Eletrodinâmica Clássica II
Capítulo II
Sistemas radiantes simples e difração
Lista de Exercícios

29 de agosto de 2017

1. Um fio retilíneo infinito ao longo do eixo z conduz uma corrente I que varia com o tempo de acordo com a seguinte expressão:

$$I(t) = \begin{cases} 0, t \leq 0 \\ \alpha t, t > 0 \end{cases} \quad ,$$

onde α é uma constante. Considerando um sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z):

(a) Obtenha os campos elétrico e magnético em todos os pontos $(r, \theta = 0, z = 0)$ como funções do tempo;

(b) Analise os dois casos particulares: $r \ll ct$ e $ct = r + \varepsilon$ onde $\varepsilon \ll r$.

2. Um dipolo elétrico com momento de dipolo p_0 jaz sobre o plano $x - y$ e gira em torno do eixo z com velocidade angular constante ω.

(a) Obtenha os campos elétricos na zona de radiação;

(b) Determine a distribuição espacial da potência irradiada;

(c) Calcule a potência total irradiada.

3. Um campo eletromagnético tem uma densidade de momentum angular $\boldsymbol{\mathcal{L}} = \mathbf{r} \times \mathbf{g}$, onde $\mathbf{g}$ é a densidade de momentum linear.

(a) No caso de fontes oscilando no tempo, ache a média temporal do momentum angular irradiado por unidade de ângulo sólido por segundo.

(b) Determine a quantidade acima no caso de um dipolo elétrico oscilante (dipolo de Hertz). Observe que, se o momento de dipolo elétrico é real, não há irradiação de momentum angular. Logo precisamos ter polarização circular (ou elíptica, em geral) para irradiar momentum angular.

(c) Os campos de radiação do problema 2 são elipticamente polarizados. Calcule, nesse caso, a quantidade $d\langle \mathbf{L} \rangle / dt d\Omega$ e interprete seu resultado.

4. Um quadrupolo linear oscilante consiste de uma carga $2e$ na origem e duas cargas $-e$ nas posições $z = \pm a \cos \omega t$.

(a) Determine o campo elétrico na região de radiação para um observador no plano $x - z$ a uma distância r da origem e um ângulo θ em relação ao eixo z;

(b) Calcule a potência total irradiada

5. (a) Um dipolo de Hertz com frequência angular ω está a uma distância $d \ll \lambda$ de um plano perfeitamente condutor. O dipolo está orientado paralelamente ao plano, como mostrado na figura abaixo. Mostre que a distribuição

espacial da potência irradiada é

$$\frac{dP}{d\Omega} = 4A\sin^2\theta\sin^2\Delta,$$

onde

$$\Delta = \frac{2\pi\lambda}{d}\sin\theta\cos\phi,$$

sendo que

$$\frac{dP}{d\Omega} = A\sin^2\theta$$

corresponde ao dipolo sem o plano condutor.

(b)Suponha, agora, que o dipolo esteja orientado perpendicularmente ao plano condutor. Mostre que a distribuição espacial da potência irradiada é

$$\frac{dP}{d\Omega} = 4A\sin^2\theta'\cos^2\Delta,$$

onde

$$\Delta = \frac{2\pi\lambda}{d}\cos\theta'$$

e os ângulos θ e θ' são medidos em relação aos eixos dos dipolos.

6. Considere duas antenas curtas de alimentação central e comprimento $L \ll \lambda$, corrente de pico I_0 e frequência ω. Os eixos das antenas são colineares, seus centros estão afastados de uma distância $\lambda/4$ e as correntes nas antenas têm uma diferença de fase de $\pi/2$ radianos.

(a) Mostre que a distribuição espacial da potência irradiada é

$$\frac{dP}{dtd\Omega} = \frac{\omega^2}{16\pi c^3}I_0^2L^2\sin^2\theta\left[1+\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)\right]$$

(b) Este sistema de duas antenas irradia momentum linear. Mostre que existe uma força de reação dada por

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{c}\frac{dP}{dt}\left(1-\frac{\pi^2}{12}\right)\hat{\mathbf{z}}$$

Obs.: respostas e dicas para resolução em `http://www.physics.princeton.edu/~mcdonald/examples`