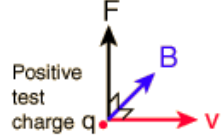
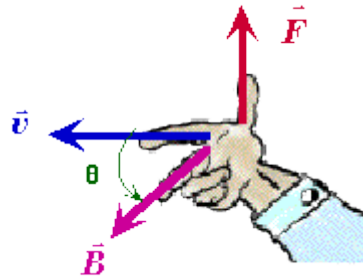


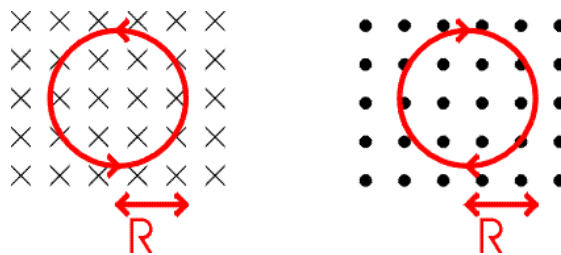
## Aula 18 - Movimento de Cargas num Campo Magnético

**Lembrete:** Campo Magnético  $\vec{B}$ : é gerado por cargas em movimento ou correntes elétricas, e age somente sobre cargas em movimento ou correntes. Unidade no S.I.:  $[B] = \text{Tesla (T)}$ .  
 Força Magnética  $\vec{F}_M$  sobre uma carga puntiforme  $q$  com velocidade  $\vec{v}$ :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$




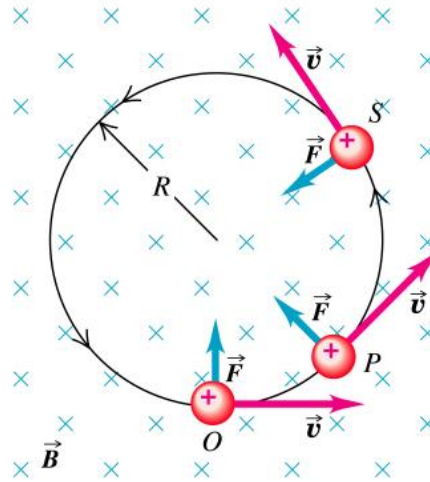
**Convenção:** Quando algum vetor aponta perpendicularmente ao plano da página, para dentro da página, especificamos com o símbolo  $\times$  (representando o final da flecha); se for para fora da página, com o símbolo  $\cdot$  (representando a ponta da flecha).



A força magnética  $\vec{F}_M$  é perpendicular à velocidade  $\vec{v}$ , logo a força é perpendicular ao deslocamento  $d\vec{l}$  em um intervalo de tempo infinitesimal  $dt$ . O elemento de trabalho será

$$dW = \vec{F}_M \cdot d\vec{l} = F_M dl \cos 90^\circ = 0.$$

Do teorema do trabalho-energia cinética visto em Física I (o trabalho realizado pela força resultante é igual à variação da energia cinética), uma vez que a força magnética  $F_M$  não realiza trabalho sobre a carga, ela também não pode alterar sua energia cinética (dada por  $K = m v^2 / 2$ ). Logo, o módulo da velocidade  $|\vec{v}|^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$  não muda devido à força magnética. O único efeito dinâmico possível para uma força magnética é alterar a direção e o sentido do vetor velocidade  $\vec{v}$ , ou seja, provocar uma deflexão da trajetória da carga.



(a)

Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

### Partícula carregada com velocidade perpendicular ao campo magnético

Se  $v$  é perpendicular a  $B$ , então a força magnética é  $F_M = q v B \sin 90^\circ = q v B$ , cuja direção é perpendicular tanto a  $v$  como a  $B$ . Ela provoca uma deflexão na trajetória, a qual vem a ser uma circunferência de raio  $r$ . A partícula executa MCU de velocidade  $v$ , de modo que há uma força centrípeta  $m v^2 / r$  (força que mantém a partícula na trajetória circular). A força magnética faz o papel de força centrípeta, logo

$$q v B = m v^2 / r$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

onde  $r$  é chamado "giro-raio". Como é um MCU, valem as relações cinemáticas

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f r = \omega r$$

onde  $T$  é o período de revolução do movimento (tempo que leva para dar uma volta completa na circunferência);  $f = 1 / T$  é a frequência do MCU, cuja unidade no S.I. é o  $s^{-1}$  ou Hertz (Hz); e  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$  é a frequência angular, cuja unidade é o radiano por segundo (rad/s).

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \quad \omega = \frac{qB}{m}$$

onde  $f$  é também chamada "giro-frequência".

**Problema resolvido:** Um elétron com energia cinética de 1,20 keV está circulando num plano perpendicular a um campo magnético uniforme. O raio da órbita é 25,0 cm. Calcular (a) a velocidade do elétron; (b) o campo magnético; (c) a giro-frequência; (d) o período do movimento.

*Solução:* (a)  $K = m v^2 / 2$ . Lembrando que  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ , e  $1 \text{ k} = 10^3$  (kilo)

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,20 \times 10^3 \times 1,6 \times 10^{-19}}{9,11 \times 10^{-31}}} = 2,05 \times 10^7 \text{ m/s}$$

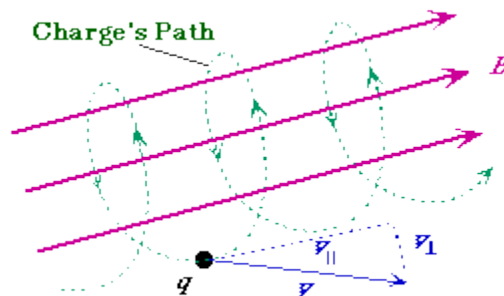
(b) Usando  $r = mv/qB$

$$B = \frac{mv}{qr} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \times 2,05 \times 10^7}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,25} = 4,67 \times 10^{-4} \text{ T} = 4,67 \text{ G}$$

$$(c) f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{2,05 \times 10^7}{2 \times 3,1416 \times 0,25} = 1,3 \times 10^7 \text{ Hz} = 13 \text{ MHz}$$

$$(d) T = 1/f = 7,7 \times 10^{-8} \text{ s} = 77 \text{ ns}$$

**Problema proposto:** Um próton move-se numa trajetória circular de raio 21 cm, perpendicular a um campo magnético de 4 kG. Ache: (a) o período; (b) a velocidade. Respostas: (a) 0,164  $\mu\text{s}$ ; (b)  $8,05 \times 10^6 \text{ m/s}$ .



### Partícula carregada com velocidade oblíqua ao campo magnético

Há duas componentes da velocidade: uma paralela ao campo magnético  $v_{\parallel} = v \cos \varphi$ , e uma perpendicular ao campo  $v_{\perp} = v \sin \varphi$ , onde  $\varphi$  é o ângulo que a velocidade faz com a direção do campo magnético. A componente perpendicular  $v_{\perp}$  causa o MCU que vimos antes. A componente paralela  $v_{\parallel}$  ao campo magnético  $B$  não leva a uma força magnética (lembre que  $\theta = 0$ , e  $\sin \theta = 0$  neste caso!). Logo, na direção de  $v_{\parallel}$  temos um MRU, já que esta

componente da velocidade permanece constante. A combinação de um MRU com um MCU perpendicular dá origem a uma trajetória helicoidal.

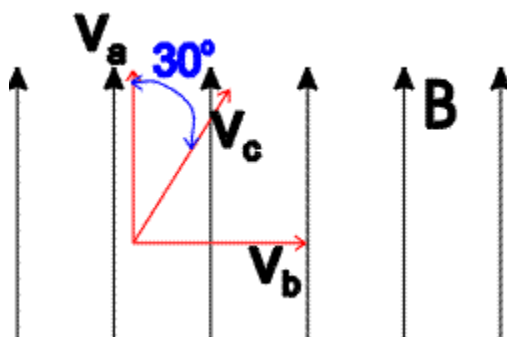
**Problema resolvido:** Um elétron com velocidade com módulo  $2,05 \times 10^7 \text{ m/s}$  e uma direção que faz um ângulo  $\varphi = 65,5^\circ$  com a direção de um campo magnético uniforme de módulo  $4,67 \text{ G}$ . Ache: (a) o raio da trajetória helicoidal; (b) o passo da hélice.

*Solução:* (a) No plano perpendicular ao campo magnético a componente da velocidade é  $v_{\perp}$

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \sin \varphi}{qB} = \frac{9,11 \times 10^{-31} \times 2,05 \times 10^7 \times \sin 65,5^\circ}{1,6 \times 10^{-19} \times 4,67 \times 10^{-4}} = 3,20 \text{ cm}$$

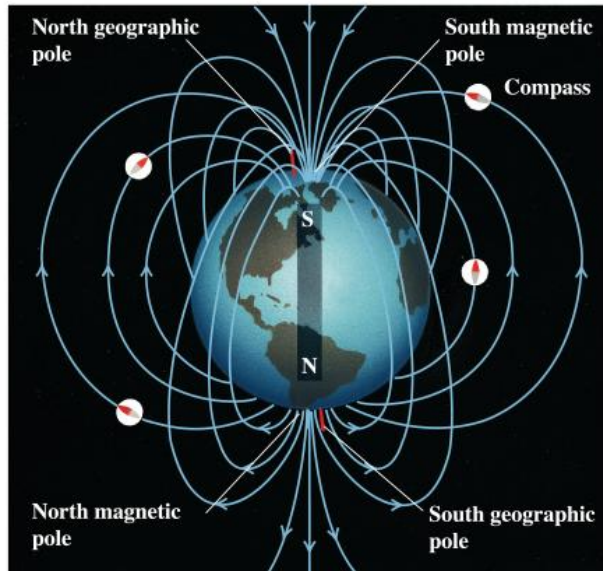
(b) O passo  $p$  é a distância percorrida pela partícula na direção do campo magnético durante um período  $T$  completo do movimento. Então usamos a componente  $v_{\parallel}$ . Como o movimento é um MRU na direção do campo, e usando o resultado do item (d) anterior:

$$p = v_{\parallel} T = v \cos \varphi T = 2,05 \times 10^7 \times \cos 65,5^\circ \times 7,7 \times 10^{-8} = 9,16 \text{ cm}$$



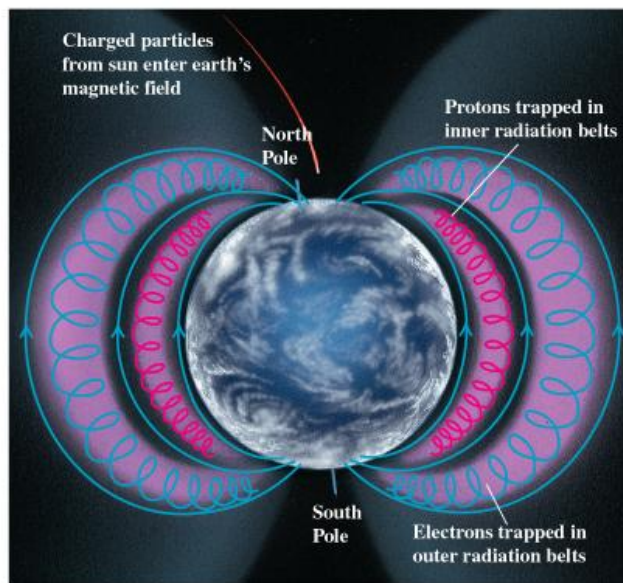
**Problema proposto:** Um próton com energia cinética  $1,40 \text{ keV}$  tem sua velocidade fazendo um ângulo de  $30^\circ$  com a direção de um campo magnético uniforme de  $0,5 \text{ T}$ . Calcule (a) o giro-raio, (b) a giro-frequência e (c) a distância percorrida (na direção do campo) após  $1,5 \text{ s}$  de movimento. Respostas: (a)  $5,4 \text{ mm}$ ; (b)  $7,62 \text{ MHz}$ ; (c)  $673 \text{ km}$ .

**Efeito espelho magnético:** como o giro-raio  $r = mv/qB$  é inversamente proporcional ao campo, quanto mais forte for  $B$ , menor o raio. Se as linhas de força concentram-se num campo magnético variável, o módulo de  $B$  vai ficando cada vez maior. Por conseguinte, o movimento helicoidal vai tendo um raio cada vez menor, espiralando até o raio cair a zero. Por conservação de momento angular, a partícula é refletida neste ponto e o raio volta a crescer. Aplicação: "garrafa magnética" para confinamento de plasma (= gás de partículas carregadas).



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

**Campo Magnético Terrestre:** a Terra comporta-se como um gigantesco ímã, cujos pólos Norte e Sul encontram-se próximos aos pólos geográficos Sul e Norte, respectivamente (note que estão invertidos!). As linhas de força concentram-se mais perto dos pólos, onde o campo magnético é mais forte: efeito espelho magnético!



(a)

Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

**Cinturão de radiação de Van Allen:** o Sol emite (explosões solares) partículas carregadas (elétrons, prótons) com grande energia, que atingem a Terra: vento solar. As partículas do vento solar são aprisionadas pelo campo magnético Terrestre por meio do efeito espelho magnético, formando dois cinturões de radiação que protegem a Terra dos efeitos nocivos

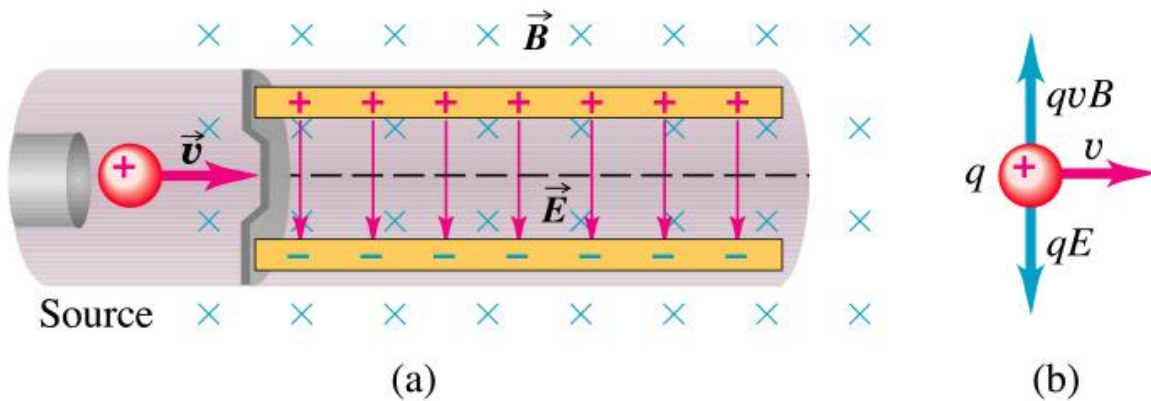
de partículas muito energéticas. Os prótons são aprisionados no cinturão interno, e os elétrons no cinturão externo: descobertos em 1957, pelo satélite artificial Explorer I.



**Aurora:** partículas muito energéticas que não se refletem nas regiões próximas aos pólos magnéticos terrestres. Essas partículas penetram na atmosfera, colidindo com moléculas do ar, as quais emitem luz e provocando o aparecimento das auroras.

**Seletor de Velocidades:** supondo uma configuração de campos elétricos e magnéticos perpendiculares entre si e com a velocidade da partícula  $v$ , como na figura abaixo, é possível que a força magnética  $F_M = q v B \sin 90 = q v B$  seja equilibrada pela força elétrica  $F_E = q E$ , temos que  $q v B = q E$

$$v = \frac{E}{B}$$



Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Se a força resultante na direção perpendicular ao movimento é nula, a partícula estará em MRU com a velocidade  $v = E/B$ . Caso  $v$  seja diferente de  $E/B$ , uma das forças será maior que a outra, e a partícula irá experimentar uma deflexão para cima ou para baixo. Colocando um anteparo, podemos selecionar, dentro de um feixe com partículas de várias velocidades, apenas as partículas com velocidade  $E/B$ .

**Problema resolvido:** Um elétron com velocidade  $v = 2,0 \times 10^7$  m/s penetra entre as duas placas paralelas e separadas de uma distância  $d = 20$  mm, entre as quais há uma ddp  $V = 100$  V. Qual o valor do campo magnético que deve ser aplicado para que o elétron mantenha uma trajetória retilínea?

*Solução:* Na figura acima, para que o elétron esteja em MRU, o campo deve estar saindo do plano da página, e vale a relação  $v = E/B$ , onde  $E = V/d$  é o campo elétrico uniforme entre as placas. Logo

$$B = \frac{E}{v} = \frac{V/d}{v} = \frac{100}{0,020 \times 2,0 \times 10^7} = 2,5 \times 10^{-4} T = 2,5 G$$

**Problema proposto:** Um elétron é acelerado, a partir do repouso, por uma ddp  $V$ , e é dirigido para dentro de uma região entre duas placas paralelas entre as quais há um campo elétrico uniforme  $E$  e um campo magnético uniforme  $B$ , ambos perpendiculares entre si, e à velocidade do elétron. Mostre que a razão carga/massa do elétron é dada pela seguinte fórmula (foi assim que, em 1897, o físico inglês J. J. Thomson descobriu o elétron):

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2B^2V}$$

*Lembrete:* Número atômico  $Z =$  número de prótons  $=$  número de elétrons do átomo: identifica o elemento químico.

*Ex.:* Hidrogênio,  $Z = 1$ ; Carbono,  $Z = 12$

*Número de massa  $A = Z + N =$  número de partículas no núcleo  $=$  prótons  $+ nêutrons$*

*Massa do átomo  $= A \times$  massa do próton  $+ Z \times$  massa do elétron*

*Isótopos  $=$  átomos com o mesmo  $Z$  mas diferente  $A$  (diferente número de nêutrons)*

*Ex.:* Hidrogênio tem 3 isótopos com  $A = 1$ : (prótio,  $N=0$ ), 2 (deutério,  $N=1$ ), 3 (trítio,  $N=2$ )

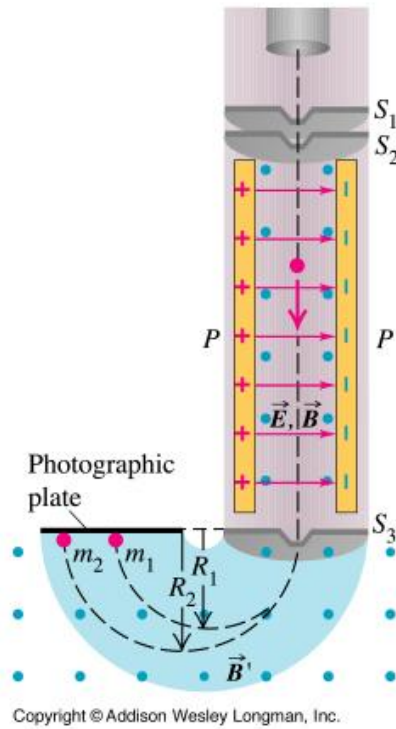
**Espectrógrafo de Massa:** é usado para separar isótopos de um mesmo elemento químico. Supondo que o feixe de átomos tenha partículas de mesmas velocidades (passam antes por um seletor) e massas ligeiramente diferentes, quando eles entram numa região de campo magnético uniforme  $B$ , cada isótopo descreve uma trajetória circular com diferente raio (pois  $r = mv/qB$ ).

$V$ : ddp que acelera os isótopos a partir do repouso. A energia cinética dos isótopos é dada por  $K = m v^2 / 2 = U = q V$  (conservação de energia). Isolando a velocidade temos

$$v^2 = \left( \frac{qBr}{m} \right)^2 = \frac{q^2 B^2 r^2}{m^2} = \frac{2qV}{m}$$

Simplificando  $q/m$  desta expressão obtemos

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2V}$$



Logo, como cada isótopo tem um valor da massa ligeiramente diferente dos outros (e a mesma carga, já que os números atômicos são iguais), cada isótopo vai ser defletido segundo um raio  $r$  diferente, e após uma meia volta os podem ser registrados num filme fotográfico. O espectrógrafo de massa foi inventado em 1919 por Francis Aston, que recebeu o prêmio Nobel de Química por suas pesquisas.

