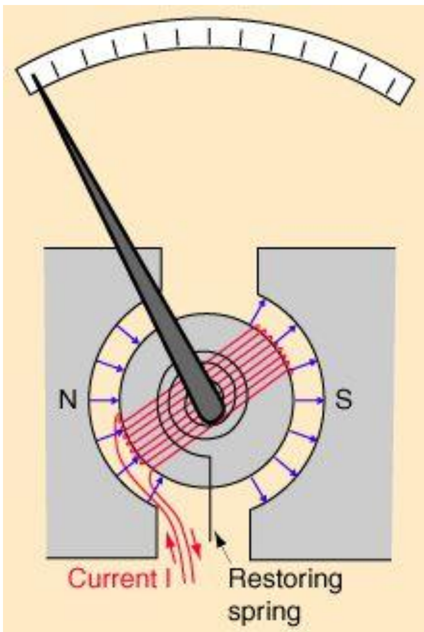
Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 29-7
S. – 27-4
T. – 23-3

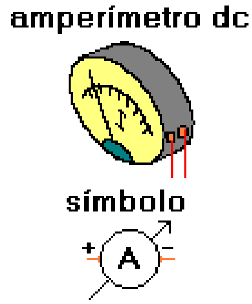
Aula 15 – Instrumentos de medidas elétricas



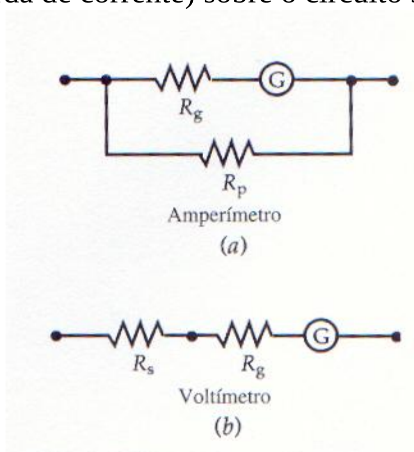
1. Galvanômetro de D´Arsonval: instrumento sensível à passagem de corrente elétrica. Funciona a partir da ação magnética de um imã sobre uma bobina onde passa corrente elétrica. Quando existe corrente, há um torque magnético e uma conseqüente rotação da bobina que, por sua vez, causa a deflexão de um ponteiro (no modelo analógico), preso por uma mola tipo cabelo. Ele é a base dos demais instrumentos de medidas elétricas, existindo também nos modelos digitais mais modernos.

- Corrente de fundo de escala (i_g): é a corrente elétrica que passa pelo galvanômetro provocando a máxima deflexão do seu ponteiro. Tipicamente da ordem de 0,5 mA.
- Resistência elétrica do galvanômetro (R_g): é a resistência da bobina de fio condutor pela qual passa a corrente. Tipicamente 20 Ω.
- Queda de tensão máxima provocada pelo galvanômetro no circuito (valores típicos)

$$V = R_g\, i_g = 20 \times 0{,}5 \times 10^{-3} = 0{,}01 \text{ V}$$



2. Amperímetro: mede a corrente passando por um ramo do circuito. É colocado sempre em série com o resistor ou outro elemento do circuito, de modo que seja percorrido pela mesma corrente. Como o medidor tem uma certa resistência, esta deve ser a menor possível para que a sua influência (perda de corrente) sobre o circuito seja a mínima possível.



É construído ligando-se um resistor em paralelo a um galvanômetro: falamos em "shuntar" o galvanômetro, ou seja, fazer uma derivação a ele. Se o resistor em paralelo tiver baixa resistência, a corrente passará em sua maior parte pela derivação.

Problema resolvido: Considere um galvanômetro de i_g = 0,5 mA e R_g = 20 Ω. Projetar um amperímetro que tenha deflexão máxima (fundo de escala) com uma corrente de i = 5 A.
Solução: Seja R_p a resistência e i_p a corrente do shunt em paralelo com o galvanômetro. Como ambos estão sujeitos à mesma ddp

$$V = R_g\, i_g = R_p\, i_p$$

Além disso, a soma das duas correntes deve ser igual ao valor de fundo de escala do amperímetro: $i_p + i_g = i = 5$ A, donde

$$i_p = i - i_g = 5 - 0{,}5 \times 10^{-3} = 4{,}9995 \text{ A}$$

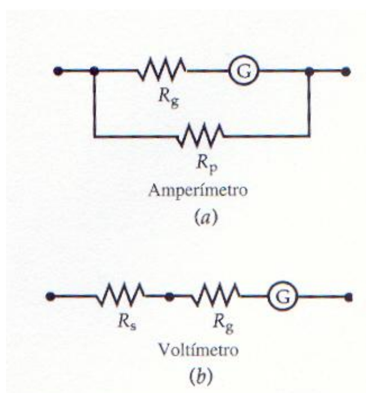
O valor do resistor em paralelo será

$$R_p = \frac{i_g}{i_p} R_g = \frac{0{,}5x10^{-3}}{4{,}9995} x20 = 2x10^{-3}\,\Omega$$

Problema proposto: No exemplo anterior, calcule a resistência equivalente e a queda de tensão máxima no amperímetro. Resposta: 0,002 Ω e 0,01 V.

3. Voltímetro: mede a ddp entre dois pontos do circuito. É colocado sempre em paralelo com o resistor ou outro elemento do circuito, de modo que a ddp sobre o elemento seja a mesma ddp sobre o voltímetro. Como o medidor tem uma certa resistência, esta deve ser a maior possível para que ele "roube" o menos possível corrente do circuito.

É construído ligando-se um resistor em série a um galvanômetro, com uma alta resistência, de modo que a resistência equivalente do amperímetro seja muito maior que a resistência do galvanômetro isolado.



Problema resolvido: Considere um galvanômetro de $i_g = 0{,}5$ mA e $R_g = 20\ \Omega$. Projetar um voltímetro que tenha deflexão máxima (fundo de escala) com uma ddp de 10 V..

Solução: Seja R_s a resistência em série com o galvanômetro. Como por ambos passa a mesma corrente, o valor de fundo de escala do voltímetro (V = 10 V) deve ser igual à soma das quedas de tensão (ddp´s) sobre o resistor e o galvanômetro: $i_s = i_g$

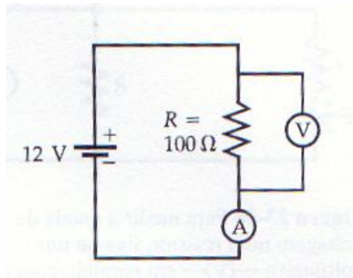
$$i_s R_s + i_g R_g = i_g (R_s + R_g) = V$$

$$R_s = \frac{V}{i_g} - R_g = \frac{10}{0{,}5x10^{-3}} - 20 = 19980\Omega$$

Problema proposto: No exemplo anterior, calcule a resistência equivalente do voltímetro e as quedas de tensão no galvanômetro e no resistor em série. Respostas: 20 kΩ, 9,99 V e 0,01 V.

4. Determinação da resistência pelo método do voltímetro-amperímetro

Problema resolvido: Desejamos medir a resistência R do resistor, cujo valor nominal (indicado pelo código de cores) é 100 Ω, usando o circuito abaixo, com um voltímetro de resistência R_v = 2000 Ω e um amperímetro de resistência R_a = 0,002 Ω. Qual o erro percentual cometido se a resistência for calculada pelo quociente V/i, onde V é a leitura do voltímetro, e i a leitura do amperímetro?



Solução: O voltímetro mede a ddp no resistor, mas o amperímetro mede a corrente total no circuito, incluindo a parcela da corrente que passa pelo voltímetro. A resistência equivalente do voltímetro é

$$R_{eq} = \frac{RR_v}{R + R_v} = \frac{100x2000}{100 + 2000} = 95{,}238\Omega$$

e a resistência equivalente do circuito como um todo é

$$R_T = R_a + R_{eq} = 0{,}002 + 95{,}238 = 95{,}240\ \Omega$$

Corrente lida no amperímetro $i = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{12}{95{,}240} = 0{,}126A$

Seja i_1*: corrente que passa pelo resistor de 100 Ω; e* i_2*: corrente que passa pelo voltímetro. Como o voltímetro está em paralelo com o resistor, ambos têm a mesma ddp:* $R\, i_1 = R_v\, i_2$
e a corrente que passa pelo amperímetro é dividida entre o resistor e o voltímetro

$$i = i_1 + i_2$$

Logo o valor medido pelo amperímetro para a corrente é

$$i = i_1 + i_2 = i_1 + \frac{R}{R_v} i_1 = i_1\left(1 + \frac{R}{R_v}\right)$$

$$i_1 = \frac{i}{\left(1 + \frac{R}{R_v}\right)} = \frac{0{,}126}{\left(1 + \frac{100}{2000}\right)} = 0{,}120A$$

A queda de tensão no resistor R, que é a leitura do voltímetro, é

$$V = R\, i_1 = 100 \text{ x } 0{,}120 = 12{,}0\ V$$

Valor medido da resistência

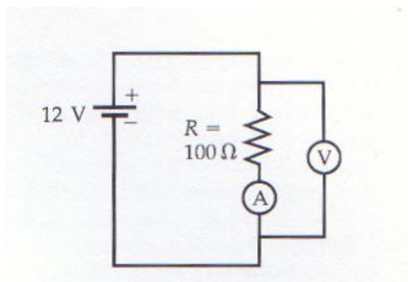
$$R = \frac{V}{i} = \frac{12{,}0}{0{,}126} = 95{,}2\Omega$$

Erro relativo percentual

$$\frac{100 - 95{,}2}{100} x100\% = 4{,}8\%$$

Este método dá um erro alto para a medida da resistência, pois esta é somente 20 vezes menor que a resistência do voltímetro, o que leva a uma alteração significativa na corrente do circuito devido aos medidores (cerca de 5 % de aumento na corrente). O método que vimos é, portanto, bom para resistências pequenas.

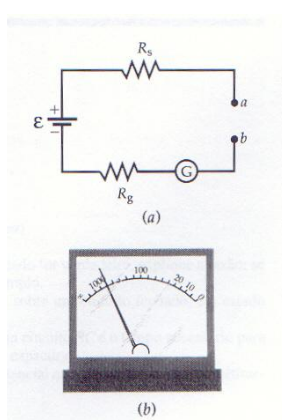
Problema proposto: Desejamos medir a resistência R do resistor, cujo valor nominal (indicado pelo código de cores) é 100 Ω, usando o circuito abaixo, com um voltímetro de resistência R_v = 2000 Ω e um amperímetro de resistência R_a = 0,002 Ω. Qual o erro percentual cometido se a resistência for calculada pelo quociente V/i, onde V é a leitura do voltímetro, e i a leitura do amperímetro? Resposta: 0,002 %



Neste segundo esquema, o amperímetro mede a corrente real no resistor, mas o voltímetro mede uma ddp conjunta do resistor e do amperímetro. Observe que o erro percentual cometido agora é baixo, ou seja, este é um método apropriado para resistências grandes.

5. Ohmímetro: é um aparelho destinado a medir diretamente resistências elétricas, e consiste de uma bateria de fem ε associada em série com um galvanômetro de resistência R_g e um resistor R_s. Os pontos a e b representam "pontas de prova" que são colocadas nos terminais do resistor ou outro objeto qualquer de que se quer saber a resistência elétrica R (fora de um circuito elétrico, evidentemente).

Se tocamos as duas pontas de prova, curto-circuitamos os terminais a e b, de forma que a resistência entre os dois pontos é nula (R = 0). Neste caso, escolhemos o resistor R_s de modo que a corrente no galvanômetro seja a de fundo de escala i_g, correspondendo à deflexão máxima do ponteiro. Logo, a deflexão máxima indica resistência nula entre os terminais a e b, enquanto a deflexão nula (sem corrente) indica resistência infinita, ou seja, circuito aberto entre os terminais.



Já se tivermos uma resistência R, esta será ligada em série às outras resistências numa malha de circuito. Pela 1a. Lei de Kirchhoff , se i é a corrente pela malha

$$+ \varepsilon - R_s\, i - R\, i - R_g\, i = 0$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R + R_s + R_g}$$

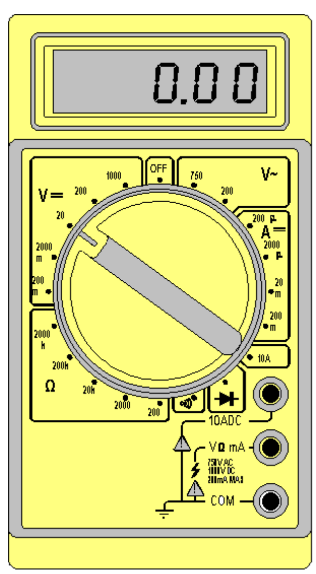
Como a corrente i depende de R, a escala do galvanômetro pode ser calibrada para dar uma leitura direta de R. No entanto, como i é função do inverso de R, esta escala não é linear.O uso do ohmímetro só é recomendável quando não necessitamos uma grande precisão na determinação da resistência, pois a exatidão da leitura depende da constância da fem ε, a qual não é assim confiável, já que a bateria é usualmente uma pilha de 1,5 V. Determinações mais precisas podem ser feitas pelo método anterior ou por uma ponte de Wheatstone.

Problema resolvido: Considere um galvanômetro de i_g = 0,5 mA e R_g = 20 Ω e uma bateria de 1,5 V. Projetar um ohmímetro.
Solução: Em curto-circuito, o ohmímetro deve marcar R = 0, com a corrente de fundo de escala do galvanômetro: $i = i_g$. Da equação deduzida acima

$$\varepsilon = i_g\,(R_s + R_g)$$

$$R_s = \frac{\varepsilon}{i_g} - R_g = \frac{1{,}5}{0{,}5x10^{-3}} - 20 = 2980\Omega$$

Problema proposto: Suponha que você use o ohmímetro do problema anterior para medir a resistência de um galvanômetro muito sensível, cuja corrente de fundo de escala seja de apenas 1,0 x 10^{-5} A. Ache a resistência total do circuito e a corrente para deflexão máxima. Que pode ocorrer com o galvanômetro sensível? Resposta: 3020 Ω



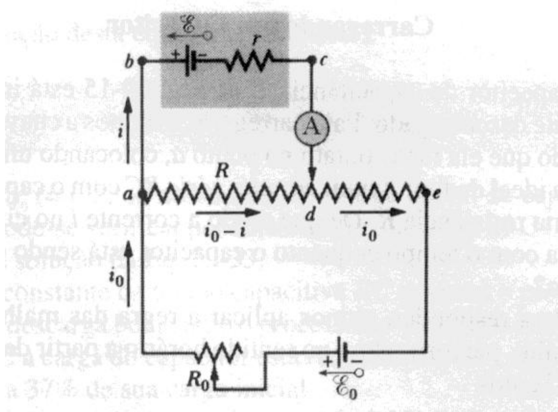
6. Multímetro: na prática, reunem-se as funções de amperímetro, voltímetro e ohmímetro num mesmo instrumento, analógico ou digital, compartilhando o mesmo galvanômetro. Para que haja um intervalo amplo de leituras de correntes, ddp´s e resistências, o circuito do multímetro é mais complexo que os modelos básicos apresentados anteriormente, contendo chaves seletoras que determinam as resistências variáveis que são associadas ao galvanômetro para as várias medidas.

7. Potenciômetro: é usado para medir uma fem desconhecida ε_x, comparando-a com uma fem padrão ε_s, usualmente uma "célula padrão de Wesson", que é uma bateria de fem extremamente estável. Na figura abaixo,a resistência que se estende do ponto a até e é um resistor de alta precisão com um contato deslizante na posição d (reostato). A resistência entre os pontos a e d é igual a R. Quando o potenciômetro está sendo usado, a bateria padrão é colocada na posição hachurada $\varepsilon = \varepsilon_s$ da figura, e o contato deslizante é ajustado até que a corrente i indicada no amperímetro seja nula. Dizemos que o potenciômetro está equilibrado, e o valor da resistência R no equilíbrio é denotado por R_s.

O circuito do potenciômetro tem uma malha superior e uma inferior, com um nó apenas (o ponto d). Indicamos três correntes no circuito, a saber, i, i_0 e i_1. Aplicando a 2a. Lei de Kirchhoff no nó: $i + i_1 = i_0$, donde $i_1 = i_0 - i$. Considerando a malha abcda do circuito, teremos pela 1a. Lei de Kirchhoff, em geral

$$\varepsilon_s - R\,(i_0 - i) + r\,i = 0$$

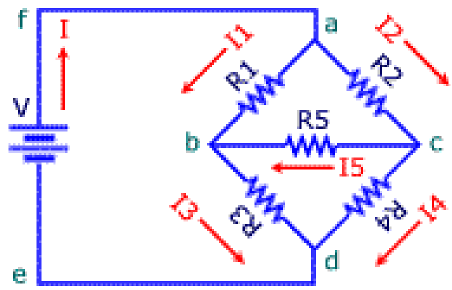
onde r é a resistência interna da bateria padrão. Na situação de equilíbrio, $i = 0$ e $R = R_s$, logo $\varepsilon_s = i_0 R_s$.



A bateria de fem desconhecida é agora colocada na posição hachurada $\varepsilon = \varepsilon_x$, e o potenciômetro é novamente equilibrado (i = 0), agora na resistência $R = R_x$. Analogamente temos $\varepsilon_x = i_0 R_x$. Dividindo as duas equações membro a membro temos que

$$\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_s} = \frac{R_x}{R_s}, \qquad \boxed{\varepsilon_x = \frac{R_x}{R_s}\varepsilon_s}$$

Como $R = \rho L/A$, a resistência é proporcional à distância L entre o contato deslizante d e o ponto a do circuito. Na prática, o contato desliza sobre uma escala na qual pode-se ler diretamente o valor da fem desconhecida ε_x. Há modelos de potenciômetros em que a resistência com contato deslizante é substituída por chaves seletoras de resistores ligados em série. A virtude do potenciômetro é a ausência de fluxo de corrente no circuito balanceado (condições de circuito aberto), de modo que não entram no cálculo (e não influenciam em termos de erros) a tensão da segunda bateria ε_0, as resistências internas, a resistência variável R_0, a corrente nas malhas, etc.



8. **Ponte de Wheatstone**

O esquema básico da ponte é mostrado na figura acima, onde cinco resistores R_1, R_2, ... R_5 estão associados a uma bateria fornecendo uma ddp V. Dizemos que a ponte está balanceada se $i_5 = 0$, ou seja, se a ddp entre os pontos b e c for nula: $V_b = V_c$. Aplicando as leis de Kirchhoff à malha abcd pode-se mostrar que, independentemente do valor de V,

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}}$$

Na prática, usamos um galvanômetro no lugar da resistência R_5, tal que a ponte estará balanceada quando o galvanômetro não indicar leitura de corrente passando pelo mesmo. Se conhecermos as resistências R_1, R_2 e R_3, a quarta resistência R_4 pode ser encontrada com grande precisão, pois independe de outras medidas. As resistências R_1 e R_2 são conectadas a uma chave seletora, para permitir seleção de valores em década (ou seja, em diferentes potências de 10, tipicamente de 10^3 a 10^{-3}) para a razão R_2/R_1; e R_3 é um resistor variável (reostato) calibrado. Escolhendo um valor para a razão R_2/R_1, variamos R_3 até que a ponte esteja balanceada, e a resistência desconhecida será

$$R_4 = \frac{R_2}{R_1} R_3$$