Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 30-1, 30-2, 34-4
S. – 28-3, 28-4
T. – 24-1, 26-1

Aula 17 - Campo Magnético

Histórico: O conhecimento da força magnética vem da Antiguidade. Sabe-se que os gregos já conheciam as propriedades da Magnetita (minério de Ferro, o nome provém da região grega da Magnésia, onde é encontrada em abundância), de atrair certos objetos metálicos. Esfregados nessa rocha, outros objetos podiam tornar-se também magnetos permanentes, ou imãs, cujo conhecimento levou os chineses em 1100 a inventarem a bússola. Em 1700, o físico inglês William Gilbert, no seu livro "De Magnete", explicou o mecanismo de ação da bússola, supondo que a Terra comporta-se como um grande imã.


GVILIELMI GIL-
BERTI COLCESTREN-
SIS, MEDICI LONDI-
NENSIS,
DE MAGNETE, MAGNETI-
CISQVE CORPORIBVS, ET DE MAG-
LONDINI

Empiricamente sabia-se que os imãs sempre tinham dois pólos, convencionados Norte (N) e Sul (S). Por mais que se subdividisse um imã, os pólos continuavam a ser dois. Assim como cargas elétricas, pólos de mesmo nome se repelem, ao passo que pólos de nomes diferentes se atraem.

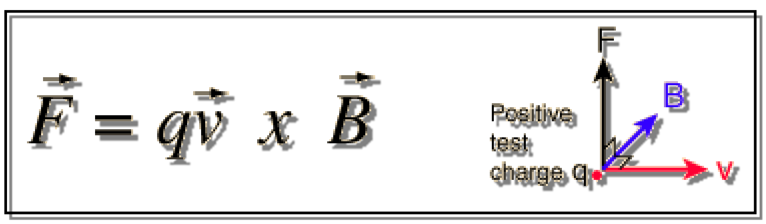
Ao serem atraídos pelos pólos de um imã permanente, determinados (nem todos!) objetos metálicos também magnetizavam-se, tornando-se imãs temporários eles próprios.

Dessa forma, a extremidade de um objeto ao ser atraído pelo pólo Norte de um imã permanente tornava-se um pólo Sul de um imã temporário, a outra extremidade sendo um pólo Norte, e assim por diante.

Campo Elétrico E: é gerado por cargas elétricas, e age sobre cargas, tanto estáticas como em movimento. Força elétrica $\mathbf{F_E} = q\,\mathbf{E}$

Campo Magnético B: é gerado por cargas elétricas em movimento ou correntes elétricas, e age somente sobre cargas em movimento ou correntes. Unidade no S.I.: [B] = Tesla (T). No sistema CGS, a unidade é o gauss (G). 1 T = 10^4 G

Força Magnética $\mathbf{F_M}$: sobre uma carga puntiforme q com velocidade **v**. (Lorentz)



(i) <u>Direção:</u> perpendicular ao plano que contém os vetores **v** e **B**
(ii) <u>Sentido:</u> dado pela regra do parafuso ou saca-rolha, se q for positivo. Se a carga q for negativa, o sentido é o oposto daquele indicado pela regra
(iii) <u>Módulo</u>: sendo θ o ângulo entre os vetores **v** e **B**

$$\boxed{F_M = qvBsen\theta}$$

<u>Consequências:</u>

- ✓ Se a velocidade for paralela ou antiparalela ao campo magnético **B**, $\theta = 0^o$ ou 180^o, então sen θ = 0, logo $\mathbf{F_M} = 0$;
- ✓ O valor máximo da força magnética ocorre quando a velocidade for perpendicular ao campo, $\theta = 90^o$, sen θ = 1, logo $F_M = qvB$;
- ✓ A força também será nula se a carga for zero, ou se estiver em repouso (**v** = **0**);

Recordação: Produto vetorial em componentes: Sejam os vetores no espaço tridimensional

$$\boldsymbol{A} = A_x\,\boldsymbol{i} + A_y\,\boldsymbol{j} + A_z\,\boldsymbol{k}$$
$$\boldsymbol{B} = B_x\,\boldsymbol{i} + B_y\,\boldsymbol{j} + B_z\,\boldsymbol{k}$$

o produto vetorial será $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$, *cujas componentes podem ser obtidas a partir do desenvolvimento do seguinte determinante de terceira ordem*

$$C = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ \hat{\imath} & j & k \end{vmatrix}$$

ou seja $\mathbf{C} = (A_y B_z - A_z B_y)\,\mathbf{i} + (B_x A_z - A_x B_z)\,\mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\,\mathbf{k}$

Problema resolvido: O campo magnético da Terra num certo local é $\mathbf{B} = (2{,}05 \times 10^{-5}$ T) $\mathbf{j}$ - $(5{,}64 \times 10^{-5}$ T) $\mathbf{k}$. (a) Ache a força magnética exercida sobre um próton e um elétron que movem-se com velocidade $\mathbf{v} = (10^7$ m/s) $\mathbf{j}$. (b) Qual o ângulo entre os vetores **v** e **B**?

Solução: (a) Calculamos inicialmente o produto vetorial ***v x B***

$$v \times B = \begin{vmatrix} v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \\ i & j & k \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 10^7 & 0 \\ 0 & 2{,}05x10^{-5} & -5{,}64x10^{-5} \\ i & j & k \end{vmatrix} = -5{,}64x10^2\, i$$

Próton: $\mathbf{F_M} = (+1{,}6 \times 10^{-19}) \times (-5{,}64 \times 10^2\, \mathbf{i}) = -(9{,}02 \times 10^{-17}\ N)\, \mathbf{i}$

Elétron: $\mathbf{F_M} = (-1{,}6 \times 10^{-19}) \times (-5{,}64 \times 10^2\, \mathbf{i}) = +(9{,}02 \times 10^{-17}\ N)\, \mathbf{i}$

(b) $|\mathbf{v \times B}| = v\, B\, sen\, \theta$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} = \sqrt{0 + (2{,}05x10^{-5})^2 + (-5{,}64x10^{-5})^2} = 6x10^{-5} T$$

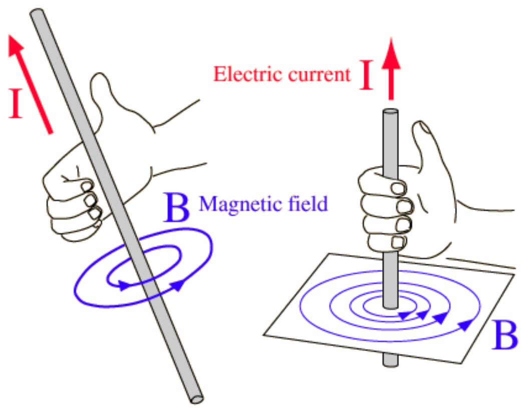
$$sen\theta = \frac{|vxB|}{vB} = \frac{5{,}64x10^2}{(10^7)(6x10^{-5})} = 0{,}94 \qquad \boxed{\theta = 70^o}$$

Problema proposto: Um próton move-se numa região do espaço onde há um campo magnético B = 2,0 T na direção positiva do eixo z. A velocidade do próton é 3×10^5 m/s, no plano xz, fazendo um ângulo de 30^o com o eixo z positivo. Ache: (a) a força magnética sobre o próton e (b) o ângulo entre a velocidade e o campo magnético. Respostas: (a) $(-4{,}8 \times 10^{-14}$ N) **j**, (b) 30^o

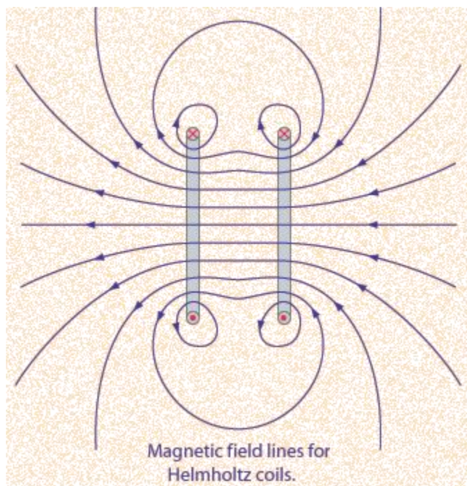
Linhas de força do campo magnético: o vetor **B** é tangente à linha de força em cada ponto, e seu módulo é proporcional à concentração das linhas de força.

Exemplos: (i) <u>Campo Magnético Uniforme</u>: **B** tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos: linhas de força são retas paralelas

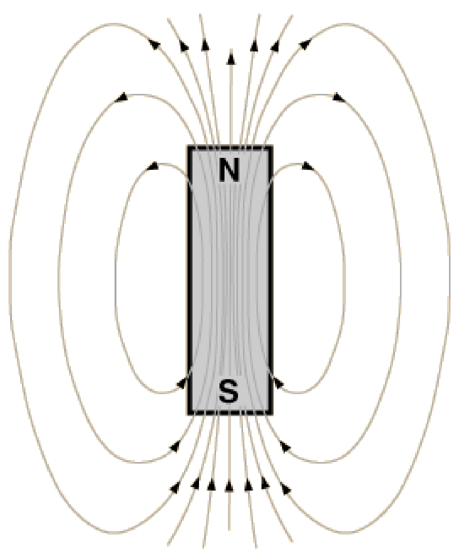
(ii) <u>Campo produzido por um fio retilíneo longo</u>: linhas de força são círculos concêntricos



(iii) Campo produzido por uma bobina: a região central é aproximadamente uniforme.

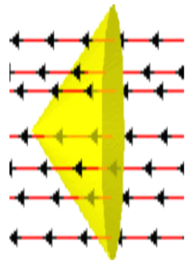


Não existem monopólos, ou cargas magnéticas: as linhas de força não iniciam-se nem terminam em lugar algum, elas sempre fecham-se sobre si próprias.



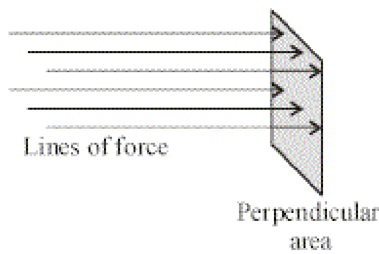
Polos de um imã: regiões de onde as linhas de força parecem sair ou entrar de um imã (na verdade elas se fecham em seu interior): Pólo Norte (N): linhas "saem"; Pólo Sul (S): linhas "entram"

Fluxo Magnético: fluxo das linhas de força do campo magnético que atravessam uma superfície imaginária



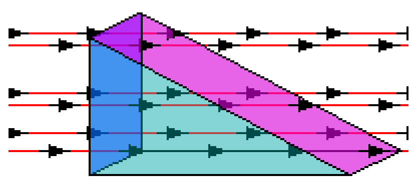
1º. Caso: Campo magnético uniforme e linhas de força perpendiculares à superfície

$$\boxed{\Phi_M = BA}$$



Unidade no S.I.: $[\Phi_M]=[B][A] = T.m^2 = Wb$ (Weber)

2º. Caso: Campo magnético uniforme e linhas de força oblíquas à superfície



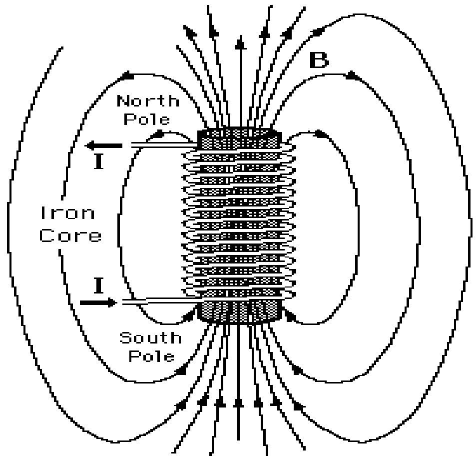
Só levamos em conta a projeção da área perpendicular às linhas de força $A_p = A \cos\theta$.

$$\boxed{\Phi_M = B\,A_p = B\,A\cos\theta}$$

*Recordação: Área vetorial **A**:*

- *(i) módulo: área da superfície plana;*
- *(ii) direção: perpendicular à superfície;*
- *(iii) sentido: se a superfície for aberta é arbitrário; caso a superfície seja fechada, o sentido aponta "para fora" da superfície;*

$$\boxed{\Phi_M = B \bullet A}$$

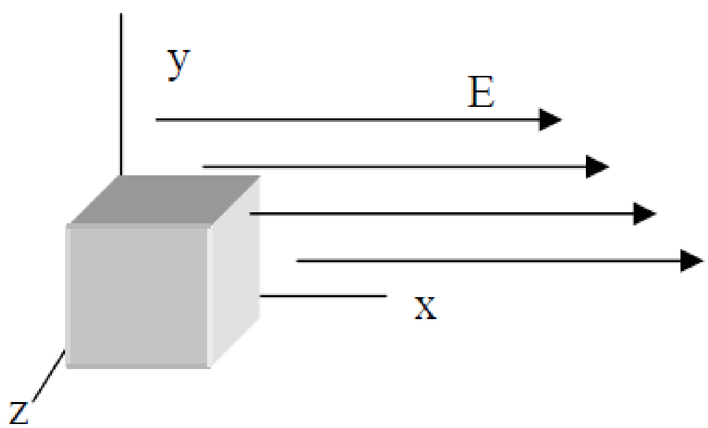
Eletroimã: 

Elos de fluxo: a superfície aberta de área A é delimitada por uma espira (volta fechada) de corrente elétrica. Se um enrolamento compacto de fio ("bobina") tem N espiras, então os elos de fluxo se somam, e o fluxo total é Φ_M = N **B . A**

Problema resolvido: Um campo magnético uniforme de módulo 2,00 kG faz um ângulo de 30^o com o eixo de uma bobina com 300 espiras e 4,0 cm de raio. Achar o fluxo magnético que passa pela bobina.
Solução: Área de cada elo de fluxo $A = \pi R^2 = 3{,}1416 \times 0{,}04^2 = 5{,}026 \times 10^{-3}\ m^2$

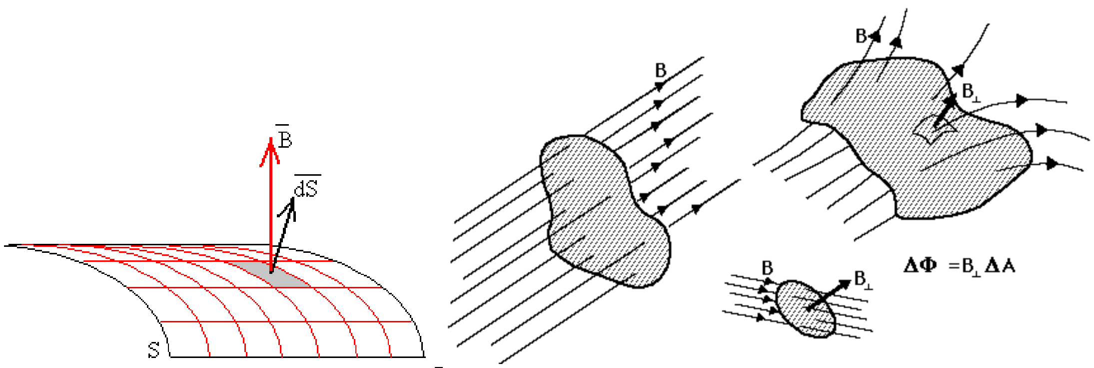
$$\Phi_M = N\, BA \cos\theta = 300 \times 2{,}0 \times 10^3 \times 10^{-4} \times 5{,}026 \times 10^{-3} \cos 30^o = 0{,}26\ Wb$$

Problema proposto: As arestas de um cubo medem 1,40 m e estão orientadas segundo os eixos cartesianos numa região de campo magnético uniforme. Determine o fluxo magnético através da face superior do cubo se o campo **B** for dado por (a) (6,00 T) **i**; (b) - (2,00 T) **j**; (c) - (3,00 T) **i** + (4,00 T) **k**. Respostas: (a) 0; (b) -3,92 Wb; (c) 0.



Problema suplementar: No problema anterior, calcule o fluxo magnético através das outras faces do cubo nos três casos. Respostas: Face 1: 0, 3,92 Wb, 0; Face 2: 0, 0, 7,84 Wb; Face 3: 0, 0, -7,84 Wb; Face 4: 11,76 Wb, 0, -5,88 Wb; Face 5: -11,76 Wb, 0, 5,88 Wb

<u>3º. Caso: Campo magnético não-uniforme e linhas de força quaisquer</u>



Subdividimos a superfície em elementos infinitesimais de área (“ladrilhos”), de forma que cada elemento de área seja aproximadamente plano, e tão pequeno que o campo elétrico ao longo deste seja aproximadamente uniforme. Para cada elemento de área vetorial **dA** podemos aplicar a fórmula válida no caso anterior, e obtemos um elemento de fluxo

$$d\Phi_M = B \bullet dA = BdA\cos\theta$$

O fluxo magnético através de toda a superfície S é obtido por integração

$$\Phi_M = \int d\Phi_M = \int B \bullet dA = \int BdA\cos\theta$$

Lei de Gauss do Magnetismo: Como não há monopólos (cargas) magnéticos, o fluxo magnético por uma superfície fechada S qualquer é nulo.

$$\boxed{\Phi_M = \oint_S B \bullet dA = 0}$$

Problema resolvido: Seja um campo magnético uniforme numa certa região do espaço, dado por **B** = (2,0 T) **i.** Uma superfície cilíndrica de comprimento L = 1,0 m e raio R = 3,0 cm é posicionada de forma que seu eixo fique paralelo ao eixo x. Calcule o fluxo magnético pela superfície fechada.

Solução: A integral sobre a superfície cilíndrica pode ser dividida (ver Aulas 5 e 6):

$$\Phi_M = \oint_S B \bullet dA = \int_{base1} B.dA + \int_{base2} B.dA + \int_{lateral} B.dA$$

*- Base 1 (esquerda) :**dA** = - dA **i** (sempre para fora do cilindro). Como **B** = 2 **i** é anti-paralelo a **dA**, $\theta = 180^o$, cos 180^o = -1, **B . dA** = - B dA*
*- Base 2 (direita): **dA** = + dA **i** . Aqui **B** é paralelo a **dA**, $\theta = 0^o$, cos 0^o = 1,**B . dA** = + B dA*
Área das bases $A_1 = A_2 = \pi r^2$
*- Lateral: **dA** aponta na direção radial para fora do cilindro, logo é sempre perpendicular a **B**: $\theta = 90^o$, cos 90^o = 0, **B . dA** = 0*
Área da lateral: $A_L = (2\pi R)L$

$$\Phi_M = -\int_{base1} BdA + \int_{base2} BdA + 0 = -B\int_{base1} dA + B\int_{base2} dA = B(A_1 - A_2) = 0$$

como previsto, de fato, pela Lei de Gauss do Magnetismo.

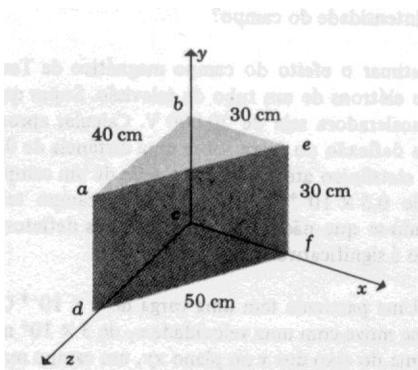


Fig. 30-12

Problema proposto: O campo magnético, numa dada região do espaço, é uniforme, de módulo 2,0 T, sua direção e sentido sendo os do eixo x positivo. Qual o fluxo magnético através da superfície (a) abcd; (b) becf, e (c) aefd da figura? Verifique a lei de Gauss do Magnetismo nesse caso. Respostas: (a) – 0,24 Wb; (b) zero; (c) 0,24 Wb. Dica: (c) as componentes do vetor normal à área considerada são os cossenos diretores.