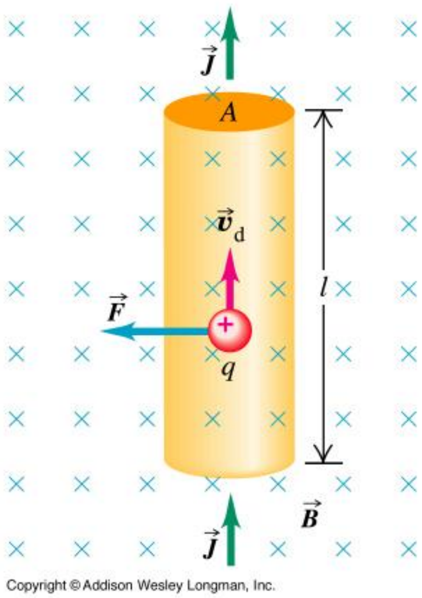
Lembrete: *Campo Magnético* ***B****: é gerado por cargas em movimento ou correntes elétricas, e age somente sobre cargas em movimento ou correntes. Unidade no S.I.: [B] = Tesla (T). A força Magnética* $\mathbf{F_M}$ *sobre uma carga puntiforme q com velocidade* **v** é

$$\vec{F} = q\vec{v} \ x \ \vec{B}$$



Considerando portadores de carga positivos com velocidade de deriva v_d, atravessarão um trecho do fio condutor de comprimento L num intervalo de tempo $\Delta t = L/v_d$. A carga total transferida nesse intervalo é

$$\Delta q = i\ \Delta t = i\ (L/v_d)$$



A força magnética sobre uma carga será, como vimos nas aulas passadas,

$$f_M = qv_d \times B$$

Já a força magnética sobre todos os portadores de carga que transportam $\Delta q = N\ q$ é a somatória de todas as forças individuais, ou seja $\mathbf{F_M} = N\ \mathbf{f_M}$, de modo que

$$F_M = \Delta q v_d \times B$$

Supondo $\mathbf{v_d}$ perpendicular a **B** temos $\mathbf{v_d}$ x **B** = v_d B sen 90^0 = v_d B

$$F_M = \left(i \frac{L}{v_d} \right) v_d B = iLB$$

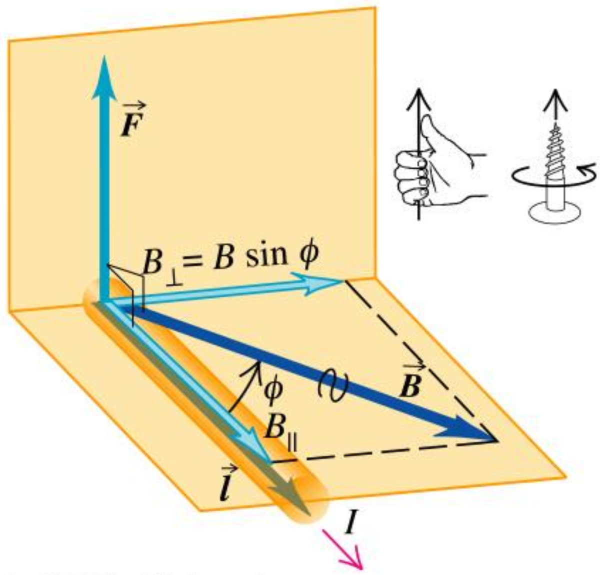
Definindo o vetor corrente **L**, cujo módulo é o comprimento do fio, cuja direção é a do fio, e cujo sentido é dado pela intensidade de corrente i, podemos escrever

$$\boxed{F_M = iL \times B}$$

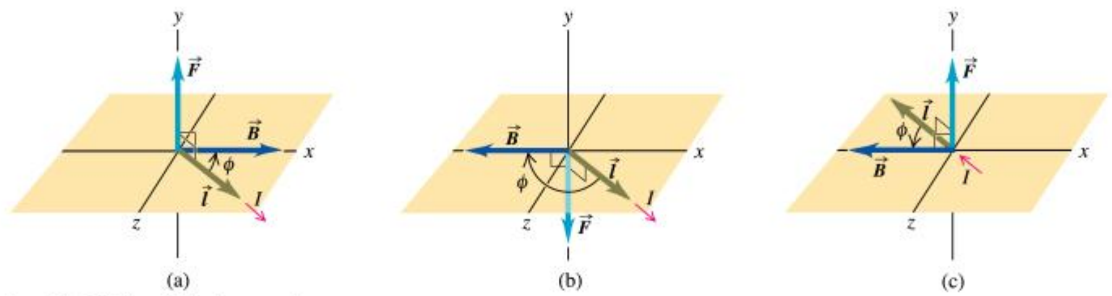
(i) módulo: F_M = i L B sen φ, onde φ é o ângulo entre o segmento de fio retilíneo e o campo magnético. Decompondo o campo magnético numa componente perpendicular à corrente $B_\perp$ = B sen φ e numa componente paralela à corrente $B_\parallel$ = B cos φ temos que a força magnética só depende da componente perpendicular do campo: F_M = i L $B_\perp$

(ii) direção: perpendicular ao plano que contém o fio e o campo

(iii) sentido: dado pela regra da mão direita, ou do parafuso



Problema resolvido: Na figura abaixo, ache a força magnética que age sobre um segmento de fio retilíneo de comprimento L = 10 cm, conduzindo uma corrente i = 3,0 A, quando o campo magnético tem módulo B = 0,2 T, e φ = (a) 30^o; (b) 150^o; (c) 30^o.



Solução: (a) $F_M = i\, L\, B\, sen\, \varphi = 3{,}0 \times 0{,}1 \times 0{,}2\, sen\, 30^o = 0{,}03$ *N*, $\mathbf{F_M} = (0{,}03\ N)\, \mathbf{j}$

(b) $F_M = 3{,}0 \times 0{,}1 \times 0{,}2\, sen\, 150^o = 0{,}03$ *N*, $\mathbf{F_M} = -\,(0{,}03\ N)\, \mathbf{j}$

(c) $F_M = i\, L\, B\, sen\, \varphi = 3{,}0 \times 0{,}1 \times 0{,}2\, sen\, 30^o = 0{,}03$ *N*, $\mathbf{F_M} = (0{,}03\ N)\, \mathbf{j}$

Problema proposto: Um fio retilíneo e horizontal transporta uma corrente de 50 A de leste para oeste, numa região onde o campo magnético aponta para o nordeste, com módulo 1,2 T. Qual a força magnética sobre um segmento do fio de 1,0 m de comprimento? Resposta: 42,4 N, perpendicular ao plano do papel e "entrando" nele.

Lembrete: Produto vetorial em componentes

$$C = A \times B = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ i & j & k \end{vmatrix}$$

Problema resolvido: Um fio de 0,5 m de comprimento está localizado ao longo do eixo y e transporta uma corrente de 10 A na direção de y positiva. O campo magnético é uniforme: **B** = (0,3 T) **i** - (1,2 T) **j** + (0,5 T) **k**. Ache a força magnética em componentes e o seu módulo.

Solução: vetor corrente $\mathbf{L} = +\,(0{,}5\ m)\, \mathbf{j}$

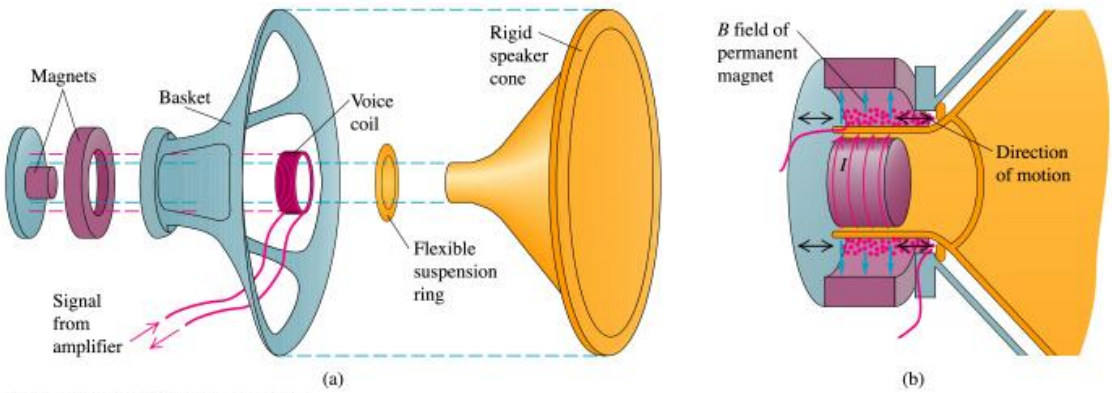
$$F_M = iL \times B = 10 \begin{vmatrix} 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}3 & -1{,}2 & 0{,}5 \\ i & j & k \end{vmatrix} = 10(0{,}5^2 i - 0{,}3x0{,}5k)$$

$$= (2{,}5N)i - (1{,}5N)k$$

$$F_M = \sqrt{2{,}5^2 + (-1{,}5)^2} = \sqrt{6{,}25 + 2{,}25} = \sqrt{8{,}5} = 2{,}91N$$

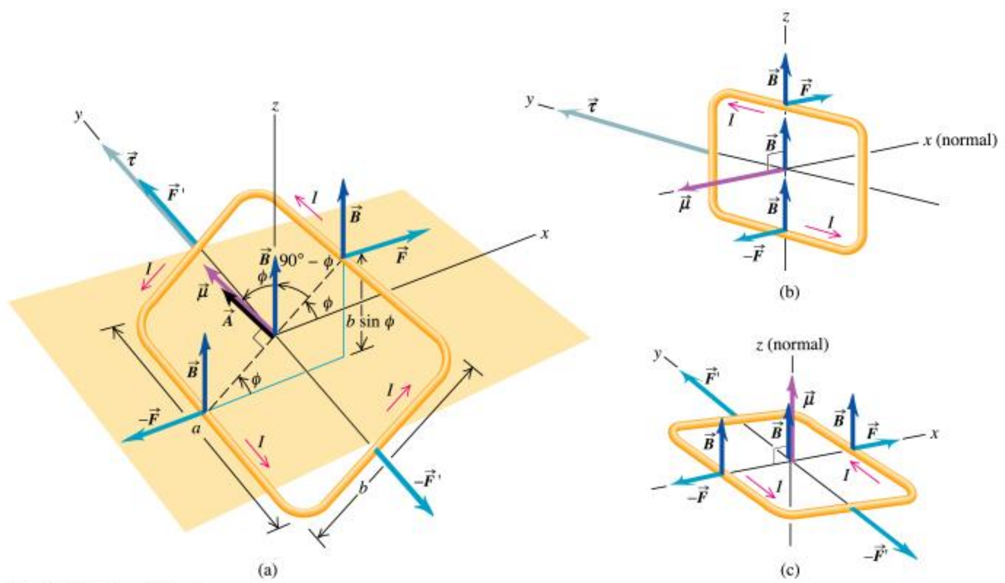
Problema proposto: O vetor corrente para um segmento de 5 m de um fio condutor retilíneo é **L** = (3,0 m) **i** + (4,0 m) **j**. Se o fio estiver conduzindo uma corrente de 2,5 A, e se o campo magnético for o mesmo do problema anterior, ache: (a) a força magnética em componentes; (b) o seu módulo, e (c) o ângulo entre o campo magnético e o vetor corrente. Respostas: (a) (5,0 N) **i** – (3,75 N) **j** – (12 N) **k**; (b) 13,53 N; (c) 54,47^{o}.

Uma aplicação prática da força magnética sobre correntes elétricas é o **auto-falante**, que produz som a partir da vibração de um cone de papel. Este, por sua vez, é ligado a uma bobina de fio condutor que é alimentada pelo circuito elétrico amplificador do aparelho de som. A corrente elétrica na bobina varia conforme a frequência e intensidade do som que se quer emitir. Passando corrente pelo fio, o campo magnético produzido pelos imãs permanentes que encontram-se na parte de trás do auto-falante provoca uma força magnética variável sobre a bobina de fio, que por sua vez faz vibrar o cone de papel. A vibração do cone produz então as ondas sonoras que ouvimos.



Torque Magnético sobre espiras de corrente elétrica

- Espira: volta fechada de fio - retângulo de lados a e b
- Bobina: conjunto de N espiras



Forças magnéticas sobre os lados da espira:

$F_1 = i\,|L|\,B \text{ sen } 90^o = i\,a\,B$
$F_3 = F_1$: as forças têm resultante nula no eixo y (direção vertical)

$F_2 = i\,|L|\,B \text{ sen } (90^o - \theta) = i\,b\,B \cos\theta$
$F_4 = F_2$: as forças têm resultante nula no eixo x (direção horizontal)

Logo a espira está em equilíbrio de translação: seu centro de massa não se movimenta! No entanto, F_1 e F_3 têm linhas de ação diferentes: formam um binário de forças. F_2 e F_4 têm a mesma linha de ação (eixo da espira) e não formam binário. A espira tem um movimento de rotação em torno do seu eixo.

Torque: lembrar que $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ em relação a um certo ponto, e com uma convenção de sinal (torque positivo para rotações no sentido anti-horário).

Torque do binário em relação a pontos sobre o eixo da espira: Módulo: τ = braço do binário x força. O braço do binário é igual a b (distância entre as linhas de ação das forças)

$$\tau = bF_1 sen\theta = b(iaB)sen\theta$$

Se houver uma bobina de N espiras, a força magnética é multiplicada por N, assim como o torque do binário. Sendo A = ab a área da espira retangular

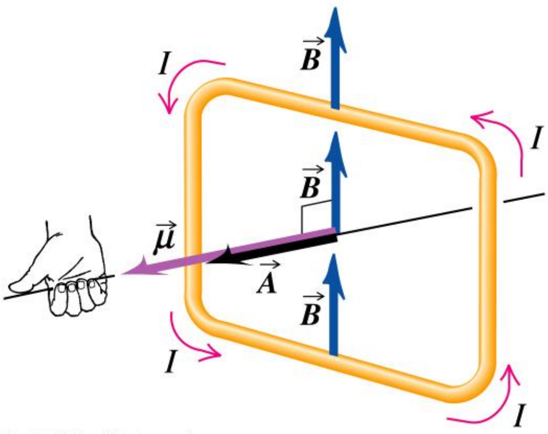
$$\boxed{\tau = Nb(iaB)sen\theta = NiABsen\theta}$$

A segunda fórmula, escrita em termos da área A, vale para qualquer tipo de espira.

Problema resolvido: Uma bobina circular com 10 cm de raio tem 10 voltas de fio de cobre enrolado, e conduz uma corrente de 1,0 A. O eixo da espira faz um ângulo de 30^0 com as linhas de força de um campo magnético de 8000 G. Calcule o torque sobre a espira.
Solução: área da espira $A = \pi r^2 = 3{,}1416 \times 0{,}1^2 = 0{,}0314\ m^2$

$$\tau = NiABsen\theta = 10x1{,}0x0{,}0314x0{,}8xsen30^0 = 1{,}51x10^{-2}\,N.m$$

Problema proposto: Uma bobina quadrada de 5,0 cm de lado tem 30 espiras de fio cuja resistência é de 0,002 Ω/m (ohms por metro). A bobina é ligada a uma bateria de 9,0 V, e o plano das espiras é perpendicular a um campo magnético uniforme de intensidade 1,2 T. Calcule: (a) a resistência elétrica da bobina; (b) a intensidade de corrente na bobina; (c) o torque magnético sobre a bobina. Respostas: (a) 0,012 Ω; (b) 750 A; (c) 6750 N.m .



Momento de dipolo magnético: é uma grandeza vetorial, denotada por **μ**

(i) módulo: $\mu = N\, i\, A$, onde N é o número de espiras, e A é a área das mesmas, i é a corrente. Unidade no S.I. $[\mu] = [i][A] = A.m^2$

(ii) direção: perpendicular (normal) ao plano das espiras

(iii) sentido: dado pela regra da mão direita: dedos no sentido da corrente e o polegar no sentido do momento de dipolo

Torque sobre a espira: $\tau = (NiA)B sen\theta = \mu B sen\theta$

Vetorialmente temos $\boxed{\tau = \mu \times B}$

Analogia com o campo elétrico: vimos que o torque sobre um dipolo elétrico é $\tau = p \times E$ *, onde p é o momento de dipolo elétrico, e E é o campo elétrico. Vimos também que o torque provoca uma rotação do dipolo, que possui uma energia potencial de rotação dada por U =* **- p . E** *= - p E cos θ.*

Por analogia, uma espira num campo magnético também sofre uma rotação, sendo sua energia potencial dada por

$$\boxed{U = -\mu \bullet B = -\mu B \cos\theta}$$

- A energia potencial é **mínima** quando θ = 0, $U_{min} = -\mu B \cos 0 = -\mu B$: os vetores **μ** e **B** são paralelos - mas o plano da espira é perpendicular ao campo: posição de equilíbrio estável
- A energia potencial é **máxima** quando θ = 180°, $U_{min} = -\mu B \cos 180^o = +\mu B$: os vetores **μ** e **B** são anti-paralelos: posição de equilíbrio instável

Problema resolvido: Uma bobina quadrada com 12 espiras tem lado de 40 cm e conduz uma corrente de 3,0 A. A bobina está no plano xy, e está imersa num campo magnético uniforme **B** = (0,3 T) **i** + (0,4 T) **k**. Achar (a) o momento de dipolo magnético da bobina; (b) o torque exercido sobre a bobina; (c) a energia potencial da bobina;

Solução: (a) $\mu = N\ i\ A = 12 \times 3{,}0 \times 0{,}4^2 = 5{,}76\ A.m^2$. Sua direção é perpendicular ao plano xy. Pelo sentido da corrente, a regra da mão direita indica que ***μ*** *= (5,76 A.m²)* ***k****.*

$$\tau = \mu \times B = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 5{,}76 \\ 0{,}3 & 0 & 0{,}4 \\ i & j & k \end{vmatrix} = 5{,}76x0{,}3j = (1{,}73N.m)j$$

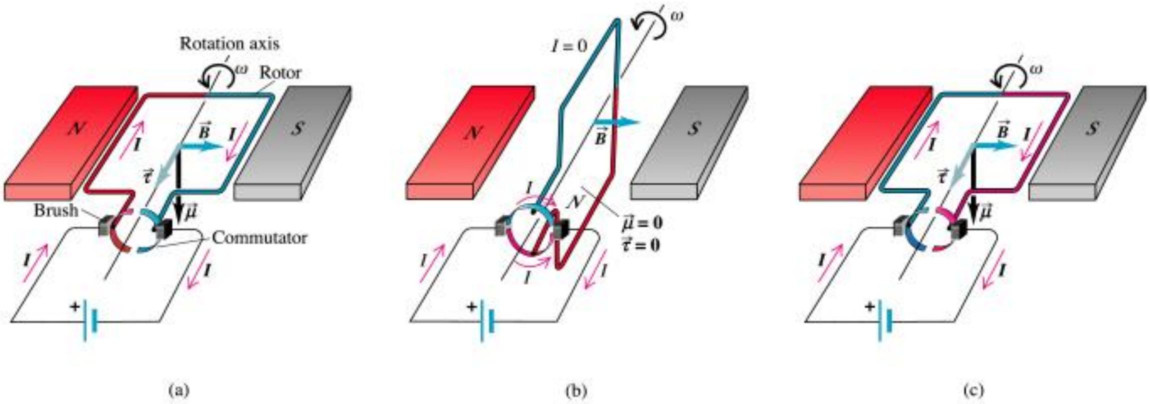
(b)

(c) U = - μ . B = - (0x0,3 + 0x0 + 5,76x0,4) = - 2,304 J

Problema proposto: Uma espira circular de 8,0 cm de raio transporta uma corrente de 0,20 A. Um vetor unitário, paralelo ao momento de dipolo magnético da espira, é dado por 0,60 i - 0,80 j. A espira está imersa num campo magnético dado por B = (0,25 T) i + (0,30 T) k. Determine: (a) o torque sobre a espira, (b) a energia potencial da espira. Respostas: (a) (-9,65 x 10^{-4} N.m) i - (7,24 x 10^{-4} N.m) j + (8,04 x 10^{-4} N.m) k; (b) -6,03 x 10^{-4} J

Motor elétrico de corrente contínua (Motor DC)

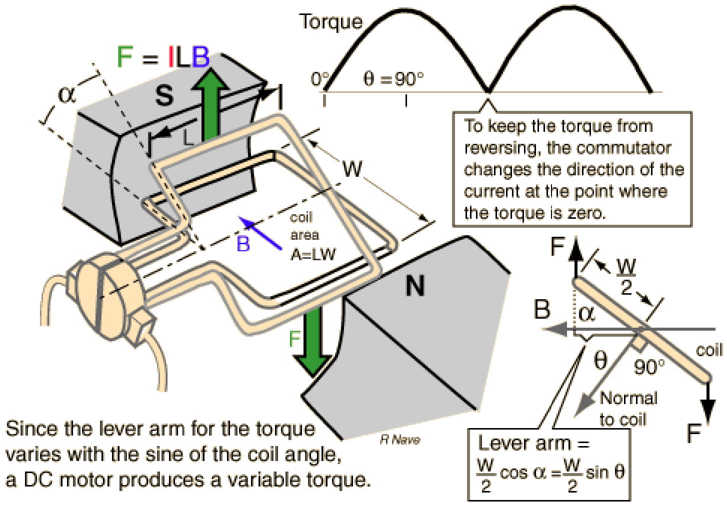
O fato de uma bobina com N espiras sofrer um torque quando imersa num campo magnético, e este torque provocar uma rotação, pode ser usado para construir um motor de corrente contínua. Consideramos o campo magnético proveniente de um imã permanente. A bobina, chamada "rotor", pode girar em torno de mancais (não mostrados na figura), e é alimentada por uma fonte de tensão como esquematizado na figura abaixo:



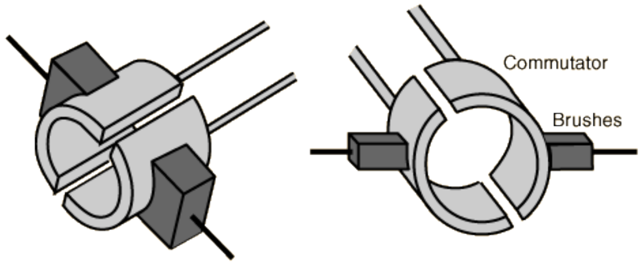
A corrente elétrica i percorre a espira no sentido horário, gerando um momento de dipolo magnético μ = N i A perpendicular ao plano das espiras. Supondo o campo aproximadamente uniforme no centro da espira, haverá um torque magnético $\boxed{\tau = \mu \times B}$ apontando na direção do eixo de rotação, e cujo módulo é dado por

$$\tau = (NiA)Bsen90^0 = NiAB$$

Em geral, como o torque depende do ângulo entre o plano da espira e o campo, a rotação não é uniforme. Devido ao torque o rotor gira no sentido indicado na figura. Quando o plano que contém o rotor está perpendicular ao campo magnético, atua um dispositivo chamado "comutador", que "corta" a corrente quando o rotor está perpendicular ao campo, e em seguida troca o sentido da corrente nas espiras.



Tanto o momento de dipolo magnético quanto o torque são nulos nessa situação. Mas, como o rotor tem uma inércia de rotação, ele não pára. O comutador é necessário pois, se a corrente continuasse a fluir no mesmo sentido, o torque magnético faria o rotor desacelerar. Como o sentido da corrente é trocado, o torque permanece no mesmo sentido. O rotor só não acelera o movimento de rotação devido ao atrito com seus mancais.



O comutador consiste em dois anéis, ligados ao circuito alimentador por "escovas" (na verdade, blocos de grafite ou "carvões"), que interrompem periodicamente a alimentação e trocam o sentido da corrente no rotor. Com o tempo essas escovas desgastam-se devido ao atrito com o rotor e precisam ser substituídas. Uma versão "caseira" do comutador pode ser feita desbastando metade do verniz que reveste o fio grosso de cobre que é usado para fazer o rotor, no ponto onde ele se conecta com o fio que é ligado à bateria.