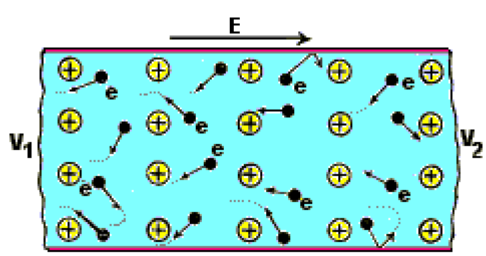
Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Física

Física III – Prof. Dr. Ricardo Luiz Viana

Referências bibliográficas:
H. – 28-2, 28-3, 28-4, 28-5
S. – 26-2, 26-3, 26-4
T. – 22-1, 22-2

Aula 10: Corrente elétrica

Georg Simon Ohm (* 16 Março 1789 em Erlangen, Alemanha; + 6 de julho de 1854 em Munich, Alemanha): estudou na Universidades de Erlangen, embora a maior parte da sua formação veio de forma auto-didática. Em 1817 ele começou a lecionar em uma escola de Koln, onde continuou seus estudos no bem-equipado laboratório de Física lá existente. A partir de 1825 ele começou a publicar suas descobertas no campo da eletricidade, incluindo sua bem-conhecida Lei para a resistência elétrica de um material, incluída no livro *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet* (1827). Sua carreira foi muito instável, tendo passado de um emprego para outro, até se estabilizar por volta de 1833 na Universidade de Nuremberg e, finalmente, na Universidade de Munich.



Portadores de carga: negativos (Ex.: elétrons livres num metal) ou positivos (Ex.: íons positivos numa solução eletrolítica)

Corrente elétrica: movimento de portadores de carga tal que haja um fluxo líquido de carga através de uma superfície que a intercepte.

Intensidade de corrente: seja dq a carga elementar que passa pela superfície num intervalo de tempo elementar dt.

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

Se o fluxo de cargas q por um intervalo t é uniforme temos

$$\boxed{i = \frac{q}{t}}$$

Unidade no S.I.: [i] = [q]/[t] = C/s = Ampére (A)

Num intervalo de tempo finito t, a carga que atravessa a superfície é

$$Q = \int dq = \int_0^t i(t')dt'$$

Problema resolvido: Uma corrente uniforme de 5,0 A percorre um cabo elétrico durante 4,0 minutos. (a) Qual a carga que passa por uma superfície do cabo nesse intervalo? (b) Quantos portadores de carga passam pela superfície?

Solução: (a) Se a corrente i é uniforme temos

$$Q = i\,t = 5{,}0 \times 4{,}0 \times 60 = 1200\ C.$$

(b) Sendo os portadores de carga elétrons temos Q = n e (e: carga do elétron)

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{1200}{1{,}6x10^{-19}} = 7{,}5x10^{21}\,elétrons$$

Problema proposto: Uma esfera condutora isolada tem um raio de 10 cm. Um fio transporta para dentro dela uma corrente de 1,000 002 0 A. Um outro fio transporta para fora dela uma corrente de 1,000 000 0 A. Quanto tempo levará para que o potencial da esfera sofra um aumento de 1000 V? Resposta: 5,6 ms

Sentido da corrente elétrica: indicado com uma seta, apesar da intensidade de corrente ser uma grandeza escalar, e não vetorial!

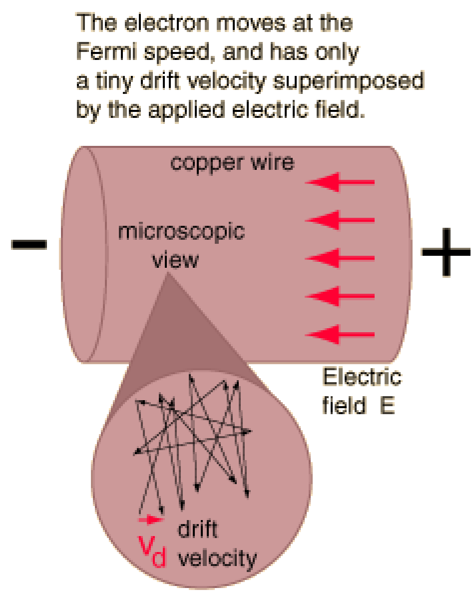
a) <u>Sentido Real</u>: determinado pelo movimento real dos portadores de carga
b) <u>Sentido Convencional</u>: é o sentido da seta, e é determinado pelo movimento dos portadores positivos, **mesmo que na realidade os portadores sejam negativos**. Ex.: num fio metálico (portadores são elétrons), o sentido convencional é oposto ao sentido real.

Densidade de Corrente: grandeza vetorial:
(i) módulo: se a corrente i estiver uniformemente distribuída pela seção reta (de área A) de um condutor

$$\boxed{J = \frac{i}{A}}$$

Unidade no S.I.: [J] = [i]/[A] = A/m^2

(ii) direção e sentido: os mesmos do campo elétrico E dentro do condutor, seja qual for o sinal dos portadores de carga. <u>É o sentido convencional da corrente</u>.



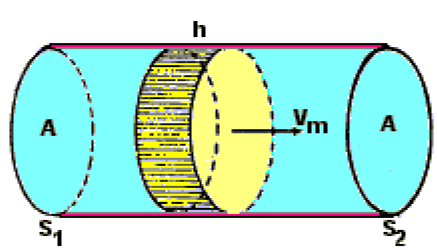
Velocidade de deriva: num condutor metálico os elétrons livres têm velocidades altas (da ordem de 10^6 m/s) mas colidem continuamente com os íons do metal, e portanto suas velocidades têm orientações aleatórias ("passeio do bêbado"), portanto sem fluxo líquido de cargas – corrente elétrica nula i = 0. Quando um campo elétrico externo é aplicado, há uma deriva sobre os elétrons em movimento aleatório: um lento deslocamento no sentido contrário ao campo, cuja velocidade de deriva $\mathbf{v_d}$ é da ordem de 10^{-3} m/s.

Densidade de portadores de carga: número de portadores N por unidade de volume

$$n = \frac{N}{Vol}$$

Unidade no S.I.: [n] = número de portadores por metro cúbico (m^{-3})

Num intervalo de tempo t o número de portadores N que atravessam uma superfície de área A é o número de portadores dentro de um cilindro com área da base A e altura h = v_d t



$$N = n \times Vol = n\,(Ah) = nA(v_d\,t).$$

Se os portadores de carga forem elétrons de carga $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, a carga líquida transportada quando os N portadores atravessam a superfície é

$$Q = Ne = nAv_d\,t\,e$$

A intensidade de corrente será $i = Q/t$, ou $i = nAv_d\,e$, de modo que a densidade de corrente será $J = i/A$ ou

$$\boxed{J = nev_d}$$

Se houver mais de um tipo de portador de carga (Ex.: solução eletrolítica: íons positivos e negativos)
n_i : densidade de portadores de carga do tipo i
q_i : carga elétrica dos portadores do tipo i
v_{di}: velocidade de deriva dos portadores do tipo i
J = densidade de corrente

$$\boxed{J = \sum_i n_i q_i v_{di}}$$

Problema resolvido: Um fio condutor, cuja seção transversal é um quadrado de 1 mm de lado, conduz uma corrente de 20 A. Sabendo-se que a densidade de elétrons livres do metal é $8{,}0 \times 10^{28}$ elétrons/m^3, ache (a) a densidade de corrente; (b) a velocidade de deriva dos elétrons livres.
Solução: (a) A densidade de corrente no fio é $J = i/A$, onde $A = a^2$, logo

$$J = \frac{i}{a^2} = \frac{20}{0{,}001^2} = 2{,}0x10^7\ \frac{A}{m^2}$$

(b) Havendo apenas um tipo de portador de carga $J = nqv_d = nev_d$, logo

$$v_d = \frac{J}{ne} = \frac{2{,}0x10^7}{8{,}0x10^{28}x1{,}6x10^{-19}} = 1{,}6x10^{-3}\ \frac{m}{s}$$

Problema proposto: Uma corrente de 1,0 A passa por um fio de cobre cuja seção é um círculo de raio 0,815 mm. Sabendo-se que há um elétron livre por átomo de cobre, que a massa específica vale 8,93 g/cm^3, e que sua massa atômica é 63,5 g/mol, determine a velocidade de deriva dos elétrons. Dica: use o número de Avogadro (veja Aula 1). Resposta: $3{,}54 \times 10^{-5}$ m/s

Resistência elétrica: é a razão entre a ddp V aplicada às extremidades de um condutor e a intensidade de corrente elétrica i que passa por ele

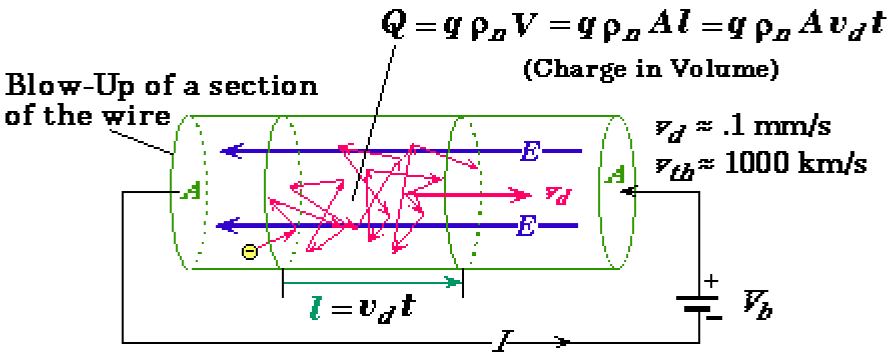
$$\boxed{R = \frac{V}{i}}$$

Unidade no S.I.: [R] = [V]/[i] = V/A = Ohm (Ω)

Resistividade elétrica: é razão entre o campo elétrico aplicado e a densidade de corrente resultante.

$$\boxed{\rho = \frac{E}{J}}$$

Unidade no S.I.: [ρ] = [E]/[J] = (V/m)/(A/m^2) = (V/A).m = Ω.m (“ohm.metro”)



$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(q\rho_n A v_d t)}{dt} = q\rho_n A v_d \frac{dt}{dt} = q\rho_n A v_d$$

Para condutores isotrópicos (propriedades elétricas são as mesmas em quaisquer direções), os vetores E e J são paralelos:

E = ρ **J**

Material	Resistividade (Ω.m)	Coeficiente de temperatura (K^{-1})
Cobre	1,69 x 10^{-8}	4,3 x 10^{-3}
Prata	1,62 x 10^{-8}	4,1 x 10^{-3}
Alumínio	2,75 x 10^{-8}	4,4 x 10^{-3}
Tungstênio	5,25 x 10^{-8}	4,5 x 10^{-3}
Ferro	9,68 x 10^{-8}	6,5 x 10^{-3}
Platina	10,6 x 10^{-8}	3,9 x 10^{-3}
Manganina	48,2 x 10^{-8}	0,002 x 10^{-3}

Variação da resistividade com a temperatura: para os metais, a resistividade aumenta linearmente com a temperatura

T_o = 293 K: temperatura de referência
ρ_0: resistividade à temperatura T_o (valores da tabela acima)
ρ: resistividade à temperatura T
α: coeficiente de temperatura (Unidade: K^{-1})

$$\boxed{\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)]}$$

Condutividade elétrica: inverso da resistividade:

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{J}{E}}$$

Unidade no S.I.: [σ] = [1]/[ρ] = 1/Ω.m (“mho.metro”) = S (Siemens)

Problema resolvido: Considere um fio de alumínio cujo diâmetro é 2,5 mm, pelo qual passa uma corrente i = 1,3 A, à temperatura de referência. (a) Qual o campo elétrico dentro do fio? (b) Após algum tempo, a temperatura do fio aumentou de 100 K. Qual o campo elétrico nessa nova temperatura?

Solução: A densidade de corrente que passa pelo fio é

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi d^2/4} = \frac{4x1{,}3}{\pi x 0{,}0025^2} = 2{,}65x10^5\ \frac{A}{m^2}$$

(a) *À temperatura T_o = 293 K o campo elétrico dentro do fio é*

$$E_0 = \rho_0 J = 2{,}75x10^{-8}x2{,}65x10^5 = 7{,}28x10^{-3}V/m$$

(b) *À temperatura T = 293 + 100 = 393 K a resistividade aumenta para*

$$\rho = \rho_0[1+\alpha(T-T_0)] = 2{,}75x10^{-8}[1+4{,}4x10^{-3}x100] = 3{,}96x10^{-8}\Omega.m$$

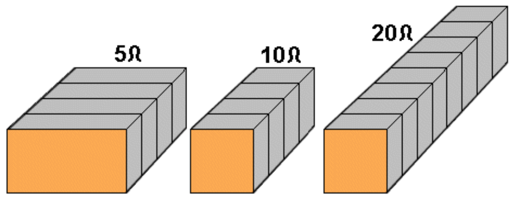
e o campo elétrico muda para

$$E = \rho J = 3{,}96x10^{-8}x2{,}65x10^5 = 1{,}05x10^{-2}V/m$$

Problema proposto: Na atmosfera há íons positivos e negativos, criados por elementos radioativos no solo e raios cósmicos vindo do espaço. Numa região a intensidade do campo elétrico é 120 V/m, dirigido verticalmente para baixo. Em virtude disto, 620 íons positivos por centimetro cúbico deslocam-se para baixo, e 550 íons negativos por centímetro cúbico deslocam-se para cima. A condutividade medida é 2,70 x 10^{-14} S. Calcular a velocidade de deriva dos íons, supondo-se a mesma para ambas as cargas. Resposta: 1,73 cm/s.

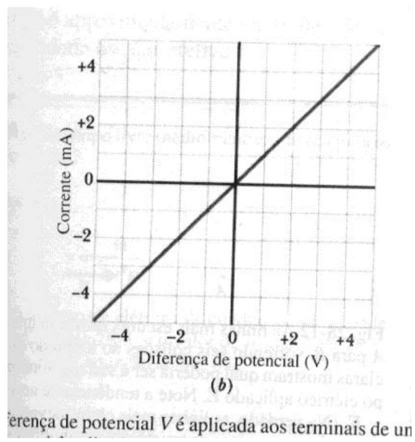
Lei de Ohm: um condutor obedece à lei de Ohm (“ôhmico”) quando sua resistência elétrica é independente do valor e da polaridade da ddp aplicada. Da mesma forma, num condutor ôhmico a resistividade é independente do módulo, direção e sentido do campo elétrico aplicado.

Exemplo: condutores metálicos (Ex.: fio de cobre)

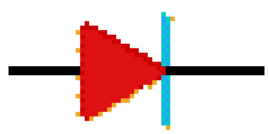


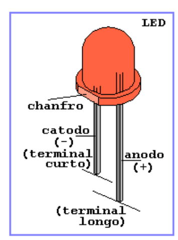
Curva característica: corrente versus ddp – é uma reta que passa pela origem. O coeficiente angular da reta é igual ao inverso da resistência elétrica do material

$$i(V) = \frac{1}{R} V$$



Contra-exemplo: diodos - só conduzem numa polaridade, e a resistência não é constante (depende do valor da ddp aplicada)





Curva característica: corrente quase nula para polaridade reversa, e cresce de maneira não-linear para polaridade direita. Aplicação: retificação da corrente alternada