

VOLUME 2

TERMODINÂMICA
ÓPTICA

FÍSICA

UMA ABORDAGEM ESTRATÉGICA

2ª EDIÇÃO



RANDALL D. KNIGHT

Sumário

INTRODUÇÃO A Jornada na Física xxi

VOLUME 2

Capítulo 15 Fluidos e Elasticidade 442

- 15.1 Fluidos 442
- 15.2 Pressão 444
- 15.3 Medição e uso da pressão 451
- 15.4 Empuxo 455
- 15.5 Dinâmica dos fluidos 459
- 15.6 Elasticidade 466

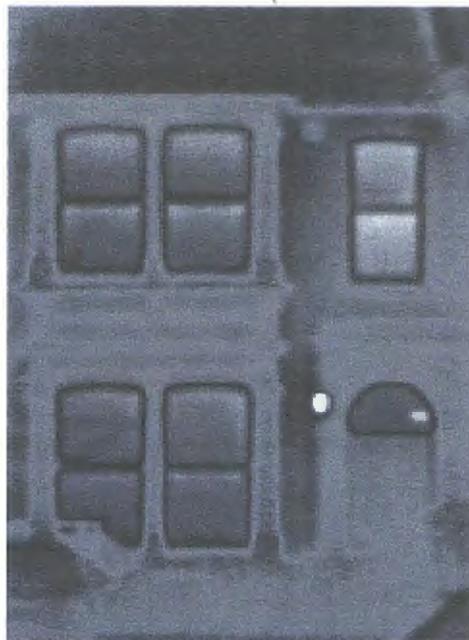
RESUMO 469

QUESTÕES E PROBLEMAS 470

PARTE III RESUMO Aplicações da Mecânica Newtoniana 476

PARTE IV Termodinâmica

PANORAMA É tudo uma questão de energia 479



Capítulo 16 Uma Descrição Macroscópica da Matéria 480

- 16.1 Sólidos, líquidos e gases 481
- 16.2 Átomos e mols 482

- 16.3 Temperatura 485
 - 16.4 Mudanças de fase 487
 - 16.5 Gases ideais 489
 - 16.6 Processos com gás ideal 494
- RESUMO 499
- QUESTÕES E PROBLEMAS 500

Capítulo 17 Trabalho, Calor e a Primeira Lei da Termodinâmica 506

- 17.1 É tudo uma questão de energia 507
- 17.2 Trabalho em processos com um gás ideal 509
- 17.3 Calor 513
- 17.4 A primeira lei da termodinâmica 516
- 17.5 Propriedades térmicas da matéria 518
- 17.6 Calorimetria 522
- 17.7 Calores específicos de gases 524
- 17.8 Mecanismos de transferência de calor 529

RESUMO 534

QUESTÕES E PROBLEMAS 535

Capítulo 18 A Conexão Micro/Macro 541

- 18.1 Velocidades moleculares e colisões 542
- 18.2 A pressão de um gás 544
- 18.3 Temperatura 547
- 18.4 Energia térmica e calor específico 549
- 18.5 Interações térmicas e calor 554
- 18.6 Processos irreversíveis e a segunda lei da termodinâmica 556

RESUMO 561

QUESTÕES E PROBLEMAS 562

Capítulo 19 Máquinas Térmicas e Refrigeradores 566

- 19.1 Transformação de calor em trabalho 567
- 19.2 Máquinas térmicas e refrigeradores 569
- 19.3 Máquinas térmicas que operam com gás ideal 575
- 19.4 Refrigeradores a gases ideais 579
- 19.5 Os limites do rendimento 582

19.5 O ciclo de Carnot 585

RESUMO 589

QUESTÕES E PROBLEMAS 590

PARTE IV RESUMO Termodinâmica 598

PARTE V Ondas e Óptica

PANORAMA Além do modelo de partícula 601



Capítulo 20 Ondas Progressivas 602

- 20.1 O modelo de onda 602
- 20.2 Ondas unidimensionais 605
- 20.3 Ondas senoidais 608
- 20.4 Ondas em duas e três dimensões 614
- 20.5 Som e luz 616
- 20.6 Potência, intensidade e decibels 620
- 20.7 O efeito Doppler 623

RESUMO 627

QUESTÕES E PROBLEMAS 628

Capítulo 21 Superposição 634

- 21.1 O princípio da superposição 634
- 21.2 Ondas estacionárias 636
- 21.3 Ondas estacionárias transversais 638
- 21.4 Ondas estacionárias sonoras e acústica musical 642
- 21.5 Interferência em uma dimensão 647
- 21.6 A matemática da interferência 650
- 21.7 Interferência em duas e três dimensões 653
- 21.8 Batimentos 658

RESUMO 661

QUESTÕES E PROBLEMAS 662

Capítulo 22 Óptica Ondulatória 670

- 22.1 Luz e óptica 670
- 22.2 Interferência luminosa 672

22.3 Redes de difração 678

22.4 Difração de fenda simples 681

22.5 Difração em aberturas circulares 684

22.6 Interferômetros 687

RESUMO 692

QUESTÕES E PROBLEMAS 693

Capítulo 23 Óptica Geométrica 700

23.1 O modelo de raios luminosos 700

23.2 Reflexão 703

23.3 Refração 706

23.4 Formação de imagens por refração 711

23.5 Cor e dispersão 713

23.6 Lentes delgadas: traçado de raios 716

23.7 Lentes delgadas: teoria da refração 722

23.8 Formação de imagens por espelhos esféricos 728

RESUMO 732

QUESTÕES E PROBLEMAS 733

Capítulo 24 Instrumentos Ópticos 739

24.1 Lentes compostas 739

24.2 A câmera fotográfica 742

24.3 Visão 745

24.4 Sistemas ópticos de ampliação 749

24.5 Resolução de instrumentos ópticos 753

RESUMO 757

QUESTÕES E PROBLEMAS 758

Capítulo 25 Óptica Moderna e Ondas de Matéria 763

25.1 Espectroscopia: desvendando a estrutura dos átomos 764

25.2 Difração de raios X 766

25.3 Fótons 769

25.4 Ondas de matéria 772

25.5 A energia é quantizada 776

RESUMO 779

QUESTÕES E PROBLEMAS 780

PARTE V RESUMO Ondas e Óptica 784

Apêndice A Revisão Matemática A-1

Apêndice B Tabela Periódica dos Elementos B-1

Respostas dos exercícios e problemas de numeração ímpar R-1

Créditos C-1

Índice I-1

15

Fluidos e Elasticidade

A prática de caiaque em corredeiras exige uma compreensão intuitiva dos fluidos.

► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 15 é entender os sistemas macroscópicos que fluem ou se deformam. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Entender e utilizar o conceito de massa específica.
- Entender a pressão em líquidos e gases.
- Usar uma variedade de unidades para medir a pressão.
- Usar o princípio de Arquimedes para entender a flutuação.
- Usar um modelo de fluido ideal para investigar como os fluidos escoam.
- Calcular a deformação elástica de sólidos e líquidos.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende das condições de equilíbrio. Revise:

- Seção 5.6 Equilíbrio e a primeira lei de Newton
- Seção 10.4 Lei de Hooke e forças restauradoras



Este caiaque flutua sobre a água, um fluido. A própria água está em movimento. Surpreendentemente, não precisamos de nenhuma lei da física para entender como os fluidos fluem ou por que alguns objetos bóiam ao passo que outros, afundam. A física dos fluidos, muitas vezes chamada de *mecânica dos fluidos*, é uma aplicação importante das leis de Newton e do princípio de conservação da energia – conteúdos de física que você aprendeu nas Partes I e II.

Os fluidos são sistemas macroscópicos, e nosso estudo dos mesmos nos levará muito além do modelo de partículas. Dois novos conceitos, *densidade* e *pressão*, serão introduzidos para descrever sistemas macroscópicos. Começaremos com a *estática dos fluidos*, para situações em que o fluido permanece em repouso. Ventosas e porta-aviões são apenas duas das aplicações que iremos explorar. A seguir, passaremos para os fluidos em movimento. A equação de Bernoulli, o princípio que governa a *dinâmica dos fluidos*, explicará desde como a água flui por mangueiras de bombeiros até como os aviões permanecem no ar, entre outras coisas. Então, encerraremos este capítulo com um breve olhar sobre uma propriedade diferente, mas relacionada, dos sistemas macroscópicos: a *elasticidade* dos sólidos.

15.1 Fluidos

De maneira bem simples, um **fluido** é uma substância que flui ou escoam. Uma vez que fluem, os fluidos assumem a forma de seus recipientes em vez de reterem uma forma própria. Você pode pensar que os gases e os líquidos são muito diferentes, mas ambos são fluidos e suas semelhanças são, muitas vezes, mais importantes do que suas diferenças.

Gases e líquidos

Conforme mostrado na FIGURA 15.1a, um **gás** é um sistema no qual cada molécula se desloca pelo espaço como uma partícula livre e sem interagir até que ocasionalmente colida com outra molécula ou com a parede do recipiente. O gás com o qual estamos mais familiarizados é o ar, em sua maior parte uma mistura de moléculas de nitrogênio e oxigênio. Os gases são sistemas macroscópicos relativamente simples, e a Parte IV deste livro lidará com as propriedades térmicas dos gases. Por enquanto, duas propriedades dos gases nos interessam:

1. Os gases são *fluidos*. Eles escoam e exercem pressão contra as paredes de seus recipientes.
2. Os gases são *compressíveis*, ou seja, o volume de um gás aumenta ou diminui facilmente, o que é consequência do “espaço vazio” entre as moléculas.

Os líquidos são mais complicados do que os gases e os sólidos. Assim como os sólidos, os líquidos são praticamente *incompressíveis*. Esta propriedade significa que as moléculas de um líquido, como as de um sólido, se encontram tão próximas quanto possível sem entrar em contato umas com as outras. Ao mesmo tempo, um líquido flui e se deforma de modo a se ajustar à forma do recipiente que o contém. A natureza fluida de um líquido nos diz que as moléculas estão livres para se deslocar.

Essas observações sugerem o modelo de **líquido** ilustrado na FIGURA 15.1b. Nela é representado um sistema no qual as moléculas estão vagamente unidas por ligações moleculares fracas. As ligações são suficientemente fortes para fazer com que as moléculas nunca se distanciem muito entre si, mas não têm força suficiente para evitar que as moléculas escoreguem umas em torno das outras.

Volume e densidade

Um **parâmetro** importante que caracteriza um sistema macroscópico é o seu volume V , a quantidade de espaço que ele ocupa. A unidade de volume do SI é o m^3 . Entretanto, tanto cm^3 quanto, até certo ponto, litros (L) são unidades métricas de volume amplamente utilizadas. Na maior parte dos casos, você deve convertê-las para m^3 antes de realizar cálculos.

Embora seja verdadeiro que $1\text{ m} = 100\text{ cm}$, não é verdadeiro que $1\text{ m}^3 = 100\text{ cm}^3$. A FIGURA 15.2 mostra que o fator de conversão de volume é $1\text{ m}^3 = 10^6\text{ cm}^3$. Pode-se considerar este processo como a elevação do fator de conversão linear à terceira potência:

$$1\text{ m}^3 = 1\text{ m}^3 \times \left(\frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}}\right)^3 = 10^6\text{ cm}^3$$

Um **litro** é igual a 1.000 cm^3 ; logo, $1\text{ m}^3 = 10^3\text{ L}$. Um mililitro (1 mL) é o mesmo que 1 cm^3 .

Um sistema também é caracterizado por sua **densidade**. Suponha que você tenha diversos blocos de cobre, cada qual de tamanho diferente. Cada bloco tem massa m e volume V distintos dos demais. Apesar disso, todos os blocos são de cobre, de modo que deve haver alguma grandeza que tenha o mesmo valor para todos os blocos, nos dizendo: “Isto é cobre, e não, algum outro material”. O mais importante desses parâmetros é a razão entre a massa e o volume, que chamamos de **massa específica** ou **densidade de massa** ρ (letra grega *rho* minúscula):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\text{massa específica}) \quad (15.1)$$

Inversamente, um objeto de densidade ρ possui massa

$$m = \rho V \quad (15.2)$$

As unidades do SI de massa específica é o kg/m^3 . No entanto, a unidade g/cm^3 também é amplamente usada. É preciso convertê-las para unidades do SI antes de realizar a maioria dos cálculos. Deve-se converter gramas para quilogramas, e centímetros cúbicos para metros cúbicos. O resultado final é o fator de conversão

$$1\text{ g/cm}^3 = 1.000\text{ kg/m}^3$$

A densidade de massa ou massa específica geralmente é chamada simplesmente de “densidade” quando não houver nenhum perigo de confusão. Entretanto, conheceremos

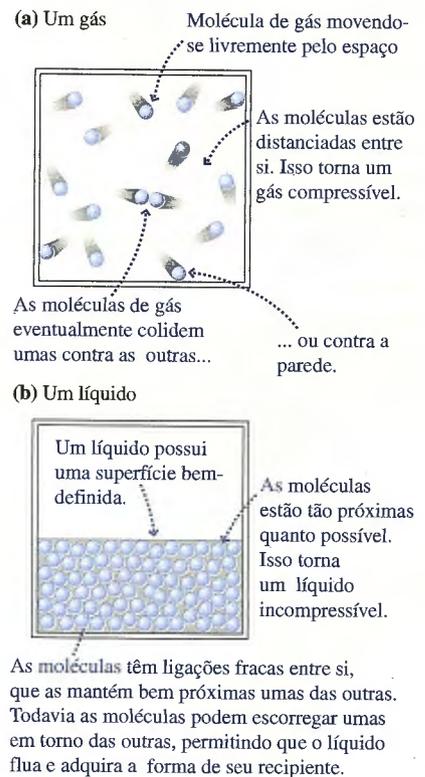
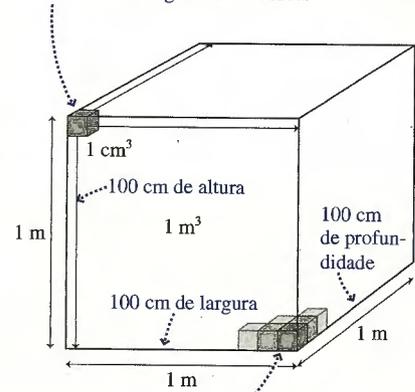


FIGURA 15.1 Modelos atômicos simples de gases e líquidos.

Subdivida o cubo de $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ em pequenos cubos com lados de 1 cm . Você obterá 100 subdivisões ao longo de cada borda.



Cabem $100 \times 100 \times 100 = 10^6$ pequenos cubos de 1 cm^3 no cubo grande de 1 m^3 .

FIGURA 15.2 Há 10^6 cm^3 em 1 m^3 .

TABELA 15.1 Densidades de fluidos em condições padrão de temperatura (0 °C) e pressão (1 atm)

Substância	ρ (kg/m ³)
Ar	1,28
Álcool etílico	790
Gasolina	680
Glicerina	1.260
Hélio gasoso	0,18
Mercúrio	13.600
Óleo (comum)	900
Água do mar	1.030
Água	1.000

outros tipos de densidade na medida em que avançarmos, e, às vezes, é importante ser explícito em relação a que densidade estamos nos referindo. A Tabela 15.1 traz uma pequena lista de densidades de massa de diversos fluidos. Observe a enorme diferença entre as densidades de gases e de líquidos. Os gases têm densidades menores porque, neles, as moléculas estão mais afastadas entre si do que nos líquidos.

O que *significa* dizer que a densidade da gasolina é de 680 kg/m³ ou, o que é equivalente, 0,68 g/cm³? A densidade é uma razão entre a massa e o volume. Ela é muitas vezes descrita como a “massa por unidade de volume”, mas para que isso faça sentido é preciso saber o que significa “unidade de volume”. Independentemente de qual sistema de unidades de comprimento você utilizar, uma **unidade de volume** é uma dessas unidades elevada ao cubo. Por exemplo, se você medir o comprimento em metros, a unidade de volume é 1 m³. Porém, 1 cm³ é a unidade de volume se você medir o comprimento em cm, e 1 km³ é a unidade de volume se você medir o comprimento em quilômetros.

A densidade é a massa de uma unidade de volume, sejam quais forem essas unidades. Dizer que a densidade da gasolina é de 680 kg/m³ é o mesmo que dizer que a massa de 1 m³ de gasolina vale 680 kg. A massa de 1 cm³ de gasolina é 0,68 g, então a densidade da gasolina, nessa unidade, vale 0,68 g/cm³.

A massa específica independe do tamanho do objeto, ou seja, a massa e o volume são parâmetros que caracterizam uma *parte específica* de alguma substância – cobre, digamos – ao passo que a massa específica caracteriza a própria substância. Todas as partes de cobre têm a mesma massa específica, que difere da massa específica de qualquer outra substância. Desta forma, a massa específica nos permite falar sobre as propriedades do cobre em geral sem termos de nos referir a qualquer parte específica do cobre.

EXEMPLO 15.1 Pesando o ar

Qual é a massa de ar numa sala de estar com dimensões de 4,0 m × 6,0 m × 2,5 m?

MODELO A Tabela 15.1 mostra a densidade do ar à temperatura de 0°C. Ela não varia significativamente para pequenas variações de temperatura (discutiremos essa questão no próximo capítulo), de modo que usaremos este valor mesmo que a maioria das pessoas mantenha suas salas de estar a temperaturas maiores de 0°C.

RESOLUÇÃO O volume da sala é

$$V = (4,0 \text{ m}) \times (6,0 \text{ m}) \times (2,5 \text{ m}) = 60 \text{ m}^3$$

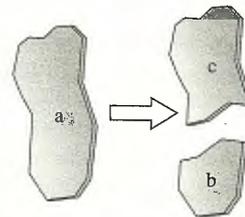
A massa do ar é

$$m = \rho V = (1,28 \text{ kg/m}^3) (60 \text{ m}^3) = 77 \text{ kg}$$

AVALIAÇÃO Essa massa é, talvez, maior do que a que você poderia esperar para uma substância que quase parece nem existir. Para fins de comparação, uma piscina deste tamanho conteria 60.000 kg de água.

PIRE E PENSE 15.1

Um pedaço de vidro é quebrado em duas partes de diferentes tamanhos. Ordene em seqüência decrescente as densidades de massa dos itens a, b e c.

**15.2 Pressão**

“Pressão” é uma palavra que todos conhecem e usam. Você provavelmente tem uma idéia de senso comum sobre o que é pressão. Por exemplo, você sente os efeitos da variação da pressão em seus tímpanos quando mergulha ou decola em um avião. Latas de creme de chantili são “pressurizadas” para que seu conteúdo esguiche quando se aperta o bocal. É difícil abrir um pote de geléia “fechado a vácuo”, mas isso fica fácil depois que o lacre é removido.

Você com certeza já viu água jorrar por um orifício na parte lateral de um recipiente, como mostrado na **FIGURA 15.3**. Observe que a água emerge a uma velocidade maior de um orifício em maior profundidade. E você provavelmente sentiu o ar jorrando de um furo em um pneu de bicicleta ou em um colchão de ar inflável. Essas observações sugerem que:

- “Algo” empurra a água ou o ar *lateralmente*, para fora do orifício.
- Em um líquido, este “algo” é maior quando a profundidade é maior. Em um gás, este “algo” parece ser o mesmo em todos os lugares.

Nosso objetivo é transformar essas observações cotidianas em uma definição precisa de pressão.

A **FIGURA 15.4** mostra um fluido – seja ele um líquido ou um gás – exercendo pressão contra uma pequena área A com uma força \vec{F} . Esta é a força que empurra o fluido para fora de um orifício. Na ausência de um orifício, \vec{F} empurra contra a parede do recipiente. Vamos definir a **pressão** neste ponto no fluido como sendo a razão entre a força e a área na qual a força é exercida:

$$p = \frac{F}{A} \tag{15.3}$$

Observe que a pressão é escalar, e não, um vetor. A partir da Equação 15.3, pode-se verificar que um fluido exerce uma força de módulo

$$F = pA \tag{15.4}$$

sobre uma superfície de área A . Esta força é *perpendicular* à superfície.

NOTA ► A pressão em si *não* é uma força, mesmo que às vezes falemos informalmente sobre “a força exercida pela pressão”. O enunciado correto é que o *fluido* exerce uma força sobre uma superfície. ◀

De acordo com sua definição, a pressão tem por unidade o N/m^2 . A unidade de pressão do SI é o **pascal**, definido como:

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2$$

Essa unidade recebeu seu nome em homenagem ao cientista francês do século XVII, **Blaise Pascal**, um dos primeiros a estudar os fluidos. Grandes pressões são, muitas vezes, expressas em quilopascals, sendo $1 \text{ kPa} = 1000 \text{ Pa}$.

A Equação 15.3 é a base para o dispositivo simples de medição de pressão mostrado na **FIGURA 15.5a**. Uma vez que a constante elástica k e a área A são conhecidas, podemos determinar a pressão medindo a compressão da mola. Depois de construir o dispositivo, podemos inserir diversos líquidos e gases para estudar a pressão. A **FIGURA 15.5b** mostra que podemos aprender a partir de uma série de experimentos simples.

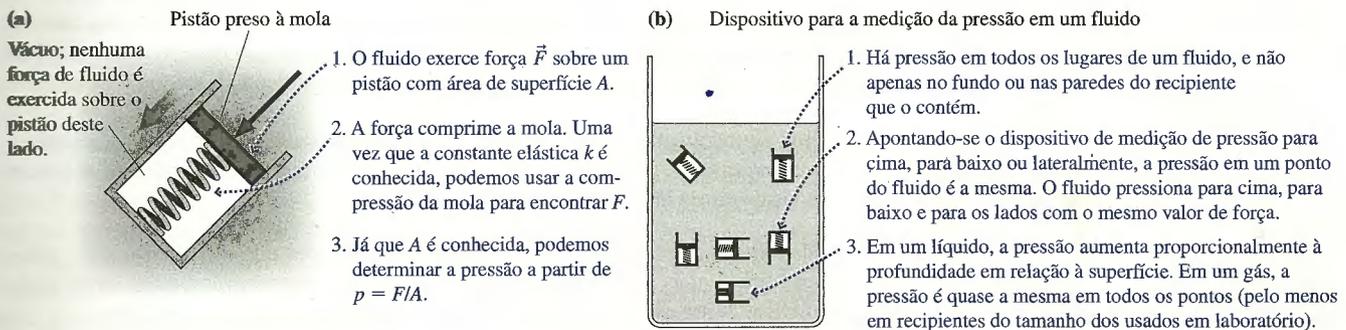


FIGURA 15.5 Aprendendo sobre a pressão.

O primeiro enunciado da Figura 15.5b é particularmente importante. A pressão existe em *todos* os pontos de um fluido, e não, apenas nas paredes do recipiente. Você pode lembrar que a tensão existe em *todos* os pontos de um barbante, e não, apenas em suas extremidades, onde ele é amarrado a um objeto. Entendemos a tensão como as partes diferentes do barbante *que puxam* umas às outras. A pressão é uma idéia análoga, exceto pelo fato de que as partes diferentes de um fluido estão *puxando* umas às outras.

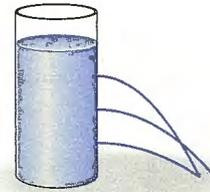
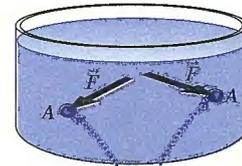


FIGURA 15.3 A pressão da água empurra o líquido *lateralmente*, para fora dos orifícios.



O fluido empurra a área A com força \vec{F} .

FIGURA 15.4 O fluido pressiona a área A com uma força \vec{F} .

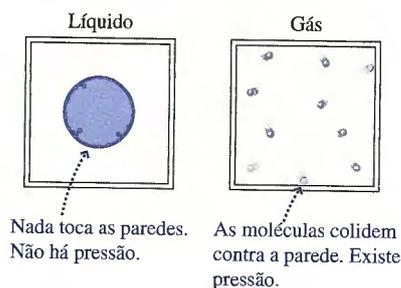


FIGURA 15.6 Um líquido e um gás em um ambiente sem peso.

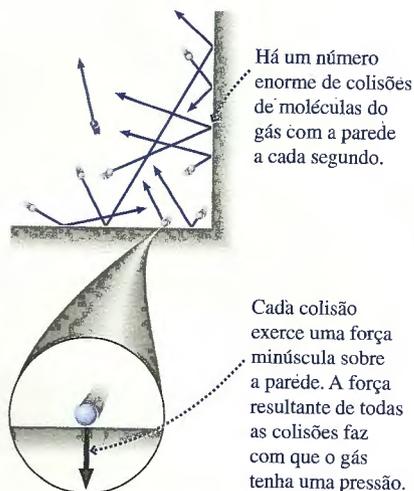


FIGURA 15.7 A pressão de um gás deve-se à força resultante gerada pelas colisões das moléculas com as paredes.

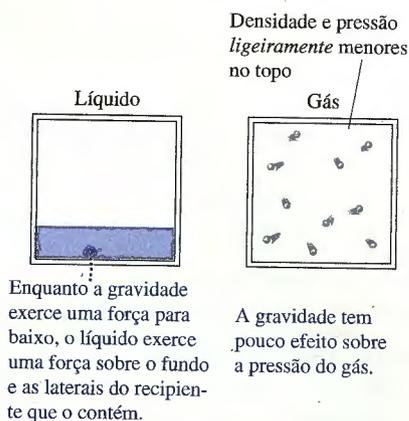


FIGURA 15.8 A gravidade afeta a pressão dos fluidos.

A origem da pressão

Os gases e os líquidos são fluidos, mas eles apresentam algumas diferenças importantes entre si. Os líquidos são praticamente incompressíveis; os gases são altamente compressíveis. Em um líquido, as moléculas atraem-se mutuamente por meio de ligações moleculares; em um gás, as moléculas interagem somente através de ocasionais colisões. Essas diferenças afetam a maneira como pensamos sobre a pressão em gases e líquidos.

Imagine que você disponha de dois potes lacrados, cada qual contendo uma pequena quantidade de mercúrio e nada mais. Todo o ar foi removido deles. Suponha, então, que você leve os dois potes para um ônibus espacial em órbita, onde eles não apresentam peso. Um dos potes você mantém resfriado a fim de que o mercúrio se mantenha líquido. O outro você aquece até que o mercúrio ferva e torne-se um gás. O que pode ser dito sobre a pressão nesses dois potes?

Conforme mostra a **FIGURA 15.6**, as ligações moleculares mantêm o mercúrio líquido coeso. Ele pode vibrar como uma gelatina, mas permanece uma gota coesa flutuando no centro do pote. A gota de líquido não exerce nenhuma força sobre as paredes, então *não* há pressão no pote contendo o líquido. (Se realmente realizarmos este experimento, uma pequena fração do mercúrio estaria na fase de vapor e criaria o que é chamado de *pressão de vapor*. Podemos tornar a pressão de vapor desprezível mantendo a temperatura baixa.)

Com um gás é diferente. A **Figura 15.1** introduziu um modelo atômico de gás no qual uma molécula se move livremente até colidir com outra ou com a parede do recipiente. A **FIGURA 15.7** mostra algumas das moléculas do gás colidindo contra a parede. De nosso estudo de colisões no Capítulo 9, recorde-se de que cada molécula, à medida que se desloca, exerce um minúsculo impulso sobre a parede. O impulso de qualquer colisão é extremamente pequeno, mas há um número extraordinariamente grande de colisões com a parede a cada segundo. Essas colisões fazem com que o gás tenha uma pressão.

A pressão de um gás pode ser calculada a partir da força resultante que as moléculas exercem sobre a parede dividida pela área da parede. Faremos esse cálculo no Capítulo 18. Por enquanto, simplesmente observaremos que a pressão é proporcional à densidade do gás contido no recipiente e à temperatura absoluta.

A **FIGURA 15.8** mostra o pote de volta à Terra. Devido à gravidade, o líquido agora se encontra no fundo do pote e exerce uma força sobre o fundo e sobre as laterais. O mercúrio líquido é incompressível; logo, o volume de líquido na **Figura 15.8** é o mesmo que na **Figura 15.6**. Não há pressão sobre a parte superior do pote (exceto uma pressão de vapor muito pequena).

À primeira vista, a situação do pote cheio de gás parece inalterada em relação à da **Figura 15.6**. Entretanto, a força gravitacional da Terra faz com que a densidade do gás seja *levemente* maior no fundo do pote do que na parte superior do mesmo. Uma vez que a pressão, em função das colisões, é proporcional à densidade, ela é *ligeiramente* maior no fundo do pote do que em sua parte superior.

Dessa forma, parece haver duas contribuições à pressão num recipiente de fluido:

1. Uma *contribuição gravitacional* que surge da força da gravidade exercida sobre o fluido. Já que o fluido pode escoar, as forças são exercidas sobre o fundo e sobre as laterais do recipiente. A contribuição gravitacional depende da força da atração gravitacional.
2. Uma *contribuição térmica* devido às colisões das moléculas do gás, que se movem livremente, contra as paredes do recipiente. A contribuição térmica depende da temperatura absoluta do gás.

Uma análise detalhada constata que essas duas contribuições não são inteiramente independentes entre si, mas a distinção feita é útil para uma compreensão básica da pressão. Vamos analisar como essas duas contribuições se aplicam a situações distintas.

Pressão em gases

Em um recipiente com tamanho semelhante ao dos usados em laboratórios, a pressão de um gás deve-se quase inteiramente à contribuição térmica. O recipiente deveria ter ≈ 100 m de altura para que a gravidade fizesse com que a pressão na parte superior fosse 1% menor do que a pressão no fundo. Recipientes de laboratório têm alturas muito menores do que 100 m de altura; logo, podemos presumir que p tem o *mesmo* valor em todos os pontos de um recipiente de laboratório contendo gás. Um problema para casa

lhe permitirá verificar que a contribuição gravitacional à pressão do gás em um recipiente, é desprezível.

A diminuição do número de moléculas em um recipiente diminui a pressão do gás simplesmente porque ocorrem menos colisões com as paredes. Se o recipiente estiver completamente vazio, sem átomos ou moléculas, a pressão será $p = 0$ Pa. Isso representa o *vácuo perfeito*. Não existe vácuo perfeito na natureza nem mesmo nas profundezas mais remotas do espaço sideral, pois é impossível remover completamente todos os átomos de uma região qualquer do espaço. Na prática, **vácuo** é um espaço fechado no qual $p \ll 1$ atm. Usar $p = 0$ Pa constitui, neste caso, uma aproximação muito boa.

Pressão atmosférica

A atmosfera da Terra *não* é um recipiente do tamanho dos usados em laboratórios. A altura da atmosfera é tão grande que a contribuição gravitacional à pressão *se torna* realmente importante. Conforme mostra a FIGURA 15.9, a densidade do ar diminui lentamente com o aumento da altura até atingir zero no vácuo do espaço. Conseqüentemente, a pressão do ar, que chamamos de *pressão atmosférica* p_{atm} , diminui com o aumento da altitude. A pressão do ar é menor em Denver, EUA, do que em Miami.

A pressão atmosférica ao nível do mar varia levemente de acordo com o clima, mas a pressão média global ao nível do mar é de 101.300 Pa. Conseqüentemente, definimos a **atmosfera padrão** como

$$1 \text{ atmosfera padrão} = 1 \text{ atm} = 101.300 \text{ Pa} = 101,3 \text{ kPa}$$

A atmosfera padrão, geralmente mencionada simplesmente como “atmosfera”, é uma unidade de pressão muito utilizada, porém ela não é uma unidade do SI, de modo que você deve converter atmosferas para pascals antes de realizar a maioria dos cálculos com pressão.

NOTA ► A menos que você viva exatamente ao nível do mar, a pressão atmosférica ao seu redor é um pouco menor do que 1 atm. Experimentos com pressão utilizam um barômetro para determinar a pressão atmosférica real. Para simplificar, este livro sempre presumirá que a pressão do ar é $p_{\text{atm}} = 1$ atm, exceto quando mencionado ao contrário. ◀

Dado que a pressão do ar ao nível do mar é de 101,3 kPa, você poderia se perguntar por que o peso do ar não esmaga o seu antebraço quando você o apóia numa mesa. O antebraço tem uma área superficial de $\approx 200 \text{ cm}^2 = 0,02 \text{ m}^2$; logo, a força do ar pressionando contra ele é de $\approx 2.000 \text{ N}$ ($\approx 200 \text{ kgf}$). Como você consegue, então, levantar o braço?

O motivo, conforme mostra a FIGURA 15.10, é que o fluido exerce força de pressão em todas as direções e sentidos. Há uma força, orientada para baixo, de $\approx 2.000 \text{ N}$ sobre seu antebraço, todavia o ar abaixo de seu braço exerce uma força orientada para cima e de mesma intensidade. A força resultante é muito próxima de zero. (Para ser preciso, existe uma força resultante orientada para cima, chamada de força de empuxo. Estudaremos o empuxo na Seção 15.4. Para a maior parte dos objetos, a força de empuxo do ar é pequena demais para ser notada.)

Mas você pode dizer que não existe ar sob o braço se ele estiver apoiado sobre uma mesa. Na verdade, existe. Haveria um vácuo sob seu braço se não houvesse ar ali. Imagine colocar o braço sobre a ponta do tubo de sucção comprido de um aspirador de pó. O que acontece? Você sente uma força para baixo à medida que o aspirador “tende a sugar seu braço”. Entretanto, a força para baixo que você sente não é uma força de atração do aspirador de pó. Ela é a força do ar acima do seu braço que o empurra para baixo quando o ar embaixo do mesmo foi removido e não pode mais empurrá-lo de volta. As moléculas de ar não têm ganchos! Elas não têm a capacidade de “puxar” o seu braço. O ar consegue somente empurrar.

Aspiradores de pó, ventosas ou outros dispositivos similares são exemplos impressionantes da intensidade da força que a pressão atmosférica pode gerar se o ar for removido de um lado de um objeto, produzindo-se, assim, uma força desequilibrada. O fato de estarmos cercados pelo fluido permite que nos movimentemos através do ar, assim como quando mergulhamos embaixo d’água, sem nos darmos conta dessas forças poderosas.

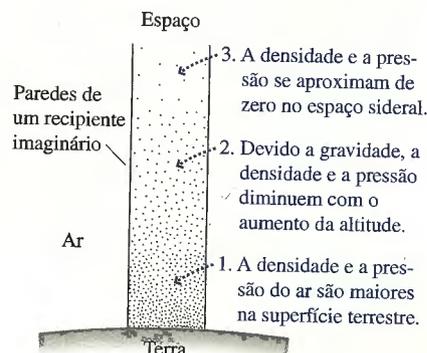
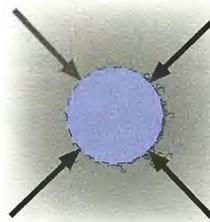


FIGURA 15.9 A pressão e a densidade diminuem com o aumento da altitude na atmosfera.



As forças de um fluido são exercidas em todas as orientações.

FIGURA 15.10 Em um fluido, as forças de pressão são exercidas com intensidade igual em todas as orientações.



A remoção do ar de um recipiente apresenta conseqüências muito reais.

EXEMPLO 15.2 Uma ventosa

Uma ventosa de 10 cm de diâmetro é comprimida contra um teto de superfície lisa. Qual é a massa máxima de um objeto que pode ser suspenso pela ventosa sem arrancá-la do teto? A massa da ventosa é desprezível.

MODELO A compressão da ventosa contra o teto elimina o ar ali existente. Presumiremos que o volume confinado entre a ventosa e o teto é um vácuo perfeito, com $p = 0$ Pa. Também será suposto que a pressão no ambiente é de 1 atm.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 15.11 mostra o diagrama de corpo livre da ventosa presa ao teto. A força normal do teto, para baixo, está distribuída sobre a borda da ventosa, mas no modelo de partículas podemos representá-la como um único vetor de força.

RESOLUÇÃO A ventosa permanecerá presa ao teto, em equilíbrio estático, se $F_{ar} = n + F_G$. O módulo da força para cima exercida pelo ar é

$$F_{ar} = pA = p\pi r^2 = (101.300 \text{ Pa})\pi(0,050 \text{ m})^2 = 796 \text{ N}$$

Não há força do ar orientada para baixo neste caso, pois não existe ar dentro da ventosa. O aumento da massa pendurada diminui a força normal n por igual quantidade. O peso máximo será atingido quando n reduzir-se a zero. Assim,

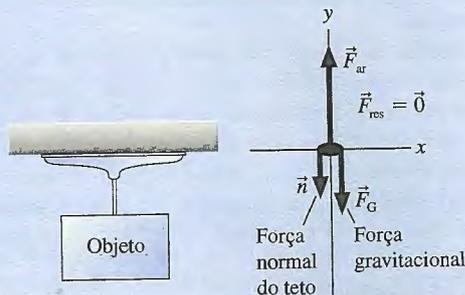


FIGURA 15.11 Uma ventosa presa ao teto pela pressão do ar que exerce uma força orientada para cima sobre a parte inferior.

$$(F_G)_{\max} = mg = F_{ar} = 796 \text{ N}$$

$$m = \frac{796 \text{ N}}{g} = 81 \text{ kg}$$

Dessa forma, a ventosa pode sustentar uma massa de até 81 kg.

Pressão em líquidos

A gravidade faz com que um líquido ocupe as partes mais fundas de um recipiente. Portanto, não é nenhuma surpresa que a pressão em um líquido seja quase inteiramente devida à contribuição gravitacional. Desejamos determinar a pressão na profundidade d abaixo da superfície de um líquido. Presumiremos que o líquido encontra-se em repouso; líquidos em movimento serão analisados mais adiante neste capítulo.

O cilindro de líquido sombreado da FIGURA 15.12 se estende desde a superfície até a profundidade d . Esse cilindro, assim como o restante do líquido, está em equilíbrio estático com $F_{res} = \vec{0}$. Três forças são exercidas sobre o cilindro: a força gravitacional mg , uma força p_0A orientada para baixo devido à pressão p_0 na superfície do líquido e uma força pA orientada para cima devido ao líquido abaixo do cilindro, exercida sobre a parte inferior do mesmo. Essa terceira força é uma consequência de nossa observação anterior de que as partes diferentes de um fluido empurram-se umas às outras. A pressão p , que é o que estamos tentando determinar, é a pressão na parte inferior do cilindro.

A força orientada para cima equilibra as duas forças orientadas em sentido contrário; logo,

$$pA = p_0A + mg \tag{15.5}$$

O líquido constitui um cilindro com área A de secção transversal e altura d . Seu volume, portanto, é $V = Ad$, e sua massa é $m = \rho V = \rho Ad$. Ao substituir essa expressão pela massa do líquido na Equação 15.5, constatamos que a área A é cancelada em todos os termos. A pressão na profundidade d de um líquido é, então,

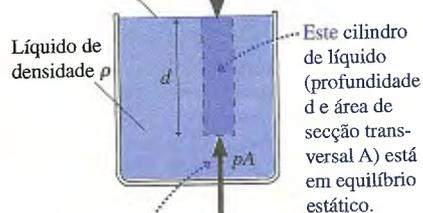
$$p = p_0 + \rho g d \quad (\text{pressão hidrostática à profundidade } d) \tag{15.6}$$

onde ρ é a densidade do líquido. Uma vez que o fluido está em repouso, a pressão dada pela Equação 15.6 é chamada de **pressão hidrostática**. O fato de que g aparece na Equação 15.6 nos lembra que esta é uma contribuição gravitacional à pressão. Conforme esperado, $p = p_0$ na superfície, onde $d = 0$. A pressão p_0 geralmente deve-se ao ar ou a outro gás acima do líquido. Para um líquido que está aberto ao ar, $p_0 = 1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa}$. Entretanto, p_0 também pode ser a pressão gerada por um pistão ou por uma superfície fechada que empurra para baixo a parte superior do líquido.

NOTA ▶ A Equação 15.6 supõe que o líquido seja *incompressível*, isto é, que sua densidade ρ não aumente com a profundidade. Esta é uma suposição muito boa no caso de líquidos, mas não para gases, que são realmente compressíveis. Ainda assim, a Equação 15.6 pode ser usada para gases em distâncias bem pequenas, de algumas dezenas de metros ou menos, pois a densidade é quase constante nessas circunstân-

O que estiver acima do líquido exerce uma força para baixo sobre a parte superior do cilindro.

Pressão p_0 na superfície



O líquido que está abaixo exerce uma força orientada para cima sobre o cilindro. A pressão à profundidade d é p .

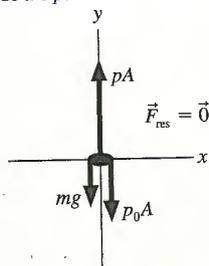


Diagrama de corpo livre da coluna de líquido

FIGURA 15.12 Medição da pressão a uma profundidade d em um líquido.

cias. A Equação 15.6 não deve ser usada para calcular a pressão a diferentes alturas na atmosfera. (Um problema para casa lhe possibilitará derivar uma equação diferente para a pressão da atmosfera.) ◀

EXEMPLO 15.3 A pressão em um submarino

Um submarino navega a uma profundidade de 300 m. Qual é a pressão a esta profundidade? Expresse a resposta tanto em pascals quanto em atmosferas.

RESOLUÇÃO A densidade da água do mar, de acordo com a Tabela 15.1, é $\rho = 1.030 \text{ kg/m}^3$. A pressão à profundidade $d = 300 \text{ m}$, calculada através da Equação 15.6, é

$$p = p_0 + \rho g d = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} + (1.030 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(300 \text{ m}) = 3,13 \times 10^6 \text{ Pa}$$

A conversão da resposta para atmosferas resulta em

$$p = 3,13 \times 10^6 \text{ Pa} \times \frac{1 \text{ atm}}{1,013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 30,9 \text{ atm}$$

AVALIAÇÃO A pressão nas profundezas do oceano é muito grande. As janelas de submersíveis devem ser muito espessas para suportar grandes forças.

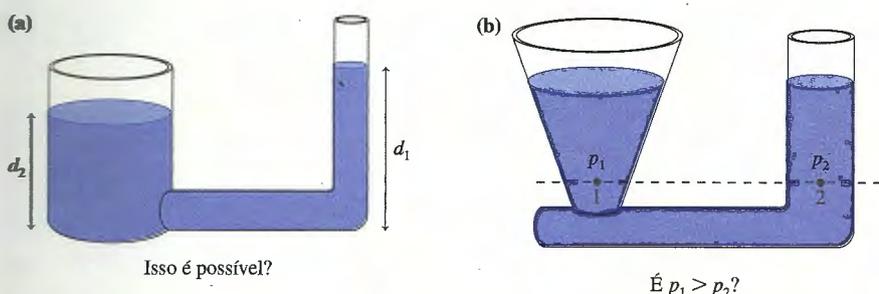


FIGURA 15.13 Algumas propriedades de um líquido em equilíbrio hidrostático não são o que se poderia esperar.

-A pressão hidrostática em um líquido depende apenas da profundidade e da pressão na superfície. Essa observação tem algumas implicações importantes. A **FIGURA 15.13a** mostra dois tubos conectados. Sem dúvida é verdade que o volume maior de líquido no tubo mais largo pesa mais do que o do líquido no tubo mais estreito. Talvez você tenha pensado que este peso extra empurraria o líquido no tubo mais estreito até um ponto mais alto do que o tubo mais largo. Mas não é isso que acontece, pois, se d_1 fosse maior do que d_2 , de acordo com a equação de pressão hidrostática, a pressão no fundo do tubo mais estreito seria maior do que a pressão no fundo do tubo mais largo. E essa *diferença de pressão* faria com que o líquido *fluísse* da direita para a esquerda até que as alturas fossem iguais.

Logo, uma primeira conclusão é: **um líquido em equilíbrio hidrostático, contido em um recipiente conectado, sobe até uma mesma altura em todas as regiões abertas do recipiente.**

A **FIGURA 15.13b** mostra dois tubos conectados de formatos diferentes. O tubo cônico armazena mais líquido acima da linha pontilhada do que o outro, de modo que se poderia pensar que $p_1 > p_2$. Mas não é assim. Os dois pontos estão à mesma profundidade; logo, $p_1 = p_2$. Pode-se chegar à mesma conclusão raciocinando sobre a pressão no fundo dos tubos. Se p_1 fosse maior do que p_2 , a pressão no fundo do tubo à esquerda seria maior do que a pressão no fundo do tubo à direita. Isso faria com que o líquido fluísse até que as pressões fossem iguais.

Se $p_1 = p_2$, pode-se imaginar o que está segurando o líquido “extra” no tubo cônico. A **FIGURA 15.14** mostra que o peso dessa quantidade extra de líquido é sustentado pela parede do tubo. Somente o líquido que está *diretamente acima* do ponto 1 precisa ser sustentado pela pressão no ponto 1.

Portanto, uma segunda conclusão é: **a pressão é a mesma em todos os pontos de uma linha horizontal através de um líquido contido em recipiente conectado e em equilíbrio hidrostático.**

NOTA ▶ Essas duas conclusões são restritas a líquidos em equilíbrio hidrostático. A situação é diferente para líquidos em movimento, como veremos mais adiante neste capítulo. ◀

Foco nesta parte do líquido.



A parede do tubo sustenta o líquido “extra”.

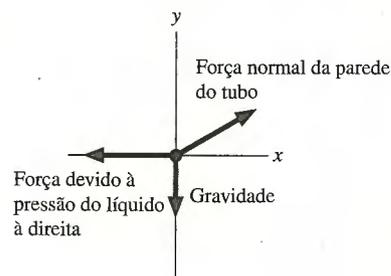


FIGURA 15.14 O peso do líquido é sustentado pela parede do tubo.

EXEMPLO 15.4 Pressão num tubo fechado

A água enche o tubo mostrado na FIGURA 15.15. Qual é a pressão na parte superior do tubo fechado?

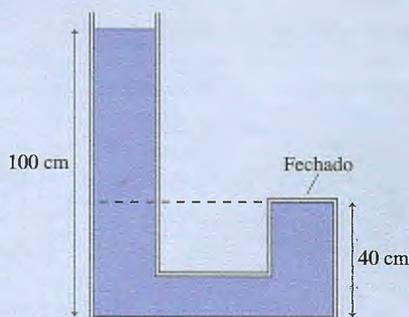


FIGURA 15.15 Um tubo cheio de água.

MODELO O líquido encontra-se em equilíbrio hidrostático. O tubo fechado não é uma região aberta do recipiente, portanto a água não pode subir a uma mesma altura. Apesar disso, a pressão ainda é a mesma em todos os pontos de uma linha horizontal. Em especial, a pressão na parte superior do tubo fechado é igual à pressão no tubo aberto à altura da linha tracejada. Suponha que $p_0 = 1,00 \text{ atm}$.

RESOLUÇÃO Um ponto 40 cm acima do fundo do tubo aberto está a uma profundidade de 60 cm. A pressão a esta profundidade é

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho g d = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} \\ &\quad + (1.000 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(0,60 \text{ m}) \\ &= 1,072 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,06 \text{ atm} \end{aligned}$$

Essa é a pressão na parte superior do tubo fechado.

AVALIAÇÃO A água no tubo aberto empurra a água no tubo fechado contra a parte superior do tubo, e por isso a pressão é maior do que 1 atm.

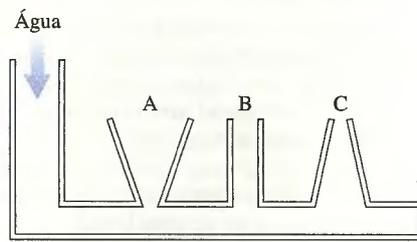
Podemos tirar mais uma conclusão da equação de pressão hidrostática $p = p_0 + \rho g d$. Se mudarmos a pressão na superfície de p_0 para p_1 , a pressão à profundidade d se torna $p' = p_1 + \rho g d$. A alteração da pressão, $\Delta p = p_1 - p_0$, é a mesma em todos os pontos do fluido, independentemente do tamanho e da forma do recipiente. A ideia de que **uma alteração da pressão em um ponto de um fluido incompressível surge inalterada em todos os pontos do fluido** foi descoberta por Blaise Pascal e é chamada de **princípio de Pascal**.

Por exemplo, se comprimirmos o ar acima do tubo aberto do Exemplo 15.4 a uma pressão de 1,5 atm, a pressão na parte superior do tubo fechado aumentaria para 1,56 atm. O princípio de Pascal é a base para os sistemas hidráulicos, como veremos na próxima seção.

EXERCÍCIO 15.2

A água é lentamente derramada no recipiente da figura abaixo até que o nível tenha aumentado nos tubos A, B e C. A água não transborda em nenhum dos tubos. Como se comparam entre si as profundidades de água nas três colunas?

- $d_A > d_B > d_C$
- $d_A < d_B < d_C$
- $d_A = d_B = d_C$
- $d_A = d_C > d_B$
- $d_A = d_C < d_B$



15.3 Medição e uso da pressão

A pressão em um fluido é medida com um *manômetro*, que, na maioria das vezes, é um dispositivo muito semelhante ao da Figura 15.5. O fluido exerce uma força contra algum tipo de mola, geralmente um diafragma, e o deslocamento da mola é registrado pelo ponteiro de um mostrador.

Muitos manômetros, como calibradores de pneus e calibradores de tanques de ar, não medem apenas a pressão p real ou absoluta, e sim, o que se chama de **pressão manométrica**. A pressão manométrica, representada por p_m , é a pressão *excedente* de 1 atm, ou seja,

$$p_m = p - 1 \text{ atm} \quad (15.7)$$

É preciso adicionar 1 atm = 101,3 kPa à leitura de um manômetro para determinar a pressão absoluta p necessária para realizar a maioria dos cálculos científicos ou de engenharia: $p = p_m + 1 \text{ atm}$.



Um calibrador de pneu mede a pressão manométrica p_m e não, a pressão absoluta p . O manômetro marca zero quando o pneu está vazio, mas isso não significa que, dentro dele, seja vácuo. Uma pressão manométrica igual a zero significa que a pressão interna é de 1 atm.

EXEMPLO 15.5 Um manômetro submerso

Um manômetro submerso faz uma leitura de 60 kPa. Qual é a sua profundidade?

MODELO O manômetro lê a pressão manométrica, e não, a pressão absoluta.

RESOLUÇÃO A pressão hidrostática na profundidade d , com $p_0 = 1 \text{ atm}$, é $p = 1 \text{ atm} + \rho g d$. Logo, a pressão manométrica é:

$$p_m = p - 1 \text{ atm} = (1 \text{ atm} + \rho g d) - 1 \text{ atm} = \rho g d$$

O termo $\rho g d$ é a pressão *excedente* à pressão atmosférica e, portanto, é a pressão manométrica. Isolando d , obtemos:

$$d = \frac{60.000 \text{ Pa}}{(1.000 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)} = 6,1 \text{ m}$$

Resolução de problemas de hidrostática

Agora dispomos de informações suficientes para formular um conjunto de regras a fim de raciocinar a respeito de problemas de hidrostática.

BOX TÁTICO

15.1

Hidrostática



- 1 **Faça um desenho da situação.** Represente as superfícies abertas, os pistões, as fronteiras e outras características que afetam a pressão. Inclua as medições de altura e de área e as densidades do fluido. Identifique os pontos nos quais você precisa encontrar a pressão.
- 2 **Determine a pressão nas superfícies.**
 - Superfície ao ar livre: $p_0 = p_{\text{atm}}$, geralmente 1 atm.
 - Superfície coberta por um gás: $p_0 = p_{\text{gás}}$.
 - Superfície fechada: $p = F/A$, onde F é a força que a superfície, como um pistão, exerce sobre o fluido.
- 3 **Trace linhas horizontais.** A pressão em um fluido contido em recipiente conectado é a mesma em qualquer ponto de uma linha horizontal.
- 4 **Possibilite a verificação da pressão manométrica.** Os manômetros medem $p_m = p - 1 \text{ atm}$.
- 5 **Use a equação da pressão hidrostática.** $p = p_0 + \rho g d$.

Exercícios 4–13

Estas referências são do *Student Workbook*, disponível, em inglês, apenas no mercado norte-americano.

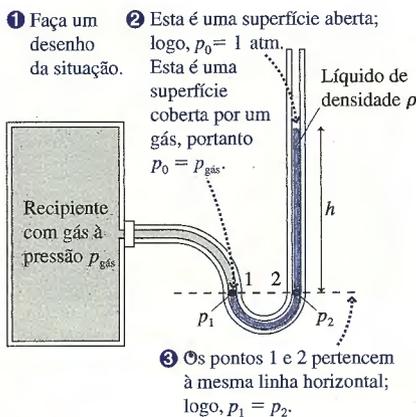


FIGURA 15.16 Um manômetro usado para medir pressão em gases.

Manômetros e barômetros

A pressão em gases é, por vezes, medida com um aparelho chamado de *manômetro*. Um manômetro, mostrado na FIGURA 15.16, é um tubo em formato de U conectado ao gás em uma das extremidades e aberto na outra. O tubo é preenchido com um líquido – geralmente o mercúrio – de densidade ρ . O líquido encontra-se em equilíbrio estático. Uma escala permite ao usuário medir a altura h do líquido no ramo direito acima do líquido no ramo esquerdo.

Os passos de 1 a 3 do Box Tático levam à conclusão de que as pressões p_1 e p_2 devem ser iguais. A pressão p_1 na superfície à esquerda é, simplesmente, a pressão do gás: $p_1 = p_{\text{gás}}$. A pressão p_2 é a pressão hidrostática à profundidade $d = h$ no líquido à direita: $p_2 = 1 \text{ atm} + \rho gh$. Equacionando essas duas expressões, obtemos

$$p_{\text{gás}} = 1 \text{ atm} + \rho gh \tag{15.8}$$

A Figura 15.16 presume que $p_{\text{gás}} > 1 \text{ atm}$, de modo que o lado direito do líquido é mais alto do que o esquerdo. A Equação 15.8 também é válida para $p_{\text{gás}} < 1 \text{ atm}$ se a distância do lado direito *abaixo* do lado esquerdo for considerada como um valor negativo de h .

EXEMPLO 15.6 Uso do manômetro

A pressão em um recipiente com gás é medida por um manômetro de mercúrio. O mercúrio está 36,2 cm mais alto no ramo externo do que no ramo conectado à célula de gás.

- a. Qual é a pressão do gás?
- b. Qual é a leitura de um manômetro acoplado ao recipiente com gás?

RESOLUÇÃO a. De acordo com a Tabela 15.1, a densidade do mercúrio é $\rho = 13.600 \text{ kg/m}^3$. A Equação 15.8, com $h = 0,362 \text{ m}$, resulta em

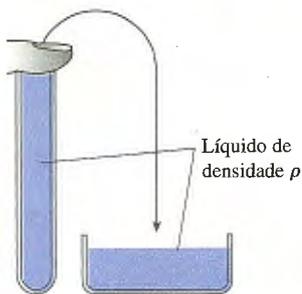
$$p_{\text{gás}} = 1 \text{ atm} + \rho gh = 149,5 \text{ kPa}$$

Tivemos de converter 1 atm para 101.300 Pa antes de efetuar a soma. Convertendo o resultado para atmosferas, $p_{\text{gás}} = 1,476 \text{ atm}$.

- b. O manômetro marca a pressão manométrica: $p_m = p - 1 \text{ atm} = 0,476 \text{ atm}$ ou 48,2 kPa.

AVALIÇÃO Os manômetros são úteis para uma gama de pressões que vão do quase vácuo a $\approx 2 \text{ atm}$. Para pressões mais altas, a coluna de mercúrio seria alta demais para que o instrumento fosse prático.

(a) Tampe e inverta o tubo.



(b) Vácuo (pressão nula)

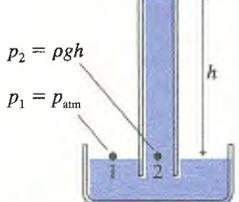


FIGURA 15.17 Um barômetro.

Outro importante instrumento para medição de pressão é o *barômetro*, que é utilizado para medir a pressão atmosférica p_{atm} . A FIGURA 15.17a mostra um tubo de vidro, lacrado no fundo, completamente preenchido com um líquido. Se lacrarmos temporariamente a parte de cima, poderemos inverter o tubo e colocá-lo em um béquer de laboratório de química contendo o mesmo líquido. Quando o lacre temporário for removido, parte (mas não todo) do líquido escorrerá, deixando uma coluna de líquido no tubo de altura h acima da superfície do líquido no béquer. Este dispositivo, mostrado na FIGURA 15.17b, é um barômetro. O que ele mede? E por que o líquido *todo* não escorre do tubo?

Podemos analisar o barômetro da mesma forma como fizemos com o manômetro. Os pontos 1 e 2 na Figura 15.17b pertencem à linha horizontal traçada na mesma altura da superfície do líquido. O líquido encontra-se em equilíbrio hidrostático, portanto a pressão nesses dois pontos é igual. O líquido escorre do tubo somente até que se atinja um equilíbrio entre a pressão na base do tubo e a pressão do ar.

Pode-se considerar o barômetro como uma gangorra. Se a pressão atmosférica aumentar, haverá um aumento da pressão sobre o líquido no béquer. Isso forçará o líquido a subir no tubo até que as pressões nos pontos 1 e 2 sejam iguais. Se a pressão atmosférica cair, o líquido escoará do tubo para o béquer a fim de manter as pressões iguais nesses dois pontos.

A pressão no ponto 2 é a pressão resultante do peso do líquido no tubo mais a pressão do gás acima do líquido. Todavia neste caso não existe um gás acima do líquido! Uma vez que o tubo estava completamente cheio de líquido quando foi invertido, o espaço deixado quando o líquido escoou é vácuo (ignorando uma *pressão de vapor* muito pequena do líquido, desprezível exceto em medições extremamente precisas). Logo, a pressão p_2 é, simplesmente, $p_2 = \rho gh$.

Igualando p_1 e p_2 , resulta em

$$p_{\text{atm}} = \rho gh \tag{15.9}$$

Portanto, podemos medir a pressão da atmosfera medindo a altura da coluna de líquido de um barômetro.

A pressão média do ar ao nível do mar faz com que uma coluna de líquido em um barômetro de mercúrio permaneça 760 mm acima da superfície. Sabendo que a densidade do mercúrio é de 13.600 kg/m³ (a 0°C), podemos usar a Equação 15.9 para determinar a pressão atmosférica média:

$$p_{\text{atmos}} = \rho_{\text{Hg}}gh = (13.600 \text{ kg/m}^3)(9,80 \text{ m/s}^2)(0,760 \text{ m}) = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 101,3 \text{ kPa}$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Este é o valor mencionado anteriormente como “uma atmosfera padrão”.

A pressão barométrica varia ligeiramente de um dia para outro, de acordo com a mudança do clima. Sistemas meteorológicos são chamados de *sistemas de alta pressão* ou de *sistemas de baixa pressão*, dependendo se a pressão local, ao nível do mar, é maior ou menor do que uma atmosfera padrão. Uma pressão mais alta do que o normal é geralmente associada a tempo bom, ao passo que uma pressão mais baixa do que o normal indica chuva.

Unidades de pressão

Na prática, a pressão é expressa em diversas unidades distintas. Este excesso de unidades e de abreviações tem origem histórica, uma vez que os cientistas e engenheiros que trabalhavam em diferentes assuntos (líquidos, gases de alta pressão, gases de baixa pressão, clima, etc.) desenvolveram o que consideravam ser as unidades mais convenientes. Essas unidades continuam a ser usadas por tradição, de modo que é necessário se familiarizar com as conversões entre elas. A Tabela 15.2 fornece as conversões básicas.

TABELA 15.2 Unidades de pressão

Unidade	Abreviação	Valor correspondente a 1 atm	Usos
pascal	Pa	101,3 kPa	unidade do SI: 1 Pa = 1 N/m ²
atmosfera	atm	1 atm	geral
milímetros de mercúrio	mm de Hg	760 mm de Hg	pressão barométrica e gases
polegadas de mercúrio	pol	29,92 polegadas	pressão barométrica nas previsões de tempo nos EUA
libras por polegada quadrada	psi	14,7 psi	engenharia e indústria

Pressão arterial

Na última vez que você fez um *check-up*, o médico pode ter lhe dito algo do tipo “sua pressão arterial é de 120 por 80”. O que significa isso?

A cada 0,8 s, supondo uma frequência de pulso de 75 batidas por minuto, o seu coração efetua uma “batida”. Os músculos cardíacos se contraem e bombeiam sangue para a sua aorta. Esta contração aumenta a pressão em seu coração de maneira análoga a quando se aperta um balão. O aumento de pressão, de acordo com o princípio de Pascal, é transmitido por todas as artérias de seu corpo.

A FIGURA 15.18 é um gráfico da pressão que mostra como a pressão arterial é alterada durante um ciclo de batimento cardíaco. A condição médica de *pressão alta* geralmente significa que a sua pressão sistólica é maior do que o necessário para a circulação sanguínea. A pressão alta causa estresse e esforço desnecessário em todo o sistema circulatório, muitas vezes resultando em sérios problemas médicos. A condição de pressão baixa pode fazer com que você se sinta tonto ao levantar rapidamente, pois a pressão não é adequada para bombear sangue para seu cérebro.

A pressão arterial é medida com um manguito que é colocado em torno do braço. O médico ou a enfermeira pressuriza o manguito, coloca um estetoscópio sobre a artéria do braço e, então, lentamente libera a pressão enquanto observa um manômetro. Inicialmente, o manguito comprime a artéria e corta o fluxo sanguíneo. Quando a pressão do manguito fica menor do que a pressão sistólica, o pulso de pressão durante cada batida do coração força a artéria a abrir brevemente, deixando passar um jorro de sangue. Você

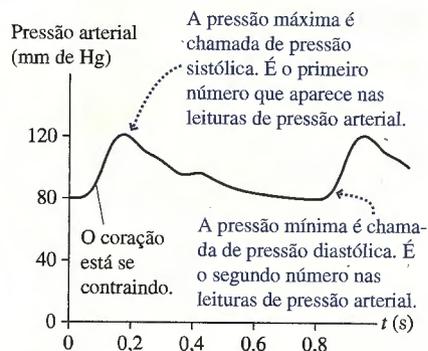


FIGURA 15.18 Pressão arterial durante um ciclo de batimento cardíaco.

consegue sentir isso, e o médico ou a enfermeira registra a pressão quando o sangue começa a fluir. Esta é a sua pressão sistólica.

Esta pulsação do sangue por sua artéria dura até que a pressão do manguito atinja o valor da pressão diastólica. A seguir, a artéria permanece aberta continuamente, e o sangue flui suavemente. Esta transição é facilmente ouvida no estetoscópio, e o médico ou a enfermeira registra a sua pressão diastólica.

A pressão arterial é medida em milímetros de mercúrio. Trata-se de uma pressão manométrica, o valor de pressão que excede 1 atm. Uma pressão arterial típica de um jovem adulto saudável é de 120/80, o que significa que a pressão sistólica é $p_m = 120$ mm de Hg (pressão absoluta $p = 880$ mm de Hg) e a pressão diastólica é de 80 mm de Hg.

O elevador hidráulico

O uso de líquidos pressurizados para realizar trabalho útil é uma tecnologia conhecida por **hidráulica**. O princípio de Pascal é a idéia fundamental subjacente aos aparelhos hidráulicos. Se a pressão em um ponto de um líquido for aumentada pela força de um pistão, esse aumento de pressão será transmitido para todos os pontos do líquido. Um segundo pistão em algum outro ponto do fluido poderá, então, exercer uma força externa e realizar um trabalho útil.

O sistema de freios de seu carro é um sistema hidráulico. O acionamento do freio pressiona o pistão do *cilindro mestre* e aumenta a pressão no *fluido de freio*. O próprio fluido praticamente não se desloca, porém o aumento de pressão é transmitido às quatro rodas, comprimindo as pastilhas de freio contra o disco de freio em movimento. Você terá usado um líquido pressurizado para atingir o objetivo útil de parar seu carro.

Uma vantagem dos sistemas hidráulicos em relação a conexões mecânicas simples é a possibilidade de *multiplicar a força*. Para ver como isso ocorre, vamos analisar um *elevador hidráulico*, como o que levanta o seu carro na oficina mecânica. A FIGURA 15.19a mostra a força \vec{F}_2 , possivelmente devido ao peso de uma massa m , exercendo uma pressão sobre um líquido por meio de um pistão de área A_2 . Uma força muito menor \vec{F}_1 exerce pressão sobre um pistão de área A_1 . É possível que este sistema esteja em equilíbrio?

Como já sabemos, a pressão hidrostática é a mesma em todos os pontos de uma linha horizontal através de um fluido. Considere a linha passando pela interface líquido/pistão à esquerda da Figura 15.19a. As pressões p_1 e p_2 devem ser iguais; logo,

$$p_0 + \frac{F_1}{A_1} = p_0 + \frac{F_2}{A_2} + \rho gh \tag{15.10}$$

A atmosfera exerce pressão igual em ambos os lados, de modo que ela se neutraliza. O sistema se encontrará em equilíbrio estático se

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 - \rho gh A_2 \tag{15.11}$$

Se a altura h for muito pequena, de forma que o termo $\rho gh A_2$ seja desprezível, então F_2 (o peso do objeto mais pesado) será maior do que F_1 pelo fator A_2/A_1 . Em outras palavras, uma pequena força exercida sobre um pistão pequeno pode realmente sustentar um carro grande porque as duas exercem a *mesma pressão* no fluido. A razão A_2/A_1 é o fator multiplicador de força.

NOTA ▶ A força \vec{F}_2 é a força com que o objeto pesado empurra o líquido *para baixo*. De acordo com a terceira lei de Newton, o líquido empurra o objeto *para cima* com uma força de mesmo módulo. Logo, F_2 na Equação 15.11 é a “força de levantamento”. ◀

Suponha que precisemos levantar o carro a uma altura maior. Se o pistão 1 for comprimido por uma distância d_1 , como na FIGURA 15.19b, ele deslocará um volume $V_1 = A_1 d_1$ de líquido. Uma vez que o líquido é incompressível, V_1 deve igualar o volume $V_2 = A_2 d_2$ adicionado sob o pistão 2 à medida que ele sobe uma distância d_2 , ou seja,

$$d_2 = \frac{d_1}{A_2/A_1} \tag{15.12}$$

A distância é *dividida* pelo mesmo fator pelo qual a força é multiplicada. Uma pequena força pode ser capaz de sustentar um grande peso, entretanto será preciso manter o pequeno pistão pressionado ao longo uma grande distância para erguer um grande peso.

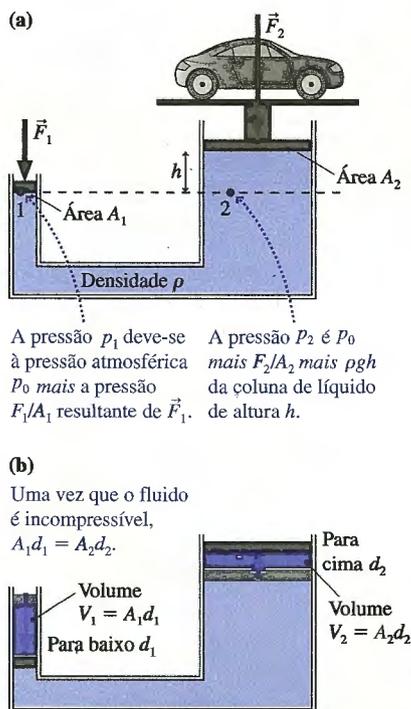


FIGURA 15.19 Um elevador hidráulico.

Essa conclusão é, na verdade, apenas um enunciado diferente da conservação de energia. O trabalho é realizado *sobre* o líquido por uma pequena força que o empurra durante um longo deslocamento. Simultaneamente, o trabalho é realizado *pelo* líquido enquanto ele ergue o peso grande ao longo de uma pequena distância. Uma análise completa deve considerar o fato de que a energia potencial gravitacional do líquido também se altera, de modo que não podemos, simplesmente, igualar o trabalho de saída ao de entrada; todavia é possível ver que as considerações de energia exigem que o pistão 1 se mova por uma distância maior do que o pistão 2.

A força \vec{F}_1 na Equação 15.11 é a força que equilibra o objeto pesado na altura h . Como problema para casa, você pode tentar demonstrar que a força \vec{F}_1 deve aumentar em

$$\Delta F = \rho g(A_1 + A_2)d_2 \tag{15.13}$$

a fim de erguer o objeto pesado pela distância d_2 , elevando-o para a nova altura $h + d_2$, onde ρ é a densidade do líquido. Curiosamente, ΔF independe do peso que se está levantando.

EXEMPLO 15.7 Levantando um carro

O elevador hidráulico de uma oficina mecânica está cheio de óleo. Um carro se encontra sobre um pistão com 25 cm de diâmetro. Para levantar o carro, utiliza-se ar comprimido para pressionar um pistão de 6,0 cm de diâmetro.

- a. Que força de pressão do ar sustentará um carro de 1.300 kg com o pistão de ar comprimido?
- b. Em quanto deve ser aumentada a força de pressão do ar para levantar o carro em 2,0 m?

MODELO Suponha que o óleo seja incompressível. Sua densidade, de acordo com a Tabela 15.1, é de 900 kg/m³.

RESOLUÇÃO a. O peso do carro, que exerce uma pressão sobre o pistão, é de $F_2 = mg = 12.700 \text{ N}$. As áreas dos pistões são $A_1 = \pi(0,030 \text{ m})^2$

$= 0,00283 \text{ m}^2$ e $A_2 = \pi(0,125 \text{ m})^2 = 0,0491 \text{ m}^2$. A força necessária para sustentar o carro parado com o pistão de ar comprimido, para $h = 0 \text{ m}$, é

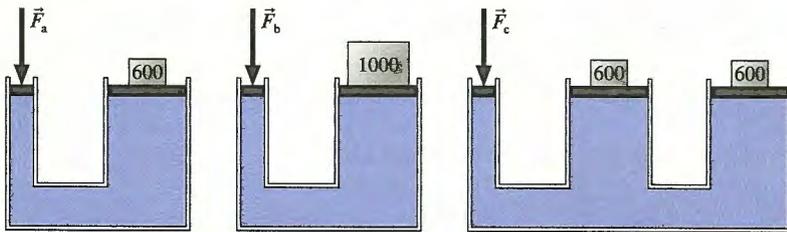
$$F_1 = \frac{F_2}{A_2/A_1} = \frac{12.700 \text{ N}}{(0,0491 \text{ m}^2)/(0,00283 \text{ m}^2)} = 730 \text{ N}$$

- b. Para erguer o carro em $d_2 = 2,0 \text{ m}$, a força de pressão de ar deve ser aumentada em

$$\Delta F = \rho g(A_1 + A_2)d_2 = 920 \text{ N}$$

AValiação O valor 730 N é, aproximadamente, o peso de um adulto médio. O fator de multiplicação $A_2/A_1 = (25 \text{ cm}/6 \text{ cm})^2 = 17$ m torna muito fácil sustentar o carro.

PROBLEMA 15.3 Ordene em seqüência decrescente os módulos das forças \vec{F}_a , \vec{F}_b e \vec{F}_c necessárias para equilibrar as massas. Elas estão em quilogramas.



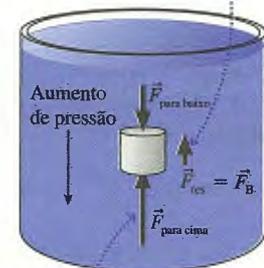
15.4 Empuxo

Como você sabe, uma pedra afunda como tal. Já a madeira bóia na superfície de um lago. Uma moeda com massa de poucas gramas afunda, mas um porta-aviões de aço maciço flutua. Como podemos entender esses fenômenos tão distintos?

Um colchão de ar flutua sem problemas sobre a superfície de uma piscina. Todavia, se você já tentou empurrar um colchão de ar para baixo d'água, sabe que isso é praticamente impossível. À medida que você pressiona para baixo, a água empurra o colchão de volta para cima. Essa força resultante de um fluido, orientada para cima, é o que se chama de **força de empuxo**.

O motivo básico para a existência da força de empuxo é fácil de compreender. A FIGURA 15.20 mostra um cilindro submerso em um líquido. A pressão no líquido aumenta com a profundidade, portanto a pressão é maior no fundo do cilindro do que no topo. As duas

A força resultante do fluido sobre o cilindro é a força de empuxo \vec{F}_B .



$F_{\text{para cima}} > F_{\text{para baixo}}$ porque a pressão é maior no fundo. Logo, o fluido exerce uma força resultante orientada para cima.

FIGURA 15.20 A força de empuxo surge porque a pressão do fluido no fundo do cilindro é maior do que no topo.

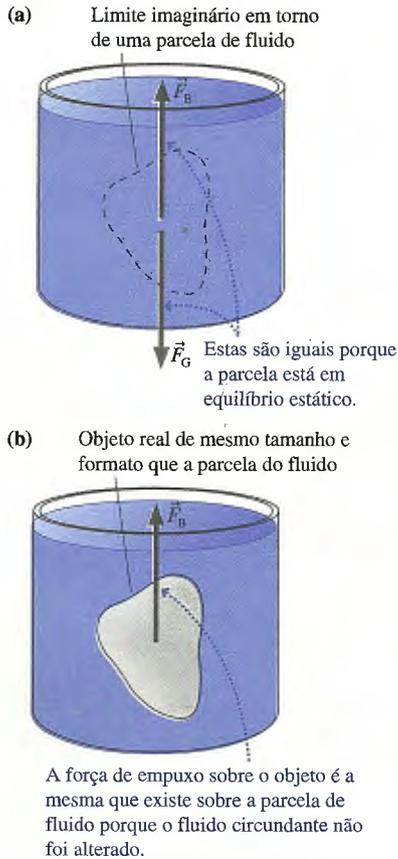


FIGURA 15.21 A força de empuxo sobre um objeto é a mesma força de empuxo sobre o fluido que ele desloca.

extremidades do cilindro têm áreas iguais, de modo que a força $\vec{F}_{\text{para cima}}$ é maior do que a força $\vec{F}_{\text{para baixo}}$. (Lembre-se de que as forças de pressão atuam em *todas* as direções.) Conseqüentemente, a pressão no líquido exerce uma *força resultante* sobre o cilindro de módulo $F_{\text{res}} = F_{\text{para cima}} - F_{\text{para baixo}}$ e orientada *para cima*. Esta é a força de empuxo.

O cilindro submerso ilustra a idéia de forma simples, mas o resultado não se limita a cilindros ou a líquidos. Suponha que uma parcela de fluido de formato e volume arbitrários seja isolada desenhando-se um limite imaginário em torno dela, conforme mostra a **FIGURA 15.21a**. Esta parcela está em equilíbrio estático. Conseqüentemente, a força gravitacional que a puxa para baixo deve ser equilibrada por uma força orientada para cima. Tal força, exercida sobre a parcela de fluido pelo fluido circundante, é a força de empuxo \vec{F}_B . A força de empuxo, portanto, equivale ao peso do fluido: $F_B = mg$.

Imagine que, de alguma forma, pudéssemos remover esta parcela e instantaneamente substituí-la por um objeto de formato e tamanho exatamente iguais, conforme mostrado na **FIGURA 15.21b**. Uma vez que a força de empuxo é exercida pelo fluido *circundante*, e que este não foi alterado, a força de empuxo sobre este novo objeto é *exatamente a mesma* que existia sobre a parcela de fluido removida.

Quando um objeto (ou parte de um objeto) é imerso em um fluido, ele *desloca* uma parcela de fluido que, do contrário, preencheria esse espaço. Este fluido é chamado de **fluido deslocado**. O volume de fluido deslocado é exatamente o volume da porção do objeto que está imersa no fluido. A Figura 15.21 nos leva à conclusão de que o módulo da força de empuxo orientada para cima equivale ao peso deste fluido deslocado.

Esta idéia foi reconhecida, pela primeira vez, pelo matemático e cientista grego Arquimedes, talvez o maior cientista da Antigüidade, e hoje a conhecemos como *princípio de Arquimedes*.

PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES Um fluido exerce uma força de empuxo orientada para cima, \vec{F}_B , sobre um objeto imerso ou que flutua no fluido. O módulo da força de empuxo equivale ao peso do fluido deslocado pelo objeto.

Suponha que o fluido tenha densidade ρ_f e que o objeto desloque um volume V_f do mesmo. A massa do fluido deslocado é $m_f = \rho_f V_f$ e, portanto, seu peso é $m_f g = \rho_f V_f g$. Logo, o princípio de Arquimedes em forma de equação é

$$F_B = \rho_f V_f g \tag{15.14}$$

NOTA ▶ É importante distinguir a densidade e o volume do fluido deslocado da densidade e do volume do objeto. Para tanto, usaremos as letras *f* e *o*, em subscrito, para o fluido e para o objeto, respectivamente. A força de empuxo sobre um objeto é a mesma força de empuxo sobre o fluido que ele desloca. ◀

EXEMPLO 15.8 Mantendo um bloco de madeira submerso

Um bloco de madeira de 10 cm × 10 cm × 10 cm, com densidade de 700 kg/m³, é mantido submerso por um barbante amarrado ao fundo do recipiente. Qual é a tensão no barbante?

MODELO A força de empuxo é determinada pelo princípio de Arquimedes.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 15.22** mostra as forças exercidas sobre a madeira.

RESOLUÇÃO O bloco está em equilíbrio estático, portanto

$$\sum F_y = F_B - T - m_o g = 0$$

Logo, a tensão é $T = F_B - m_o g$. A massa do bloco é $m_o = \rho_o V_o$, e a força de empuxo, determinada pela Equação 15.14, é $F_B = \rho_f V_f g$. Portanto,

$$T = \rho_f V_f g - \rho_o V_o g = (\rho_f - \rho_o) V_o g$$

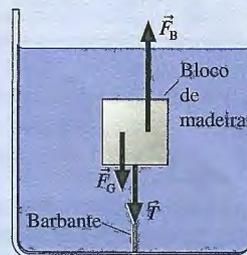


FIGURA 15.22 As forças exercidas sobre a madeira submersa.

onde usamos o fato de que $V_f = V_o$ para um objeto completamente submerso. O volume é $V_o = 1.000 \text{ cm}^3 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, então a tensão no barbante é:

$$T = ((1.000 \text{ kg/m}^3) - (700 \text{ kg/m}^3)) \\ \times (1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3)(9,8 \text{ m/s}^2) = 2,9 \text{ N}$$

AValiação A tensão depende da *diferença* entre as densidades. A tensão desapareceria se a densidade da madeira fosse equivalente à densidade da água.

Flutua ou afunda?

Se você *mantiver* um objeto submerso e depois soltá-lo, ele flutuará de volta à superfície, afundará ou permanecerá “suspense” na água. Como podemos prever o que acontecerá? A força resultante sobre o objeto depois de liberá-lo é $\vec{F}_{\text{res}} = (F_B - m_o g)\hat{k}$. Se ele apontará para a superfície ou para o fundo dependerá da força de empuxo F_B ser maior ou menor do que o peso do objeto $m_o g$.

O módulo da força de empuxo é $\rho_f V_f g$. O peso de um objeto uniforme, como um bloco de aço, é simplesmente $\rho_o V_o g$. Porém, um objeto composto, como um mergulhador, pode ter partes de densidade variada. Se definirmos a **densidade média** como $\rho_{\text{média}} = m_o/V_o$, o peso de um objeto composto será dado por $\rho_{\text{média}} V_o g$.

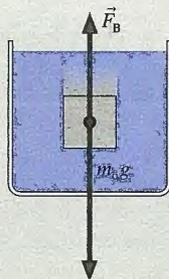
Comparando $\rho_f V_f g$ com $\rho_{\text{média}} V_o g$, e observando que $V_f = V_o$ para um objeto que esteja completamente submerso, vemos que um objeto flutuará ou afundará dependendo da densidade do fluido ρ_f ser maior ou menor do que a densidade média do objeto $\rho_{\text{média}}$. Se as densidades forem iguais, o objeto estará em equilíbrio estático e ficará suspenso, sem se movimentar. Isto se chama **equilíbrio hidrostático**. Essas condições estão resumidas no Box Tático 15.2.

BOX TÁTICO 15.2

Descobrimo se um objeto flutua ou afunda



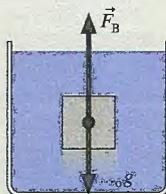
1 O objeto afunda



Um objeto afundará se ele pesar mais do que o fluido que desloca – ou seja, se sua densidade média for maior do que a densidade do fluido:

$$\rho_{\text{média}} > \rho_f$$

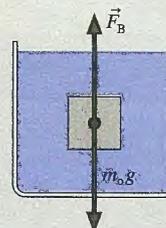
2 O objeto flutua



Um objeto flutuará na superfície se ele pesar menos do que o fluido que desloca – ou seja, se sua densidade média for menor do que a densidade do fluido:

$$\rho_{\text{média}} < \rho_f$$

3 Equilíbrio hidrostático

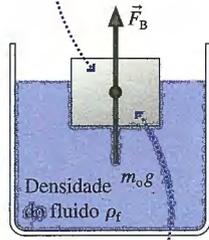


Um objeto permanecerá estacionário se ele pesar exatamente o mesmo que o fluido que desloca – ou seja, se sua densidade média for igual à densidade do fluido:

$$\rho_{\text{média}} = \rho_f$$

Como exemplo, o aço é mais denso do que a água, de modo que um bloco de aço afunda. O óleo é menos denso do que a água; logo, óleo flutua em água. Os peixes usam uma *bexiga natatória*, cheia de ar, e os mergulhadores usam cintos com pesos para ajustar sua densidade média e deixá-la igual à da água. Os dois são exemplos de equilíbrio hidrostático.

Um objeto de densidade ρ_o e volume V_o está flutuando num fluido de densidade ρ_f .



O volume submerso do objeto é igual ao volume V_f do objeto do fluido deslocado.

FIGURA 15.23 Um objeto flutuando está em equilíbrio estático.



90% de um iceberg encontra-se submerso.

Se você liberar um bloco de madeira submerso, a força ascendente resultante fará com que o objeto dispare para a superfície. E depois? Vamos começar a raciocinar com um objeto *homogêneo*, como o bloco mostrado na FIGURA 15.23. Este objeto não tem nada de complicado, como entalhes ou partes ocas. Uma vez que ele flutua, devemos ter $\rho_o < \rho_f$.

Agora que o objeto flutua, ele se encontra em equilíbrio estático. A força de empuxo para cima, determinada pelo princípio de Arquimedes, equilibra precisamente o peso orientado para baixo do objeto, ou seja,

$$F_B = \rho_f V_f g = m_o g = \rho_o V_o g \quad (15.15)$$

Neste caso, o volume de fluido deslocado *não* é igual ao volume do objeto. Na verdade, podemos ver pela Equação 15.15 que o volume de fluido deslocado por um objeto flutuando de densidade uniforme é

$$V_f = \frac{\rho_o}{\rho_f} V_o < V_o \quad (15.16)$$

Você já ouviu muitas vezes que “90% de um iceberg encontra-se submerso”. A Equação 15.16 é a base para este enunciado. A maioria dos icebergs origina-se de glaciares, compostos de gelo de água doce com densidade de 917 kg/m^3 . A densidade da água do mar é de 1.030 kg/m^3 . Logo,

$$V_f = \frac{917 \text{ kg/m}^3}{1.030 \text{ kg/m}^3} V_o = 0,89 V_o$$

O volume V_f de água deslocada é a porção do volume do iceberg que está submersa. Pode-se verificar que, de fato, 89% do volume de um iceberg se encontra submerso.

NOTA ► A Equação 15.16 se aplica somente a objetos *homogêneos*. Ela não se aplica, portanto, a barcos, esferas ocas ou outros objetos de composição não-homogênea. ◀

EXEMPLO 15.9 Medição da densidade de um líquido desconhecido

Você precisa determinar a densidade de um líquido desconhecido e nota que um bloco flutua neste líquido com 4,6 cm da lateral do bloco submerso. Quando o bloco é colocado na água, ele também flutua, mas com 5,8 cm submersos. Qual é a densidade do líquido desconhecido?

MODELO O bloco é um objeto de composição homogênea.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 15.24 mostra o bloco e define a área transversal A e os comprimentos submersos, h_d no líquido desconhecido e h_a na água.

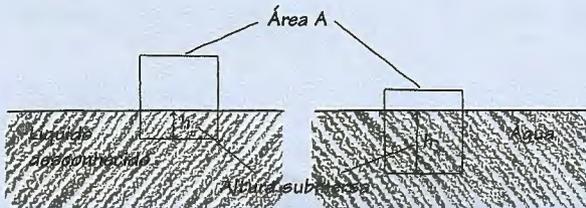


FIGURA 15.24 Uma parte maior do bloco está submersa na água do que no líquido desconhecido.

RESOLUÇÃO O bloco flutua, então a Equação 15.16 se aplica. O bloco desloca um volume $V_d = Ah_d$ do líquido desconhecido. Portanto,

$$V_d = Ah_d = \frac{\rho_o}{\rho_d} V_o$$

De forma semelhante, o bloco desloca um volume $V_a = Ah_a$ de água, levando a

$$V_a = Ah_a = \frac{\rho_o}{\rho_w} V_o$$

- Como existem dois fluidos, usamos as letras subscritas a para água e d para o líquido desconhecido, ao invés da letra f subscrita do fluido. O produto $\rho_o V_o$ aparece nas duas equações; portanto,

$$\rho_d Ah_d = \rho_a Ah_a$$

A área desconhecida A é cancelada, e a densidade do líquido desconhecido é, então,

$$\rho_d = \frac{h_a}{h_d} \rho_a = \frac{5,8 \text{ cm}}{4,6 \text{ cm}} 1000 \text{ kg/m}^3 = 1260 \text{ kg/m}^3$$

AVALIÇÃO Uma comparação com a Tabela 15.1 mostra que o líquido desconhecido é, provavelmente, glicerina.

Barcos

Concluiremos com o projeto de um barco. A FIGURA 15.25 representa a idéia de um barco na concepção de um físico. Quatro paredes de massa desprezível, porém rígidas, são presas a uma placa de aço maciço de massa m_0 e área A . À medida que a placa se acomoda na água, as laterais permitem que o barco desloque um volume de água muito maior do que o deslocado somente pelo aço. O barco flutuará se o peso da água deslocada for igual ao peso total do barco.

Em termos de densidades, o barco flutuará se $\rho_{\text{média}} < \rho_f$. Se as laterais do barco forem de altura h , o volume do barco será $V_0 = Ah$, e sua densidade média, $\rho_{\text{média}} = m_0/V_0 = m_0/Ah$. O barco flutuará se

$$\rho_{\text{média}} = \frac{m_0}{Ah} < \rho_f \quad (15.17)$$

Logo, a altura mínima das laterais, uma altura que permitirá ao barco flutuar (em águas perfeitamente paradas!) com água até a amurada é

$$h_{\text{min}} = \frac{m_0}{\rho_f A} \quad (15.18)$$

Como um rápido exemplo, uma “balsa” de aço com fundo de $5\text{ m} \times 10\text{ m}$ e espessura de 2 cm tem área de 50 m^2 e massa de 7.900 kg. A altura mínima das paredes de massa desprezível, conforme determinado pela Equação 15.18, é de 16 cm.

Barcos e navios reais são mais complicados, mas a mesma idéia permanece verdadeira. Seja feito de concreto, aço ou chumbo, **um barco flutuará se sua geometria permitir que ele desloque água suficiente, cujo peso equivalha ao peso do barco.**

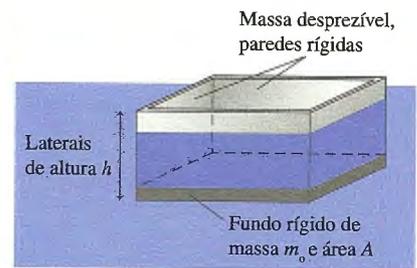


FIGURA 15.25 O barco de um físico.

FAÇA UM PENSAMENTO. Um cubo de gelo flutua em um copo com água cheio até a borda. Enquanto o cubo de gelo derrete, o nível da água

- a. Baixa. b. Permanece o mesmo, exatamente na borda. c. Sobe, fazendo com que a água transborde.

15.5 Dinâmica dos fluidos

O vento soprando por seus cabelos, as corredeiras de um rio e o petróleo esguichando de um poço são exemplos de fluidos em movimento. Até agora nos concentramos na estática dos fluidos, mas está na hora de voltar nossa atenção para a dinâmica dos fluidos.

O fluxo de fluidos é um assunto complexo. Muitos aspectos, particularmente a turbulência e a formação de remoinhos, ainda não são bem-compreendidos e constituem áreas de pesquisa atual em ciência e engenharia. Evitaremos essas dificuldades usando um *modelo* simplificado de fluido. O **modelo de fluido ideal** oferece uma boa descrição, embora imperfeita, de como um fluido escoar em muitas situações.

Ele captura a essência do fluxo de fluidos ao mesmo tempo em que elimina detalhes desnecessários.

O modelo de fluido ideal pode ser formulado com três hipóteses sobre um fluido:

1. O fluido é *incompressível*. Esta é uma boa suposição para o caso dos líquidos, mas não tanto para os gases.
2. O fluido é *não-viscoso*. A água flui com muito mais facilidade do que a cobertura de um sorvete porque a cobertura é um fluido muito *viscoso*. A **viscosidade**, uma resistência ao fluxo, é análoga ao atrito cinético. Considerar que um fluido seja não-viscoso é o mesmo que presumir que não exista atrito. Esta é a suposição mais fraca para muitos líquidos, mas presumir que um líquido é não-viscoso evita grandes dificuldades matemáticas.
3. O fluxo é *estacionário*, ou seja, a velocidade do fluido, em cada ponto do mesmo, é constante; ela não flutua nem se altera com decorrer do tempo. Sob tais condições, o fluxo é chamado de **fluxo laminar**, diferenciado do *fluxo turbulento*.

A fumaça que aparece elevando-se na fotografia da FIGURA 15.26 inicia como um fluxo laminar, reconhecível pelos contornos suaves, mas, em algum ponto, sofre uma

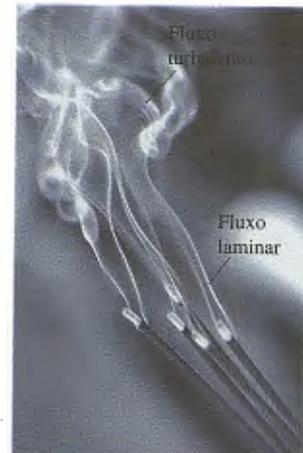


FIGURA 15.26 A fumaça passa de um fluxo laminar para um fluxo turbulento.

transição para um fluxo turbulento. Uma transição de laminar para turbulento não é incomum no fluxo de fluidos. O modelo de fluido ideal pode ser aplicado ao fluxo laminar, mas não, ao fluxo turbulento.

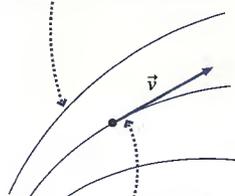
A equação da continuidade

A FIGURA 15.27 é mais uma fotografia interessante. Aqui a fumaça é usada para auxiliar os engenheiros a visualizar o fluxo de ar em torno de um carro em um túnel de vento. A suavidade do fluxo nos diz que se trata de um fluxo laminar. Mas observe como as trilhas individuais de fumaça retêm sua identidade. Elas não atravessam umas às outras nem se misturam. Cada trilha de fumaça representa uma *linha de fluxo* no fluido.



FIGURA 15.27 O fluxo de ar laminar em torno de um carro em um túnel de vento fica visível com a fumaça. Cada trilha de fumaça representa uma linha de fluxo

1. Linhas de fluxo nunca se cruzam.



2. A velocidade da partícula do fluido é tangente à linha de fluxo.

3. A velocidade é maior onde as linhas de fluxo estão mais próximas.

Imagine que você pudesse injetar uma gota de água colorida em uma corrente de água fluindo como um fluido ideal. Uma vez que o fluxo é estacionário e sem atrito e que a água é incompressível, esta gota colorida manteria sua identidade ao fluir. Sua forma poderia mudar, tornando-se compacta ou alongada, mas a gota não se misturaria com a água circundante.

O percurso ou trajetória seguido por esta “partícula de fluido” é chamado de **linha de fluxo**. Partículas de fumaça misturadas com o ar lhe permitem ver as linhas de fluxo na fotografia da Figura 15.27. Note como as trilhas individuais de fumaça retêm sua identidade. A FIGURA 15.28 ilustra três propriedades importantes das linhas de fluxo.

Um feixe de linhas de fluxo vizinhas, como as mostradas na FIGURA 15.29a, constitui um **tubo de fluxo**. Já que as linhas de fluxo nunca se cruzam, todas as que atravessarem o plano 1, de área A_1 , posteriormente passarão pelo plano 2, de área A_2 . Um tubo de fluxo é como um cano invisível que mantém essa porção do fluido em movimento diferente das outras porções. Canos reais também são tubos de fluxo.

FIGURA 15.28 As partículas de um fluido ideal se movem ao longo de linhas de fluxo.

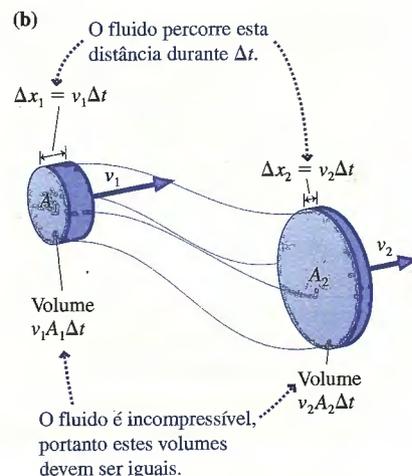
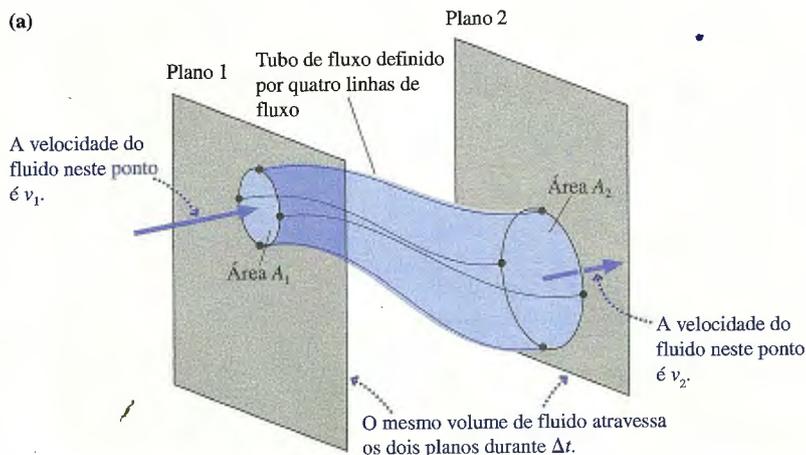


FIGURA 15.29 Um tubo de fluxo.

Quando você aperta um tubo de pasta de dente, o volume da pasta que emerge é equivalente à quantidade em que você reduziu o volume do tubo. Em um tubo de fluxo, um fluido incompressível comporta-se da mesma maneira. O fluido não é criado ou destruído dentro do tubo de fluxo nem pode ali ser armazenado. Se o volume V entra no tubo de fluxo através da área A_1 durante algum intervalo de tempo Δt , então um volume V igual sai do tubo de fluxo através da área A_2 .

A FIGURA 15.29b mostra o fluxo passando por A_1 durante um curto intervalo de tempo Δt . Se a velocidade do fluido nesta região é v_1 , o fluido se movimentará uma curta distância para a frente, $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$, e ocupará o volume $V_1 = A_1 \Delta x_1 = v_1 A_1 \Delta t$. A mesma análise para o fluido que passa por A_2 com velocidade do fluido v_2 , ocuparia $V_2 = v_2 A_2 \Delta t$. Esses dois volumes devem ser iguais, o que leva à conclusão de que

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \tag{15.19}$$

A Equação 15.19 é chamada de **equação da continuidade** e é uma das duas equações mais importantes para o fluxo de um fluido ideal. A equação da continuidade significa que **o volume de um fluido incompressível que entra em uma parte de um tubo de fluxo deve ser correspondido por um volume igual que sai do mesmo tubo a jusante**.

Uma consequência importante da equação da continuidade é que **o fluxo é mais rápido nas partes mais estreitas de um tubo de fluxo e mais lento nas partes mais largas**. Você está familiarizado com essa conclusão a partir de diversas observações feitas no dia-a-dia. Por exemplo, a água que flui da torneira mostrada na FIGURA 15.30 adquire velocidade enquanto cai. Como resultado, o tubo de fluxo “cria um gargalo” e fica com um diâmetro menor.

A grandeza

$$Q = vA \tag{15.20}$$

é chamada de **vazão de volume**. A unidade do SI para Q é o m^3/s , embora, na prática, Q possa ser expressa também em cm^3/s , litros por minuto ou, nos Estados Unidos, em galões por minuto. Outra maneira de expressar o significado da equação da continuidade é dizer que **a taxa de fluxo de volume é constante em todos os pontos de um tubo de fluxo**.



FIGURA 15.30 O diâmetro do tubo de fluxo muda à medida que a velocidade aumenta. Isso é uma consequência da equação da continuidade.

EXEMPLO 15.10 Gasolina através de um cano

Uma refinaria de petróleo bombeia gasolina para um tanque de armazenamento de 1.000 L através de um cano de 8,0 cm de diâmetro. O tanque pode ser inteiramente enchido em 2,0 min.

- a. Qual é a velocidade da gasolina ao passar pelo cano?
- b. Mais adiante no fluxo, o diâmetro do cano é de 16 cm. Qual é a velocidade de fluxo nesta seção do cano?

MODELO Trate a gasolina como um fluido ideal. O cano é um tubo de fluxo, então a equação da continuidade se aplica.

RESOLUÇÃO a. A vazão de volume é $Q = (1.000 \text{ L}) / (120 \text{ s}) = 8,33 \text{ L/s}$. Para converter isso em unidades do SI, lembre-se de que $1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3$.

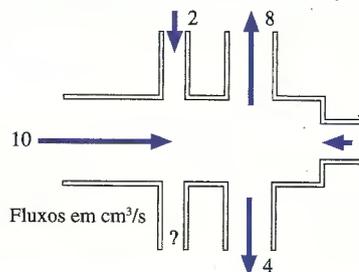
Logo, $Q = 8,33 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$. Podemos determinar a velocidade da gasolina usando a Equação 15.20:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{8,33 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0,040 \text{ m})^2} = 1,66 \text{ m/s}$$

- b. A vazão $Q = vA$ permanece constante. A área transversal depende do quadrado do raio, então a área transversal do cano é 4 vezes maior nesta parte do que na anterior. Conseqüentemente, a velocidade de fluxo deve ser 4 vezes menor, ou seja, igual a 0,41 m/s.

FAÇA E PENSE 15.5

A figura mostra as vazões de volume (em cm^3/s) para todos os tubos da figura, menos um. Qual é a taxa de fluxo de volume através do tubo sem indicação? A direção do fluxo é para dentro ou para fora?



A equação de Bernoulli

A equação da continuidade é uma de duas relações importantes para fluidos ideais. A outra é um enunciado alternativo da conservação de energia. O enunciado geral da conservação de energia que você aprendeu no Capítulo 11 do Volume 1 é

$$\Delta K + \Delta U = W_{\text{ext}} \tag{15.21}$$

onde W_{ext} é o trabalho total realizado por quaisquer forças externas exercidas.

Vejamus como isso se aplica ao tubo de fluxo da FIGURA 15.31. Nosso sistema para análise é o volume do fluido contido no tubo de fluxo. O trabalho é realizado sobre este volume de fluido pelas forças de pressão do fluido *circundante*. No ponto 1, o fluido à esquerda do tubo de fluxo exerce uma força \vec{F}_1 sobre o sistema. Esta força aponta para a direita. Na outra extremidade do tubo de fluxo, no ponto 2, o fluido à direita do tubo de fluxo exerce uma força \vec{F}_2 para a esquerda. A pressão dentro do tubo de fluxo não é relevante porque essas forças são internas ao sistema. Somente forças externas podem alterar a energia total.

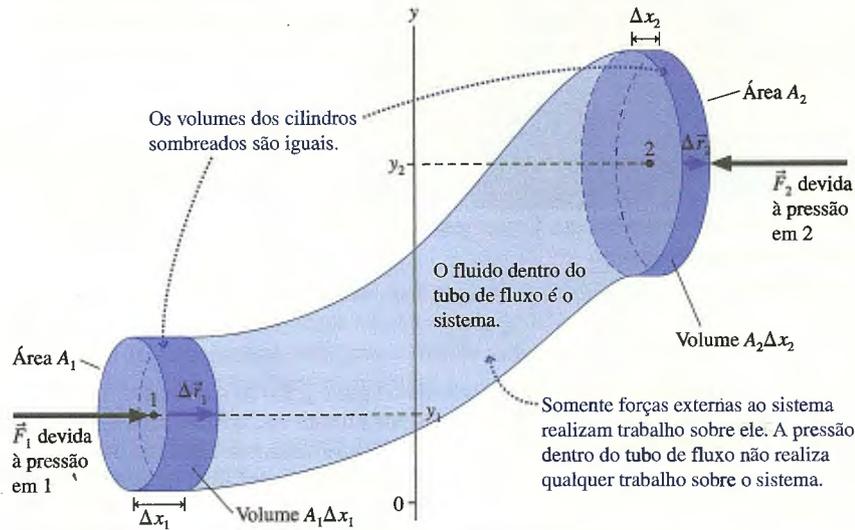


FIGURA 15.31 Análise de energia para um tubo de fluxo.

No ponto 1, a força \vec{F}_1 empurra o fluido ao longo do deslocamento $\Delta\vec{r}_1$. Os vetores \vec{F}_1 e $\Delta\vec{r}_1$ são paralelos, de modo que o trabalho realizado sobre o fluido neste ponto é

$$W_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r}_1 = F_1\Delta r_1 = (p_1A_1)\Delta x_1 = p_1V \tag{15.22}$$

As grandezas A_1 e Δx_1 entram na equação a partir de termos diferentes, mas convenientemente se combinam para dar ao fluido volume V .

A situação é a mesma no ponto 2, exceto pelo fato de que \vec{F}_2 aponta em sentido oposto ao do deslocamento $\Delta\vec{r}_2$. Isso introduz um $\cos(180^\circ) = -1$ no produto escalar para o trabalho, resultando em

$$W_2 = \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r}_2 = -F_2\Delta r_2 = -(p_2A_2)\Delta x_2 = -p_2V \tag{15.23}$$

No ponto 1, a pressão a partir da esquerda empurra o fluido para a frente, realizando um trabalho positivo. A pressão a partir da direita, no ponto 2, tende a diminuir a velocidade do fluido, realizando um trabalho negativo. Conjuntamente, o trabalho realizado pelas forças externas é

$$W_{\text{ext}} = W_1 + W_2 = p_1V - p_2V \tag{15.24}$$

Agora vamos analisar como este trabalho altera a energia cinética e a energia potencial do sistema. Um volume pequeno de fluido $V = A_1\Delta x_1$ passa pelo ponto 1 e, em algum tempo posterior, chega ao ponto 2, onde o volume inalterado é $V = A_2\Delta x_2$. A variação na energia potencial gravitacional deste volume de fluido é

$$\Delta U = mgy_2 - mgy_1 = \rho Vgy_2 - \rho Vgy_1 \tag{15.25}$$

onde ρ é a densidade do fluido. Analogamente, a variação na energia cinética é

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}\rho Vv_2^2 - \frac{1}{2}\rho Vv_1^2 \quad (15.26)$$

Combinando as Equações 15.24, 15.25 e 15.26, obtemos a equação de energia para o fluido no tubo de fluxo:

$$\frac{1}{2}\rho Vv_2^2 - \frac{1}{2}\rho Vv_1^2 + \rho Vgy_2 - \rho Vgy_1 = p_1V - p_2V \quad (15.27)$$

O volume V é cancelado em todos os termos. Rearranjando os termos, a equação de energia assume a forma

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gy_2 \quad (15.28)$$

A Equação 15.28 é chamada de **equação de Bernoulli**. Ela recebeu o nome do cientista suíço do século XVIII, Daniel Bernoulli, que realizou alguns dos primeiros estudos sobre a dinâmica dos fluidos.

A equação de Bernoulli, na verdade, nada mais é do que um enunciado sobre trabalho e energia. Às vezes, é útil expressar a equação de Bernoulli na forma alternativa

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{constante} \quad (15.29)$$

Esta versão da equação de Bernoulli significa que a quantidade $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy$ permanece constante ao longo de linhas de fluxo.

Uma aplicação importante da equação de Bernoulli pode ser facilmente demonstrada. Antes de ler o próximo parágrafo, tente fazer a simples experiência ilustrada na FIGURA 15.32. Sério, tente mesmo!

O que aconteceu? Você provavelmente esperava que sua respiração pressionasse o pedaço de papel para baixo. Ao invés disso, o papel *subiu*. De fato, quanto mais forte você soprar, mais o papel se tornará paralelo ao chão. Este resultado contra-intuitivo é uma consequência da equação de Bernoulli. À medida que a velocidade do ar acima da tira de papel aumenta, a pressão tem de *diminuir* a fim de manter constante a grandeza $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy$. Conseqüentemente, a pressão do ar acima da tira é menor do que a pressão do ar abaixo da mesma, resultando em uma força resultante orientada para cima sobre o papel.

NOTA ► O uso da equação de Bernoulli é muito parecido com o uso do princípio de conservação de energia. Em vez de identificar um “antes” e um “depois”, você deve identificar dois pontos de uma mesma linha de fluxo. Como os exemplos a seguir demonstram, a equação de Bernoulli é usada muitas vezes em conjunto com a equação da continuidade. ◀

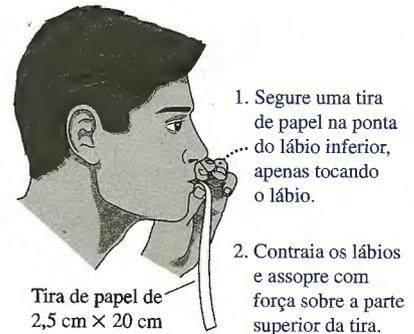


FIGURA 15.32 Uma demonstração simples da equação de Bernoulli.

EXEMPLO 15.11 Um sistema de irrigação

A água flui pelos canos mostrados na FIGURA 15.33. A velocidade da água pelo cano mais baixo é de 5,0 m/s, e um manômetro marca 75 kPa. Qual é a leitura do manômetro no cano superior?

MODELO Considere a água como um fluido ideal que obedece à equação de Bernoulli. Considere uma linha de fluxo conectando o ponto 1, na parte mais baixa do cano, com o ponto 2, na parte superior do cano.

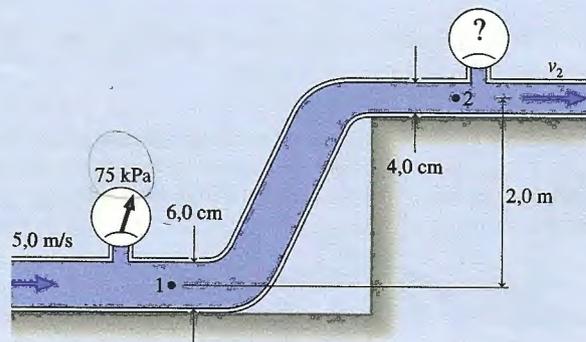


FIGURA 15.33 Os canos de água de um sistema de irrigação.

Continua

RESOLUÇÃO A equação de Bernoulli, a Equação 15.28, relaciona a pressão, a velocidade do fluido e as alturas dos pontos 1 e 2. É fácil resolvê-la isolando a pressão p_2 no ponto 2:

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_1 - \rho g y_2$$

$$= p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) + \rho g(y_1 - y_2)$$

Todas as grandezas à direita são conhecidas, exceto v_2 , e é justamente aí que a equação da continuidade será útil. As áreas transversais e as velocidades da água nos pontos 1 e 2 são relacionadas por

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

de onde podemos determinar

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2} v_1 = \frac{(0,030 \text{ m})^2}{(0,020 \text{ m})^2} (5,0 \text{ m/s}) = 11,25 \text{ m/s}$$

A pressão no ponto 1 é $p_1 = 75 \text{ kPa} + 1 \text{ atm} = 176.300 \text{ Pa}$. Agora podemos usar a expressão acima para p_2 a fim de calcular $p_2 = 105.900 \text{ Pa}$. Esta é a pressão absoluta; o manômetro no cano superior marcará

$$p_2 = 105.900 \text{ Pa} - 1 \text{ atm} = 4,6 \text{ kPa}$$

AVALIAÇÃO A redução do tamanho do cano diminui a pressão porque torna $v_2 > v_1$. O aumento de elevação também reduz a pressão.

EXEMPLO 15.12 Energia hidroelétrica

Pequenas usinas hidroelétricas em montanhas às vezes trazem água de um reservatório para a usina de energia através de tubos embutidos. Em uma dessas usinas, o tubo de captação de 100 cm de diâmetro, na base da represa, localiza-se 50 m abaixo da superfície do reservatório. A água desce 200 m através do tubo antes de entrar na turbina por um bocal de 50 cm de diâmetro.

- Qual é a velocidade da água na turbina?
- Em quanto a pressão de entrada difere da pressão hidrostática àquela profundidade?

MODELO Trate a água como um fluido ideal que obedece à equação de Bernoulli. Considere uma linha de fluxo que inicie na superfície do reservatório e termine na saída do bocal. A pressão na superfície é $p_1 = p_{\text{atm}}$ e $v_1 \approx 0 \text{ m/s}$. A descarga de água acontece no ar, então $p_3 = p_{\text{atm}}$ na saída.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 15.34 é uma representação pictórica da situação.

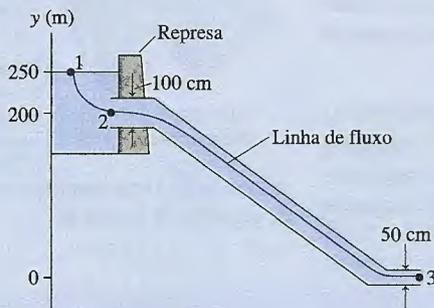


FIGURA 15.34 Representação pictórica do fluxo de água para uma usina hidroelétrica.

RESOLUÇÃO a. A usina elétrica está localizada nas montanhas, onde $p_{\text{atm}} < 1 \text{ atm}$, porém p_{atm} comparece nos dois lados da equação de Bernoulli e, por isso, é cancelada. A equação de Bernoulli, com $v_1 = 0 \text{ m/s}$ e $y_3 = 0 \text{ m}$, é

$$p_{\text{atm}} + \rho g y_1 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho v_3^2$$

p_{atm} é cancelada, conforme esperado, assim como a densidade ρ . Isolando v_3 , obtemos

$$v_3 = \sqrt{2gy_1} = \sqrt{2(9,80 \text{ m/s}^2)(250 \text{ m})} = 70 \text{ m/s}$$

b. Poder-se-ia esperar que a pressão na entrada fosse a pressão hidrostática $p_{\text{atm}} + \rho g d$ à profundidade d . Porém a água está fluindo para o tubo de captação; logo, não está em equilíbrio estático. Podemos determinar a velocidade v_2 na captação usando a equação da continuidade:

$$v_2 = \frac{A_3}{A_2} v_3 = \frac{r_3^2}{r_2^2} \sqrt{2gy_1}$$

A captação ocorre na linha de fluxo entre os pontos 1 e 3, de modo que podemos aplicar a equação de Bernoulli aos pontos 1 e 2:

$$p_{\text{atm}} + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Solucionando esta equação para p_2 , e observando que $y_1 - y_2 = d$, encontramos:

$$p_2 = p_{\text{atm}} + \rho g(y_1 - y_2) - \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$= p_{\text{atm}} + \rho g d - \frac{1}{2}\rho \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^4 (2gy_1)$$

$$= p_{\text{estática}} - \rho g y_1 \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^4$$

A pressão de entrada é *menor* do que a pressão hidrostática pela grandeza

$$\rho g y_1 \left(\frac{r_3}{r_2}\right)^4 = 153.000 \text{ Pa} = 1,5 \text{ atm}$$

AVALIAÇÃO A saída de água pelo bocal é a mesma se ela caísse de 250 m acima da superfície do reservatório. Isso não é surpreendente, pois consideramos um líquido não-viscoso (isto é, sem atrito). A água "real" teria menor velocidade, mas ainda fluiria muito em grande velocidade.

Duas aplicações

O valor da velocidade de um gás em escoamento freqüentemente é medida com um aparelho chamado **tubo de Venturi**. Os tubos de Venturi medem as velocidades do gás em ambientes tão variados como laboratórios de química, túneis de vento e motores de aviões a jato.

A **FIGURA 15.35** mostra o gás fluindo através de um tubo cuja área transversal muda de A_1 para A_2 . Um tubo de vidro em forma de U, contendo líquido de densidade ρ_{liq} , conecta os dois ramos do tubo de fluxo. Quando um gás flui pelo tubo horizontal, o líquido encontra-se a uma altura h acima do lado do tubo em U conectado ao segmento estreito do tubo de fluxo.

A Figura 15.35 mostra como funciona um tubo de Venturi. Podemos realizar esta análise quantitativa e determinar a velocidade de fluxo do gás a partir da altura h do líquido. Duas informações com as quais temos de trabalhar são a equação de Bernoulli,

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (15.30)$$

e a equação da continuidade,

$$v_2 A_2 = v_1 A_1 \quad (15.31)$$

Além disso, a equação hidrostática para o líquido nos diz que a pressão p_2 acima do tubo direito difere da pressão p_1 acima do tubo esquerdo por $\rho_{liq}gh$, ou seja,

$$p_2 = p_1 - \rho_{liq}gh \quad (15.32)$$

Primeiro usamos as Equações 15.31 e 15.32 para eliminar v_2 e p_2 da equação de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = (p_1 - \rho_{liq}gh) + \frac{1}{2}\rho \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 v_1^2 \quad (15.33)$$

Os termos de energia potencial desapareceram porque $y_1 = y_2$ para um tubo horizontal. A velocidade v_1 pode agora ser obtida da Equação 15.33, e depois v_2 é obtida usando-se a Equação 15.31. Pularemos alguns passos de álgebra para ir direto ao resultado:

$$v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2\rho_{liq}gh}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \quad (15.34)$$

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2\rho_{liq}gh}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

Na prática, as equações para as velocidades do fluxo de gás têm de ser corrigidas para levar em conta o fato de que o gás, que é compressível, não é um líquido ideal. Porém, a Equação 15.34 é razoavelmente precisa mesmo sem as correções, desde que as velocidades de fluxo sejam muito menores do que a velocidade do som, cerca de 340 m/s. Para nós, o tubo de Venturi é um exemplo do poder da equação de Bernoulli.

Como exemplo final, podemos usar a equação de Bernoulli para entender, pelo menos qualitativamente, como as asas de um avião geram uma **força de ascensão**. A **FIGURA 15.36** mostra o corte transversal de uma asa de avião. Esta forma é chamada de **aerofólio**.

Embora geralmente se pense que um avião se movimenta através do ar, no sistema de referência do avião é o ar que flui através de uma asa estacionária. Para que tal ocorra, as linhas de fluxo devem se separar. A parte inferior da asa não altera significativamente as linhas de fluxo que passam por baixo da asa, porém as linhas de fluxo que passam pela parte superior da asa se aglomeram. Esta aglomeração reduz a área transversal de um tubo de fluxo de linhas de fluxo. Conseqüentemente, de acordo com a equação da continuidade, a velocidade do ar deve aumentar à medida que flui pela parte superior da asa.

Como você já viu diversas vezes, um aumento da velocidade do ar implica diminuição da pressão do ar. Esta é a lição da equação de Bernoulli. Uma vez que a pressão do ar acima da asa é menor do que a pressão do ar abaixo da mesma, o ar exerce uma força ascendente resultante sobre a asa, assim como aconteceu com a tira de papel sobre a qual você assoprou. A força ascendente do ar, devido à diferença de pressão através da asa, é chamada de **força de sustentação**.

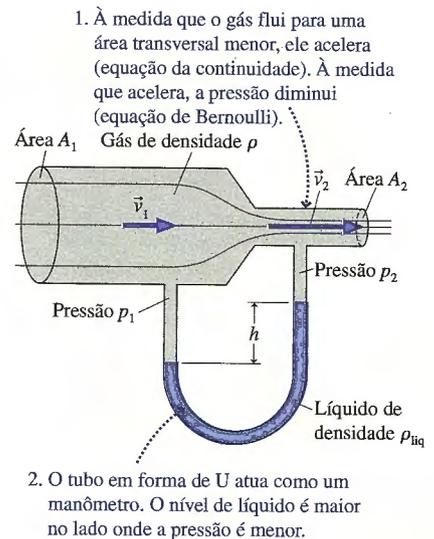


FIGURA 15.35 O tubo de Venturi mede as velocidades do fluxo de gás.

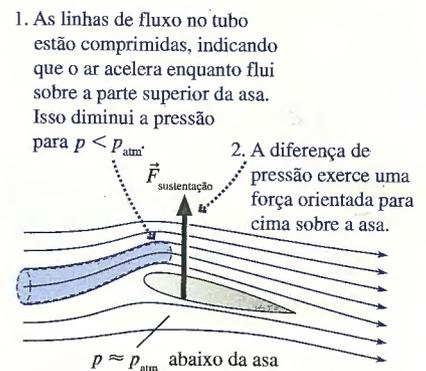


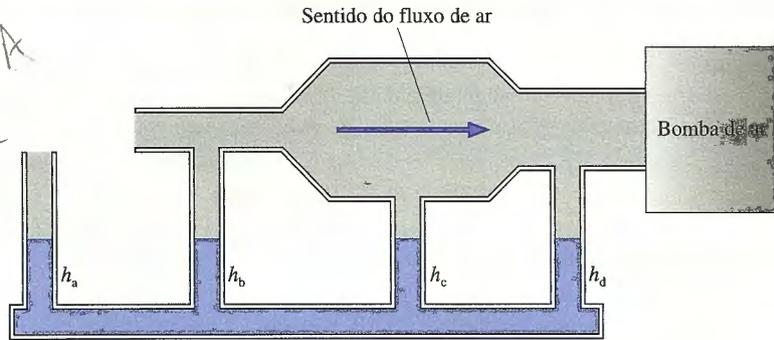
FIGURA 15.36 O fluxo de ar em torno de uma asa gera força de sustentação, criando pressões desiguais acima e abaixo da asa.

↓ A ↑ v ↓ P
 abaixo do
 Pica ↑ P
 força ascendente ↑

Uma análise completa da força de sustentação de uma asa é bastante complicada e envolve muitos fatores além da equação de Bernoulli. Apesar disso, você deve ser capaz de entender um dos princípios físicos importantes que estão envolvidos.

PARTE E PERTE 15.6 Ordene em seqüência decrescente as alturas do líquido de h_a a h_d . O fluxo de ar é da esquerda para a direita.

Handwritten notes:
 $h_b > h_d > h_c > h_a$
 $h \propto v \propto \frac{1}{A}$



15.6 Elasticidade

O tópico final a ser abordado neste capítulo é a elasticidade. Embora a elasticidade se aplique primariamente a sólidos, em vez de fluidos, você verá que idéias semelhantes estão envolvidas.

Tensão de tração e módulo de Young

Suponha que você fixe uma extremidade de um bastão sólido usando uma máquina resistente para puxar a outra extremidade com uma força \vec{F} . A FIGURA 15.37a mostra o arranjo do experimento. Geralmente consideramos os sólidos como sendo, bem, sólidos. Porém, qualquer material, seja ele plástico, concreto ou aço, se deformará à medida que suas ligações moleculares, análogas a uma mola, se expandirem.

A FIGURA 15.37b mostra graficamente a intensidade de força necessária para deformar o bastão em um comprimento ΔL . Este gráfico contém diversas regiões de interesse. Primeiro, a *região elástica*, terminando no *limite elástico*. Enquanto ΔL for menor do que o limite elástico, o bastão retornará a seu comprimento inicial L quando a força for removida. É exatamente esta deformação reversível a que estamos nos referimos quando dizemos que um material é *elástico*. Uma deformação além do limite elástico deformará o objeto de maneira permanente; ele não mais retornará ao seu comprimento inicial quando a força for removida. E chega a um ponto em que o bastão quebra, o que não tem nada de surpreendente.

Para a maioria dos materiais, o gráfico começa com uma *região linear*, que é onde concentraremos nossa atenção. Se ΔL estiver na região linear, a força necessária para deformar o bastão será

$$F = k\Delta L \tag{15.35}$$

onde k é a declividade do gráfico. Você reconhecerá a Equação 15.35 como sendo nada mais que a lei de Hooke.

A dificuldade com a Equação 15.35 é que a constante de proporcionalidade k depende tanto da composição – de plástico ou alumínio, digamos – quanto do comprimento do bastão e da área de sua secção transversal. Seria útil caracterizar as propriedades elásticas do plástico em geral, ou do alumínio em geral, sem precisar saber as dimensões de um determinado bastão.

Podemos conseguir isso refletindo sobre a lei de Hooke em escala atômica. A elasticidade de um material está diretamente relacionada à constante elástica das ligações moleculares entre átomos vizinhos. Conforme mostra a FIGURA 15.38, a força exercida sobre cada ligação é proporcional à quantidade F/A . Esta força faz com que cada ligação se deforme em uma quantidade proporcional a $\Delta L/L$. Não sabemos quais são as constantes de proporcionalidade, porém não precisamos delas. A lei de Hooke aplicada a

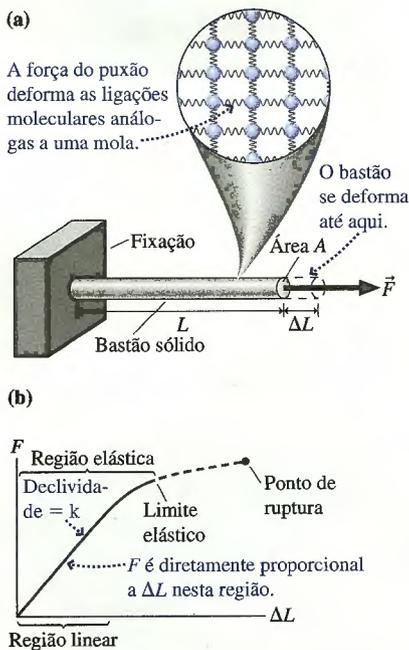


FIGURA 15.37 Deformação de um bastão sólido.

uma ligação molecular nos diz que a força exercida sobre uma ligação é proporcional ao comprimento pelo qual a ligação se deforma. Logo, F/A deve ser proporcional a $\Delta L/L$. Podemos escrever sua proporcionalidade como:

$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L} \quad (15.36)$$

A constante de proporcionalidade Y é chamada de **módulo de Young**. Ela está diretamente relacionada à constante elástica das ligações moleculares, por isso depende do material do qual o objeto é feito, mas *não*, da geometria do mesmo.

Uma comparação entre as Equações 15.35 e 15.36 mostra que o módulo de Young pode ser escrito na forma

$$Y = \frac{kL}{A} \quad (15.37)$$

Esta equação não é a definição do módulo de Young, mas, simplesmente, uma expressão que nos permite efetuar uma determinação do valor experimental do módulo de Young. Este k é a constante elástica do bastão visto na Figura 15.37. É uma grandeza facilmente medida no laboratório.

A grandeza F/A , onde A é a área transversal, é chamada de **tensão de tração**. Observe que ela é, essencialmente, a mesma definição de pressão. Todavia, a tensão de tração difere da pressão pelo fato de que aquela grandeza é exercida em uma determinada direção, ao passo que as forças de pressão são exercidas em todas as direções. Outra diferença é que a tensão é medida em N/m^2 , e não, em pascals. A grandeza $\Delta L/L$, o aumento relativo de comprimento, é chamada de **deformação**. A deformação é uma grandeza adimensional. Os valores numéricos da deformação são sempre muito pequenos porque os sólidos não podem sofrer uma grande deformação antes de atingirem o ponto de ruptura.

Com essas definições, a Equação 15.36 pode ser escrita como

$$\text{tensão} = Y \times \text{deformação} \quad (15.38)$$

Uma vez que a deformação é adimensional, o módulo de Young Y tem as mesmas unidades da tensão, a saber, N/m^2 . A Tabela 15.3 apresenta os valores do módulo de Young para diversos materiais comuns. Valores maiores de Y caracterizam os materiais que são mais firmes e rígidos. Materiais mais “moles”, pelo menos relativamente falando, apresentam valores menores de Y . Pode-se verificar que o aço tem um módulo de Young maior do que o do alumínio.

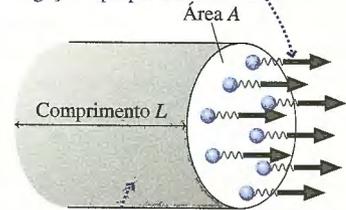
TABELA 15.3 Propriedades elásticas de vários materiais

Substância	Módulo de Young (N/m^2)	Módulo de elasticidade volumétrica (N/m^2)
Alumínio	7×10^{10}	7×10^{10}
Concreto	3×10^{10}	—
Cobre	11×10^{10}	14×10^{10}
Mercúrio	—	3×10^{10}
Plástico (poliestireno)	$0,3 \times 10^{10}$	—
Aço	20×10^{10}	16×10^{10}
Água	—	$0,2 \times 10^{10}$
Madeira (abeto)	1×10^{10}	—

Introduzimos o módulo de Young considerando como os materiais se deformam, porém a Equação 15.38 e o módulo de Young também se aplicam à compressão de materiais. A compressão é especialmente importante em aplicações de engenharia, em que vigas, colunas e alicerces são comprimidos pela carga que sustentam. O concreto com frequência sofre compressão, como em colunas que sustentam viadutos, mas raramente sofre distensão.

NOTA ► Não importa se o bastão é expandido ou comprimido, a Equação 15.38 somente é válida na região linear do gráfico na Figura 15.37b. O ponto de ruptura localiza-se geralmente bem fora da região linear, de modo que você pode usar o módulo de Young para calcular a expansão ou a compressão máxima possível. ◀

O número de ligações é proporcional à área A . Se o bastão é puxado com força F , a força distensora sobre cada ligação é proporcional a F/A .



O número de ligações ao longo do bastão é proporcional ao seu comprimento L . Se o bastão se expande em ΔL , a expansão de cada ligação é proporcional a $\Delta L/L$.

FIGURA 15.38 A elasticidade de um material está diretamente relacionada à constante elástica das ligações moleculares.



O concreto é um material de construção amplamente utilizado por ser relativamente barato, e, por ter um alto valor do módulo de Young, apresenta uma enorme resistência à compressão.

EXEMPLO 15.13 Esticando um fio

Um fio de 2,0 m de comprimento e 1,0 mm de diâmetro é preso ao teto de uma casa. Quando uma massa de 4,5 kg é pendurada pelo fio, ela o estica em 1,0 mm. Qual é o módulo de Young para este fio? Você consegue identificar o material do qual ele é feito?

MODELO A massa suspensa cria uma tensão de tração no fio.

RESOLUÇÃO A força exercida sobre o fio, que é simplesmente o peso da massa, produz a tensão de tração

$$\frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{(4,5 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)}{\pi(0,0005 \text{ m})^2} = 5,6 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

A expansão resultante de 1,0 mm constitui uma deformação relativa de $\Delta L/L = (1,0 \text{ mm})/(2.000 \text{ mm}) = 5,0 \times 10^{-4}$. Logo, o módulo de Young para o fio é

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} = 11 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

Verificando na Tabela 15.3, podemos ver que o fio é feito de cobre.

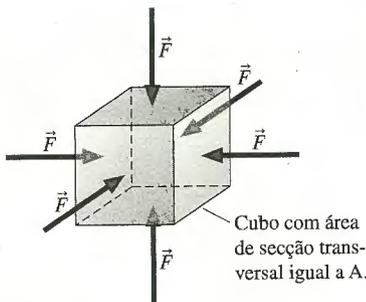


FIGURA 15.39 Um objeto é comprimido por forças resultantes da pressão, que são exercidas igualmente em todos os seus lados.

Tensão e módulo de elasticidade volumétrica

O módulo de Young caracteriza a resposta de um objeto ao ser puxado em uma direção. A **FIGURA 15.39** mostra um objeto sendo apertado em todas as direções. Por exemplo, objetos submersos são pressionados por todos os lados pela pressão da água. A força por unidade de área, F/A , aplicada a *todas* as superfícies de um objeto é chamada de **tensão**. Uma vez que a força é igual em todos os lados, a tensão (diferentemente da tensão de tração) é realmente o mesmo que a pressão p .

Nenhum material é perfeitamente rígido. Uma tensão exercida sobre um objeto causa uma leve diminuição de seu volume. A **deformação volumétrica** é definida por $\Delta V/V$. A deformação volumétrica é um número negativo, pois a tensão *reduz* o volume.

A tensão, ou pressão, é linearmente proporcional à deformação volumétrica, assim como a tensão de tração é linearmente proporcional à deformação de um bastão, ou seja,

$$\frac{F}{A} = p = -B \frac{\Delta V}{V} \tag{15.39}$$

onde B é chamado de **módulo de elasticidade volumétrica**. O sinal negativo na Equação 15.39 garante que a pressão seja um número positivo. A Tabela 15.3 apresenta os valores do módulo de elasticidade volumétrica para diversos materiais. Valores menores de B correspondem a materiais que são mais compressíveis. Tanto sólidos quanto líquidos podem ser comprimidos e, desta forma, ter um módulo de elasticidade volumétrica, ao passo que o módulo de Young se aplica somente a sólidos.

EXEMPLO 15.14 Comprimindo uma esfera

Uma esfera de aço sólido de 1,00 m de diâmetro é levada a uma profundidade de 10.000 m nas profundezas do oceano. Em quanto o seu diâmetro é reduzido?

MODELO A pressão de água exerce uma tensão sobre a esfera.

RESOLUÇÃO A pressão da água em $d = 10.000 \text{ m}$ é

$$p = p_0 + \rho g d = 1,01 \times 10^8 \text{ Pa}$$

onde usamos a densidade da água do mar. O módulo de elasticidade de volumétrica, de acordo com a Tabela 15.3, vale $16 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. Logo, a deformação volumétrica é

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{p}{B} = -\frac{1,01 \times 10^8 \text{ Pa}}{16 \times 10^{10} \text{ Pa}} = -6,3 \times 10^{-4}$$

O volume de uma esfera é $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Para uma variação muito pequena, podemos usar o cálculo para relacionar a variação de volume à variação do raio:

$$\Delta V = \frac{4\pi}{3} \Delta(r^3) = \frac{4\pi}{3} \cdot 3r^2 \Delta r = 4\pi r^2 \Delta r$$

Usando esta expressão para ΔV , obtemos a deformação volumétrica:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{4\pi r^2 \Delta r}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{3\Delta r}{r} = -6,3 \times 10^{-4}$$

Isolando Δr , obtemos $\Delta r = -1,05 \times 10^{-4} \text{ m} = -0,15 \text{ mm}$. O diâmetro é alterado em duas vezes esse valor, reduzindo-se em 0,21 mm.

AValiação A imensa pressão do oceano profundo causa apenas uma minúscula variação do diâmetro da esfera. Pode-se ver que tratar os sólidos e os líquidos como incompressíveis é uma excelente aproximação sob quase todas as circunstâncias.

RESUMO

O objetivo do Capítulo 15 foi entender os sistemas macroscópicos que fluem ou se deformam.

Princípios gerais

Estática dos fluidos

Gases

- As partículas se movem livremente
- Compressíveis
- A pressão é principalmente térmica
- A pressão é constante em um recipiente de laboratório

Líquidos

- As partículas se ligam fracamente
- Incompressíveis
- A pressão é principalmente gravitacional
- A pressão hidrostática a uma profundidade d é $p = p_0 + \rho g d$

Conceitos importantes

Densidade $\rho = m/V$, onde m é massa e V é volume.

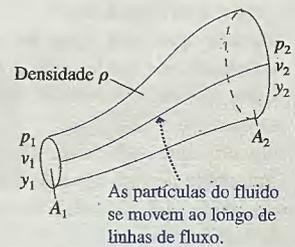
Pressão $p = F/A$, onde F é o módulo da força exercida pelo fluido, e A é a área sobre a qual a força é exercida.

- A pressão existe em todos os pontos de um fluido.
- A pressão exerce uma força de igual intensidade em todas as direções.
- A pressão é constante ao longo de uma linha horizontal.
- A pressão manométrica é $p_m = p - 1\text{atm}$.

Dinâmica dos fluidos

Modelo de fluido ideal

- Incompressível
- Fluxo laminar, suave
- Não-viscoso



Equação da continuidade

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

Equação de Bernoulli

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2$$

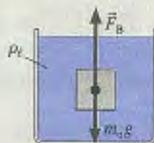
A equação de Bernoulli é um enunciado alternativo da conservação de energia.

Aplicações

O empuxo é a força orientada para cima exercida por um fluido sobre um objeto.

Princípio de Arquimedes

O módulo da força de empuxo equivale ao peso do fluido deslocado pelo objeto.



Afunda $\rho_{\text{média}} > \rho_f$ $F_B < m_o g$

Sobe à superfície $\rho_{\text{média}} < \rho_f$ $F_B > m_o g$

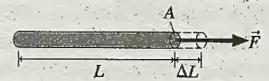
Equilíbrio hidrostático $\rho_{\text{média}} = \rho_f$ $F_B = m_o g$

A elasticidade descreve a deformação de sólidos e líquidos que experimentam forças.

Expansão linear e compressão

$$(F/A) = Y (\Delta L/L) \quad \text{Deformação}$$

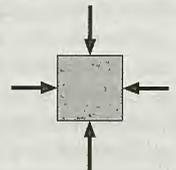
Tensão de tração \uparrow Módulo de Young



Compressão volumétrica

$$p = -B (\Delta V/V)$$

Módulo de elasticidade volumétrica \uparrow Deformação volumétrica



Termos e notação

fluido
gás
líquido
massa específica, ρ
unidade de volume
pressão, p
pascal, Pa
vácuo
atmosfera padrão, atm

pressão hidrostática
princípio de Pascal
pressão manométrica, p_m
hidráulica
força de empuxo
fluido deslocado
Princípio de Arquimedes
densidade média, $\rho_{\text{média}}$
equilíbrio hidrostático

modelo de fluido ideal
viscosidade
fluxo laminar
linha de fluxo
tubo de fluxo
equação da continuidade
vazão de volume, Q
equação de Bernoulli
tubo de Venturi

força de sustentação
módulo de Young, Y
tensão de tração
deformação
tensão
deformação volumétrica
módulo de elasticidade volumétrica, B

MP Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone  integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

1. Um objeto tem densidade ρ .
- a. Suponha que cada uma das três dimensões do objeto seja aumentada por um fator de 2 sem alterar o material do qual o objeto é feito. A densidade será alterada? Em caso afirmativo, por qual fator? Explique.
Handwritten: $V \times V \times V = V^3$, $2V \times 2V \times 2V = 8V^3$
- b. Suponha que cada uma das três dimensões do objeto seja aumentada por um fator de 2 sem alterar a massa do objeto. A densidade será alterada? Em caso afirmativo, por qual fator? Explique.
Handwritten: $\rho = \frac{m}{V^3}$, $\rho = \frac{m}{8V^3}$, $\rho = \frac{1}{8} \rho$
2. Ordene em seqüência decrescente as pressões nos pontos a, b e c da FIGURA Q15.2. Explique.
Handwritten: $P_a = P_b = P_c$, $P_c > P_b > P_a$

Os blocos a, b e c da FIGURA Q15.7 possuem o mesmo volume. Ordene em seqüência decrescente os tamanhos das forças de empuxo F_a , F_b e F_c sobre a, b e c. Explique.

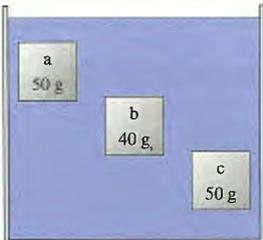


FIGURA Q15.7

IGUAIS

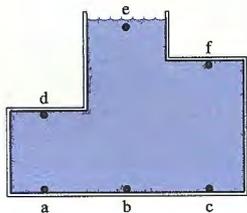


FIGURA Q15.2

3. Os blocos a, b e c da FIGURA Q15.7 possuem a mesma densidade. Ordene em seqüência decrescente os módulos das forças de empuxo F_a , F_b e F_c sobre a, b e c. Explique.
Handwritten: IGUAIS
4. Os dois copos na FIGURA Q15.9 estão cheios com água até uma mesma altura. Uma esfera de plástico flutua no copo B. Qual dos copos, com seu conteúdo, tem o maior peso? Ou eles têm pesos iguais? Explique.

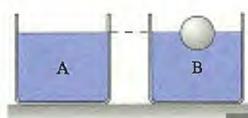


FIGURA Q15.9

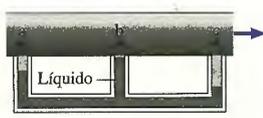


FIGURA Q15.10

3. Ordene em seqüência decrescente as pressões nos pontos d, e e f da FIGURA Q15.2. Explique.
4. A FIGURA Q15.4 mostra dois tanques retangulares, A e B, cheios com água. Eles apresentam profundidades e espessuras iguais (a dimensão que aponta para o interior da página), mas larguras diferentes.
- a. Compare as forças que a água exerce sobre o fundo dos tanques. F_A é maior, menor ou igual a F_B ? Explique.
- b. Compare as forças que a água exerce sobre as laterais dos tanques. F_A é maior, menor ou igual a F_B ? Explique.
5. Na FIGURA Q15.5, p_A é maior, menor ou igual a p_B ? Explique.

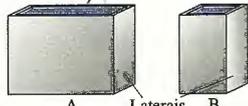


FIGURA Q15.4

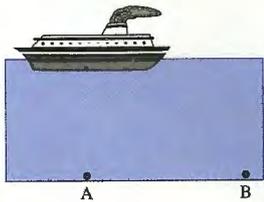


FIGURA Q15.5

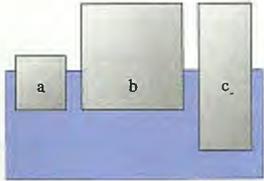


FIGURA Q15.6

10. Um gás flui pelos canos da FIGURA Q15.10. Você não consegue ver através do cano para saber de que maneira o diâmetro é alterado. Ordene em seqüência decrescente as velocidades v_a , v_b e v_c do gás nos pontos a, b e c. Explique.
Handwritten: $v_A = v_C$, $v_B = ?$
11. O vento sopra sobre a casa da FIGURA Q15.11. Uma janela do andar térreo encontra-se aberta. Há um fluxo de ar atravessando a casa? Em caso afirmativo, o fluxo de ar entra pela janela e sai pela chaminé ou entra pela chaminé e sai pela janela? Explique.
12. Uma força de 2.000 N estica um fio em 1 mm. Um segundo fio do mesmo material é duas vezes mais comprido e tem o dobro do diâmetro. Quanta força será necessária para expandi-lo em 1 mm? Explique.
13. Um fio é esticado até o ponto de ruptura por meio de uma força de 5.000 N. Um fio mais comprido, feito do mesmo material, tem o mesmo diâmetro. A força que expandirá o fio até o ponto de ruptura será maior, menor ou igual a 5.000 N? Explique.



FIGURA Q15.11

6. Ordene em seqüência decrescente as densidades dos blocos a, b e c da FIGURA Q15.6. Explique.

Handwritten: $P_a = P_b > P_c$

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 15.1 Fluidos

1. Um béquer de 250 mL contém 240 g de líquido. Qual é a densidade do líquido, em unidades do SI?
2. Os recipientes A e B têm volumes iguais. O recipiente A contém hélio gasoso à pressão de 1,0 atm e temperatura de 0°C. O recipiente B está completamente preenchido com um líquido cuja massa é 7.000 vezes a massa do gás hélio no recipiente A. Identifique o líquido do recipiente B.
3. Uma piscina de 6 m × 12 m tem uma declividade linear da profundidade de 1,0 m de uma extremidade a outra, a 3,0 m de distância da primeira. Qual é a massa de água na piscina?
4. a. 50 g de gasolina são misturados com 50 g de água. Qual é a densidade média da mistura?
b. 50 cm³ de gasolina são misturados com 50 cm³ de água. Qual é a densidade média da mistura?

Seção 15.2 Pressão

5. O ponto mais profundo dos oceanos localiza-se 11 km abaixo do nível do mar, uma profundidade maior do que a altura do Monte Everest. A esta profundidade, qual é a pressão, em atmosferas?
6. a. Que volume de água tem a mesma massa que 8,0 m³ de álcool etílico?
b. Se este volume de água estiver em um tanque cúbico, qual será a pressão no fundo?
7. Um barril, cheio com um líquido, tem 1,0 m de diâmetro e se encontra a uma profundidade de 2,0 m. A pressão no fundo do barril é de 1,3 atm. Qual é a massa do líquido no barril?
8. Uma camada de óleo com 50 cm de espessura flutua sobre uma camada de água de 120 cm de espessura. Qual é a pressão no fundo da camada de água?
9. Um submarino de pesquisa possui uma janela de 20 cm de diâmetro e 8,0 cm de espessura. O fabricante alega que a janela pode suportar forças de até $1,0 \times 10^6$ N. Qual é a profundidade máxima de segurança do submarino? A pressão no interior do submarino é mantida em 1,0 atm.
10. Uma tampa circular de 20 cm de diâmetro é colocada sobre um buraco de 10 cm de diâmetro que leva a uma câmara parcialmente evacuada. A pressão na câmara é de 20 kPa. Quanta força é necessária para remover a tampa do lugar?

Seção 15.3 Medição e uso da pressão

11. Qual é a altura da coluna líquida de um barômetro de água à pressão atmosférica?
12. Ao longo de que distância um pistão de 2,0 cm de diâmetro deve ser pressionado sobre um cilindro de um elevador hidráulico para erguer um pistão de 8,0 cm de diâmetro em 20 cm?
13. Qual é o comprimento máximo de um canudo de modo que você consiga beber um refrigerante?
14. Qual é o diâmetro mínimo do tubo de um aspirador de pó ideal capaz de erguer do chão um cachorro de 10 kg?

Seção 15.4 Empuxo

15. Uma esfera de 6,0 cm de diâmetro e massa de 89,3 g encontra-se em equilíbrio hidrostático imersa em um líquido. Identifique o líquido.

16. Um cilindro de 6,0 cm de altura flutua na água com seu eixo perpendicular à superfície. O comprimento do cilindro acima da água é de 2,0 cm. Qual é a densidade do cilindro?
17. Uma esfera completamente imersa na água é amarrada ao fundo do recipiente por um barbante. A tensão no barbante corresponde a um terço do peso da esfera. Qual é a densidade da esfera?
18. Uma pedra de 5,0 kg e densidade de 4.800 kg/m³ é suspensa por um barbante de forma que metade de seu volume esteja submerso. Qual é a tensão no barbante?
19. Qual é a tensão no barbante da figura abaixo?

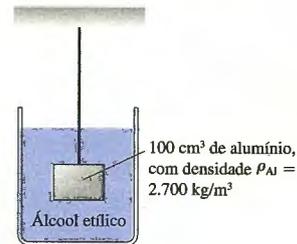


FIGURA EX15.19

20. Um cilindro de aço com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura ($\rho_{\text{aço}} = 7.900 \text{ kg/m}^3$) flutua em mercúrio. O eixo do cilindro está perpendicular à superfície. Que comprimento de aço está acima da superfície?
21. Você e seus amigos estão em uma piscina jogando com uma bola de 60 cm de diâmetro. Quanta força seria necessária para manter a bola completamente submersa?
22. O isopor tem densidade de 150 kg/m³. Qual é a massa máxima que pode ser pendurada a uma esfera de isopor com 50 cm de diâmetro, na água, sem afundá-la? Suponha que o volume da massa pendurada seja desprezível comparado ao da esfera.

Seção 15.5 Dinâmica dos fluidos

23. A água que flui por um cano de 2,0 cm de diâmetro pode encher uma banheira de 300 L em 5,0 minutos. Qual é a velocidade da água no cano?
24. Um cano de 1,0 cm de diâmetro se alarga para 2,0 cm e, depois, se estreita para 5,0 mm. Um líquido flui pelo primeiro segmento a uma velocidade de 4,0 m/s.
a. Qual é a velocidade no segundo e no terceiro segmento?
b. Qual é a vazão de volume no cano?
25. Um longo tubo horizontal tem seção transversal quadrada com lados de comprimento L . Um fluido se move pelo tubo com velocidade v_0 . O tubo, então, passa a ter uma seção transversal circular com diâmetro L . Qual é a velocidade do fluido na parte circular do tubo?
26. Quanto marca o manômetro?

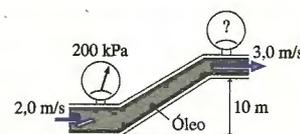


FIGURA EX15.26

Seção 15.6 Elasticidade

27. Uma corda de aço de violão, com 80 cm de comprimento e 1,00 mm de diâmetro, deve ser esticada por uma tensão de 2.000 N torcendo-se as cravelhas. Em quanto a corda é esticada?

28. | Um alpinista de 70 kg, pendurado por uma fenda, estica em 8,0 cm uma corda de 50 m de comprimento e 1,0 cm de diâmetro. Qual é o módulo de Young da corda?
29. || Que massa pendurada expandirá em 1,0 mm um fio de aço de 2,0 m de comprimento e 0,50 mm de diâmetro?
30. || Uma coluna de concreto de 3,0 m de altura e 50 cm de diâmetro sustenta uma carga de 200.000 kg. Em quanto a coluna é comprimida?
31. | a. No oceano, qual é a pressão a uma profundidade de 5.000 m?
 b. Qual é a variação relativa de volume, $\Delta V/V$, da água do mar a esta pressão?
 c. Qual é a densidade da água do mar a esta pressão?

Problemas

32. || Um ginásio tem 16 m de altura. Em que porcentagem a pressão do ar no solo é maior do que a pressão do ar no teto?
33. || Os dois cilindros de 60 cm de diâmetro da FIGURA P15.33, fechados em uma das extremidades e abertos na outra, são unidos para formar um único cilindro, e depois o ar do interior é removido.
- a. Quanta força a atmosfera exerce sobre a extremidade plana de cada cilindro?
- b. Suponha que um cilindro seja aparafusado a um teto resistente. Quantos jogadores de futebol de 100 kg seriam necessários para se pendurarem ao cilindro inferior a fim de separar os dois cilindros?

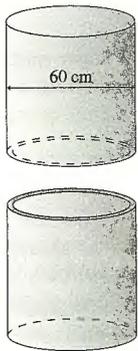


FIGURA P15.33

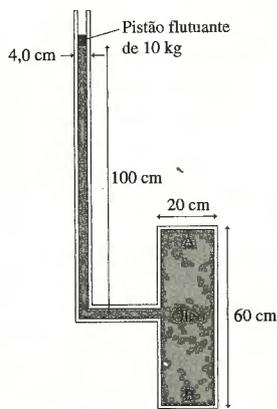


FIGURA P15.34

coloca o dedo) de 1,2 cm. Uma enfermeira usa a seringa para injetar medicamento em um paciente cuja pressão arterial é 140/100.

- a. Qual é a força mínima que a enfermeira precisa exercer na seringa?
- b. A enfermeira esvazia a seringa em 2,0 s. Qual é a velocidade de fluxo do medicamento pela agulha?
37. || Qual é a massa total da atmosfera da Terra?
38. || Suponha que a densidade da atmosfera da Terra fosse uma constante de $1,3 \text{ kg/m}^3$, independentemente da altitude, até atingir o topo. Que espessura teria, então, a atmosfera?
39. || Seu professor de ciências lhe deu como tarefa construir um barômetro de água. Você aprendeu que a pressão da atmosfera pode variar em até 5% de 1 atmosfera padrão com as mudanças do clima.
- a. Que altura mínima deve ter seu barômetro?
- b. Em um dia de tempestade, o homem do tempo na TV diz que “a pressão barométrica esta tarde está reduzida em 29,55 polegadas”. Qual é a altura da coluna de água do seu barômetro?
40. || O recipiente mostrado na FIGURA P15.40 está cheio de óleo. Ele é aberto à atmosfera no ramo esquerdo.
- a. Qual é a pressão no ponto A?
- b. Qual é a diferença de pressão entre os pontos A e B? E entre os pontos A e C?

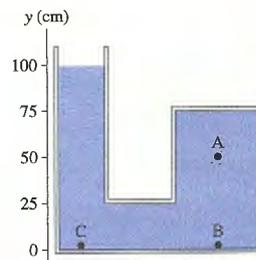


FIGURA P15.40

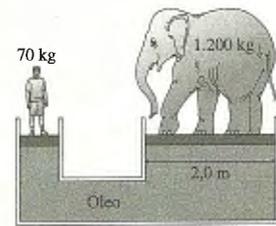


FIGURA P15.41

41. || a. O estudante de 70 kg da FIGURA P15.41 equilibra um elefante de 1.200 kg em um elevador hidráulico. Qual é o diâmetro do pistão sobre o qual o aluno está de pé?
 b. Um segundo aluno de 70 kg se junta ao primeiro. Em que altura eles levantam o elefante?
42. || Uma líder de torcida, de 55 kg, usa um elevador hidráulico cheio de óleo para sustentar quatro jogadores de futebol de 110 kg cada um a uma altura de 1,0 m. Se o seu pistão tiver 16 cm de diâmetro, qual será o diâmetro do pistão dos jogadores de futebol?
43. || A Figura 15.19 mostra um elevador hidráulico com uma força \vec{F}_1 equilibrando outra força \vec{F}_2 . Suponha que a força \vec{F}_2 seja o peso invariável mg de um objeto de massa m . Derive a Equação 15.13, a qual significa que o incremento de força necessário para erguer o peso em uma distância d_2 é $\Delta F = \rho g(A_1 + A_2)d_2$, onde ρ é a densidade do líquido.
44. || Um tubo em U, aberto nas duas extremidades, contém mercúrio. Derrama-se água no ramo esquerdo até que a coluna de água tenha 10,0 cm de profundidade. A que distância de sua posição inicial o mercúrio sobe no ramo direito?
45. || Derrama-se glicerina dentro de um tubo em U até que a altura nos dois ramos seja de 20 cm. A seguir, derrama-se álcool etílico em uma das extremidades até que a altura da coluna de álcool seja de 20 cm. Os dois líquidos não se misturam. Qual é a diferença de altura entre a superfície da glicerina e a superfície do álcool?
46. || Os geólogos inserem *medidores de inclinação* nas laterais de vulcões para medir o deslocamento da superfície enquanto o magma se

move dentro do vulcão. Embora a maioria dos medidores de inclinação usados hoje em dia sejam eletrônicos, o medidor tradicional, usado há décadas, consistia de duas ou mais latas de metal cheias de água posicionadas a alguma distância e conectadas por uma mangueira. A FIGURA P15.46 mostra essas duas latas, cada qual com uma janela para medir a altura da água. Suponha que as latas sejam posicionadas de forma que o nível da água em ambas esteja inicialmente na marca dos 5,0 cm. Uma semana mais tarde, o nível de água na lata 2 está na marca dos 6,5 cm.

- A lata 2 subiu ou desceu em relação à lata 1? Que distância?
- Onde está o nível de água, agora, na lata 1?

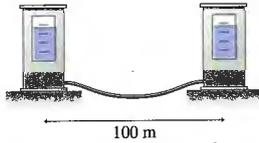


FIGURA P15.46

- A água se encontra a uma profundidade d atrás de uma represa de largura w .

 - Obtenha uma expressão para a força resultante da água sobre a represa.
 - Calcule a força resultante sobre uma represa de 100 m de ~~altura~~ ^{largura} com profundidade de água de 60 m.

Dica: Este problema requer uma integração.
- Um tanque de aquário tem 100 cm de comprimento, 35 cm de largura e 40 cm de profundidade. Ele está cheio até o topo.

 - Qual é a força da água sobre o fundo (100 cm \times 35 cm) do tanque?
 - Qual é a força da água sobre o vidro frontal (100 cm \times 40 cm) do tanque?

Dica: Este problema requer uma integração.

- É possível usar a lei do gás ideal para mostrar que a densidade da atmosfera da Terra diminui exponencialmente com a altura, ou seja, $\rho = \rho_0 \exp(-z/z_0)$, onde z é a altura acima do nível do mar, ρ_0 é a densidade ao nível do mar (você pode usar o valor da Tabela 15.1) e z_0 é chamada de *escala de altura* da atmosfera. (Ver Problema Desafiador 76.)

 - Determine o valor de z_0 .
 - Qual é a densidade do ar em Denver, EUA, a uma altitude de 1.600 m? A que porcentagem da densidade ao nível do mar isso corresponde?

Dica: Este problema requer uma integração. Qual é o peso da coluna de ar?

- Você precisa determinar a densidade de uma estátua de cerâmica. Quando você a suspende por um dinamômetro, este marca 28,4 N. Você, então, coloca a estátua em uma banheira com água de maneira que ela fique completamente submersa, com o dinamômetro marcando 17,0 N. Qual é a densidade da estátua?
- Um cilindro com seção transversal de área A flutua em um líquido de densidade ρ com seu eixo longitudinal na vertical.

 - Uma força exercida sobre o cilindro faz com que ele afunde no líquido. Encontre uma expressão para a força necessária para afundar o cilindro em uma distância x no líquido e mantê-lo assim, submerso.
 - Um cilindro de 4,0 cm flutua na água. Quanto trabalho deve ser realizado para afundá-lo em 10 cm?

Dica: Será necessário efetuar uma integração.

- Um líquido menos denso, com densidade ρ_1 , flutua sobre um líquido mais denso, com densidade ρ_2 . Um cilindro uniforme de comprimento l e densidade ρ , com $\rho_1 < \rho < \rho_2$, flutua na interface com seu eixo longo na vertical. Que fração do comprimento está imersa no líquido mais denso?

- Um tubo de plástico de 30 cm de altura e 4,0 cm de diâmetro tem uma das extremidades lacrada. Duzentas e cinquenta gramas de grãos de chumbo são derramadas sobre o fundo do tubo, cuja massa é de 30 g; a seguir, o tubo é imerso em um líquido. O tubo flutua com 5,0 cm do comprimento acima da superfície. Qual é a densidade do líquido?
- Um dia, ao entrar no laboratório de física, você encontra vários hemisférios de plástico flutuando como barcos em um tanque de água potável. Cada grupo de estudantes do laboratório é desafiado a determinar qual é a pedra mais pesada que pode ser colocada no fundo de um barco de plástico sem afundá-lo. Você pode fazer apenas uma tentativa. Se o barco afundar, você não ganhará ponto algum, e o número máximo de pontos irá para o grupo que conseguir colocar a pedra mais pesada sem afundar o barco. Você começa medindo um dos hemisférios e constata que sua massa é de 21 g e seu diâmetro, de 8,0 cm. Qual é a massa da pedra mais pesada que, em águas perfeitamente paradas, não afundará o barco de plástico?
- Uma mola com constante elástica de 35 N/m é presa no teto de uma casa, e um cilindro de metal, com 1,0 kg e 5,0 cm de diâmetro, é preso à extremidade inferior da mola. O cilindro é inicialmente sustentado de forma que a mola não seja nem esticada nem comprimida, e depois um tanque de água é posicionado embaixo dele, com a superfície da água tocando levemente a parte inferior do cilindro. Quando liberado, o cilindro oscila algumas vezes, mas, amortecido pela água, rapidamente atinge uma posição de equilíbrio. Quando se encontra em equilíbrio, que comprimento do cilindro está submerso?
- Um balão de 1,0 g é inflado com gás hélio até se tornar uma esfera de 20 cm de diâmetro. Qual é a massa máxima que pode ser amarrada ao balão (por um barbante de massa desprezível) sem que o balão desça ao chão?
- Uma lata de refrigerante de 355 mL tem diâmetro de 6,2 cm e massa de 20 g. A lata, cheia até a metade com água, flutua em posição vertical na água. Qual é o comprimento da lata que se encontra acima do nível da água?
- O fundo de um "barco" de aço é uma chapa de aço de 50 m \times 10 m \times 2,0 cm ($\rho_{\text{aço}} = 7.900 \text{ kg/m}^3$). As laterais do barco são feitas de aço com 0,50 cm de espessura. Que altura mínima deve ter a lateral para que o barco flutue em águas perfeitamente calmas?
- A água flui a 5,0 L/s por um cano horizontal cujo diâmetro diminui gradualmente de 10 cm para 5,0 cm. Um manômetro posicionado na seção mais estreita marca 50 kPa. Quanto marca um manômetro na seção mais larga?
- Uma usina nuclear extrai $3,0 \times 10^6 \text{ L/min}$ de água do oceano para seu resfriamento. Se a água for extraída por meio de dois canos paralelos com 3,0 m de diâmetro cada, qual será a velocidade da água em cada um deles?
- A água flui do cano mostrado na figura abaixo com velocidade de 4,0 m/s.

 - Qual é a pressão da água ao sair para o ar?
 - Qual é a altura h da coluna de água?

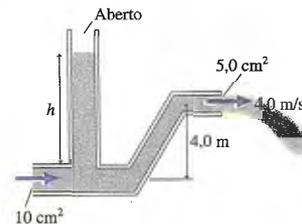


FIGURA P15.61

- A água que sai de uma torneira com 16 mm de diâmetro enche inteiramente uma garrafa de 2,0 L em 10 s. A que distância abaixo da torneira o fluxo de água estreita para 10 mm de diâmetro?

63. III Um furacão passa sobre um telhado plano de $6,0 \text{ m} \times 15,0 \text{ m}$ a uma velocidade de 130 km/h .
- A pressão do ar acima do telhado é maior ou menor do que a pressão dentro da casa? Explique.
 - Qual é a diferença de pressão?
 - Quanta força é exercida sobre o telhado? Se o telhado não puder suportar tanta força, ele será empurrado para “dentro” da casa ou arremessado para “fora” da mesma?
64. II O ar flui através do tubo da figura abaixo com uma vazão de $1,200 \text{ cm}^3/\text{s}$. Suponha que o ar seja um fluido ideal. Qual é a altura h de mercúrio no ramo direito do tubo em U?

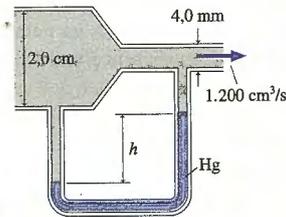


FIGURA P15.64

65. II O ar flui pelo tubo mostrado na FIGURA P15.65. Suponha que o ar comporte-se como um fluido ideal.
- Quanto valem as velocidades v_1 e v_2 nos pontos 1 e 2?
 - Qual é a vazão de volume correspondente?

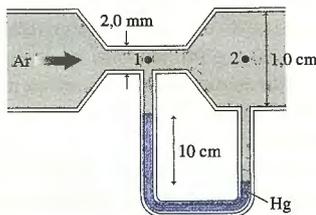


FIGURA P15.65

66. II Um tanque de água de altura h tem um pequeno orifício na altura y . O tanque é reabastecido com água a fim de que h se mantenha inalterada. A água que sai do orifício tem um alcance x . O alcance se aproxima de zero quando $y \rightarrow 0$ porque a água jorra exatamente sobre a mesa. A amplitude também se aproxima de zero quando $y \rightarrow h$ porque a velocidade horizontal se torna nula. Logo, deve haver alguma altura entre 0 e h para a qual o alcance atinja seu valor máximo.
- Encontre uma expressão algébrica para a velocidade v com a qual a água sai do orifício à altura y .
 - Encontre uma expressão algébrica para o alcance de uma partícula arremessada horizontalmente da altura y com velocidade v .
 - Combine suas expressões dos itens a e b. Depois, encontre o alcance máximo x_{max} e a altura y do orifício. A água “real” não teria este alcance por causa da viscosidade, mas teria um alcance próximo daquele.

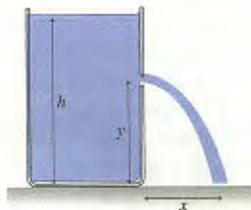


FIGURA P15.66

67. II Um orifício de $4,0 \text{ mm}$ de diâmetro encontra-se $1,0 \text{ m}$ abaixo da superfície de um tanque de água com $2,0 \text{ m}$ de diâmetro.
- Qual é a vazão de volume através do orifício, em L/min ?
 - A que taxa, em mm/min , o nível de água no tanque cairá se a água não for reabastecida?
68. II Um grande aquário de $10,000 \text{ L}$ é sustentado por quatro pilares de madeira (abeto) nos cantos. Cada pilar tem secção transversal quadrada de $4,0 \text{ cm} \times 4,0 \text{ cm}$ e altura de 80 cm . Qual é a compressão sofrida por cada pilar devido ao peso do aquário?
69. II A que profundidade do oceano o volume de uma esfera de alumínio seria reduzido em $0,10\%$?
70. II Um vaso de pressão cilíndrico de aço com $1,30 \text{ m}^3$ de volume está para ser testado. O vaso é preenchido completamente com água. A seguir, um pistão em uma das extremidades do cilindro é pressionado até que a pressão dentro do vaso aumente em $2,000 \text{ kPa}$. De repente, arrebenta uma válvula de segurança na parte superior. Quantos litros de água sairão do vaso?

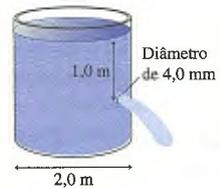


FIGURA P15.67

Problemas desafiadores

71. O cilindro de $1,0 \text{ m}$ de altura da FIGURA PD15.71 contém ar à pressão de 1 atm . Um pistão muito fino, sem atrito e de massa desprezível é inserido no topo do cilindro para impedir que o ar escape. A seguir, lentamente se derrama mercúrio no cilindro até que não se possa adicionar mais líquido sem que transborde. Qual é a altura h da coluna de ar comprimido?

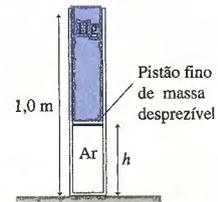


FIGURA PD15.71

- Dica: A lei de Boyle, que você aprendeu em química, estabelece que $p_1V_1 = p_2V_2$ para um gás comprimido à temperatura constante, o que se considera neste caso.
72. Na FIGURA PD15.72, um cone de densidade ρ_0 e altura total l flutua em um líquido de densidade ρ_f . A parte do cone acima do líquido tem altura h . Qual é a razão h/l entre a altura exposta e a altura total?

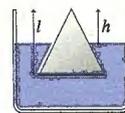


FIGURA PD15.72

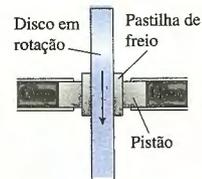


FIGURA PD15.73

73. Freios a disco, como os que existem em seu carro, operam através de óleo pressurizado para acionar um pistão. Este, por sua vez, pressiona as pastilhas de freio contra um rotor giratório ou uma roda, conforme visto na FIGURA PD15.73. Considere uma mó industrial de 15 kg e 26 cm de diâmetro girando a 900 rpm . As pastilhas de freio são acionadas por pistões de $2,0 \text{ cm}$ de diâmetro e entram em contato com a mó a uma distância média de 12 cm do

eixo. Se o coeficiente de atrito cinético entre a pastilha de freio e a mó for de 0,60, que pressão de óleo será necessária para parar a mó em 5,0 s?

74. Um cilindro de densidade ρ_o , comprimento l e área transversal A flutua em um líquido de densidade ρ_f com seu eixo perpendicular à superfície. Um comprimento h do cilindro fica submerso quando o cilindro flutua em repouso.
- Demonstre que $h = (\rho_o/\rho_f)l$.
 - Suponha que o cilindro esteja a uma distância y acima de sua posição de equilíbrio. Encontre uma expressão para $(F_{\text{res}})_y$, o componente y da força resultante sobre o cilindro. Use o que você sabe para cancelar termos na expressão, escrevendo-a da maneira mais simples possível.
 - Você deve reconhecer o resultado do item b como uma espécie de versão da lei de Hooke. Qual é a "constante elástica" k ?
 - Se você pressionar para baixo um objeto que está flutuando e depois soltá-lo, ele oscilará para cima e para baixo. Neste caso, ele se comporta como uma mola, no sentido de que oscila se for afastado de seu equilíbrio. Use sua "constante elástica" e o que você sabe sobre o movimento harmônico simples para mostrar que o período de oscilação do cilindro é dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

- Qual é o período de oscilação de um *iceberg* com 100 m de altura ($\rho_{\text{gelo}} = 917 \text{ kg/m}^3$) na água do mar?
75. Um tanque cilíndrico de diâmetro $2R$ contém água com uma profundidade d . Um pequeno orifício de diâmetro $2r$ é feito no fundo do tanque. Como $r \ll R$, a água do tanque é drenada lentamente. Encontre uma expressão do tempo necessário para drenar o tanque completamente.
76. A pressão atmosférica diminui com o aumento da altitude. Vamos descobrir de que maneira isto se dá.
- Estabeleça um eixo z que aponte para cima, com $z = 0$ correspondente ao nível do mar. Suponha que a pressão à altitude z seja p , e que a densidade do ar seja ρ . Use a equação da pressão hidrostática para escrever uma expressão da pressão em $z + dz$,

altura onde dz é tão pequeno que a densidade não sofre alteração. Sua expressão deverá ser uma função de p , ρ , dz e, talvez, de algumas constantes. A pressão diminui à medida que você ganha altitude; logo, tenha cuidado com os sinais.

- Usando a expressão que você obteve no item a, escreva uma expressão para dp , a quantidade pela qual a pressão *varia* ao se ir de z para $z + dz$. A pressão está diminuindo; logo, sua expressão deve ser negativa.
- Você precisa integrar a expressão obtida no item b, mas não pode porque a densidade ρ não é uma constante. Se a temperatura permanecer constante, que é o que consideraremos, a lei do gás ideal implica que a pressão será diretamente proporcional à densidade, ou seja, $p/\rho = p_0/\rho_0$, onde p_0 e ρ_0 são, respectivamente, os valores da pressão e da densidade ao nível do mar. Use isso para reescrever sua expressão anterior para dp em função de p , dz e de algumas constantes.
- Agora você dispõe de uma expressão integrável, embora deva primeiro dividi-la por p para obter todos os termos de pressão de um lado da equação. Efetue a integração e use o fato de que $p = p_0$ em $z = 0$ para determinar a constante de integração. Depois, a pressão correspondente à altitude z . O seu resultado final deve ser da forma $p = p_0 \exp(-z/z_0)$.
- A grandeza z_0 é chamada de *escala de altura* da atmosfera. Trata-se da altitude na qual $p = e^{-1}p_0$, ou cerca de 37% da pressão ao nível do mar. Determine o valor numérico de z_0 .
- A camada mais baixa da atmosfera, chamada de troposfera, tem uma altura de aproximadamente 15.000 m. Esta é a região da atmosfera onde ocorrem os fenômenos climáticos. Acima dela, fica a estratosfera, onde as condições são muito diferentes. Desenhe um gráfico da pressão *versus* altitude que cubra altitudes de até 15.000 m.

Comentário: Consideramos uma atmosfera de temperatura constante. Na atmosfera real, a temperatura na troposfera diminui com o aumento da altitude. Isso altera a forma como a pressão varia, mas não de maneira muito significativa. O resultado que você obteve constitui uma aproximação razoavelmente boa.

Pare e Pense 15.1: $\rho_a = \rho_b = \rho_c$. A densidade depende somente do material do qual é feito o objeto, e não, do tamanho de suas partes.

Pare e Pense 15.2: c. Todos eles são tubos abertos; logo, o líquido sobe até a mesma altura nos três, apesar de eles terem formatos diferentes.

Pare e Pense 15.3: $F_b > F_a = F_c$. As massas em c não se somam. A pressão sob cada um dos pistões grandes é mg/A_2 , e a pressão sob o pistão pequeno deve ser a mesma.

Pare e Pense 15.4: b. O peso da água deslocada é igual ao peso do cubo de gelo. Enquanto o cubo de gelo derrete e vira água, a quantidade de gelo derretido preencherá exatamente o volume que o cubo de gelo agora desloca.

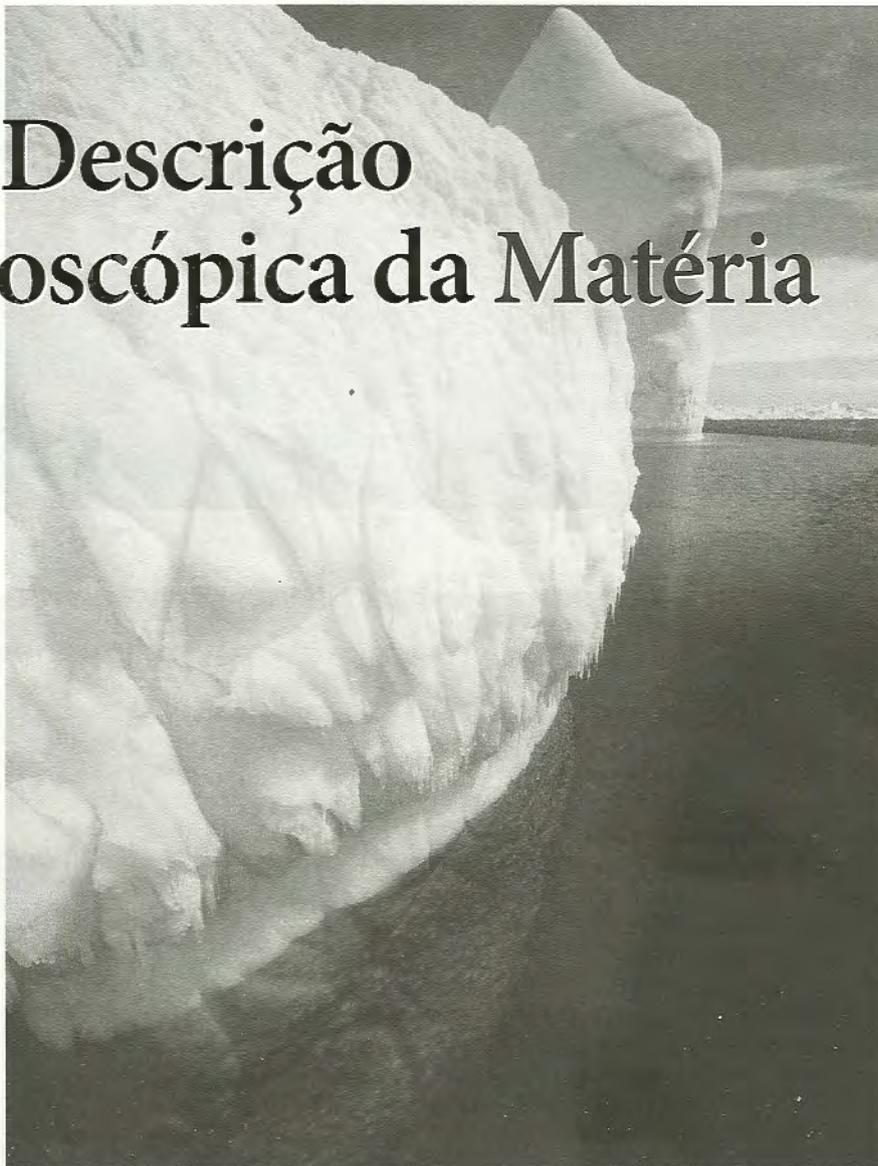
Pare e Pense 15.5: 1 cm^3/s sai. O fluido é incompressível, portanto a soma do que entra deve ser equivalente à soma do que sai. Sabe-se que estão entrando 13 cm^3/s , enquanto 12 cm^3/s estão saindo. Logo, o 1 cm^3/s adicional deve sair para que haja o equilíbrio.

Pare e Pense 15.6: $h_b > h_a > h_c > h_d$. O nível de líquido será maior onde a pressão for menor. A pressão será menor onde a velocidade de fluxo for maior. A velocidade de fluxo será maior no tubo mais estreito e zero ao ar livre.

16

Uma Descrição Macroscópica da Matéria

Sólido, líquido e gasoso – os três estados da matéria.



► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 16 é aprender as características dos sistemas macroscópicos. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Entender as propriedades básicas de sólidos, líquidos e gases.
- Interpretar um diagrama de fase.
- Trabalhar com diferentes escalas de temperatura.
- Usar a lei do gás ideal
- Entender os processos do gás ideal e como representá-los em um diagrama pV .

◀ Em retrospectiva

O conteúdo deste capítulo depende da energia térmica e das propriedades dos fluidos. Revise:

- Seção 11.7 Energia térmica
- Seções 15.1–15.3 Fluidos e pressão

Um quarto cheio de ar, um béquer com água e este iceberg flutuando são exemplos de sistemas macroscópicos, sistemas grandes o suficiente para serem vistos ou tocados. Esses são os sistemas de nossa experiência cotidiana. Nosso objetivo neste capítulo é duplo:

- Aprender que tipos de propriedades físicas caracterizam os sistemas macroscópicos.
- Começar o processo de relacionar as propriedades macroscópicas de um sistema aos movimentos subjacentes dos átomos que o constituem.

As propriedades de um sistema macroscópico como um todo são chamadas de **propriedades macroscópicas**. Um exemplo óbvio é a massa do sistema. Outras propriedades macroscópicas são o volume, a densidade, a temperatura e a pressão. Os sistemas macroscópicos também são caracterizados por serem sólidos, líquidos ou gasosos. Esses são os chamados *estados* ou *fases* da matéria, e estaremos interessados em saber quando e como um sistema muda de um estado para outro.

Em última análise, gostaríamos de compreender as propriedades macroscópicas dos sólidos, líquidos e gases em termos dos movimentos microscópicos de seus átomos ou moléculas. Desenvolver esta **conexão micro/macro** exigirá vários capítulos, mas começaremos estabelecendo as bases neste capítulo. Este esforço para compreender as propriedades macroscópicas em termos de átomos pagará belos dividendos quando, posteriormente, chegarmos na eletricidade e, a seguir, na física quântica.

16.1 Sólidos, líquidos e gases

O cubo de gelo que você tira do congelador logo se torna uma poça de água líquida. Então, mais lentamente, ele evapora, tornando-se vapor de água no ar. A água é singular. Ela é a única substância cujas três **fases** – sólida, líquida e gasosa – são conhecidas da experiência cotidiana.

Cada elemento e a maioria dos compostos podem existir como sólido, líquido ou gás. Uma transformação de líquido para sólido (solidificação ou fusão) ou de líquido para gás (ebulição ou condensação) é chamada de **mudança de fase**. Estamos familiarizados com apenas uma, ou talvez duas, das fases da maior parte das substâncias porque seus pontos de fusão e/ou de ebulição estão muito além da experiência humana normal.

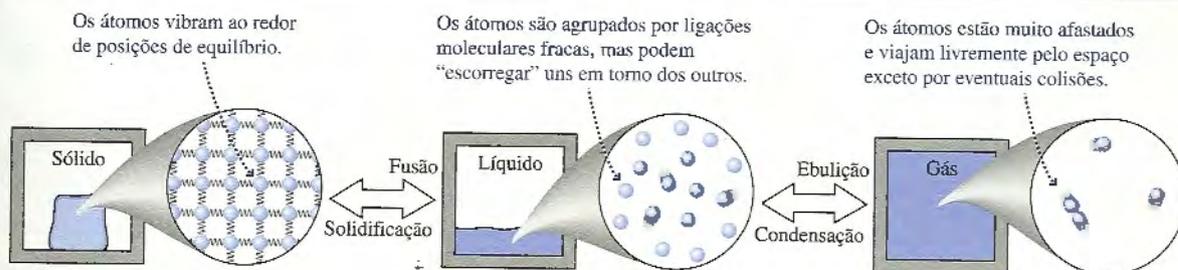
A noção de três fases distintas não é tão útil no caso de sistemas mais complexos. Um pedaço de madeira é sólido, mas a madeira líquida ou gasosa não existe. *Cristais líquidos*, que são usados para mostrar os dígitos de um relógio digital, apresentam características de sólidos e de líquidos. Os sistemas complexos possuem muitas propriedades interessantes, mas este texto se concentrará nos sistemas macroscópicos para os quais os três estados sejam distintos.

NOTA ► O uso da palavra “fase” aqui não tem qualquer relação com a *fase* ou com a *constante de fase* do movimento harmônico simples e das ondas. ◀



Os metais rígidos como o aço podem ser derretidos e, a uma temperatura suficientemente alta, até mesmo vaporizados.

Sólidos, líquidos e gases



Um **sólido** é um sistema macroscópico rígido com forma e volume bem-definidos. Ele consiste de átomos corpusculares conectados por ligações moleculares do tipo mola. Cada átomo vibra ao redor de sua posição de equilíbrio, mas ele *não* tem liberdade de se movimentar no interior do sólido. Os sólidos são quase *incompressíveis*, o que significa que os átomos da material estão o mais próximos possível.

O sólido representado aqui é um **crystal**, ou seja, seus átomos estão dispostos em um arranjo periódico. Os elementos químicos e muitos compostos possuem uma estrutura cristalina quando se encontram na fase sólida. Em outros sólidos, como o vidro, os átomos estão como que “congelados” em posições aleatoriamente distribuídas no espaço. Estes materiais são chamados de **sólidos amorfos**.

Um **líquido** é mais complicado do que um sólido ou um gás. Como um sólido, um líquido é *praticamente incompressível*. Isso significa que suas moléculas também se encontram o mais próximas possível. Todavia, como um gás, um líquido também flui e se deforma até se ajustar à forma do recipiente que o contém. A natureza flexível dos líquidos nos diz que suas moléculas têm liberdade de se deslocar.

Juntas, essas observações sugerem um modelo em que as moléculas do líquido estão vagamente unidas por ligações moleculares fracas. Elas são suficientemente fortes para fazer com que as moléculas nunca se distanciem muito umas das outras, mas não são suficientemente fortes para evir que as moléculas escorreguem umas em torno das outras.

Um **gás** é um sistema no qual cada molécula se desloca pelo espaço como uma partícula livre, sem interagir até que eventualmente colida com outra molécula ou com a parede do recipiente. Todo gás é um *fluido*. Um gás também é *compressível*, o que significa que há muitos espaços vazios entre as moléculas.

Os gases são sistemas macroscópicos relativamente simples; portanto, muitos de nossos exemplos da Parte IV serão baseados em gases.

Quando se aquece o líquido no recipiente e forte o movimento de deslocamento.

Variáveis de estado

Os parâmetros usados para caracterizar ou descrever um sistema macroscópico são conhecidos como **variáveis de estado** porque, tomados em conjunto, descrevem o *estado* de um sistema macroscópico. Você já se deparou com algumas variáveis de estado em capítulos anteriores: volume, pressão, massa, massa específica e energia térmica. Logo introduziremos diversas novas variáveis de estado: moles, concentração e, a mais importante de todas, a temperatura T .

As variáveis de estado não são todas independentes entre si. Por exemplo, como você aprendeu no Capítulo 15, a massa específica de um sistema ρ é definida em termos da massa M e do volume V do sistema como

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (\text{massa específica}) \quad (16.1)$$

TABELA 16.1 Densidades de materiais

Substância	ρ (kg/m ³)
Ar (CNTP*)	1,3
Álcool etílico	790
Água (sólida)	920
Água (líquida)	1000
Alumínio	2700
Cobre	8920
Ouro	19.300
Ferro	7870
Chumbo	11.300
Mercúrio	13.600
Silicone	2330

* $T = 0^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ atm}$

Neste capítulo, usaremos a letra maiúscula M para denotar a massa de um sistema e a letra m minúscula para a massa de um átomo. A Tabela 16.1 traz uma pequena lista de valores de massa específica.

Se alterarmos o valor de qualquer variável de estado, mudaremos o estado do sistema. Por exemplo, *comprimir* um gás significa diminuir seu volume. Outras variáveis de estado, como pressão e temperatura, também podem variar conforme o volume muda. O símbolo Δ representa uma *variação* do valor de uma variável de estado, ou seja, Δ representa uma *variação* de temperatura, enquanto Δp é uma *variação* de pressão. **Para qualquer quantidade X , ΔX sempre significa $X_f - X_i$, o valor final menos o valor inicial daquela grandeza.**

Diz-se que um sistema encontra-se em **equilíbrio térmico** se suas variáveis de estado são constantes e não variam. Por exemplo, um gás estará em equilíbrio térmico se ele não for perturbado por tempo suficiente até que p , V e T atinjam valores constantes. Um dos objetivos mais importantes da Parte IV é determinar as condições sob as quais um sistema macroscópico atinge o equilíbrio térmico.

EXEMPLO 16.1 A massa de um cano de chumbo

Um projeto no qual você está trabalhando usa um cano cilíndrico de chumbo com diâmetro externo de 4,0 cm, diâmetro interno de 3,5 cm e comprimento de 50 cm. Qual é a massa do cano?

RESOLUÇÃO A massa específica do chumbo é $\rho_{\text{chumbo}} = 11.300 \text{ kg/m}^3$. O volume de um cilindro circular de comprimento l é $V = \pi r^2 l$. Neste caso, precisamos determinar quanto vale a diferença entre o volume

de um cilindro externo, de raio r_2 , e o volume de ar em um cilindro interno, de raio r_1 . O volume do cano é, portanto,

$$V = \pi r_2^2 l - \pi r_1^2 l = \pi (r_2^2 - r_1^2) l = 1,47 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Portanto, a massa do cano é

$$M = \rho_{\text{chumbo}} V = 1,7 \text{ kg}$$

Handwritten notes:
 $V = A \cdot h$
 $\pi R^2 \cdot h$
 $\pi (0,05)^2 \cdot 50 = 0,39 \text{ m}^3$
 $+ 10^{-6} \text{ m}^3$

A pressão em um sistema é de 60 kPa. Em um instante posterior, a pressão é de 40 kPa. O valor de Δp é:

- a. 60 kPa b. 40 kPa c. 20 kPa **d. -20 kPa**

16.2 Átomos e mols

A massa de um sistema macroscópico está diretamente relacionada ao número total de átomos ou de moléculas que o constituem, denotado por N . Uma vez que N é determinado por simples contagem, trata-se de um número sem unidade. Um sistema macroscópico típico possui $N \sim 10^{25}$ átomos, um número incrivelmente grande.

O símbolo \sim , caso você não esteja familiarizado com ele, significa “é da ordem de”. Isso quer dizer que o número é conhecido somente até um fator de aproximadamente 10. Dizer $N \sim 10^{25}$, lido como “ N é da ordem de 10^{25} ”, implica que N é algum número na faixa de 10^{24} a 10^{26} . Ele é um símbolo que representa uma imprecisão muito maior do que a representada pelo símbolo \approx , que significa “aproximadamente igual”. Já que começamos a lidar com números grandes, muitas vezes será necessário distinguir números “realmente grandes”, como 10^{25} , de números “pequenos”, como um simples 10^5 . Dizer $N \sim 10^{25}$ nos dá uma idéia aproximada do imenso tamanho de N e nos permite saber que ele é significativamente distinto de 10^5 ou mesmo de 10^{15} .

Com frequência, será útil conhecer o número de átomos ou moléculas por metro cúbico de um sistema. Chamamos esta grandeza de **concentração**. Ela caracteriza quão

densamente agrupados estão os átomos de um sistema. Para um sistema de N átomos que ocupa um volume V , a concentração é

$$\frac{N}{V} \quad \text{(concentração)} \quad (16.2)$$

com unidade
 m^{-3}

A unidade de concentração do SI é o m^{-3} . A concentração de átomos em um sólido é $(N/V)_{\text{sólido}} \sim 10^{29} m^{-3}$. A concentração de um gás depende da pressão, mas é geralmente menor do que $10^{27} m^{-3}$. Conforma mostra a FIGURA 16.1, o valor de N/V em um sistema homogêneo independe do volume V , ou seja, a concentração é a mesma se você analisar todo o sistema ou apenas uma parte dele.

NOTA ▶ Apesar de podermos dizer “há 100 bolas de tênis por metro cúbico” ou “há 10^{29} átomos por metro cúbico”, as bolas de tênis e os átomos não são unidades. A unidade de N/V é, simplesmente, m^{-3} . ◀

Massa atômica e número de massa atômica

Você deve se lembrar, das aulas de química, de que os átomos de diferentes elementos têm massas diferentes. A massa de um átomo é determinada basicamente por seus constituintes de maior massa, os prótons e nêutrons de seu núcleo. A soma do número de prótons e nêutrons é chamada de **número de massa atômica** A :

$$A = \text{número de prótons} + \text{número de nêutrons}$$

No símbolo atômico, a grandeza A , um número inteiro por definição, é escrito como o sobrescrito à esquerda. Por exemplo, o isótopo comum do hidrogênio, com um próton e nenhum nêutron, é denotado por ${}^1\text{H}$. O isótopo do “hidrogênio pesado”, chamado de *deutério* e que inclui um nêutron no núcleo, é denotado por ${}^2\text{H}$. O isótopo mais abundante do carbono, com seis prótons (o que o torna carbono) e seis nêutrons, é denotado por ${}^{12}\text{C}$. E o isótopo radioativo ${}^{14}\text{C}$, usado para datação de carbono em achados arqueológicos, contém seis prótons e oito nêutrons.

A escala de **massa atômica** é estabelecida pela definição da massa de ${}^{12}\text{C}$ como sendo exatamente 12 u, onde u é o símbolo para a **unidade de massa atômica**, ou seja, $m({}^{12}\text{C}) = 12 \text{ u}$. A massa atômica de qualquer outro átomo é sua massa relativa a ${}^{12}\text{C}$. Por exemplo, experimentos cuidadosos com hidrogênio constataram que a razão de massa $m({}^1\text{H})/m({}^{12}\text{C})$ é de 1,0078/12. Assim, a massa atômica do hidrogênio é $m({}^1\text{H}) = 1,0078 \text{ u}$.

O valor numérico da massa atômica do ${}^1\text{H}$ é aproximadamente, mas não igual, ao seu número de massa atômica $A = 1$. A pequena diferença deve-se à massa do elétron e a vários efeitos relativísticos. Para nossos propósitos, bastará descartar essa pequena diferença e usar os números inteiros de massa atômica como sendo os valores da massa atômica, ou seja, usaremos $m({}^1\text{H}) = 1 \text{ u}$, $m({}^4\text{He}) = 4 \text{ u}$ e $m({}^{16}\text{O}) = 16 \text{ u}$. No caso de uma molécula, a **massa molecular** será a soma das massas atômicas dos átomos que a constituem. Sendo assim, a massa molecular da molécula diatômica O_2 , o principal componente do gás oxigênio, é $m(\text{O}_2) = 32 \text{ u}$.

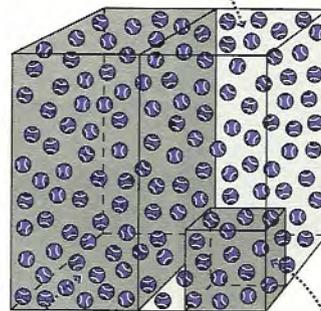
NOTA ▶ O número de massa atômica de um elemento não é o mesmo que seu número atômico. O *número atômico*, a posição do elemento na tabela periódica, é igual ao número de prótons contidos no núcleo. ◀

A Tabela 16.2 mostra os números de massa atômica de alguns elementos que usaremos nos exemplos e nos exercícios. Uma tabela periódica completa dos elementos, incluindo suas massas atômicas, pode ser encontrada no Apêndice B.

Mols e massa molar

Uma maneira de especificar a quantidade de substância de um sistema macroscópico é fornecer sua massa. Outra forma, relacionada ao número de átomos, é medir a quantida-

Um quarto de 100 m^3 tem 10.000 bolas de tênis quicando. A concentração de bolas de tênis no quarto é $N/V = 10,000/100 \text{ m}^3 = 100 \text{ m}^{-3}$.



Se examinarmos somente uma metade do quarto, encontraremos lá 5000 bolas em 50 m^3 , do que resulta novamente que $N/V = 5000/50 \text{ m}^3 = 100 \text{ m}^{-3}$.

Em um décimo do quarto, encontraremos 1000 bolas em 10 m^3 , novamente resultando em $N/V = 1000/10 \text{ m}^3 = 100 \text{ m}^{-3}$.

FIGURA 16.1 A concentração de um sistema homogêneo independe do seu volume.

TABELA 16.2 Alguns números de massa atômica

Elemento		A
${}^1\text{H}$	Hidrogênio	1
${}^4\text{He}$	Hélio	4
${}^{12}\text{C}$	Carbono	12
${}^{14}\text{N}$	Nitrogênio	14
${}^{16}\text{O}$	Oxigênio	16
${}^{20}\text{Ne}$	Neônio	20
${}^{27}\text{Al}$	Alumínio	27
${}^{40}\text{Ar}$	Argônio	40
${}^{207}\text{Pb}$	Chumbo	207



Um mol de hélio, enxofre, cobre e mercúrio.

TABELA 16.3 Gases monoatômicos e diatômicos

Monoatômico		Diatômico	
He	Hélio	H ₂	Hidrogênio
Ne	Neônio	N ₂	Nitrogênio
Ar	Argônio	O ₂	Oxigênio

de de substância em *mols*. Por definição, um **mol** de matéria, seja ela sólida, líquida ou gasosa, é a quantidade de substância que contém um número de partículas básicas igual ao número de átomos existentes em 12 g de ¹²C. Após muitas décadas de experimentos engenhosos, determinou-se que há $6,02 \times 10^{23}$ átomos em 12 g de ¹²C; logo, podemos dizer que 1 mol de substância é formado por $6,02 \times 10^{23}$ partículas básicas.

A partícula básica depende da substância. O hélio é um gás **monoatômico**, o que significa que a partícula básica é o átomo de hélio. Logo, $6,02 \times 10^{23}$ átomos de hélio constituem 1 mol de hélio. Contudo, o gás oxigênio é um **gás diatômico**, pois a partícula básica correspondente é a molécula diatômica O₂, com dois átomos. Assim, 1 mol de gás oxigênio contém $6,02 \times 10^{23}$ moléculas de O₂, e, portanto, $2 \times 6,02 \times 10^{23}$ átomos de oxigênio. A Tabela 16.3 lista os gases monoatômicos e diatômicos que usaremos em exemplos e exercícios.

O número de partículas básicas por mol de qualquer substância é chamado de **número de Avogadro**, N_A . O valor do número de Avogadro é

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

O número de Avogadro, assim como a constante gravitacional G , é uma das constantes básicas da natureza.

Apesar do nome, o número de Avogadro não é “um número” simplesmente; ele possui unidade. Uma vez que existem N_A partículas em cada mol, o número de mols em uma substância que contém N partículas básicas é

$$n = \frac{N}{N_A} \quad (16.3)$$

onde n é o símbolo para o número de mols.

O número de Avogadro nos permite determinar as massas atômicas em quilogramas. Sabendo que N_A átomos de ¹²C possuem uma massa total de 12 g, sabemos que a massa de um átomo ¹²C deve ser

$$m(^{12}\text{C}) = \frac{12 \text{ g}}{6,02 \times 10^{23}} = 1,993 \times 10^{-23} \text{ g} = 1,993 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

Definimos a escala de massa atômica de forma que $m(^{12}\text{C}) = 12 \text{ u}$. Desta forma, o fator de conversão entre a unidade de massa atômica e o quilograma é

$$1 \text{ u} = \frac{m(^{12}\text{C})}{12} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Tal fator de conversão nos permite calcular a massa em kg de qualquer átomo. Por exemplo, um átomo de ²⁰Ne tem massa atômica $m(^{20}\text{Ne}) = 20 \text{ u}$. Multiplicando por $1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/u}$, obtemos $m(^{20}\text{Ne}) = 3,32 \times 10^{-26} \text{ kg}$. Se a massa atômica for expressa em quilogramas, o número de átomos de um sistema de massa M poderá ser determinado a partir de

$$N = \frac{M}{m} \quad (16.4)$$

A **massa molar** de uma substância é a massa de 1 mol daquela substância expressa em gramas. A massa molar, que iremos denotar por M_{mol} , tem por unidade o g/mol. Por definição, a massa molar de ¹²C é 12 g/mol. Para outras substâncias, cujas massas atômicas ou moleculares são dadas em relação a ¹²C, o valor numérico da massa molar é igual ao valor numérico da massa atômica ou molecular. Por exemplo, a massa molar de He, com $m = 4 \text{ u}$, é $M_{\text{mol}}(\text{He}) = 4 \text{ g/mol}$, e a do O₂ diatômico é $M_{\text{mol}}(\text{O}_2) = 32 \text{ g/mol}$.

A Equação 16.4 usa a massa atômica para encontrar o número de átomos de um sistema. Analogamente, podemos usar a massa molar para determinar o número de mols. Para um sistema de massa M consistindo de átomos ou de moléculas com massa molar M_{mol} ,

$$n = \frac{M \text{ (em gramas)}}{M_{\text{mol}}} \quad (16.5)$$

NOTA ▶ A Equação 16.5 é um dos poucos exemplos em que a unidade adequada é grama, em vez de quilograma. ◀

EXEMPLO 16.2 Mols de oxigênio

Uma amostra de 100 g de gás oxigênio equivale a quantos mols de oxigênio?

RESOLUÇÃO Podemos fazer o cálculo de duas maneiras. Primeiro, vamos determinar o número de moléculas contidas em 100 g de oxigênio. A molécula O_2 do oxigênio diatômico tem massa molecular $m = 32$ u. Convertendo isso para kg, obtemos a massa de uma molécula:

$$m = 32 \text{ u} \times \frac{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} = 5,31 \times 10^{-26} \text{ kg}$$

Logo, o número de moléculas em 100 g = 0,10 kg é

$$N = \frac{M}{m} = \frac{0,100 \text{ kg}}{5,31 \times 10^{-26} \text{ kg}} = 1,88 \times 10^{24}$$

Sabendo o número de moléculas, podemos obter o número de mols:

$$n = \frac{N}{N_A} = 3,13 \text{ mol}$$

Alternativamente, podemos usar a Equação 16.5 para obter

$$n = \frac{M(\text{em gramas})}{M_{\text{mol}}} = \frac{100 \text{ g}}{32 \text{ g/mol}} = 3,13 \text{ mol}$$

PARA PENSAR 16.2

Que sistema contém mais átomos: 5 mols de hélio (A 5 4) ou 1 mol de neônio (A 5 20)?

- a. Hélio. b. Neônio. c. Eles têm o mesmo número de átomos.

16.3 Temperatura

Todos estamos familiarizados com a idéia de temperatura. Você ouve esta palavra quase diariamente. Mas, afinal, a temperatura é exatamente a medida de quê? A massa é uma medida da quantidade de substância de um sistema. A velocidade é uma medida da rapidez com que um sistema se movimenta. Que propriedade física do sistema você determina ao medir sua temperatura?

Começaremos com a idéia de senso comum de que a temperatura seja uma medida do quão “quente” ou “frio” está um sistema. Essas são propriedades que podemos calcular sem a necessidade de uma teoria elaborada. Conforme desenvolvermos essas idéias, constataremos que a **temperatura T** está relacionada à **energia térmica** de um sistema. Definimos energia térmica, no Capítulo 10, como sendo a energia cinética e potencial dos átomos e das moléculas de um sistema enquanto vibram (em um sólido) ou se movimentam (em um gás). Quando estiver “quente”, um sistema possuirá mais energia térmica do que quando estiver “frio”. Estudaremos a temperatura com mais atenção no Capítulo 18 e substituiremos essas noções vagas de quente e frio por uma relação precisa entre temperatura e energia térmica.

Para começar, precisamos de uma maneira de medir a temperatura de um sistema. Isso é o que faz um **termômetro**. Um termômetro pode ser qualquer sistema macroscópico que sofra uma alteração mensurável ao trocar energia térmica com o que está ao seu redor. Ele é posto em contato com um sistema maior cuja temperatura deverá medir. Em um termômetro comum com tubo de vidro, por exemplo, um pequeno volume de mercúrio ou álcool se expande ou se contrai quando colocado em contato com um objeto “quente” ou “frio”. A temperatura do objeto é determinada pelo comprimento da coluna de líquido.

Outros exemplos de termômetros são:

- Fitas bimetálicas (duas lâminas de diferentes metais soldadas lado a lado), que se enrolam e desenrolam conforme muda a temperatura. São usadas em termostatos, como o que você tem em sua casa.
- Termopares, que geram uma pequena voltagem dependente da temperatura. Os termopares são amplamente utilizados para medir temperaturas em ambientes inóspitos, como o motor de um carro.
- Gases ideais, cuja pressão varia com a temperatura. Analisaremos em breve um exemplo de um termômetro de gás.

Um termômetro precisa de uma **escala de temperatura** para ser um instrumento útil. Em 1742, o astrônomo sueco Anders Celsius vedon mercúrio em um pequeno tubo capilar e observou como ele se movia para cima e para baixo conforme a temperatura mudava. Ele selecionou duas temperaturas que qualquer um poderia reproduzir, os pontos



A dilatação térmica faz o nível do líquido do termômetro subir mais no caso da água quente do que no da água gelada.

de solidificação e de ebulição da água pura, e rotulou-as como 0 e 100, respectivamente. Depois dividiu o comprimento do tubo de vidro entre estes dois pontos de referência em cem intervalos iguais. Ao fazer isso, ele inventou a escala de temperatura que hoje chamamos de *escala Celsius*. A unidade da escala Celsius de temperatura é o “grau Celsius”, que abreviamos por °C. Note que o símbolo °, para grau, faz parte da unidade, e não, do número.

NOTA ▶ Em razão dos 100 intervalos iguais, a escala Celsius também é chamada de *escala centígrada*. ◀

A *escala Fahrenheit*, ainda amplamente utilizada nos Estados Unidos, está relacionada à escala de Celsius por

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32^\circ \tag{16.6}$$

A Tabela 16.4 lista diversas temperaturas expressas nas escalas Celsius e Fahrenheit, bem como na escala Kelvin.

TABELA 16.4 Temperaturas medidas com escalas distintas

Temperatura	T (°C)	T (K)	T (°F)
Ponto de fusão do ferro	1538	1811	2800
Ponto de ebulição da água	100	373	212
Temperatura normal do corpo	37,0	310	98,6
Temperatura ambiente	20	293	68
Ponto de solidificação da água	0	273	32
Ponto de ebulição do nitrogênio	-196	77	-321
Zero absoluto	-273	0	-460

Zero absoluto e temperatura absoluta

Qualquer propriedade física que varie com a temperatura pode ser usada como um termômetro. Na prática, os termômetros mais úteis são os que se baseiam em uma propriedade física que varia *linearmente* com a temperatura. Um dos termômetros científicos mais importantes é o **termômetro de gás a volume constante**, representado na FIGURA 16.2a. Este termômetro se baseia no fato de que a pressão *absoluta* (e não a pressão manométrica) de um gás em um recipiente vedado aumenta linearmente conforme a temperatura cresce.

Um termômetro de gás é, primeiramente, calibrado registrando-se a pressão do gás para duas temperaturas de referência, tais como os pontos de ebulição e solidificação da água. Esses dois pontos são plotados em um gráfico da pressão *versus* temperatura, e uma linha reta é traçada entre eles. O reservatório de gás, então, é posto em contato com o sistema cuja temperatura deve ser medida. A pressão é medida e, a seguir, a temperatura correspondente é lida com base no gráfico.

A FIGURA 16.2b mostra a relação entre pressão e temperatura para três gases distintos. Note dois aspectos importantes deste gráfico:

1. Há uma relação *linear* entre a temperatura e a pressão.
2. Extrapolando-se os gráficos, todos os gases tendem à pressão zero para a mesma temperatura: $T_0 = -273^\circ\text{C}$. Na realidade, nenhum gás fica tão frio sem congelar, embora o hélio chegue bem próximo disso, mas é surpreendente que se obtenha a mesma temperatura extrapolada de pressão zero para qualquer que seja o gás usado e para qualquer que seja sua pressão inicial.

A pressão de um gás se deve às colisões entre suas moléculas e delas contra as paredes do recipiente. Uma pressão nula significaria que cessou todo o movimento e, portanto, que não mais ocorrem colisões. Se não houvesse movimento atômico, a energia térmica do sistema seria nula. A temperatura na qual todo o movimento cessaria, e na qual $E_{\text{term}} = 0$, é chamada de **zero absoluto**. Uma vez que a temperatura está relacionada à energia térmica, o zero absoluto é a menor temperatura que apresenta significado físi-

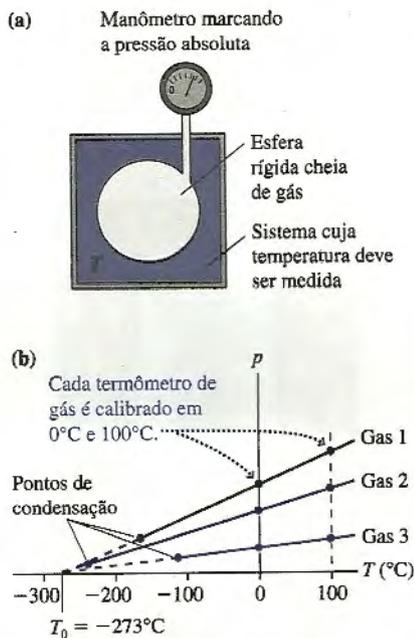


FIGURA 16.2 A pressão extrapolada em um termômetro de gás a volume constante é nula em $T_0 = -273^\circ\text{C}$. Isto constitui a base para o conceito de zero absoluto.

co. A partir dos dados do termômetro de gás, podemos verificar que $T_0 = -273^\circ\text{C}$. Na próxima seção, enunciaremos uma definição um pouco mais precisa do zero absoluto.

É útil dispor de uma escala de temperatura com o ponto zero correspondendo ao zero absoluto. Tal escala de temperatura é denominada **escala de temperatura absoluta**. Qualquer sistema cuja temperatura seja medida com base em uma escala absoluta terá $T > 0$. A escala de temperatura absoluta que apresenta o mesmo tamanho de unidade da escala Celsius é chamada de *escala Kelvin*. Ela é a escala de temperatura do SI. A unidade da escala Kelvin é o *kelvin*, abreviado por K. A conversão entre a escala Celsius e a escala Kelvin é

$$T_K = T_C + 273 \quad (16.7)$$

NOTA ▶ A unidade da escala Kelvin é, simplesmente, o “kelvin”, e não, “grau Kelvin”. ◀

Na escala Kelvin, o zero absoluto é 0 K, o ponto de solidificação da água é 273 K e o ponto de ebulição da água é 373 K. Embora a maioria dos aparelhos macroscópicos práticos utilizem temperaturas na faixa de ≈ 100 K a ≈ 1000 K, é importante mencionar que os cientistas estudam as propriedades da matéria a temperaturas tão baixas quanto $\approx 10^{-9}$ K (1 nK), em um extremo, e tão altas quanto $\approx 10^7$ K, no outro!

A temperatura de um copo d'água aumenta de 20°C para 30°C . Quanto vale ΔT ?

- a. 10 K b. 283 K c. 293 K d. 303 K

16.4 Mudanças de fase

A temperatura no congelador de uma geladeira é, tipicamente, em torno de -20°C . Suponha que você retirasse alguns cubos de gelo do congelador, os colocasse em um recipiente lacrado contendo um termômetro e, então, os aquecesse, conforme mostrado a FIGURA 16.3a. Suponhamos também que o aquecimento fosse efetuado tão lentamente que o interior do recipiente sempre tivesse temperatura única e bem-definida.

A FIGURA 16.3b representa a temperatura em função de tempo. Após aumentar de forma constante a partir dos -20°C iniciais, a temperatura permanece fixa em 0°C por um período prolongado de tempo. Este é o intervalo de tempo durante o qual o gelo derrete. Enquanto está derretendo, a temperatura do gelo é de 0°C , e a temperatura da água líquida também é de 0°C . Mesmo que o sistema esteja sendo aquecido, a temperatura da água líquida não começa a subir até que todo o gelo tenha derretido. Se você desligasse o fogo em algum momento, o sistema permaneceria como uma mistura de gelo e água líquida a 0°C .

NOTA ▶ Na linguagem do cotidiano, as três fases da água são chamadas de *gelo*, *água* e *vapor*, ou seja, o termo *água* implica a fase líquida. Cientificamente, essas são as fases sólida, líquida e gasosa do composto denominado *água*. Por motivos de clareza, usaremos o termo *água* no sentido científico de uma coleção de moléculas de H_2O e o termo *líquido* ou *água líquida* para nos referirmos à fase líquida. ◀

A energia térmica de um sólido é a energia cinética da totalidade de seus átomos em vibração mais a energia potencial das ligações moleculares comprimidas e distendidas. A fusão ocorre quando a energia térmica é tão grande que as ligações moleculares começam a se quebrar, permitindo que os átomos se movimentem. A temperatura na qual um sólido se torna um líquido ou, se a energia térmica for reduzida, na qual um líquido se torna um sólido é chamada de **ponto de fusão** ou **ponto de congelamento**. Fusão e solidificação são *mudanças de fase*.

Um sistema no ponto de fusão está em **equilíbrio de fases**, o que significa que qualquer quantidade de sólido pode coexistir com qualquer quantidade de líquido. Um ligeiro aumento da temperatura fará com que todo o sistema se torne líquido, e uma ligeira diminuição da temperatura tornará sólido o sistema inteiro. Porém, exatamente no ponto

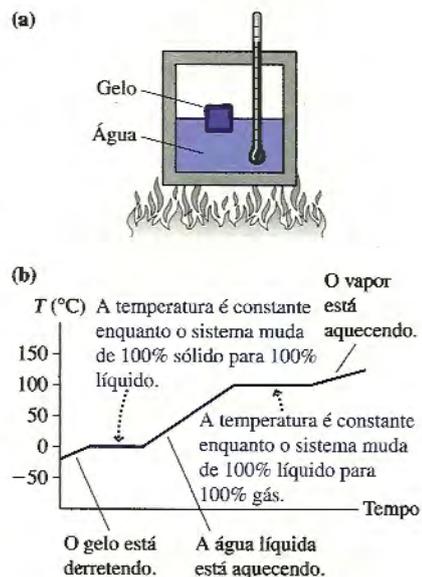


FIGURA 16.3 A temperatura em função do tempo enquanto a água é transformada de sólido para líquido e de líquido para gás.

de fusão o sistema não apresenta tendência de se transformar de uma forma ou de outra. É por isso que a temperatura permanece constante no ponto de fusão até que a mudança de fase esteja completa.

Pode-se ver a mesma coisa acontecendo na Figura 16.3b a 100°C, o ponto de ebulição. Trata-se de um equilíbrio de fases entre a fase líquida e a fase gasosa, e qualquer quantidade de líquido pode coexistir com qualquer quantidade de gás a esta temperatura. Acima dela, a energia térmica é alta demais para que as ligações se estabeleçam entre as moléculas, de modo que o sistema é um gás. Se sua energia térmica for reduzida, as moléculas começarão a se ligar umas às outras, permanecendo juntas. Em outras palavras, o gás se condensa em líquido. A temperatura na qual um gás se torna líquido ou, se a energia térmica for aumentada, na qual um líquido se torna gasoso é chamada de **ponto de condensação** ou **ponto de ebulição**.

NOTA ▶ A água líquida torna-se gelo sólido a 0°C, mas isso não significa que a temperatura do gelo seja sempre 0°C. O gelo atinge a temperatura de seu ambiente. Se a temperatura do ar em um congelador for -20°C, a temperatura do gelo será também -20°C. Similarmente, o vapor pode ser aquecido a temperaturas acima de 100°C. Isso não acontece quando fervemos água no fogão porque o vapor escapa, mas ele pode ser aquecido muito acima de 100°C em um recipiente vedado. ◀

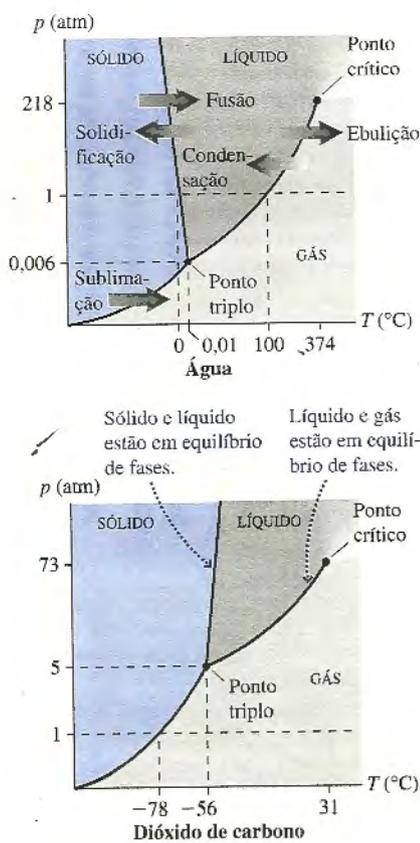


FIGURA 16.4 Diagramas de fase (não em escala) para água e dióxido de carbono.

Usa-se um **diagrama de fase** para mostrar como as fases e as mudanças de fase de uma substância variam com a temperatura e a pressão. A FIGURA 16.4 mostra os diagramas de fase para a água e o dióxido de carbono. Pode-se ver que cada diagrama está dividido em três regiões correspondentes aos estados sólido, líquido e gasoso. As linhas limítrofes que separam as regiões indicam as transições de fase. O sistema está em equilíbrio de fases em um ponto de pressão-temperatura que pertence a uma dessas linhas.

Diagramas de fase contêm uma variedade de informações. Observe no diagrama de fase da água que a linha pontilhada em $p = 1$ atm atravessa a fronteira sólido-líquido a 0°C e a fronteira líquido-gás a 100°C. Essas temperaturas bem-conhecidas de pontos de fusão e de ebulição correspondem somente à pressão atmosférica padrão. Pode-se ver que, em Denver, EUA, onde $p_{atm} < 1$ atm, a água sólida derrete a uma temperatura ligeiramente maior do que 0°C e ferve a uma temperatura abaixo de 100°C. Uma *panela de pressão* funciona fazendo com que a pressão interna exceda 1 atm. Isso aumenta a temperatura do ponto de ebulição, de modo que os alimentos mergulhados na água fervente fiquem a uma temperatura maior do que 100°C e, assim, cozinham mais rapidamente.

Em geral, atravessar a fronteira sólido-líquido corresponde à fusão ou à solidificação, ao passo que atravessar a fronteira líquido-gás corresponde à ebulição ou à condensação. Contudo, há uma outra possibilidade – atravessar a fronteira sólido-gás. A mudança de fase na qual um sólido se torna um gás é chamada de **sublimação**. Não se trata de uma experiência cotidiana para o caso da água porque ela sublima somente a pressões bem menores do que a pressão atmosférica. (Isso de fato ocorre em uma câmara a vácuo, que é como os alimentos a vácuo são submetidos à *desidratação a frio*.) Mas você está familiarizado com a sublimação do gelo seco. Este material é o dióxido de carbono sólido. Pode-se ver no diagrama de fase do dióxido de carbono que a linha pontilhada em $p = 1$ atm atravessa a fronteira sólido-gás, em vez da fronteira sólido-líquido, a $T = -78$ °C. Esta é a *temperatura de sublimação* do gelo seco.

O dióxido de carbono líquido também existe, mas somente a pressões maiores do que 5 atm e a temperaturas maiores do que -56°C. Um extintor de incêndio de CO₂ contém dióxido de carbono líquido sob alta pressão. (Você pode ouvir o líquido se agitar ao sacudir um extintor de incêndio de CO₂.)

Uma diferença importante entre os diagramas de fase da água e do dióxido de carbono é a declividade da fronteira sólido-líquido. Para a maioria das substâncias, a fase sólida é mais densa do que a líquida, e esta fase é mais densa do que a fase gasosa. A pressurização da substância a comprime e aumenta sua densidade. Se você começar a comprimir gás CO₂ à temperatura ambiente, movendo-o, então, para cima, ao longo de uma linha vertical através do diagrama de fase, primeiro o condensará em líquido e, eventualmente, se mantiver a compressão, o transformará em sólido.

A água é uma substância muito incomum, pois a densidade do gelo é *menor* do que a densidade da água líquida. É por isso que o gelo flutua. Se você comprimir o gelo,

tornando-o mais denso, acabará por causar uma transição de fase na qual ele se transformará em água líquida! Conseqüentemente, a fronteira sólido-líquido para a água tem declividade para a esquerda.

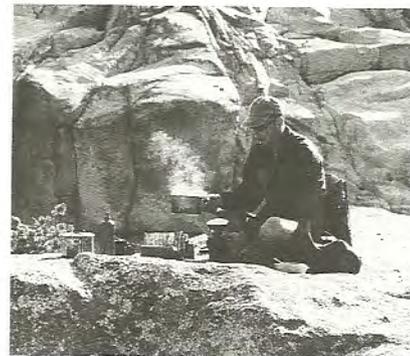
A fronteira líquido-gás termina em um ponto denominado **ponto crítico**. Abaixo do ponto crítico, líquido e gás são claramente distintos, e há uma mudança de fase se você passar de um para outro. Contudo, não há distinção clara entre líquido e gás a pressões ou temperaturas maiores do que as do ponto crítico. O sistema é um *fluido*, mas ele pode passar continuamente de alta para baixa densidade sem a ocorrência de uma mudança de fase.

O ponto final de interesse no diagrama de fase é o **ponto triplo**, onde as fronteiras do diagrama de fase se encontram. Duas fases sempre estão em equilíbrio de fases ao longo das fronteiras. O ponto triplo corresponde aos *únicos* valores de temperatura e pressão para os quais todos os estados podem coexistir em equilíbrio de fases, ou seja, quaisquer quantidades de sólido, líquido e gás podem coexistir satisfatoriamente no ponto triplo. Para a água, o ponto triplo ocorre a $T_3 = 0,01^\circ\text{C}$ e $p_3 = 0,006$ atm.

A significância do ponto triplo da água é sua conexão com a escala de temperatura Kelvin. A escala Celsius exige dois *pontos de referência*, os pontos de ebulição e de fusão da água. Podemos agora ver que estes pontos de referência não são satisfatórios, pois seus valores variam conforme a pressão se altera. Em contraste, há somente uma temperatura na qual o gelo, a água líquida e vapor d'água coexistem em equilíbrio. Se você produzir este equilíbrio no laboratório, então você *terá certeza* de que o sistema está na temperatura do ponto triplo.

A temperatura do ponto triplo da água é um ponto de referência ideal, portanto a escala de temperatura Kelvin é definida como uma escala de temperatura linear que inicia em 0 K, o zero absoluto, e passa por 273,16 K no ponto triplo da água. Uma vez que $T_3 = 0,01^\circ\text{C}$, o zero absoluto na escala Celsius corresponde a $T_0 = -273,15^\circ\text{C}$.

NOTA ► Para ser consistente com nosso uso de números significativos, $T_0 = -273$ K é o valor apropriado a ser utilizado em cálculos *a menos que* você conheça outras temperaturas com uma precisão melhor do que 1°C . ◀



Os alimentos levam mais tempo para cozinhar em altitudes altas porque, neste caso, o ponto de ebulição da água é menor do que 100°C .

PAUSE E PENSE 16.4 Para qual destes materiais há uma temperatura de sublimação maior do que uma temperatura de fusão?

- a. Água b. Dióxido de carbono c. Ambos d. Nenhum

16.5 Gases ideais

Os gases são os sistemas macroscópicos mais simples. Nosso objetivo no restante deste capítulo será entender como as propriedades macroscópicas de um gás mudam conforme o estado do gás é alterado.

Ao passo que hoje em dia admitimos como certo que a matéria consiste de átomos, a evidência para a existência dos átomos não é, de forma alguma, óbvia. O conceito de átomos foi formulado por dois filósofos gregos, Leucipo e Demócrito, que se destacaram por volta de 440-420 a.C. Eles sugeriram que toda a matéria consiste de partículas pequenas, rígidas, indivisíveis e indestrutíveis, que denominaram *átomos*.

O modelo atômico foi revisto por volta de 1740 por Daniel Bernoulli, a quem o nome da equação de Bernoulli na dinâmica dos fluidos constitui uma homenagem. Bernoulli sugeriu que um gás consiste de átomos pequenos e rígidos que se deslocam aleatoriamente a velocidades razoavelmente grandes e, de vez em quando, colidem entre si ou com as paredes do recipiente. Curiosamente, as idéias de Bernoulli não foram aceitas por quase um século. O valor de seus postulados não foi reconhecido até que houvesse uma compreensão completa da conservação de energia em meados do século XIX. Diversos cientistas, então, desenvolveram as idéias de Bernoulli até chegarem na teoria cinética dos gases, que estudaremos no Capítulo 18.

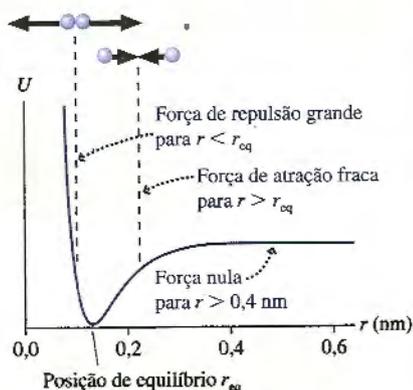


FIGURA 16.5 Diagrama da energia potencial para a interação de dois átomos.

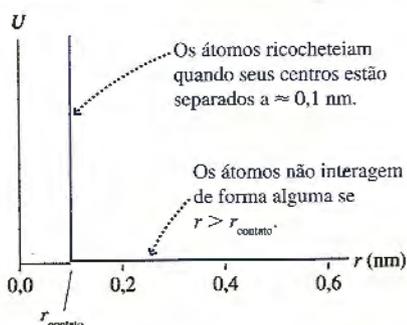


FIGURA 16.6 Energia potencial de interação entre dois átomos no modelo idealizado de esfera rígida.

O que as observações macroscópicas nos sugerem acerca das propriedades dos átomos? Uma observação, que já foi feita anteriormente neste capítulo, é que os sólidos e os líquidos são praticamente incompressíveis. A partir disso, podemos inferir que os átomos são razoavelmente “rígidos” e não podem ser esmagados juntos quando entram em contato uns com os outros. Os átomos também resistem a tentativas de separá-los. Os sólidos não seriam rígidos se seus átomos não fossem mantidos juntos por forças de atração. Essas forças de atração são responsáveis pela *força de tração* dos sólidos – a intensidade necessária para quebrar o sólido –, bem como pela coesão das gotas dos líquidos. Apesar disso, é bem mais fácil quebrar um sólido ou dispersar um líquido do que comprimi-lo, de modo que tais forças de atração devem ser fracas em comparação com as forças de repulsão, as quais surgem quando pressionamos os átomos muito próximos uns contra os outros.

Essas observações implicam que um átomo é uma partícula pequena que é fracamente atraída pelos outros átomos vizinhos, mas fortemente repelida por estes quando se encontram próximos demais. Esta é exatamente a visão que desenvolvemos no Capítulo 10 para as ligações moleculares. A FIGURA 16.5 mostra o diagrama de energia potencial de dois átomos separados por uma distância r . Do Capítulo 11, lembre-se de que a força exercida por um átomo sobre outro é o negativo da declividade do gráfico. A declividade é grande e negativa para valores de r menores do que o valor de equilíbrio, r_{eq} , de modo que, para $r < r_{eq}$, a força é grande e de repulsão. Para um valor de r levemente maior do que r_{eq} , a modesta declividade de positiva indica uma força de atração fraca. A declividade se torna zero em $r \approx 0,4$ nm, portanto a força de atração se restringe aos átomos distanciados em torno de 0,4 nm entre si. Os átomos separados por mais do que cerca de 0,4 nm praticamente não interagem.

Sólidos e líquidos são sistemas em que a separação atômica é muito próxima de r_{eq} ; logo, as forças atômicas de atração e de repulsão estão equilibradas. Se você tentar pressionar os átomos para aproximá-los mais uns dos outros, as forças de repulsão oferecerão resistência. E se você tentar separá-los, as forças de atração farão o mesmo.

Um gás, por outro lado, é muito menos denso, e o espaçamento médio entre os átomos é muito maior do que r_{eq} . Conseqüentemente, os átomos de um gás geralmente *não estão interagindo* uns com os outros. Pelo contrário, eles passam a maior parte do tempo deslocando-se livremente através do espaço e somente ocasionalmente se aproximam o suficiente para poderem interagir com outros átomos. Quando dois átomos colidem, é a “parede” íngreme da curva de energia potencial para $r < r_{eq}$ que se torna importante. Essa parede de energia potencial representa a força elétrica de repulsão que tende a afastar os átomos quando eles colidem. A pequena distância na qual os átomos sofrem uma fraca força de atração não tem, essencialmente, qualquer importância porque os átomos passam muito pouco tempo separados por tais distâncias.

O modelo de gás ideal

Com essas idéias em mente, suponha que se queira substituir a curva real da energia potencial da Figura 16.5 pela curva da energia potencial aproximada da FIGURA 16.6. Esta é a curva de energia potencial correspondente à interação entre duas “esferas rígidas” que não têm interação nenhuma até entrarem em contato material, na separação $r_{contato}$, e depois ricocheteiam.

O *modelo atômico de esfera rígida* representa o que poderíamos chamar de *átomo ideal*. Esta é a idéia de Demócrito sobre o átomo como uma partícula pequena e rígida. Um gás constituído por esses átomos ideais é chamado de **gás ideal**. Trata-se de uma coleção de átomos pequenos, rígidos, que se movem aleatoriamente e que ocasionalmente colidem e ricocheteiam uns nos outros, mas que, a não ser por estes eventos ocasionais, não interagem entre si. O gás ideal é um *modelo* de um gás real e, como acontece com qualquer outro modelo, é uma descrição simplificada. Apesar disso, experimentos demonstram que o modelo de gás ideal é bastante bom para descrever o comportamento dos gases quando duas condições são satisfeitas:

1. a densidade é baixa (isto é, os átomos ocupam um volume muito menor do que o do recipiente) e
2. a temperatura deve estar abaixo do ponto de condensação.

Se a densidade for muito alta ou se a temperatura for muito baixa, as forças de atração entre os átomos começarão a desempenhar um papel importante, e nosso modelo, que não leva em conta forças atrativas, fracassará. Sob as condições certas, essas são as forças responsáveis pela condensação de um gás em um líquido.

Empregamos o termo “átomos”, todavia, como é sabido, muitos gases são constituídos por moléculas em vez de átomos. Somente o hélio, o neônio, o argônio e os outros elementos inertes na coluna mais à direita da tabela periódica dos elementos é que formam gases monoatômicos. O hidrogênio (H_2), o nitrogênio (N_2) e o oxigênio (O_2) são gases diatômicos. No que concerne ao movimento de translação, o modelo de gás ideal não faz distinção entre um gás monoatômico e um gás diatômico; ambos são considerados, simplesmente, como formados por esferas pequenas e rígidas. Desta forma, os termos “átomo” e “molécula” podem ser usados de forma intercambiável para significar os componentes básicos de um gás.

A lei dos gases ideais

A seção 16.1 introduziu a idéia de *variáveis de estado*, aqueles parâmetros que descrevem o estado de um sistema macroscópico. Para o gás ideal, as variáveis de estado são: o volume V do recipiente que o contém, o número de mols n do gás presente no recipiente, a temperatura T do gás e de seu recipiente e a pressão p que o gás exerce sobre as paredes do recipiente. Esses quatro parâmetros de estado, todavia, não são independentes entre si. Se você alterar o valor de um deles – aumentando a temperatura, por exemplo –, então um ou mais dos outros também serão alterados. Cada variação dos parâmetros constitui uma *mudança de estado* do sistema.

Experimentos realizados durante os séculos XVII e XVIII permitiram determinar uma relação muito específica entre as quatro variáveis de estado. Suponha que você altere o estado de um gás aquecendo-o, comprimindo-o ou fazendo alguma outra coisa a ele e que meça p , V , n e T . Repetindo isso diversas vezes, alterando o estado do gás a cada vez, você obterá uma grande tabela de valores para p , V , n e T .

A seguir, você traçaria um gráfico em que representasse pV , o produto da pressão e do volume, sobre o eixo vertical, e nT , o produto do número de mols e da temperatura (em kelvins), sobre o eixo horizontal. O resultado surpreendente seria que, para *qualquer* gás, seja hidrogênio, hélio, oxigênio ou metano, **você obtém exatamente o mesmo gráfico**, o gráfico linear mostrado na FIGURA 16.7. Em outras palavras, nada no gráfico indica qual gás foi usado no experimento, pois todos os gases fornecem o mesmo resultado.

NOTA ▶ Nenhum gás real poderia se estender até $nT = 0$, pois ele acabaria condensando. Contudo, um gás ideal nunca condensaria, pois as únicas interações entre suas moléculas são colisões de esferas rígidas. ◀

Como se pode ver, existe uma proporcionalidade muito clara entre a grandeza pV e a grandeza nT . Se designarmos a declividade da linha neste gráfico como R , então podemos escrever a relação como

$$pV = R \times (nT)$$

Costuma-se escrever essa relação de forma um pouco diferente, ou seja,

$$pV = nRT \text{ (lei dos gases ideais)} \quad (16.8)$$

A Equação 16.8 é a **lei dos gases ideais**. A lei dos gases ideais é uma relação entre as quatro variáveis de estado – p , V , n e T – que caracterizam o gás em equilíbrio térmico.

A constante R , determinada experimentalmente como a declividade do gráfico da Figura 16.7, é denominada **constante universal dos gases**. Seu valor, em unidade do SI, é

$$R = 8,31 \text{ J/mol K}$$

A unidade de R parece enigmática. O denominador mol K é claro, uma vez que R multiplica nT . E os joules? O lado esquerdo da lei dos gases ideais, pV , tem por unidades

$$\text{Pa m}^3 = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ m}^3 = \text{Nm} = \text{joules}$$

O produto pV tem por unidade o joule, conforme mostrado no eixo vertical na Figura 16.7.

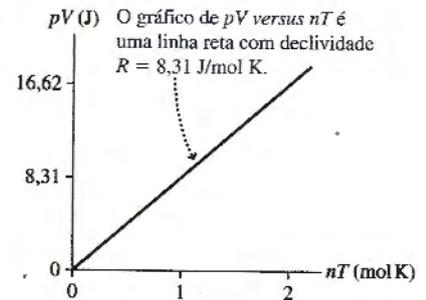


FIGURA 16.7 Gráfico de pV versus nT para um gás ideal.

NOTA ► Em química, você talvez tenha aprendido a trabalhar com problemas sobre gases usando atmosferas e litros como unidades. Para isso, se usa um valor numérico diferente de R , expresso naquelas unidades. Na física, no entanto, sempre trabalhamos com problemas sobre gases usando unidades do SI. As pressões *devem* estar em Pa, os volumes em m^3 e as temperaturas em K antes de você começar a efetuar os cálculos. Se outras unidades forem usadas para efetuar os cálculos, as respostas obtidas estarão inteiramente incorretas. ◀

O fato surpreendente, e que merece um comentário, é que *todos* os gases têm o *mesmo* gráfico e o *mesmo* valor de R . Não existe um motivo óbvio para que um gás atômico muito simples, como o hélio, corresponda a um gráfico com a mesma declividade que aquele correspondente a um gás mais complexo, como o metano (CH_4). Apesar disso, os dois apresentam o mesmo valor de R . A lei dos gases ideais, dentro de seus limites de validade, descreve *todos* os gases com um único valor da constante R .

EXEMPLO 16.3 Calculando a pressão de um gás

Uma amostra de 100 g de gás oxigênio está contida em um recipiente de 600 cm^3 . Qual é a pressão do gás se a temperatura for de 150°C ?

MODELO O gás pode ser tratado como ideal. O oxigênio é um gás diatômico de moléculas de O_2 .

RESOLUÇÃO De acordo com a lei dos gases ideais, a pressão é dada por $p = nRT/V$. No Exemplo 16.2, calculamos o número de mols em 100 g de O_2 e encontramos $n = 3,13 \text{ mol}$. Os problemas sobre gases costumam envolver diversas conversões para que se obtenha as grandezas nas unidades adequadas, e este exemplo não foge à regra. As unidades do SI para V e T são m^3 e K, respectivamente; portanto,

$$V = (600 \text{ cm}^3) \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \right)^3 = 6,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$T = (150 + 273) \text{ K} = 423 \text{ K}$$

Com essas informações, a pressão é

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{(3,13 \text{ mol})(8,31 \text{ J/molK})(423 \text{ K})}{6,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3} \\ = 1,83 \times 10^7 \text{ Pa} = 181 \text{ atm}$$

Neste texto, iremos considerar somente gases contidos em recipientes lacrados. O número de mols (e o número de moléculas) não mudará durante um problema deste tipo. Neste caso,

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{constante} \quad (16.9)$$

Se o gás estiver inicialmente no estado i , caracterizado pelas variáveis de estado p_i , V_i e T_i , e em algum tempo posterior estiver em outro estado final f , as variáveis de estado para esses dois estados estarão relacionadas por:

$$\frac{p_f V_f}{T_f} = \frac{p_i V_i}{T_i} \quad (\text{gás ideal em um recipiente lacrado}) \quad (16.10)$$

Esta relação do tipo antes-e-após entre os dois estados, que lembra uma lei de conservação, será de grande utilidade em muitos problemas.

EXEMPLO 16.4 Cálculo da temperatura de um gás

Um cilindro de gás está a 0°C . Um pistão comprime o gás à metade de seu volume original e aumenta em três vezes sua pressão original. Qual é a temperatura final do gás?

MODELO Considere o gás como um gás ideal em um recipiente lacrado.

RESOLUÇÃO A relação do tipo antes-e-após da Equação 16.10 pode ser escrita:

$$T_2 = T_1 \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$$

Neste problema, a compressão do gás resulta em $V_2/V_1 = \frac{1}{2}$ e $p_2/p_1 = 3$. A temperatura inicial é $T_1 = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$. Com essa informação,

$$T_2 = 273 \text{ K} \times 3 \times \frac{1}{2} = 409 \text{ K} = 136^\circ\text{C}$$

AValiação Não precisamos conhecer os valores reais da pressão e do volume, apenas as proporções pelas quais eles variam.

Muitas vezes faremos referência ao número de moléculas N em um gás, em vez de ao número de mols n . É simples efetuar essa alteração. Uma vez que $n = N/N_A$, a lei dos gases ideais em termos de N tem a forma

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT = N\frac{R}{N_A}T \quad (16.11)$$

A grandeza R/N_A , uma proporção entre duas constantes conhecidas, é denominada **constante de Boltzmann** k_B :

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

O subscrito B serve para distinguir a constante de Boltzmann de uma constante elástica ou de outros usos que se faça da letra k .

Ludwig Boltzmann foi um físico austríaco que realizou alguns dos trabalhos pioneiros em física estatística durante meados de século XIX. A constante de Boltzmann k_B pode ser considerada como a “constante dos gases por molécula”, ao passo que R é a “constante dos gases por mol”. Com essa definição, a lei dos gases ideais em função de N é

$$pV = Nk_B T \quad (\text{lei dos gases ideais}) \quad (16.12)$$

As Equações 16.8 e 16.12 representam, ambas, a lei dos gases ideais, mas estão expressas em termos de diferentes variáveis de estado.

Lembre-se de que a concentração (moléculas por m^3) foi definida como N/V . Rearranjando a Equação 16.12, obtemos a concentração como

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} \quad (16.13)$$

Esta é uma conseqüência útil da lei dos gases ideais, mas não esqueça que a pressão *deve* estar na unidade do SI, pascal, e que a temperatura *deve* estar na unidade do SI, kelvin.

EXEMPLO 16.5 A distância entre moléculas

As “condições normais de temperatura e pressão”, abreviadas por **CNTP**, são $T = 0^\circ\text{C}$ e $p = 1 \text{ atm}$. Estime a distância média entre as moléculas de um gás nas CNTP.

RESOLUÇÃO Imagine congelar todas as moléculas em seus lugares em algum momento do tempo. Depois disso, desenha-se um cubo imaginário em torno de cada molécula a fim de separá-la de todas suas vizinhas. Isso dividiria o volume total V do gás em N pequenos cubos de volume v , de forma que a soma de todos esses pequenos volumes v seja igual ao volume total V . Embora cada um desses volumes seja, de alguma forma, diferente, podemos definir um pequeno volume *médio*:

$$v_{\text{médio}} = \frac{V}{N} = \frac{1}{N/V}$$

Ou seja, o volume médio por molécula (m^3 por átomo) é o inverso do número de moléculas por m^3 . Note que este não é o volume da molécula em si, que é muito menor, e sim, o volume circundante médio de espaço que cada molécula pode reivindicar como seu, separando-a das outras moléculas. Se, agora, usarmos a Equação 16.13, a concentração será dada por

$$\begin{aligned} \frac{N}{V} &= \frac{p}{k_B T} = \frac{1,01 \times 10^5 \text{ Pa}}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(273 \text{ K})} \\ &= 2,69 \times 10^{25} \text{ moléculas/m}^3 \end{aligned}$$

onde usamos a definição das CNTP em unidades do SI. Portanto, o volume médio por molécula é

$$v_{\text{médio}} = \frac{1}{N/V} = 3,72 \times 10^{-26} \text{ m}^3$$

O volume de um cubo é $V = l^3$, onde l é o comprimento de cada lado. Por isso, o comprimento médio de um de nossos pequenos cubos é

$$l = (v_{\text{médio}})^{1/3} = 3,34 \times 10^{-9} \text{ m} = 3,34 \text{ nm}$$

Uma vez que cada molécula se encontra no centro de um cubo, a distância média entre duas moléculas é a distância entre dois vértices opostos do cubo. Conforme mostra a FIGURA 16.8, esta distância é

$$\text{distância média} = \sqrt{l^2 + l^2 + l^2} = \sqrt{3}l = 5,7 \text{ nm}$$

A distância média entre as moléculas de um gás nas CNTP é $\approx 5,7 \text{ nm}$.

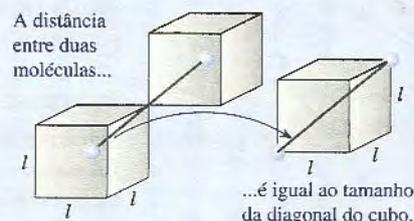


FIGURA 16.8 Distância entre duas moléculas.

Os resultados deste exemplo são importantes. Uma das hipóteses básicas do modelo de gás ideal é que os átomos estejam “bem-distanciados” em comparação à distância na qual os átomos exercem forças de atração entre si. Essa distância, conforme vista na Figura 16.5, é de aproximadamente 0,4 nm. Um gás nas CNTP tem uma distância média entre os átomos aproximadamente 14 vezes maior do que a distância de interação. Podemos concluir com segurança que o modelo de gás ideal funciona bem para gases sob circunstâncias “típicas”.

PAUSE E PENSE 16.9 Você dispõe de dois recipientes de mesmo volume. Um deles está cheio com gás hélio. O outro contém uma massa equivalente de gás nitrogênio. Os dois gases estão à mesma pressão. Como a temperatura do hélio se compara com a do nitrogênio?

- a. $T_{\text{hélio}} > T_{\text{nitrogênio}}$ b. $T_{\text{hélio}} = T_{\text{nitrogênio}}$ c. $T_{\text{hélio}} < T_{\text{nitrogênio}}$

16.6 Processos com gás ideal

A lei dos gases ideais é a relação entre as variáveis de estado – pressão, temperatura e volume. Se as variáveis de estado sofrerem variação, como aconteceria se o gás fosse aquecido ou comprimido, o estado do gás também será alterado. Um **processo com gás ideal** é numa maneira segundo a qual o gás se transforma de um estado para outro.

NOTA ▶ Mesmo em um recipiente lacrado, a lei dos gases ideais é uma relação entre três variáveis. Em geral, as três se alteram durante um processo com gás ideal. Como consequência, pensar sobre causa e efeito pode ser um tanto enganador aqui. Não cometa o erro de pensar que uma variável seja constante a menos que você tenha certeza, sem sombra de dúvida, de que ela é realmente uma constante. ◀

O diagrama pV

Será útil representar os processos com gás ideal em um gráfico denominado **diagrama pV** . Este nada mais é do que o gráfico da pressão *versus* volume. A idéia importante por trás do diagrama pV é que *cada ponto* do gráfico representa um estado singular e único do gás. Isso parece surpreendente a princípio, pois um ponto do gráfico somente especifica diretamente os valores de p e V . Contudo, conhecendo p e V e considerando que n seja conhecido para um recipiente lacrado, podemos determinar a temperatura usando a lei dos gases ideais. Assim, de fato, cada ponto representa três valores (p , V , T) que especificam o estado do gás.

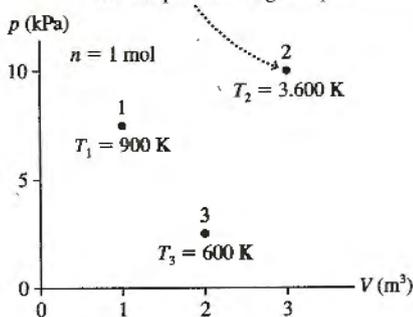
Por exemplo, a FIGURA 16.9a é um diagrama pV que mostra três estados de um sistema formado por 1 mol de gás. Os valores de p e de V para cada ponto podem ser lidos a partir das escalas dos eixos, e a temperatura correspondente é determinada a partir da lei dos gases ideais. Um processo com gás ideal pode ser representado como uma “trajetória” no diagrama pV . Essa trajetória mostra todos os estados intermediários através dos quais o gás passa. As FIGURAS 16.9b e 16.9c mostram dois processos diferentes pelos quais o gás da Figura 16.9a pode ser alterado do estado 1 para o estado 3.

Existem infinitas maneiras diferentes de transformar o gás do estado 1 para o estado 3. Embora os estados inicial e final sejam os mesmos para cada uma das transformações, os processos específicos pelos quais o gás se altera – ou seja, a trajetória específica – acabarão por ter consequências bem reais. Por exemplo, você aprenderá em breve que o trabalho realizado na compressão de um gás, que é uma grandeza de importância muito prática em diversos aparelhos, depende da trajetória seguida. O diagrama pV é uma importante representação gráfica do processo.

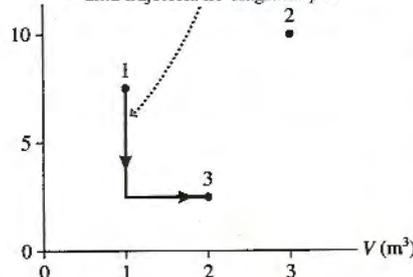
Processos quase-estáticos

Estritamente falando, a lei dos gases ideais se aplica apenas a gases em *equilíbrio térmico*. Enunciaremos uma definição mais precisa de equilíbrio térmico posteriormente; no momento, nos restringiremos a dizer que um sistema encontra-se em equilíbrio térmico se suas variáveis de estado forem constantes e inalteráveis. Considere um processo com gás ideal que o leve de um estado 1 para um estado 2. Os estados inicial e final são estados de equilíbrio térmico, com valores constantes de p , V e T . Contudo, o processo, por definição, faz com que algumas dessas variáveis de estado se alterem. O gás *não* está em equilíbrio térmico enquanto estiver ocorrendo o processo de transformação do estado 1 para o estado 2.

(a) Cada estado do gás ideal é representado como um ponto do diagrama pV .



(b) Um processo que transforme o gás de um estado para outro é representado por uma trajetória no diagrama pV .



(c) Esta trajetória representa um processo diferente que leva o gás do estado 1 para o estado 3.

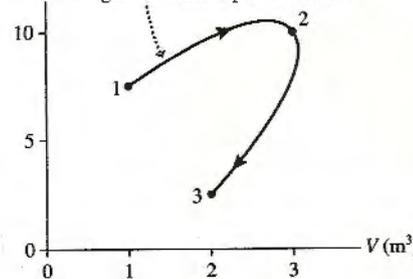


FIGURA 16.9 O estado do gás e os processos sofridos pelo gás ideal podem ser representados em um diagrama pV .

Para continuar usando a lei dos gases ideais, consideraremos que o processo ocorra *lento* que o sistema nunca se encontre distante do equilíbrio. Em outras palavras, em qualquer ponto no processo os valores de p , V e T são praticamente iguais aos valores de equilíbrio que assumiriam se parássemos o processo neste ponto. Um processo em que o sistema esteja praticamente em equilíbrio térmico em todos os instantes é chamado de **processo quase-estático**. Trata-se de uma idealização, como a de uma superfície sem atrito, porém é uma boa aproximação em muitas situações reais.

Uma característica importante de um processo quase-estático é que a trajetória através do diagrama pV pode ser *revertida*. Se você expandir um gás quase-estaticamente, puxando lentamente um pistão conforme mostrado na FIGURA 16.10a, poderá depois reverter o processo empurrando lentamente o pistão de volta. O gás refará o traçado de sua trajetória pV até retornar ao seu estado inicial. Compare isso com o que acontece quando a membrana arrebenta na FIGURA 16.10b. Este é um processo repentino, e não, quase-estático. O processo *irreversível* da Figura 16.10b não pode ser representado em um diagrama pV .

A questão central é: com que grau de lentidão um processo deve ser realizado para ser classificado como quase-estático? Esta questão se revela de difícil resposta. Este livro sempre presnmirá que os processos sejam quase-estáticos. Esta é uma suposição razoável para os tipos de exemplos e de problemas que analisaremos. Processos irreversíveis serão deixados para cursos mais avançados.

Processo a volume constante

Muitos processos importantes com gases acontecem dentro de um recipiente cujo volume é constante, inalterável. Um processo realizado a volume constante é chamado de **processo isocórico**, onde *iso* é um prefixo para “constante” ou “igual”, ao passo que *córico* tem origem em uma raiz grega que significa “volume”. Um processo isocórico é um tipo de processo no qual

$$V_f = V_i \quad (16.14)$$

Por exemplo, suponha que você tenha um gás no recipiente fechado e rígido mostrado na FIGURA 16.11a. O aquecimento do gás com um bico de Bunsen aumentará sua pressão sem que seu volume sofra variação. Este processo é representado pela linha vertical 1 → 2 do diagrama pV da FIGURA 16.11b. Um resfriamento a volume constante, colocando-se o recipiente em um bloco de gelo, reduziria a pressão, sendo representado pela linha vertical de 2 para 1. **Qualquer processo isocórico é representado em um diagrama pV como uma linha vertical.**

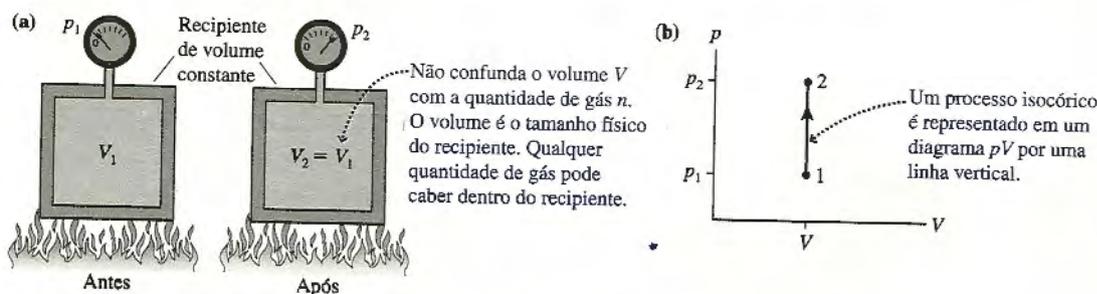


FIGURA 16.11 Um processo a volume constante (isocórico).

EXEMPLO 16.6 Um termômetro de gás a volume constante

Um termômetro de gás a volume constante é colocado em contato com uma célula de referência que contém água no ponto triplo. Após atingir o equilíbrio, a pressão do gás é registrada como 55,78 kPa. O termômetro, então, é posto em contato com uma amostra a uma temperatura desconhecida. Depois que o termômetro atinge um novo equilíbrio, a pressão do gás é de 65,12 kPa. Qual é a temperatura da amostra?

MODELO O volume do termômetro não se altera; logo, trata-se de um processo isocórico.

RESOLUÇÃO No ponto triplo da água, a temperatura é $T_1 = 0,01^\circ\text{C} = 273,16\text{ K}$. A lei dos gases ideais para um sistema fechado é $p_2 V_2 / T_2 = p_1 V_1 / T_1$. O volume não sofre alteração, portanto $V_2 / V_1 = 1$. Desta forma,

$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 \frac{V_2 p_2}{V_1 p_1} = T_1 \frac{p_2}{p_1} = (273,16\text{ K}) \frac{65,12\text{ kPa}}{55,78\text{ kPa}} \\ &= 318,90\text{ K} = 45,75^\circ\text{C} \end{aligned}$$

A temperatura *deve* estar em kelvins para que realizemos o cálculo, embora seja comum converter a resposta final de volta para $^\circ\text{C}$. O fato de que as pressões foram dadas com quatro algarismos significativos justifica o uso de $T_K = T_C + 273,15$, em vez da relação usual $T_K = T_C + 273$.

AVALIÇÃO Obtivemos $T_2 > T_1$, que é o esperado para um aumento da pressão.

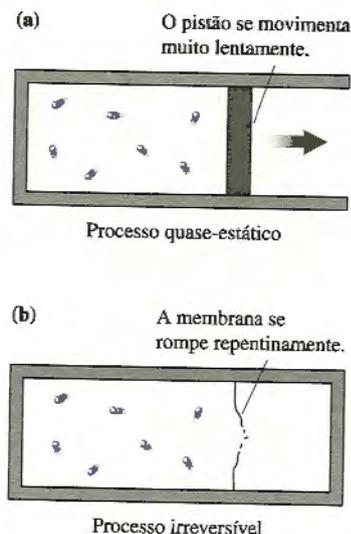


FIGURA 16.10 O lento movimento do pistão constitui um processo quase-estático. Já a ruptura da membrana não é um processo deste tipo.

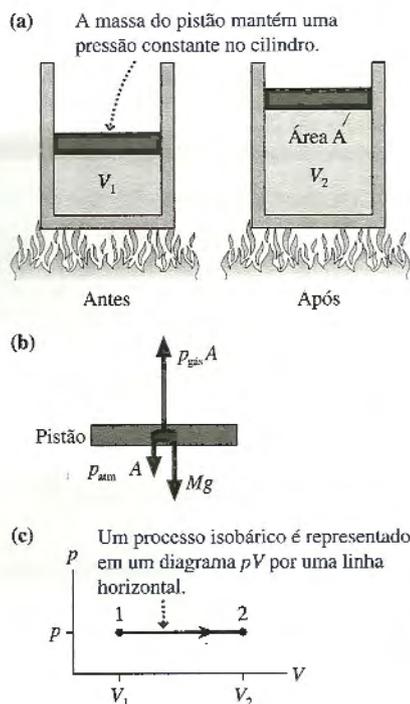


FIGURA 16.12 Um processo a pressão constante (isobárico).

Processo a pressão constante

Outros processos com gases ocorrem a uma pressão constante, inalterável. Um processo realizado a pressão constante é denominado **processo isobárico**, onde *bárico* tem a mesma raiz de “barômetro” e significa “pressão”. Um processo isobárico é um tipo de processo no qual

$$p_f = p_i \quad (16.15)$$

A FIGURA 16.12a mostra um método para alterar o estado de um gás enquanto se mantém a pressão constante. Um cilindro de gás possui um pistão de encaixe de massa M bem ajustado, mas que pode deslizar para cima e para baixo, vedando o recipiente de forma que nenhum átomo possa entrar ou escapar. Conforme mostra o diagrama de corpo livre da FIGURA 16.12b, o pistão e o ar pressionam para baixo com a força $p_{\text{atm}} A + Mg$, ao passo que o gás interno pressiona para cima com a força $p_{\text{gás}} A$. No equilíbrio, a pressão de gás dentro do cilindro é

$$p = p_{\text{atm}} + \frac{Mg}{A} \quad (16.16)$$

Em outras palavras, a pressão do gás é determinada pela exigência de que ele deve sustentar tanto a massa do pistão quanto o ar que faz pressão para dentro. **Esta pressão independe da temperatura do gás ou da altura do pistão, de modo que ela permanece constante enquanto M permanecer inalterada.**

Se o cilindro for aquecido, o gás expandirá e empurrará o pistão para cima. Contudo a pressão, que é determinada pela massa M , não será alterada. Este processo é representado no diagrama pV da FIGURA 16.12c pela linha horizontal $1 \rightarrow 2$. Chamamos isso de **expansão isobárica**. Uma **compressão isobárica** ocorre se o gás for resfriado, baixando-se o pistão. **Todo processo isobárico é representado em um diagrama pV por uma linha horizontal.**

EXEMPLO 16.7 Comparando pressões

Os dois cilindros da FIGURA 16.13 contêm gases ideais a 20°C . Cada um deles está vedado por um pistão livre de atrito e de massa M .

- Como se compara a pressão do gás 2 com a do gás 1? Ela é maior, menor ou igual?
- Suponha que o gás 2 seja aquecido até 80°C . Descreva o que acontece com a pressão e com o volume.

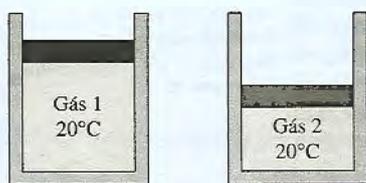


FIGURA 16.13 Compare as pressões dos dois gases.

MODELO Considere os gases como ideais.

- RESOLUÇÃO** a. A pressão do gás é determinada pela exigência de que o pistão esteja em equilíbrio mecânico. A pressão do gás interno pressiona o pistão para cima; a pressão do ar e o peso do pistão pressionam para baixo. A pressão do gás, $p = p_{\text{atm}} + Mg/A$, depende da massa do pistão, mas não da altura do mesmo nem do tipo de gás contido no cilindro. Logo, as duas pressões são iguais.
- b. A pressão também não depende da temperatura. Aquecer o gás aumentará sua temperatura, mas a pressão – que é determinada pela massa e pela área do pistão – não sofrerá alteração. Uma vez que $pV/T = \text{constante}$ e que p é constante, deve ser verdadeiro que $V/T = \text{constante}$. Conforme T aumenta, o volume V também deve aumentar a fim de manter inalterado o quociente V/T . Em outras palavras, o aumento da temperatura do gás faz com que ele se expanda – o pistão sobe –, porém sem provocar variação da pressão. Este é um processo isobárico.

EXEMPLO 16.8 Uma compressão a pressão constante

Um gás que ocupa $50,0 \text{ cm}^3$ a 50°C é resfriado a pressão constante até que sua temperatura seja de 10°C . Qual é o seu volume final?

MODELO A pressão do gás não se altera; logo, trata-se de um processo isobárico.

RESOLUÇÃO Por definição, $p_1/p_2 = 1$ para um processo isobárico. Usando a lei dos gases ideais para n constante, obtemos:

$$V_2 = V_1 \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = V_1 \frac{T_2}{T_1}$$

As temperaturas *devem* estar em kelvins para se usar a lei dos gases ideais. Assim,

$$V_2 = (50,0 \text{ cm}^3) \frac{(10 + 273) \text{ K}}{(50 + 273) \text{ K}} = 43,8 \text{ cm}^3$$

AValiação Uma vez que são utilizadas *proporções*, não precisamos converter volumes ou pressões para unidades do SI. Isso porque a conversão é um fator multiplicativo que se cancela. Todavia, a conversão da temperatura introduz um fator *aditivo* que *não* se anula. É por isso que você sempre deve converter temperaturas para kelvins em cálculos sobre gases ideais.

Processo a temperatura constante

O último processo que iremos analisar agora é aquele que ocorre a uma temperatura constante. Um processo realizado a temperatura constante é denominado **processo isotérmico**. Um processo isotérmico é um tipo de processo no qual $T_f = T_i$. Uma vez que $pV = nRT$, qualquer processo realizado a temperatura constante em um sistema fechado (n constante) é um processo no qual o produto pV não sofre alteração. Assim,

$$p_f V_f = p_i V_i \quad (16.17)$$

é um processo isotérmico.

Um possível processo isotérmico é ilustrado na FIGURA 16.14a, onde um pistão é empurrado para baixo e comprime um gás. Se o pistão for empurrado *lentamente*, a energia térmica transferida através das paredes do cilindro manterá o gás na mesma temperatura que o líquido circundante. Isso constitui uma *compressão isotérmica*. O processo inverso, em que o pistão é lentamente puxado, constitui uma *expansão isotérmica*.

A representação de um processo isotérmico no diagrama pV é um pouco mais complicada do que os dois processos anteriores, pois p e V sofrem variações. Desde que T permaneça fixa, temos a relação

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{\text{constante}}{V} \quad (16.18)$$

A relação inversa entre p e V faz com que o gráfico de um processo isotérmico seja uma hipérbole. À medida que uma variável de estado aumenta, a outra diminui.

O processo representado como $1 \rightarrow 2$ na FIGURA 16.14b é a *compressão isotérmica* mostrada na Figura 16.14a. Uma *expansão isotérmica* ocorreria em sentido oposto ao longo da mesma hipérbole.

A posição da hipérbole depende do valor de T . Processos realizados a temperaturas menores serão representados por hipérbolas mais próximas da origem do que os processos a temperaturas maiores. A FIGURA 16.14c mostra quatro hipérbolas, correspondentes às temperaturas de T_1 a T_4 , em que $T_4 > T_3 > T_2 > T_1$. Essas hipérbolas são chamadas de **isotermas**. Um gás submetido a um processo isotérmico se deslocará ao longo da isoterma correspondente à temperatura do gás.

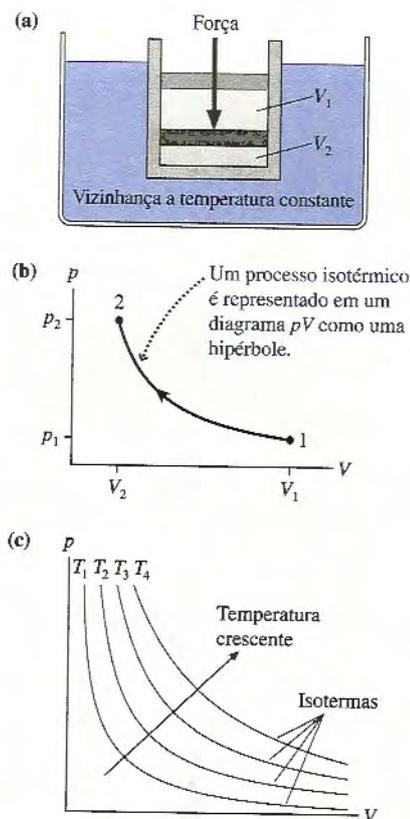


FIGURA 16.14 Um processo à temperatura constante (isotérmico).

EXEMPLO 16.9 Uma compressão à temperatura constante

Um cilindro cheio de gás, com um pistão de encaixe bem justo e móvel, contém 200 cm^3 de ar a $1,0 \text{ atm}$. Ele flutua em uma piscina com água a 15°C . A seguir, o cilindro é lentamente submerso até uma profundidade de $3,0 \text{ m}$. Qual será o volume de gás a essa profundidade?

MODELO A temperatura do gás praticamente não se altera durante o processo; logo, trata-se de uma compressão isotérmica.

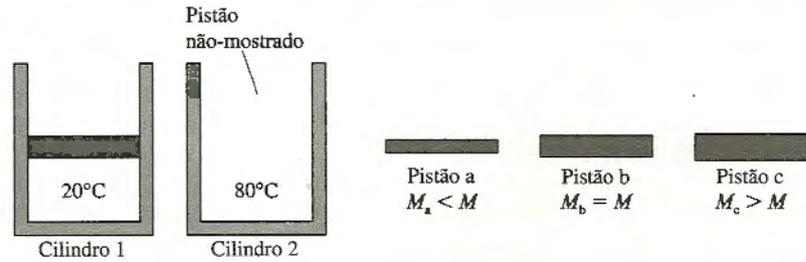
RESOLUÇÃO Na superfície, a pressão dentro do cilindro deve ser exatamente igual à pressão externa do ar, de $1,0 \text{ atm}$. Se as pressões não fossem iguais, uma força resultante empurraria o pistão ou o puxaria até que as pressões fossem equivalentes e o equilíbrio fosse atingido. Conforme o cilindro é submerso, a pressão crescente da água empurra o pistão e comprime o gás. À profundidade d , o equilíbrio exige que a pressão do gás dentro do cilindro seja igual à pressão externa da água, $p_{\text{água}} = p_0 + \rho g d$, onde $p_0 = 1,0 \text{ atm}$ é a pressão na superfície. Desde que o cilindro se movimenta lentamente, o gás permanecerá na mesma temperatura que a água circundante. O valor de T não é importante; tudo de que precisamos é saber que a compressão é isotérmica. Neste caso, uma vez que $T_2/T_1 = 1$,

$$V_2 = V_1 \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2} = V_1 \frac{p_1}{p_2} = V_1 \frac{p_0}{p_0 + \rho g d}$$

A pressão inicial p_0 deve estar em unidades do SI: $p_0 = 1,0 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$. Então, um cálculo imediato resulta em $V_2 = 155 \text{ cm}^3$.

AValiação O volume V_2 é menor do que V_1 . Isso é esperado porque o gás foi comprimido.

PAUSE E PENSE 16.6 Dois cilindros contêm o mesmo número de mols do mesmo gás ideal. Cada cilindro é lacrado por um pistão livre de atrito. Para ter a mesma pressão nos dois cilindros, que pistão você usaria no cilindro 2?



EXEMPLO 16.10 Um processo de múltiplas etapas

Um gás à pressão de 2,0 atm e temperatura de 200°C é inicialmente expandido até que seu volume seja dobrado. Depois, sofre uma compressão isobárica até retornar ao seu volume original. Primeiro, represente este processo em um diagrama pV . Depois, determine a temperatura e a pressão finais.

MODELO Muitos processos práticos com gases ideais consistem de diversos passos básicos realizados em série. Neste caso, o estado final da expansão isotérmica é o estado inicial para uma compressão isobárica.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 16.15 representa o processo. O gás inicia no estado 1 à pressão $p_1 = 2,0$ atm e com o volume V_1 . Conforme ele se expande isotermicamente, o ponto representativo do gás se desloca ao longo de uma isoterma até o volume $V_2 = 2V_1$. A pressão diminui para um valor p_2 menor durante o processo. A seguir, o gás é comprimido à pressão constante p_2 até que seu volume final, V_3 , seja igual ao volume original V_1 . O estado 3 está sobre uma isoterma mais próxima da origem, de modo que esperamos obter $T_3 < T_1$.

RESOLUÇÃO Durante a expansão isotérmica, $T_2/T_1 = 1$ e $V_2 = 2V_1$; logo, a pressão no ponto 2 é

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} = p_1 \frac{V_1}{2V_1} = \frac{1}{2} p_1 = 1,0 \text{ atm}$$

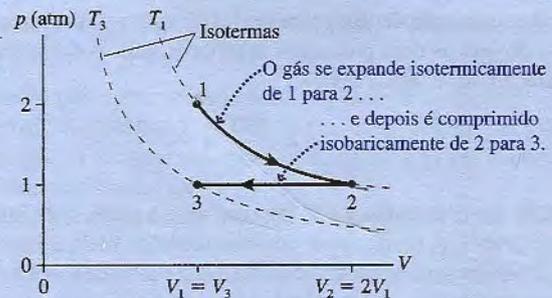


FIGURA 16.15 O diagrama pV para o processo do Exemplo 16.10.

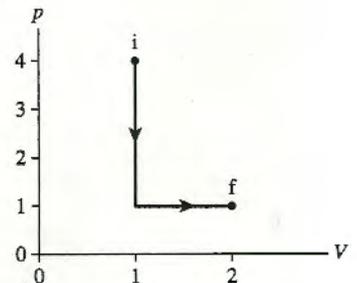
Durante a compressão isobárica, temos $p_3/p_2 = 1$ e $V_3 = V_1 = \frac{1}{2} V_2$, portanto,

$$T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} \frac{V_3}{V_2} = T_2 \frac{1}{2} \frac{V_2}{V_2} = \frac{1}{2} T_2 = 236,5 \text{ K} = -36,5^\circ\text{C}$$

onde convertemos T_2 para 473 K antes de efetuar os cálculos, e depois, convertemos T_3 de volta a °C. O estado final, com $T_3 = -36,5^\circ\text{C}$ e $p_3 = 1,0$ atm, é aquele no qual tanto a pressão quanto a temperatura absoluta equivalem à metade de seus valores originais.

PAUSE E PENSE 16.7 Qual é a razão T_f/T_i para este processo?

- a. $\frac{1}{4}$
- b. $\frac{1}{2}$
- c. 1 (nenhuma variação)
- d. 2
- e. 4
- f. Não há informação suficiente para saber.



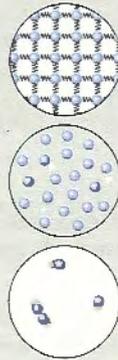
RESUMO

O objetivo do Capítulo 16 foi aprender as características dos sistemas macroscópicos.

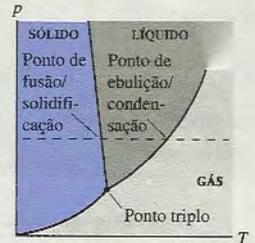
Princípios gerais

As três fases da matéria

Sólida	Forma definida, material rígido. Praticamente incompressível.
Líquida	Moléculas fracamente unidas por ligações moleculares, porém capazes de se movimentar. Praticamente incompressível.
Gasosa	Moléculas que se movem livremente pelo espaço. Compressível.



Diferentes fases coexistem sob condições diferentes de temperatura T e de pressão p . As fronteiras que separam as regiões de um diagrama de fase são linhas de equilíbrio de fase. Quaisquer quantidades de matéria podem coexistir em equilíbrio nas duas fases. O **ponto triplo** corresponde ao único valor de temperatura e de pressão para os quais todas as fases coexistem em equilíbrio.



Conceitos importantes

Modelo de gás ideal

- Átomos e moléculas são esferas pequenas e rígidas que se deslocam livremente no espaço, exceto por eventuais colisões uns com os outros ou com as paredes.
- O modelo é válido quando a densidade for baixa e a temperatura estiver bem acima do ponto de condensação.



Lei dos gases ideais

As **variáveis de estado** do gás ideal estão relacionadas pela lei dos gases ideais,

$$pV = nRT \text{ ou } pV = Nk_B T$$

onde $R = 8,31 \text{ J/mol K}$ é a constante universal dos gases e $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ é a constante de Boltzmann.

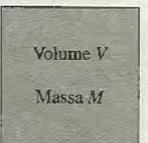
As variáveis p , V e T *devem* estar em unidades do SI (Pa, m^3 e K, respectivamente). Para um gás contido em um recipiente lacrado, em que n é constante:

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

Contando átomos e mols

Uma amostra macroscópica de matéria consiste em N átomos (ou moléculas), cada qual de massa m (a **massa atômica** ou **molecular**):

$$N = \frac{M}{m}$$



De forma alternativa, podemos dizer que a amostra consiste de n **mols**:

$$n = \frac{N}{N_A} \text{ ou } \frac{M(\text{em gramas})}{M_{\text{mol}}}$$

A constante $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ é o **número de Avogadro**.

O valor numérico da massa molar M_{mol} , expressa em g/mol, é igual ao valor numérico da massa atômica ou molecular m em u. O valor da massa atômica ou molecular m , em unidades de massa atômica u, é bem próximo do **número de massa atômica** A:

$$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

A **concentração** de uma amostra é $\frac{N}{V}$.

Aplicações

Escalas de temperatura

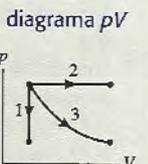
$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32^\circ \quad T_K = T_C + 273$$

A escala de temperatura Kelvin se baseia:

- No zero absoluto correspondente a $T_0 = 0 \text{ K}$
- No ponto triplo da água correspondente a $T_3 = 273,16 \text{ K}$

Três processos básicos com um gás

1. **Isocórico**, ou a volume constante
2. **Isobárico**, ou a pressão constante
3. **Isotérmico**, ou a temperatura constante



Termos e notação

sistema macroscópico	número de massa atômica, A	escala de temperatura absoluta	constante de Boltzmann, k_B
propriedades volumétricas	massa atômica	ponto de fusão	CNTP
conexão micro/macro	unidade de massa atômica, u	ponto de solidificação	processo com gás ideal
fase	massa molecular	equilíbrio de fases	diagrama pV
mudança de fase	mol, n	ponto de condensação	processo quase-estático
sólido	gás monoatômico	ponto de ebulição	processo isocórico
cristal	gás diatômico	diagrama de fase	processo isobárico
sólido amorfo	número de Avogadro, N_A	sublimação	processo isotérmico
líquido	massa molar, M_{mol}	ponto crítico	isoterma
gás	temperatura, T	ponto triplo	
variável de estado	termômetro de gás a volume constante	gás ideal	
equilíbrio térmico	lei dos gases ideais	constante universal dos gases, R	
concentração, N/V	zero absoluto, T_0		



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

- Ordene em seqüência crescente as temperaturas $T_1 = 0 \text{ K}$, $T_2 = 0^\circ\text{C}$ e $T_3 = 0^\circ\text{F}$.
- Em um experimento, uma amostra está inicialmente a 10°C . Se a temperatura da amostra for dobrada, qual será a nova temperatura em $^\circ\text{C}$?
- Existe uma temperatura mais alta na qual o gelo pode existir? Em caso afirmativo, qual é ela? Em caso negativo, por que não?
 - Existe uma temperatura mais baixa na qual o vapor d'água pode existir? Em caso afirmativo, qual é ela? Em caso negativo, por que não?
- Um aqunauta vive em um apartamento submerso a 100 m da superfície do oceano. Compare as temperaturas dos pontos de solidificação e de ebulição da água no apartamento do aqunauta com os correspondentes valores na superfície. Eles são maiores, menores ou iguais? Explique.
- Uma amostra de vapor d'água em um cilindro fechado tem pressão inicial de 500 Pa à temperatura inicial de $-0,01^\circ\text{C}$. Um pistão comprime a amostra cada vez mais, sem parar. Descreva o que acontece com a água enquanto a compressão prossegue.
 - Responda novamente à pergunta do item anterior considerando agora que a temperatura inicial seja $0,03^\circ\text{C}$ maior.



FIGURA Q16.6

- Um gás se encontra em um recipiente lacrado. Por qual fator a pressão do gás se alterará se:
 - O volume for dobrado e a temperatura for triplicada?
 - O volume for reduzido à metade e a temperatura for triplicada?

- Um gás se encontra em um recipiente lacrado. Por qual fator a temperatura do gás se alterará se:
 - O volume for dobrado e a pressão for triplicada?
 - O volume for reduzido à metade e a pressão for triplicada?
- Um gás encontra-se num recipiente vedado. A pressão do gás é triplicada e a temperatura é dobrada.
 - O que acontece com o número de mols de gás no recipiente?
 - O que acontece com a concentração do gás no recipiente?
- Um gás é submetido ao processo representado na FIGURA Q16.10. Por qual fator a temperatura se altera?

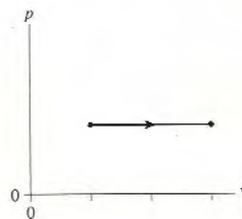


FIGURA Q16.10

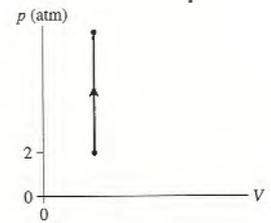


FIGURA Q16.11

- Conforme um gás é submetido ao processo mostrado na FIGURA Q16.11, sua temperatura aumenta de 300 K para 1.200 K. Qual é a pressão final?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 16.1 Sólidos, líquidos e gases

- 1.I Qual é o volume de água que possui a mesma massa que $2,0 \text{ m}^3$ de chumbo?
- 2.II O núcleo de um átomo de urânio tem diâmetro de $1,5 \times 10^{-14} \text{ m}$ e massa de $4,0 \times 10^{-25} \text{ kg}$. Qual é a densidade do núcleo?
- 3.II Qual é o diâmetro de uma esfera de cobre com a mesma massa de um cubo de alumínio com dimensões $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$?
- 4.II Uma esfera oca de alumínio tem diâmetro externo de $10,0 \text{ cm}$ e massa de 690 g . Qual é o diâmetro interno dessa esfera?

Seção 16.2 Átomos e mols

- 5.II Quantos átomos existem em um cubo de alumínio de $2,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm}$?
- 6.II Quantos mols existem em um cubo de cobre de $2,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm}$?
- 7.I Qual é a concentração do (a) alumínio e (b) chumbo?
- 8.I Certo elemento, em sua fase sólida, possui massa específica de 1750 kg/m^3 e concentração de $4,39 \times 10^{28}$ átomos/ m^3 . Qual é o número de massa atômica do elemento?
- 9.II Uma amostra de $1,0 \text{ mol}$ de ouro é modelada em forma de uma esfera. Qual é o diâmetro dessa esfera?
- 10.II Que volume de alumínio contém o mesmo número de átomos que 10 cm^3 de mercúrio?

Seção 16.3 Temperatura

Seção 16.4 Mudanças de fase

- 11.I As menores e maiores temperaturas naturais já registradas na Terra são de -127°F , na Antártica, e de 136°F na Líbia. Quanto vale cada uma dessas temperaturas em $^\circ\text{C}$ e em K ?
- 12.I Para que temperatura o valor numérico em $^\circ\text{F}$ é igual ao valor numérico em $^\circ\text{C}$?
- 13.II Um cientista louco cria uma nova escala de temperatura, a "escala Z". Ele escolhe a temperatura do ponto de ebulição do nitrogênio como 0°Z e a temperatura do ponto de fusão do ferro como 1000°Z .
 - a. Qual é o ponto de ebulição da água na escala Z?
 - b. Converta 500°Z para graus Celsius e para kelvins.
- 14.I Quais são a temperatura em $^\circ\text{F}$ e a pressão em Pa do ponto triplo (a) da água e (b) do dióxido de carbono?

Seção 16.5 Gases ideais

- 15.I Uma amostra de $3,0 \text{ mol}$ de gás à temperatura de -120°C preenche um recipiente de $2,0 \text{ L}$. Qual é a pressão do gás?
- 16.I Um cilindro contém $4,0 \text{ g}$ de nitrogênio gasoso. Um pistão comprime o gás até a metade de seu volume inicial. Depois disso,
 - a. A massa específica do gás foi alterada? Em caso afirmativo, por qual fator? Em caso negativo, por que não?
 - b. O número de mols do gás foi alterado? Em caso afirmativo, por qual fator? Em caso negativo, por que não?
- 17.II Um recipiente rígido armazena $2,0 \text{ mols}$ de gás à pressão de $1,0 \text{ atm}$ e à temperatura de 30°C .
 - a. Qual é o volume do recipiente?

- b. Qual será a pressão se a temperatura subir para 130°C ?
- 18.II Um gás a 100°C ocupa um volume V_0 . Com a pressão mantida constante, qual será o volume (a) se a temperatura Celsius for dobrada e (b) se a temperatura Kelvin for dobrada?
- 19.I Um tanque de ar comprimido tem 15 cm de diâmetro e 50 cm de altura. A pressão a 20°C é de 150 atm .
 - a. Quantos mols de ar há no tanque?
 - b. Que volume este ar ocuparia nas CNTP?
- 20.II Um cilindro de 20 cm de diâmetro e 40 cm de comprimento contém 50 g de gás oxigênio a 20°C .
 - a. Quantos mols de oxigênio há no cilindro?
 - b. Quantas moléculas de oxigênio há no cilindro?
 - c. Qual é a concentração do oxigênio?
 - d. Quanto marcaria um manômetro acoplado ao cilindro?
- 21.II Um cilindro contendo hélio gasoso, com 10 cm de diâmetro e 30 cm de comprimento, está a 20°C . O manômetro marca 120 psi .
 - a. Quantos átomos de hélio há no cilindro?
 - b. Qual é a massa do hélio?
 - c. Qual é a concentração do hélio?
 - d. Qual é a massa específica do hélio?

Seção 16.6 Processos com gás ideal

- 22.I Um gás com variáveis iniciais de estado p_1 , V_1 e T_1 sofre uma expansão isotérmica até que $V_2 = 2V_1$. Quanto vale (a) T_2 e (b) p_2 ?
- 23.I Um gás com variáveis iniciais de estado p_1 , V_1 e T_1 sofre um resfriamento isocórico até que $p_2 = \frac{1}{3}p_1$. Quanto vale (a) V_2 e (b) T_2 ?
- 24.II Um recipiente rígido armazena gás hidrogênio à pressão de $3,0 \text{ atm}$ e a uma temperatura de 2°C . Qual será a pressão se a temperatura for elevada para 10°C ?
- 25.II Uma esfera rígida dispõe de uma válvula que pode ser aberta ou fechada. Com a válvula aberta e em uma peça onde a pressão do ar é de $1,0 \text{ atm}$, a esfera é colocada em água fervente. Após um longo período de tempo, a válvula é fechada. Qual será a pressão no interior da esfera se ela for colocada (a) em uma mistura de gelo e água e (b) em uma caixa com isolamento térmico preenchida com gelo seco?
- 26.II Um cilindro vertical de 24 cm de diâmetro é lacrado na parte superior por um pistão sem atrito de 20 kg . O pistão encontra-se 84 cm acima do fundo quando a temperatura do gás é de 303°C .
 - a. Qual é a pressão de gás dentro do cilindro?
 - b. Qual será a pressão e a altura do pistão se a temperatura for baixada para 15°C ?
- 27.II Uma amostra de $0,10 \text{ mol}$ de gás argônio é introduzida em um recipiente de 50 cm^3 , a 20°C , que fora previamente evacuado. O gás, então, é submetido a aquecimento isocórico até uma temperatura final de 300°C .
 - a. Qual é a pressão final do gás?
 - b. Represente o processo em um diagrama pV . Indique uma escala adequada para cada um dos dois eixos.
- 28.I Uma amostra de $0,10 \text{ mol}$ de gás argônio é introduzida em um recipiente de 50 cm^3 a 20°C . O gás é, então, submetido a aquecimento isobárico a uma temperatura de 300°C .
 - a. Qual é o volume final do gás?
 - b. Represente o processo num diagrama pV . Indique uma escala adequada para cada um dos dois eixos.

29. II Uma amostra de 0,10 mol de gás argônio entra num recipiente evacuado de 50 cm^3 , a 20°C . O gás, então, é submetido a uma expansão isotérmica até ocupar um volume final de 200 cm^3 .

a. Qual é a pressão final do gás?
b. Represente o processo em um diagrama pV . Indique uma escala adequada para cada um dos dois eixos.

30. I Uma amostra de 0,0040 mol de gás sofre o processo mostrado na FIGURA EX16.30.

a. Que tipo de processo é este?
b. Quais são as temperaturas inicial e final, em $^\circ\text{C}$?

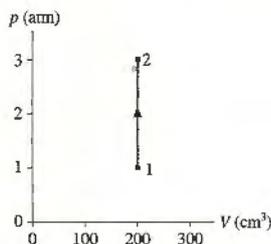


FIGURA EX16.30

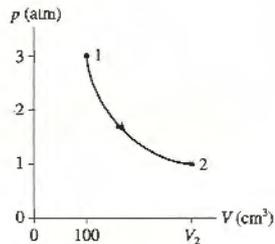


FIGURA EX16.31

31. II Uma amostra de 0,0040 mol de gás é submetida ao processo mostrado na FIGURA EX16.31.

a. Que tipo de processo é este?
b. Qual é a temperatura final em $^\circ\text{C}$?
c. Qual é o volume final V_2 ?

32. II Um gás à temperatura inicial de 900°C sofre o processo mostrado na FIGURA EX16.32.

a. Que tipo de processo é este?
b. Qual é a temperatura final em $^\circ\text{C}$?
c. Quantos mols de gás há na amostra?

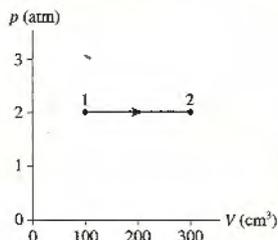


FIGURA EX16.32

Problemas

33. II O número de massa atômica do cobre é $A = 64$. Suponha que os átomos do cobre sólido formem uma estrutura molecular de cristal cúbico. Para visualizar isso, imagine que você insira átomos nos centros de minúsculos cubos como os de açúcar e, depois, empilhe os cubos de modo a formar um cubo grande. Se você dissolver o açúcar, os átomos que ficaram estarão distribuídos em uma estrutura cristalina cúbica. Qual é a menor distância entre dois átomos de cobre?
34. II Em sua fase sólida, certo elemento tem uma estrutura cristalina cúbica (ver Problema 33) e massa específica de 7.950 kg/m^3 . O menor espaçamento entre dois átomos adjacentes é de $0,227 \text{ nm}$. Qual é o número de massa atômica do elemento?
35. II A massa molecular da água (H_2O) é $A = 18$. Quantos prótons existem em 1,0 L de água líquida?
36. II Estime a concentração de moléculas do gás da atmosfera terrestre ao nível do mar.

37. II A coroa solar é uma espécie de atmosfera muito quente que circunda a superfície visível do Sol. Emissões de raio X provenientes da coroa revelam que sua temperatura é de aproximadamente $2 \times 10^6 \text{ K}$. A pressão do gás na coroa solar é de aproximadamente 0,03 Pa. Estime a concentração de partículas na coroa solar.

38. II Com a atual tecnologia a vácuo consegue-se atingir uma pressão de $1,0 \times 10^{-10} \text{ mm de Hg}$. A tal pressão, e a uma temperatura de 20°C , quantas moléculas existem em 1 cm^3 ?

39. II A indústria de semicondutores fabrica circuitos integrados em grandes câmaras a vácuo, onde a pressão é de apenas $1,0 \times 10^{-10} \text{ mm de Hg}$.

a. A que fração da pressão atmosférica isso corresponde?
b. A $T = 20^\circ\text{C}$, quantas moléculas existem em uma câmara a vácuo cilíndrica com 40 cm de diâmetro e 30 cm de altura?

40. II Uma nebulosa – região de uma galáxia onde novas estrelas estão em formação – contém um gás muito tênue com 100 átomos/cm^3 . Este gás é aquecido a 7500 K por radiação ultravioleta proveniente de estrelas próximas. Qual é a pressão do gás em atm?

41. II A câmara de um pneu de bicicleta tem 2,2 cm de diâmetro e circunferência de 200 cm. Um pequeno vazamento faz com que a pressão manométrica diminua de 110 psi para 80 psi em um dia com temperatura de 20°C . Que massa de ar é perdida? Suponha que o ar seja nitrogênio puro.

42. II Em média, no mundo industrializado, cada pessoa é responsável pela emissão de 10.000 kg de dióxido de carbono (CO_2) a cada ano. Isso inclui o CO_2 que você gera diretamente, queimando combustíveis fósseis para operar seu carro ou uma fornalha, bem como o CO_2 gerado para seu conforto em estações geradoras de energia elétrica e em fábricas de produção. O CO_2 é um dos gases causadores do efeito estufa, contribuindo para o aquecimento global. Se você pudesse armazenar suas emissões anuais de CO_2 em um cubo mantido nas CNTP, qual teria de ser o comprimento de cada lado do cubo?

43. II Um gás a 25°C e à pressão atmosférica preenche um cilindro. O gás, então, é transferido para um novo cilindro, de volume três vezes maior, e, em seguida, a pressão é reduzida para a metade de seu valor original. Qual é a nova temperatura do gás em $^\circ\text{C}$?

44. II Em um dia quente em que faz 35°C , você transpira 1,0 kg de água durante seu treino na academia.

a. Que volume é ocupado pela água evaporada?
b. Por qual fator o volume é maior do que aquele ocupado por uma massa correspondente de água líquida?

45. II Uma amostra de 10.000 cm^3 de vapor a 200°C e a uma pressão de 20 atm é resfriada até condensar inteiramente. Qual é o volume de água líquida? Expresse sua resposta em cm^3 .

46. II Em uma usina geradora de energia elétrica, a água é fervida a fim de produzir vapor em alta pressão. O vapor faz girar uma turbina que, por sua vez, está acoplada ao gerador.

a. Quantos litros de água devem ser fervidos de modo a encher de vapor, a 50 atm e 400°C , uma caldeira de $5,0 \text{ m}^3$?
b. A pressão do vapor é reduzida para 2,0 atm, e sua temperatura, para 150°C , à medida que ele sai de uma turbina. Que volume ele ocupa no final?

47. II Em uma manhã fria em que a temperatura é de 15°C , você mede a pressão nos pneus de seu carro e verifica que ela é de 30 psi. Após dirigir 32 km na estrada, a temperatura dos pneus passou para 45°C . Que pressão seu medidor marcaria agora?

48. II A temperatura e a pressão do ar em um laboratório são de 20°C e 1,0 atm. Um recipiente de 1,0 L encontra-se inicialmente aberto. O recipiente, então, é vedado e colocado em um banho de água fervente. Após atingir o equilíbrio térmico, o recipiente é aberto. Quantos mols de ar escapam dele?

49. I O volume interno de um termômetro de gás a pressão constante é diretamente proporcional à temperatura absoluta do gás. Um termômetro a pressão constante é calibrado ajustando-se seu volume para 1000 mL enquanto ele é mantido em contato com uma célula de referência que se encontra no ponto triplo da água. Quando o termômetro é colocado em contato com certa amostra, seu volume aumenta para 1638 mL. Qual é a temperatura da amostra?

50. II O manômetro de mercúrio mostrado na FIGURA P16.50 está acoplado a uma célula de gás. A altura h do mercúrio do manômetro é de 120 mm quando a célula é mantida imersa em uma mistura de gelo e água e diminui para 30 mm quando o aparelho é mantido em um congelador industrial. Qual é a temperatura do congelador?

Dica: O tubo direito do manômetro é muito mais estreito do que o tubo esquerdo. Que suposição razoável pode ser feita acerca do volume do gás?

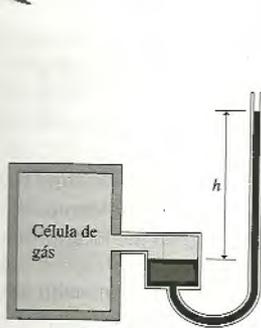


FIGURA P16.50

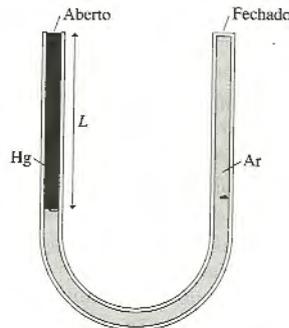


FIGURA P16.51

51. II O tubo em forma de U na FIGURA P16.51 tem comprimento total de 1,0 m. Ele é aberto em uma das extremidades e fechado na outra, estando inicialmente cheio com ar a 20°C e 1 atm. Derramase lentamente mercúrio na extremidade aberta sem deixar escapar nenhum ar, comprimindo o gás. Isso continua até que o lado aberto do tubo fique completamente preenchido com mercúrio. Qual é o comprimento L da coluna de mercúrio?

52. II A 50 m de profundidade em água potável a 10°C, um mergulhador exala uma bolha com 1 cm de diâmetro. Qual será o diâmetro da bolha assim que ela chegar à superfície do lago, onde a temperatura da água é de 20°C?

Dica: Suponha que a bolha de ar esteja sempre em equilíbrio térmico com a água circundante.

53. II Sabe-se que um cilindro de ar comprimido falha se a pressão excede 110 atm. O cilindro é enchido com ar a 25 atm quando a temperatura é de 20°C e é armazenado em um depósito. Infelizmente, o depósito pega fogo e a temperatura atinge 950°C. O cilindro explode?

54. II Reproduza a FIGURA P16.54 em um pedaço de papel. Um gás inicia à pressão p_1 e com um volume V_1 . Represente na figura o processo no qual o gás passa primeiro por um processo isocórico que dobra a sua pressão, depois por um processo isobárico que dobra o seu volume e, finalmente, por um processo isotérmico que novamente dobra o seu volume. Represente cada um desses três processos no diagrama pV .

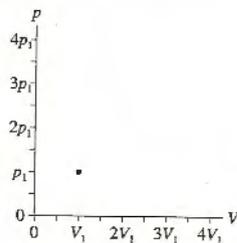


FIGURA P16.54

55. II Reproduza a FIGURA P16.55 em um pedaço de papel. Um gás inicia à pressão p_1 e com um volume V_1 . Represente na figura o processo em que o gás passa primeiro por um processo isotérmico no qual seu volume é reduzido à metade, depois por um processo isocórico no qual a pressão é reduzida à metade, seguido por um processo isobárico no qual o volume é dobrado. Represente cada um desses processos no diagrama pV .

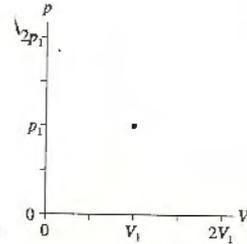


FIGURA P16.55

56. II Uma amostra de 8,0 g de hélio gasoso sofre o processo múltiplo 1 → 2 → 3 representado na FIGURA P16.56. Determine os valores de V_1 , V_3 , p_2 e T_3 .

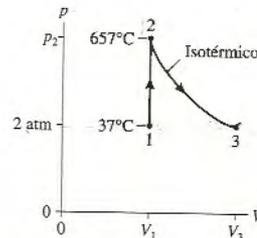


FIGURA P16.56

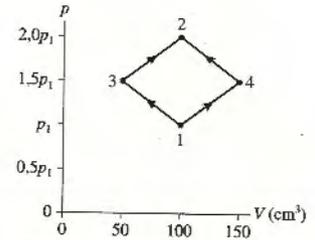


FIGURA P16.57

57. II A FIGURA P16.57 mostra dois processos diferentes através dos quais 1,0 g de gás nitrogênio passa do estado 1 para o estado 2. A temperatura no estado 1 é de 25°C. Quanto valem (a) a pressão p_1 e (b) as temperaturas T_2 , T_3 e T_4 (em °C)?

58. II A FIGURA P16.58 mostra dois processos diferentes através dos quais 80 mols de um gás passam do estado 1 para o estado 2. A linha tracejada é uma isoterma.

- Qual é a temperatura do processo isotérmico?
- Que temperatura máxima é atingida ao longo do processo em linha reta?

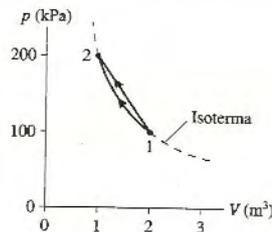


FIGURA P16.58

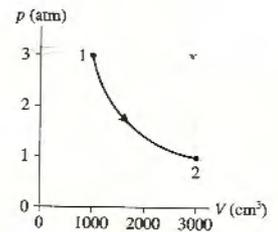


FIGURA P16.59

59. II Uma amostra de 0,10 mol de um gás sofre o processo 1 → 2 representado na FIGURA P16.59.

- Quais são as temperaturas T_1 e T_2 (em °C)?
- Que tipo de processo é este?
- O gás é submetido a um aquecimento isocórico a partir do ponto 2 até que a pressão retorne ao valor que tinha no ponto 1. Qual é a temperatura final do gás?

60. || Uma amostra de 0,0050 mol de um gás sofre o processo 1 → 2 → 3 representado na FIGURA P16.60 Quanto valem (a) a temperatura T_1 , (b) a pressão p_2 e (c) o volume V_3 ?

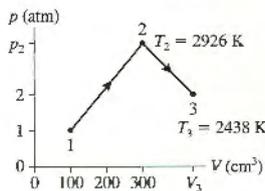


FIGURA P16.60

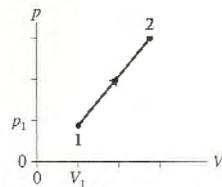


FIGURA P16.61

61. || Uma amostra de 4,0 g de gás oxigênio, inicialmente a 20°C, sofre o processo 1 → 2 representado na FIGURA P16.61 Qual é a temperatura T_2 (em °C)?
62. || Uma amostra de 10 g de gelo seco (CO_2 sólido) é colocada em um recipiente de 10.000 cm^3 , e em seguida, todo o ar é rapidamente removido e o recipiente é lacrado. O recipiente é aquecido a 0°C, uma temperatura na qual CO_2 é um gás.
- Qual é a pressão do gás? Expresse sua resposta em atm. O gás, então, passa por uma expansão isotérmica que eleva sua pressão para 3,0 atm, seguida imediatamente por uma compressão isobárica que reduz o volume para 1000 cm^3 .
 - Qual é a temperatura final do gás (em °C)?
 - Represente o processo em um diagrama pV .
63. || Um recipiente contendo um gás à pressão de 2,0 atm e à temperatura de 127°C é comprimido até que seu volume se reduza à metade. A seguir, o gás é comprimido a pressão constante até que o volume seja novamente reduzido à metade.
- Quanto valem a pressão e a temperatura final do gás?
 - Represente o processo em um diagrama pV .
64. || Cinco gramas de gás nitrogênio, inicialmente a 3,0 atm e 20°C, sofrem uma expansão isobárica até que o volume seja triplicado.
- Qual é o volume do gás após a expansão?
 - Qual é a temperatura final do gás (em °C)?
- A seguir, a pressão do gás é reduzida, a volume constante, até que a temperatura original seja novamente atingida.
- Qual é a pressão do gás após esta redução?
- Finalmente, o gás é comprimido isotermicamente até retornar ao volume inicial.
- Qual é a pressão final do gás?
 - Represente o processo completo, em três etapas, em um diagrama pV . Use escalas adequadas para os dois eixos.

Nos Problemas de 65 a 68 você receberá uma ou mais equações para usar na resolução de um problema. Para cada caso, você deve:

- Redigir um problema realista para o qual a(s) equação(ões) seja(m) adequada(s).
- Desenhar um diagrama pV .
- Solucionar o problema proposto.

65. $p_2 = \frac{300 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3} \times 1 \times 2 \text{ atm}$

66. $(T_2 + 273) \text{ K} = \frac{200 \text{ kPa}}{500 \text{ kPa}} \times 1 \times (400 + 273) \text{ K}$

67. $V_2 = \frac{(400 + 273) \text{ K}}{(50 + 273) \text{ K}} \times 1 \times 200 \text{ cm}^3$

68. $(2,0 \times 101.300 \text{ Pa})(100 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = n(8,31 \text{ J/mol K})T_1$

$$n = \frac{0,12 \text{ g}}{20 \text{ g/mol}}$$

$$T_2 = \frac{200 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3} \times 1 \times T_1$$

Problemas desafiadores

69. O pistão de chumbo de 50 kg mostrado na FIGURA PD16.69 flutua em 0,12 mol de ar comprimido.

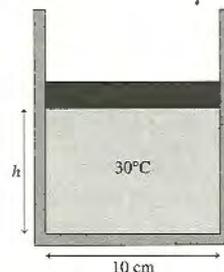


FIGURA PD16.69

- Qual será a altura h do pistão se a temperatura for de 30°C?
- Ao longo de que distância o pistão será deslocado se a temperatura aumentar em 100°C?

70. Um sino de mergulho é um cilindro de 3,0 m de altura fechado na extremidade superior e aberto na extremidade inferior. A temperatura do ar dentro do sino é de 20°C. Ele é mergulhado no oceano até que sua extremidade inferior fique a 100 m de profundidade. A essa profundidade, a temperatura da água é de 10°C.

- A que altura a água subirá dentro do sino após ter transcorrido tempo suficiente para que o ar interno atinja o equilíbrio térmico?
 - Uma mangueira de ar comprimido será utilizada para expelir toda a água do sino. Qual é o mínimo valor de pressão do ar a ser usado para isso?
71. O cano de 3,0 m de comprimento da FIGURA PD16.71 é fechado na extremidade superior. Ele é lentamente empurrado para baixo na água até que sua extremidade superior fique no nível da superfície da água. Qual é o comprimento L do volume de ar aprisionado?

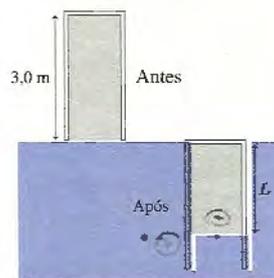


FIGURA PD16.71

72. O cilindro da FIGURA PD16.72 dispõe de um pistão móvel acoplado a uma mola. A área da seção transversal do cilindro é de 10 cm^2 , ele contém 0,0040 mol de um gás e a constante elástica da mola é de 1500 N/m. A 20°C, a mola não está nem comprimida nem esticada. Em quanto a mola será comprimida se a temperatura do gás aumentar para 100°C?

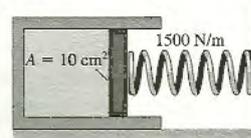


FIGURA PD16.72

73. Os recipientes A e B da FIGURA PD16.73 contêm os mesmos gases. O volume de B é quatro vezes maior do que o de A. Os dois recipientes estão conectados por um tubo fino (de volume desprezível) e por uma válvula, que está fechada. O gás em A está a 300 K e à pressão de $1,0 \times 10^5$ Pa. O gás em B está a 400 K e à pressão de $5,0 \times 10^5$ Pa. Aquecedores manterão inalteradas as temperaturas de A e de B mesmo após a válvula ter sido aberta.
- Depois que a válvula for aberta, o gás fluirá para um lado ou para outro até que A e B fiquem com a mesma pressão. Quanto vale essa pressão final?
 - Este processo é reversível ou irreversível? Explique.

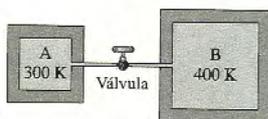
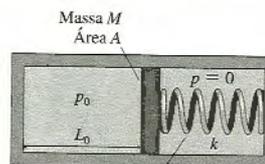


FIGURA PD16.73

74. O cilindro fechado da FIGURA PD16.74 possui um pistão de encaixe bem apertado, porém desprovido de atrito, de massa M . O pistão encontra-se em equilíbrio quando a pressão na câmara da esquerda


 FIGURA PD16.74 Comprimida em ΔL

for p_0 e seu comprimento for L_0 , com a mola à direita comprimida em ΔL .

- Expresse ΔL em função de p_0 , L_0 , A , M e k .
- Suponha que o pistão seja deslocado para a direita em uma pequena distância x . Obtenha uma expressão para a força resultante $(F_x)_{res}$ exercida sobre o pistão. Considere que todos os movimentos sejam realizados com suficiente lentidão de modo que o gás permaneça à mesma temperatura que sua vizinhança.
- Quando liberado, o pistão oscilará em torno de uma posição de equilíbrio. Considerando que $x \ll L_0$, obtenha uma expressão para o período de oscilação T .

Dica: Use a aproximação binomial.

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 16.1: d. A pressão *diminui* em 20 kPa.

Pare e Pense 16.2: a. O número de átomos depende apenas do número de mols, e não, da substância.

Pare e Pense 16.3: a. As divisões da escala Kelvin são de mesmo tamanho que as da escala Celsius. Uma *variação* de 10°C é igual a uma *variação* de 10 K.

Pare e Pense 16.4: a. No diagrama de fase da água pode-se verificar que, para uma pressão um pouco abaixo da pressão do ponto triplo, a transição sólido/gás ocorre a uma temperatura mais alta do que a transição sólido/líquido em altas pressões. Isso não é verdadeiro para o dióxido de carbono.

Pare e Pense 16.5: c. $T = pV/nR$. Pressão e volume são iguais, mas n é diferente. O número de mols da massa M é $n = M/M_{\text{mol}}$. O hélio, com a menor massa molar, contém um número maior de mols e, portanto, encontra-se à menor temperatura.

Pare e Pense 16.6: b. A pressão é inteiramente determinada pelo peso do pistão que pressiona para baixo. A variação de temperatura altera o volume do gás, mas não, sua pressão.

Pare e Pense 16.7: b. Durante o processo isocórico, em que $p_2/p_1 = 1$, a temperatura diminui por um fator de 4. Durante a expansão isobárica, em que $V_2/V_1 = 1$, a temperatura aumenta por um fator de 2.

17

Trabalho, Calor e a Primeira Lei da Termodinâmica

Esta imagem térmica em cores falsas – uma foto em infravermelho – mostra onde a energia térmica escapa de uma casa.

► Olhando adiante

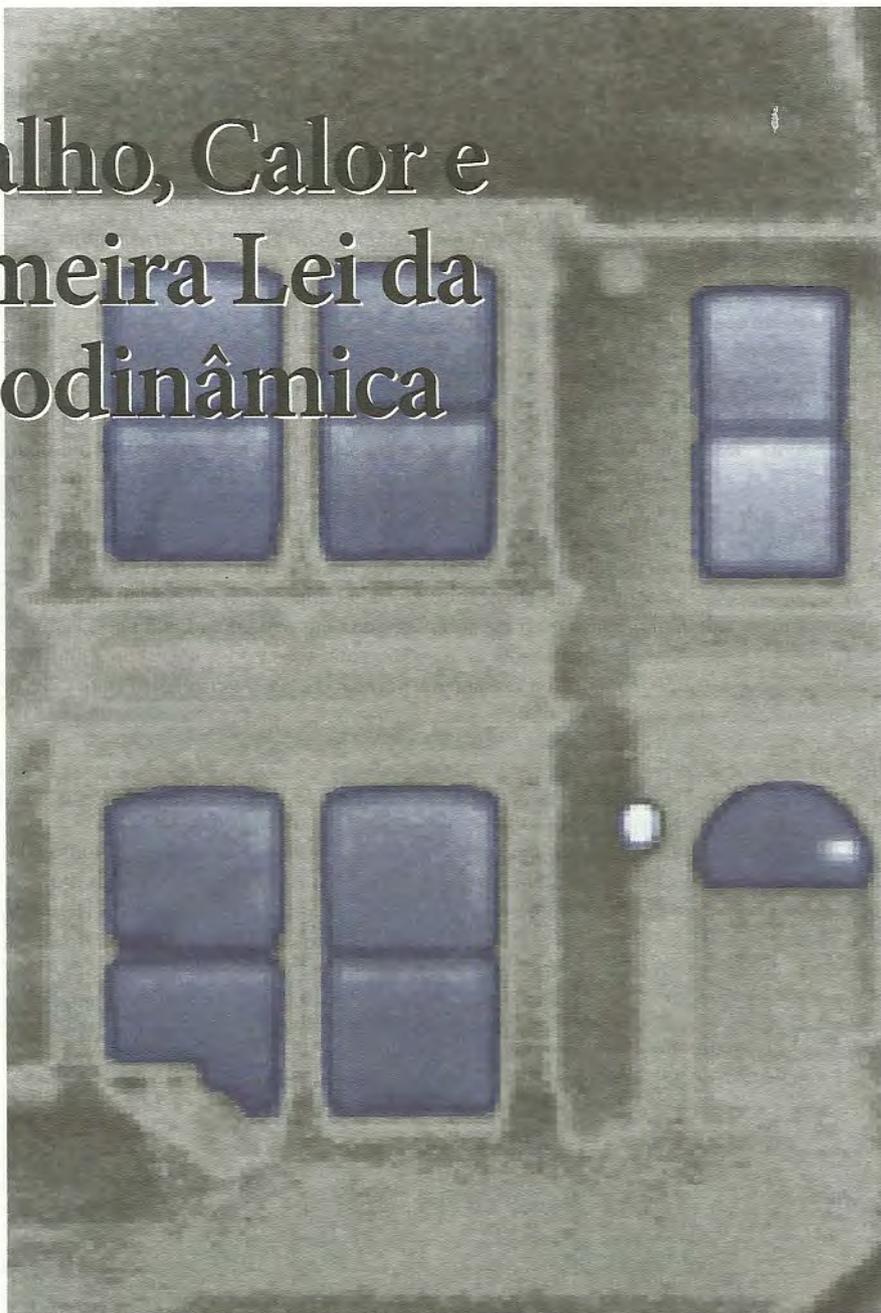
Os objetivos do Capítulo 17 são expandir nosso conhecimento sobre energia e discutir a primeira lei da termodinâmica como um enunciado geral da conservação de energia. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Compreender as transferências de energia conhecidas como *trabalho* e *calor*.
- Usar a primeira lei da termodinâmica.
- Calcular o trabalho e o calor para processos com gases ideais.
- Usar o calor específico e o calor latente em aplicações práticas de calorimetria.
- Compreender os processos adiabáticos.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo continua o desenvolvimento das idéias sobre a energia do Capítulo 11. Muitos dos exemplos dependem das propriedades dos gases ideais. Revise:

- Seção 11.4 Trabalho
- Seção 11.7 e 11.8 Conservação da energia
- Seções 16.4–16.6 Mudanças de fase e gases ideais



A Revolução Industrial foi movida pelo motor a vapor. O calor da queima do carvão ou da madeira era usado para ferver água e produzir vapor em alta pressão. Ao se expandir, o vapor empurrava um pistão que, por meio de uma série de engrenagens e alavancas, girava rodas de pás, fazia o maquinário funcionar e até mesmo impulsionava pesadas locomotivas. Os humanos haviam usado o calor por anos em suas atividades, da culinária à metalurgia, porém o motor a vapor significou a primeira vez na história da humanidade em que o calor foi utilizado para realizar trabalho.

Neste capítulo, nosso objetivo é investigar a relação entre trabalho e calor em sistemas macroscópicos. Trabalho e calor são *transferências de energia* entre um sistema e sua vizinhança, portanto estaremos dando prosseguimento ao desenvolvimento dos conceitos de energia que iniciamos nos Capítulos 10 e 11. Além disso, queremos entender como *varia* o estado de um sistema em resposta ao trabalho e ao calor. Essas duas idéias, a de transferência de energia e a de mudança no sistema, estão relacionadas uma com a outra por meio da *primeira lei da termodinâmica*, um poderoso enunciado sobre conservação de energia.

17.1 É tudo uma questão de energia

A idéia central do Capítulo 11 é o teorema trabalho-energia cinética na seguinte forma:

$$\Delta K = W_c + W_{\text{diss}} + W_{\text{ext}} \quad (17.1)$$

A Equação 17.1 significa que a energia cinética de um sistema de partículas sofre variação quando forças realizam trabalho sobre as partículas, empurrando-as ou puxando-as ao longo de uma determinada distância. Aqui

1. W_c é o trabalho realizado pelas forças conservativas. Este trabalho pode ser representado como uma variação da energia potencial do sistema: $\Delta U = -W_c$.
2. W_{diss} é o trabalho realizado pelas forças dissipativas de atrito dentro do sistema. Este trabalho aumenta a energia térmica do sistema: $\Delta E_{\text{term}} = W_{\text{diss}}$.
3. W_{ext} é o trabalho realizado pelas forças externas cuja origem está na vizinhança. A pressão de uma haste de pistão, por exemplo, seria uma força externa.

Com essas definições, a Equação 17.1 assume a forma:

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_{\text{term}} = W_{\text{ext}} \quad (17.2)$$

A energia mecânica de um sistema foi definida como $E_{\text{mec}} = K + U$. A FIGURA 17.1 serve para lembrá-lo de que a energia mecânica está associada ao movimento do sistema como um todo, ao passo que a E_{term} está associada com o movimento dos átomos ou moléculas do sistema. E_{mec} é a energia macroscópica do sistema como um todo, ao passo que E_{term} é a energia microscópica dos átomos corpusculares e das ligações moleculares do tipo mola. Disso resultou nosso enunciado final do Capítulo 11 sobre a energia:

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{term}} = W_{\text{ext}} \quad (17.3)$$

Portanto, a energia total de um sistema isolado, para o qual $W_{\text{ext}} = 0$, mantém-se constante. Essa é essência do princípio de conservação da energia, conforme enunciado no Capítulo 11.

Nos Capítulos 10 e 11, a ênfase recaiu sobre os sistemas isolados. Estávamos então interessados em aprender como a energia potencial e a energia cinética eram transformadas de uma em outra e, quando havia atrito, em energia térmica. Agora queremos nos concentrar em saber como a energia é transferida entre o sistema e sua vizinhança quando W_{ext} não é nulo.

Energia térmica

A energia térmica, visualizada na ampliação da Figura 17.1, é a soma de K_{micro} , a energia cinética de todos os átomos e moléculas em movimento, e U_{micro} , a energia potencial armazenada nas ligações moleculares do tipo mola, ou seja,

$$E_{\text{term}} = K_{\text{micro}} + U_{\text{micro}} \quad (17.4)$$

A energia térmica pode estar escondida de nossa visão macroscópica, mas ela é bem real. Lembre-se, do Capítulo 16, de que a energia térmica está associada à temperatura do sistema.

Estritamente falando, a energia térmica devido ao movimento molecular é apenas uma forma de energia armazenada, em nível microscópico, em um sistema. Por exemplo, o sistema poderia possuir energia química, que pode ser liberada através de reações químicas envolvendo as moléculas do sistema. A energia química é muito importante na termodinâmica para engenharia, onde é necessária para caracterizar processos de combustão. A energia nuclear está armazenada nos núcleos atômicos e pode ser liberada durante o decaimento radioativo. Todas as fontes de energia microscópica são chamadas, em conjunto, de energia interna do sistema:

$$E_{\text{int}} = E_{\text{term}} + E_{\text{quim}} + E_{\text{nuc}} + \dots \quad (17.5)$$

A energia total do sistema, portanto, é $E_{\text{sis}} = E_{\text{mec}} + E_{\text{int}}$. Este livro se concentrará em sistemas termodinâmicos simples, nos quais a energia interna é de origem inteiramente térmica: $E_{\text{int}} = E_{\text{term}}$. Deixaremos as outras formas de energia interna para cursos mais avançados.

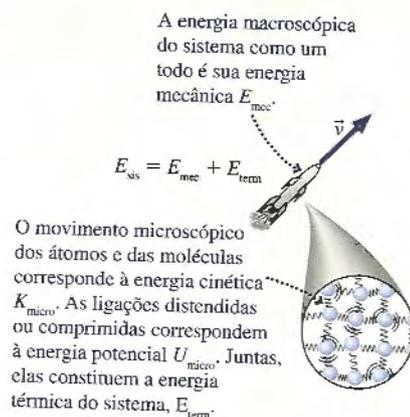
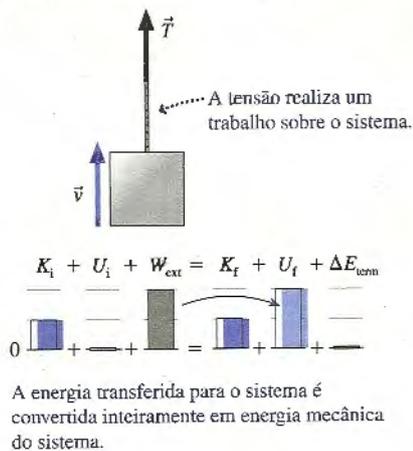


FIGURA 17.1 A energia total de um sistema consiste da energia mecânica macroscópica do sistema como um todo mais a energia térmica microscópica dos átomos.

(a) Levantamento a velocidade constante



(b) Arraste a velocidade constante

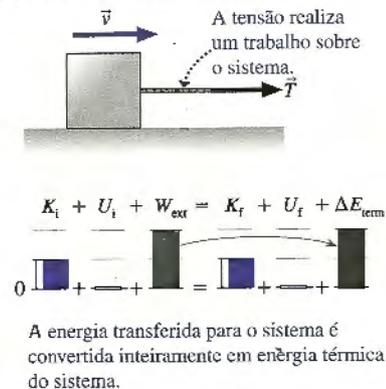


FIGURA 17.2 O trabalho realizado pela tensão pode ter conseqüências muito diferentes.

Transferências de energia

Realizar trabalho sobre um sistema pode ter conseqüências muito diferentes. A FIGURA 17.2a mostra um objeto levantado por uma corda a uma velocidade constante. A tensão na corda é uma força externa que realiza um trabalho W_{ext} sobre o sistema. Neste caso, a energia transferida para o sistema vai diretamente para o aumento da energia potencial macroscópica do sistema U_{grav} , que é parte da energia mecânica. O processo de transferência de energia $W_{ext} \rightarrow E_{mec}$ está representado no gráfico de barras de energia da Figura 17.2a.

Compare este gráfico com o da FIGURA 17.2b onde a mesma corda, com a mesma tensão, arrasta um objeto com velocidade constante ao longo de uma superfície áspera. A tensão realiza o mesmo trabalho, todavia a energia mecânica não sofre variação. Pelo contrário, o atrito aumenta a energia térmica do sistema objeto + superfície. O processo de transferência de energia $W_{ext} \rightarrow E_{term}$ está representado no gráfico de barras de energia da Figura 17.2b.

O objetivo deste exemplo é mostrar que a energia transferida para um sistema pode ir diretamente para a energia mecânica do sistema ou inteiramente para sua energia térmica ou alguma combinação das duas (como quando se arrasta um objeto sobre uma rampa). A energia não é perdida, mas onde ela acaba depende das circunstâncias.

Isso não pode ser tudo

Você pode transferir energia para um sistema por meio do processo mecânico de realização de trabalho sobre o sistema. Mas essa não pode ser a única forma de transferência de energia. O que acontece, por exemplo, quando você coloca uma panela de água no fogão e acende o fogo? A temperatura da água aumenta, portanto $\Delta E_{term} > 0$. No entanto, nenhum trabalho é realizado neste caso ($W_{ext} = 0$) e não ocorre variação da energia mecânica da água ($\Delta E_{mec} = 0$). Este processo, claramente, viola a equação da energia $\Delta E_{mec} + \Delta E_{term} = W_{ext}$. O que há de errado?

Não há nada de errado. A equação de energia está correta dentro de sua faixa de validade, porém ela está incompleta. O trabalho é a energia transferida em uma interação mecânica, mas esta não é a única forma pela qual um sistema pode interagir com sua vizinhança. A energia também pode ser transferida entre o sistema e o ambiente se eles tiverem uma interação térmica. A energia transferida em uma interação térmica é chamada de calor.

O símbolo para o calor é Q . Quando o calor é incluído, a equação de energia torna-se

$$\Delta E_{sis} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{term} = W + Q \tag{17.6}$$

Calor e trabalho, agora em pé de igualdade, são transferências de energia entre o sistema e a vizinhança.

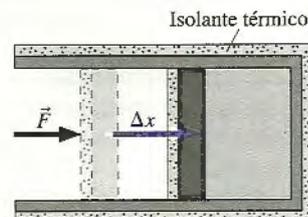
NOTA ▶ Descartamos o subscrito “ext” de W . O trabalho que consideramos em termodinâmica é sempre o trabalho realizado pela vizinhança sobre o sistema. Não precisamos distinguir este trabalho de W_c ou de W_{diss} , de modo que o subscrito é supérfluo. ◀

Retornaremos à Eqnação 17.6 na Seção 17.4, após analisarmos como o trabalho é calculado para processos realizados com um gás ideal e qual é o significado do calor.

PIRE-E PENSE

Um cilindro cheio de gás e um pistão são revestidos por um forte isolamento térmico. O pistão é empurrado para dentro do cilindro, comprimindo o gás. Neste processo, a temperatura do gás:

- Anumenta.
- Diminui.
- Não se altera.
- Não há informações suficientes para saber.



17.2 Trabalho em processos com um gás ideal

Introduzimos a idéia de *trabalho* no Capítulo 11. O **trabalho** é uma transferência de energia entre um sistema e a vizinhança quando existe uma força resultante exercida sobre o sistema ao longo de uma determinada distância. O processo em si é uma **interação mecânica**, o que significa que o sistema e o ambiente interagem através de puxões e empurrões macroscópicos. Informalmente falando, dizemos que a vizinhança (ou uma força particular exercida pela vizinhança) “realiza trabalho” sobre o sistema. Um sistema encontra-se em **equilíbrio mecânico** quando não houver força resultante exercida sobre ele.

A **FIGURA 17.3** lembra você de que o trabalho pode ser tanto positivo quanto negativo. O **sinal algébrico do trabalho não é, simplesmente, uma convenção arbitrária, tampouco tem a ver com a escolha do sistema de coordenadas.** Em vez disso, ele nos informa sobre o sentido em que se dá a transferência de energia.

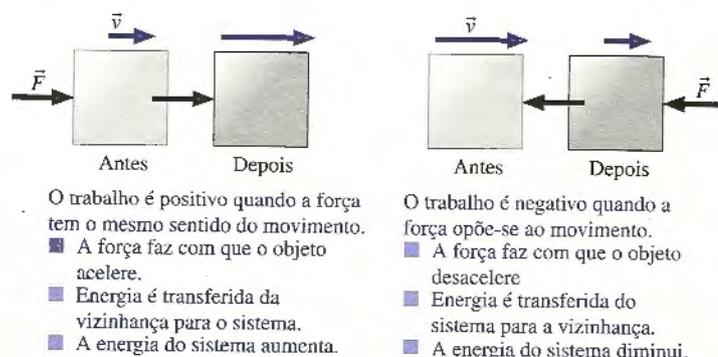


FIGURA 17.3 O sinal algébrico do trabalho.

Ao contrário da energia mecânica ou da energia térmica, **o trabalho não é uma variável de estado**, ou seja, o trabalho não é um número que caracteriza o sistema. Em vez disso, o trabalho é a quantidade de energia transferida entre o sistema e a vizinhança durante uma interação mecânica. Podemos medir a variação de uma variável de estado, como uma variação de temperatura $\Delta T = T_f - T_i$, mas não faria sentido falar em uma “variação de trabalho”. Conseqüentemente, o trabalho sempre é representado como W , nunca como ΔW .

No Capítulo 11, você aprendeu como calcular o trabalho. Uma pequena quantidade de trabalho dW realizado pela força \vec{F} à medida que um sistema se movimenta ao longo do pequeno deslocamento $d\vec{s}$ é $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$. Se nos restringirmos a situações onde \vec{F} é paralela ou oposta a $d\vec{s}$, o trabalho total realizado sobre o sistema durante seu movimento de s_i para s_f é

$$W = \int_{s_i}^{s_f} F_x ds \quad (17.7)$$

Vamos aplicar esta definição a um gás que sofre expansão ou compressão. A **FIGURA 17.4a** mostra um cilindro de gás lacrado em uma extremidade por um pistão móvel. A força \vec{F}_{ext} , talvez exercida pela haste de um pistão, tem o mesmo módulo que $\vec{F}_{\text{gás}}$, mas em sentido oposto. Se a força externa não existisse, a pressão do gás empurraria o pistão para fora do cilindro! Utilizando o sistema de coordenadas da **Figura 17.4a**,

$$(F_{\text{ext}})_x = -(F_{\text{gás}})_x = -pA \quad (17.8)$$

Suponha que o pistão seja deslocado ao longo da pequena distância dx mostrada na **FIGURA 17.4b**. Durante este deslocamento, a força externa (isto é, a vizinhança) realiza um trabalho

$$dW = (F_{\text{ext}})_x dx = -pA dx \quad (17.9)$$

Se dx for positivo (o gás se expande), então dW será negativo. Isso acontece porque a força externa é oposta ao deslocamento. Já dW será positivo se o gás for levemente comprimido (dx negativo), pois a força e o deslocamento terão o mesmo sentido. Esta idéia é importante.



Os pistões do motor de um carro realizam trabalho sobre a mistura ar-combustível ao comprimi-la.

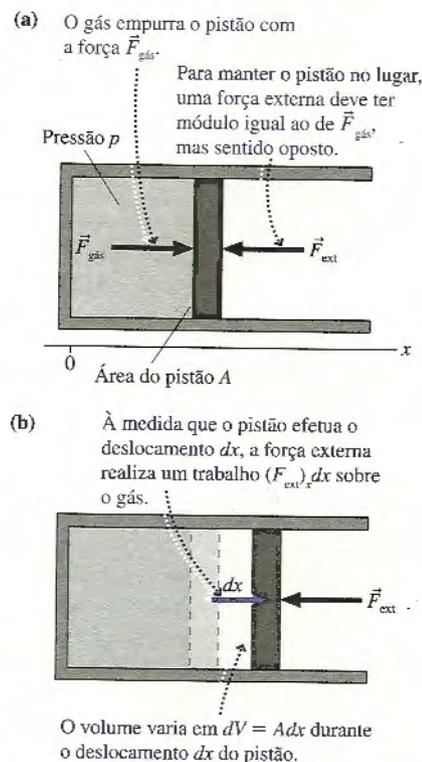


FIGURA 17.4 A força externa realiza trabalho sobre o gás à medida que o pistão se desloca.

NOTA ▶ A força $\vec{F}_{\text{gás}}$ devido à pressão do gás dentro do cilindro também realiza trabalho. Uma vez que $\vec{F}_{\text{gás}} = -\vec{F}_{\text{ext}}$, de acordo com a terceira lei de Newton o trabalho realizado pelo gás é, simplesmente, $W_{\text{gás}} = -W_{\text{ext}}$. Para comprimir o gás, o ambiente realiza um trabalho positivo, e o gás, um trabalho negativo. Durante a expansão do gás, $W_{\text{gás}}$ é positivo e W_{ext} é negativo. No entanto, o trabalho que aparece no teorema trabalho-energia cinética, e agora nas leis da termodinâmica, é o trabalho realizado *sobre* o sistema por forças externas, e não, o trabalho realizado *pelo* sistema. É W_{ext} que nos dirá se a energia entra ou sai do sistema – se ele for positivo ou negativo, respectivamente –, e é por isso que voltaremos nossa atenção para W_{ext} , em vez de para $W_{\text{gás}}$. ◀

Durante o deslocamento dx , o volume do gás varia em $dV = Adx$. Conseqüentemente, a Equação 17.9 pode ser escrita, em função do volume do cilindro, como

$$dW = -pdV \quad (17.10)$$

Se deixássemos o pistão se deslocar, em um lento processo quase-estático, do volume inicial V_i para o volume final V_f , o trabalho total realizado pela vizinhança sobre o gás seria determinado por integração da Equação 17.10:

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} p dV \quad (\text{trabalho realizado sobre um gás}) \quad (17.11)$$

A Equação 17.11 é um resultado central da termodinâmica. Embora tenhamos usado um cilindro para derivar a Equação 17.11, ela é válida para um recipiente de qualquer formato.

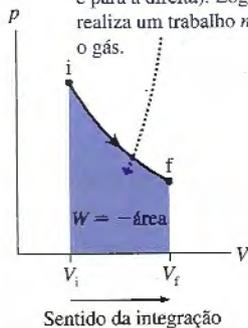
NOTA ▶ A pressão de um gás geralmente varia à medida que o gás se expande ou se contrai. Conseqüentemente, p não é uma constante que pode ser retirada da integral. Você precisa saber como a pressão varia em função do volume para poder efetuar a integração. ◀

Podemos dar uma ótima interpretação geométrica para o trabalho realizado sobre um gás. No Capítulo 16, você aprendeu como representar um processo com um gás ideal por meio de uma curva no diagrama pV . A Figura 17.5 mostra que o trabalho realizado sobre um gás é o negativo da área sob a curva pV conforme o volume se altera de V_i para V_f ou seja,

$$W = \text{o negativo da área sob a curva } pV \text{ entre } V_i \text{ e } V_f$$

A FIGURA 17.5a mostra um processo no qual um gás se *expande* de V_i para um volume maior V_f . A área sob a curva é positiva; logo, a vizinhança realiza uma quantidade negativa de trabalho sobre o gás em expansão. A FIGURA 17.5b mostra um processo no qual um gás é comprimido para um volume menor. Esta situação é um pouco mais complicada porque temos que integrar “de trás para a frente” ao longo do eixo V . Como aprendido no cálculo, integrar de um limite maior para outro menor dá um resultado negativo, de modo que a área da Figura 17.5b é negativa. Conseqüentemente, como indica o sinal negativo na Equação 17.11, a vizinhança realiza um trabalho positivo sobre um gás a fim de comprimi-lo.

(a) Para um gás que sofre *expansão* ($V_f > V_i$), a área sob a curva pV é positiva (o sentido da integração é para a direita). Logo, a vizinhança realiza um trabalho *negativo* sobre o gás.



(b) Para um gás que sofre *compressão* ($V_f < V_i$), a área é negativa porque o sentido da integração é para a esquerda. Logo, a vizinhança realiza trabalho *positivo* sobre o gás.

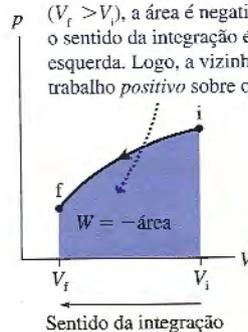


FIGURA 17.5 O trabalho realizado sobre um gás é o negativo da área sob a curva.

EXEMPLO 17.1 Trabalho realizado sobre um gás em expansão

Quanto trabalho é realizado sobre o gás ideal no processo representado na FIGURA 17.6?

MODELO O trabalho realizado sobre um gás é o negativo da área sob a curva pV . O gás sofre uma *expansão*, de modo que se espera que o trabalho seja negativo.

RESOLUÇÃO O trabalho realizado, W , é o negativo da área sob a curva entre $V_i = 500 \text{ cm}^3$ e $V_f = 1.500 \text{ cm}^3$. Os volumes *devem* ser convertidos para a unidade m^3 do SI. A área compreendida entre 500 cm^3 e 1000 cm^3 pode ser dividida em um retângulo (entre 0 kPa e 100 kPa) e em um triângulo (entre 100 e 300 kPa). Esta área é

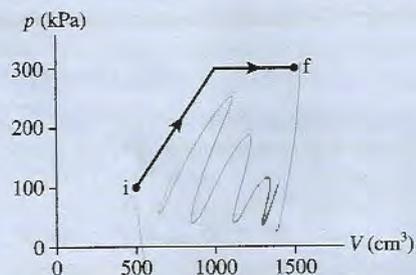


FIGURA 17.6 O processo com o gás ideal do Exemplo 17.1.

$$\begin{aligned}
 &\text{Área}(500 \rightarrow 1000 \text{ cm}^3) \\
 &= ((1000 - 500) \times 10^{-6} \text{ m}^3)(100.000 \text{ Pa} - 0 \text{ Pa}) \\
 &\quad + \frac{1}{2}((1000 - 500) \times 10^{-6} \text{ m}^3) \\
 &\quad \times (300.000 \text{ Pa} - 100.000 \text{ Pa}) \\
 &= 100 \text{ J}
 \end{aligned}$$

A área entre 1000 cm^3 e 1500 cm^3 é um retângulo:

$$\begin{aligned}
 &\text{Área}(1000 \rightarrow 1500 \text{ cm}^3) \\
 &= ((1500 - 1000) \times 10^{-6} \text{ m}^3)(300.000 \text{ Pa} - 0 \text{ Pa}) \\
 &= 150 \text{ J}
 \end{aligned}$$

A área total sob a curva é de 250 J, portanto o trabalho realizado sobre o gás durante a expansão é

$$W = -(\text{área sob a curva } pV) = -250 \text{ J}$$

AValiação Observamos anteriormente que o produto Pa m^3 equivale ao joule. O trabalho é negativo, como esperado, porque a força externa sobre o pistão é oposta ao sentido de deslocamento do mesmo.

A Equação 17.11 é a base para uma estratégia para resolução de problemas.

ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 17.1

Trabalho em processos com gases ideais



MODELO Suponha que o gás seja ideal e que o processo seja quase-estático.

VISUALIZAÇÃO Represente o processo em um diagrama pV . Observe se este é um dos processos básicos de um gás: isocórico, isobárico ou isotérmico.

RESOLUÇÃO Calcule o trabalho geometricamente como a área sob a curva pV ou efetue a integração:

$$\text{Trabalho realizado sobre o gás } W = - \int_{V_i}^{V_f} p dV = -(\text{área sob a curva } pV)$$

AValiação Verifique os sinais.

- $W > 0$ quando o gás é comprimido. A energia é transferida da vizinhança para o gás.
- $W < 0$ quando o gás se expande. A energia é transferida do gás para a vizinhança.
- Se o volume não se altera, nenhum trabalho é realizado. $W = 0$.

Processo isocórico

O processo isocórico da FIGURA 17.7a é um processo em que o volume não sofre alteração. Conseqüentemente,

$$W = 0 \text{ (processo isocórico)} \quad (17.12)$$

O processo isocórico é o *único* processo com gás ideal no qual nenhum trabalho é realizado.

Processo isobárico

A FIGURA 17.7b mostra um processo isobárico no qual o volume é alterado de V_i para V_f . A área retangular sob a curva é $p\Delta V$, portanto o trabalho realizado durante este processo é

$$W = -p\Delta V \text{ (processo isobárico)} \quad (17.13)$$

onde $\Delta V = V_f - V_i$. ΔV é positivo se o gás sofre expansão ($V_f > V_i$), de modo que W é negativo. ΔV é *negativo* se o gás é comprimido ($V_f < V_i$), tornando W positivo.

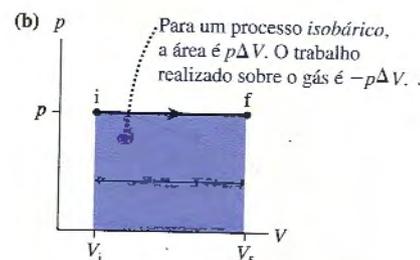
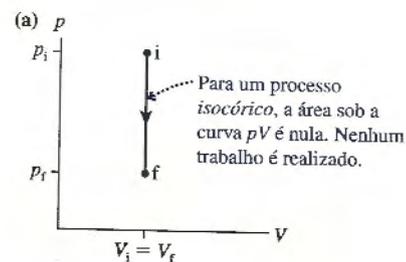


FIGURA 17.7 Cálculo do trabalho realizado durante processos com gás ideal.

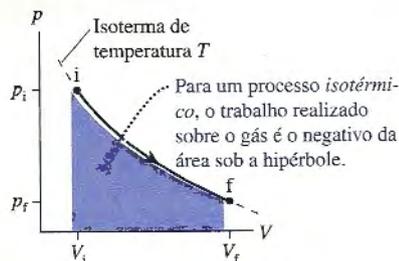


FIGURA 17.8 Um processo isotérmico.

Processo isotérmico

FIGURA 17.8 representa um processo isotérmico. Aqui, precisamos saber como a pressão se comporta como uma função do volume antes de poder integrar a Equação 17.11. De acordo com a lei dos gases ideais, $p = nRT/V$. Assim, o trabalho realizado sobre o gás à medida que o volume varia de V_i para V_f é

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} p dV = - \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} \quad (17.14)$$

onde podemos remover T da integral porque a temperatura é constante durante um processo isotérmico. Esta é uma integração direta, que resulta em

$$\begin{aligned} W &= -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT \ln V \Big|_{V_i}^{V_f} \\ &= -nRT(\ln V_f - \ln V_i) = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \end{aligned} \quad (17.15)$$



Uma vez que $nRT = p_i V_i = p_f V_f$ durante um processo isotérmico, o trabalho é:

$$W = -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = -p_i V_i \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = -p_f V_f \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad (17.16)$$

(processo isotérmico)

Qual versão da Equação 17.16 é mais fácil de usar depende das informações de que você dispõe. A pressão, o volume e a temperatura *devem* estar em unidades do SI.

EXEMPLO 17.2 Trabalho durante uma compressão isotérmica

Um cilindro contém 7,0 g de gás nitrogênio. Quanto trabalho deve ser realizado para comprimir o gás, à temperatura constante de 80°C, até que seu volume seja reduzido à metade?

MODELO Trata-se de um processo isotérmico com gás ideal.

RESOLUÇÃO O gás nitrogênio é formado por moléculas N_2 , com massa molar $M_{mol} = 28 \text{ g/mol}$, de modo que 7,0 g correspondem a 0,25 mol do gás. A temperatura é $T = 353 \text{ K}$. Embora não saibamos os volumes reais, sabemos que $V_f = \frac{1}{2} V_i$. A razão entre os volumes é tudo de que dispomos para calcular o trabalho:

$$\begin{aligned} W &= -nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \\ &= -(0,25 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol K})(353 \text{ K}) \ln(1/2) = 508 \text{ J} \end{aligned}$$

AVALIÇÃO O trabalho é positivo porque uma força da vizinhança empurra o pistão para dentro, comprimindo o gás.

(a) A área sob a curva do processo A é maior do que a área sob a curva do processo B. Portanto, $|W_A| > |W_B|$.

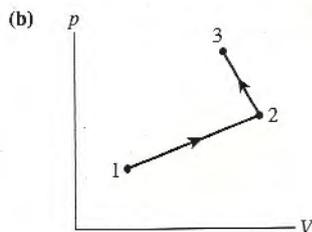
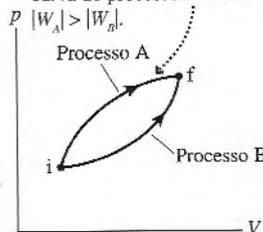


FIGURA 17.9 O trabalho realizado durante um processo com gás ideal depende do caminho seguido.

O trabalho depende do caminho seguido

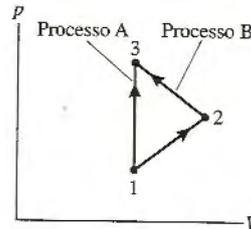
A FIGURA 17.9a mostra dois processos diferentes que levam um gás de um estado inicial i para um estado final f . Embora os estados inicial e final sejam os mesmos nos dois casos, o trabalho realizado durante os dois processos *não* é o mesmo. **O trabalho realizado durante um processo com gás ideal depende do caminho seguido através do diagrama pV .**

Talvez você esteja pensando que o trabalho deveria ser independente do caminho seguido, mas não é o caso aqui. O caminho que consideramos no Capítulo 11 foi a trajetória de uma partícula que vai de um ponto a outro através do espaço. Para um processo com gás ideal, o "caminho" consiste de uma seqüência de estados termodinâmicos em um diagrama pV . Trata-se de um caminho figurativo, pois podemos desenhar uma figura para representá-lo em um diagrama pV , mas não se trata, literalmente, de um caminho.

A dependência do trabalho com o caminho tem uma implicação importante para processos de múltiplas etapas, como aquele mostrado na FIGURA 17.9b. O trabalho total realizado sobre o gás durante o processo $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ deve ser calculado como $W_{1 \text{ para } 3}$

$= W_{1 \text{ para } 2} + W_{2 \text{ para } 3}$. Neste caso, $W_{1 \text{ para } 2}$ é negativo, e $W_{2 \text{ para } 3}$, positivo. A tentativa de calcular o trabalho em uma única etapa, usando $\Delta V = V_3 - V_1$, resultaria erroneamente no trabalho de um processo que vai diretamente de 1 para 3. O estado inicial e o final são os mesmos nos dois processos, mas o trabalho *não* é o mesmo por depender do caminho seguido no diagrama pV .

PARA PENSAR 17.2 Dois processos levam um gás ideal do estado 1 para o estado 3. Compare o trabalho realizado durante o processo A com o trabalho realizado durante o processo B.



- a. $W_A = W_B = 0$
- b. $W_A = W_B$, mas nenhum deles é nulo
- c. $W_A > W_B$
- d. $W_A < W_B$

17.3 Calor

O conceito de calor é mais evasivo do que o de trabalho. Podemos usar a palavra “calor” de maneira muito vaga, muitas vezes como sinônimo de *quente*. Em um dia muito quente, costumamos dizer “este calor é opressivo”. Se o seu apartamento estiver frio, você talvez diga “aumente o calor”. Essas expressões datam de uma época em que se pensava que o calor fosse uma *substância* com propriedades semelhantes às dos fluidos.

Um dos primeiros a discordar da noção de calor como substância, no final do século XVIII, foi o norte-americano Benjamin Thompson. Thompson fugira para a Europa durante a Revolução Norte-Americana, instalando-se na Bavária, e, posteriormente, recebeu o título de conde de Rumford. Lá, enquanto observava as lascas de metal quente que se soltavam durante a perfuração dos canhões, Thompson começou a pensar a respeito do calor. Se ele fosse uma substância, o canhão e a broca deveriam, em algum momento, ficar sem calor. Contudo, Rumford observou que a geração de calor parece ser “inexaurível”, o que não é consistente com a idéia de calor como uma substância. Ele concluiu, então, que o calor não é uma substância – ele é *movimento*!

Rumford estava começando a pensar de forma semelhante a Bernoulli. Porém, as idéias de Rumford eram especulativas e qualitativas, dificilmente constituiriam uma teoria científica, e suas implicações não foram imediatamente apreendidas por outros. Assim como Bernoulli, levaria algum tempo até que sua observação fosse reconhecida e validada.

O ponto de virada foi o trabalho feito pelo físico britânico James Joule na década de 1840. Diferentemente de Bernoulli e do conde de Rumford, Joule realizou experimentos cuidadosos para descobrir como a temperatura dos sistemas é alterada. Realizando experimentos como os mostrados na FIGURA 17.10, Joule constatou que é possível aumentar a temperatura da água em um béquer de duas maneiras inteiramente diferentes:

1. aquecendo-a por meio de uma chama ou
2. realizando trabalho sobre a água por meio de uma roda com pás em rápida rotação.

Nos dois casos, o estado final da água é exatamente o mesmo. Isso implica que o calor e o trabalho são praticamente equivalentes. Em outras palavras, o calor não é uma substância. Ao contrário, o calor é *energia*.

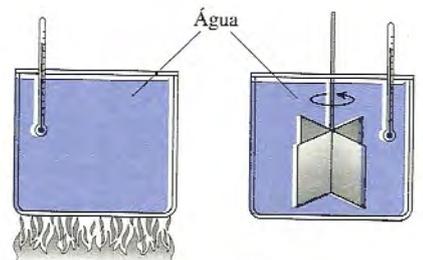
Calor e trabalho, que anteriormente haviam sido considerados dois fenômenos completamente distintos, eram agora vistos, simplesmente, como duas maneiras diferentes de transferência de energia, para dentro ou para fora de um sistema. As descobertas de Joule confirmaram as idéias anteriores de Bernoulli e do conde de Rumford e abriram as portas para avanços rápidos no campo da termodinâmica durante a segunda metade do século XIX.

Interações térmicas

Para ser específico, o **calor** é a energia transferida entre um sistema e o ambiente como consequência de uma *diferença de temperatura* existente entre eles. Diferentemente de



Calor é a energia transferida durante uma interação térmica.



A chama aquece a água. A temperatura aumenta.

A pá giratória realiza trabalho sobre a água. A temperatura aumenta.

FIGURA 17.10 Os experimentos de Joule para demonstrar a equivalência entre calor e trabalho.

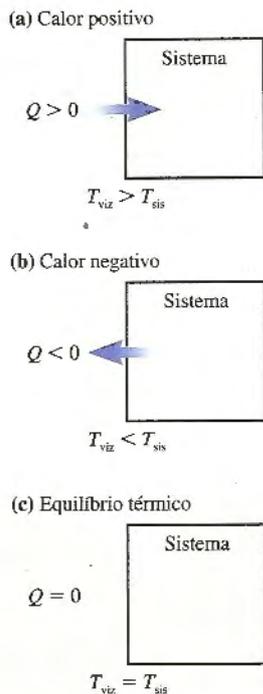


FIGURA 17.11 O sinal algébrico do calor.

uma interação mecânica, na qual um trabalho é realizado, o calor não requer movimento macroscópico do sistema. Pelo contrário (analisaremos os detalhes no Capítulo 18), neste caso a energia é transferida quando as moléculas *mais rápidas* do objeto mais quente colidem com as moléculas *mais lentas* do objeto mais frio. Em média, essas colisões fazem com que as moléculas mais rápidas percam energia, enquanto as moléculas mais lentas ganham energia. O resultado líquido é que energia é transferida do objeto mais quente para o mais frio. Em si, um processo no qual a energia é transferida entre o sistema e a vizinhança, através de colisões em nível atômico, é chamado de **interação térmica**.

Quando você coloca uma panela com água no fogão, o calor é a energia transferida da chama, mais quente, para a água, mais fria. Se você colocar a água no congelador, o calor será a energia transferida da água, mais quente, para o ar, mais frio, do congelador. Um sistema estará em **equilíbrio térmico** com o ambiente, ou dois sistemas estão em equilíbrio térmico entre si, se não houver diferença de temperatura.

Vale a pena comparar este enunciado sobre calor e interações térmicas com o primeiro parágrafo sobre trabalho na Seção 17.2. A analogia seria completa se fosse possível dizer que a vizinhança (ou um objeto na vizinhança) “realiza calor” sobre o sistema. Infelizmente, a língua portuguesa não funciona assim. De maneira vaga, dizemos que a vizinhança “aquece” o sistema.

Assim como o trabalho, **o calor não é uma variável de estado, ou seja, o calor não é uma propriedade do sistema**. Em vez disso, o calor é a quantidade de energia transferida entre o sistema e vizinhança durante uma interação térmica. Não teria significado algum falar em uma “variação de calor”. Portanto, o calor é representado na equação da energia simplesmente por Q , e nunca por ΔQ .

A Figura 17.11 mostra que Q será positivo quando a energia for transferida para o sistema, proveniente da vizinhança. Isso implica que $T_{\text{viz}} > T_{\text{sis}}$. Um valor negativo de Q significa uma transferência de calor do sistema para a vizinhança, quando $T_{\text{viz}} < T_{\text{sis}}$. E o sistema estará em equilíbrio térmico com sua vizinhança quando $T_{\text{viz}} = T_{\text{sis}}$.

NOTA ▶ Para calor e trabalho, um valor positivo indica que a energia está sendo transferida da vizinhança para o sistema. A Tabela 17.1 resume as semelhanças e as diferenças entre trabalho e calor. ◀

TABELA 17.1 Compreendendo trabalho e calor

	Trabalho	Calor
Interação:	Mecânica	Térmica
Requer:	Força e deslocamento	Diferença de temperatura
Processo:	Puxões e empurrões macroscópicos	Colisões microscópicas
Valor positivo:	$W > 0$ quando o gás é comprimido. Energia é transferida para o sistema.	$Q > 0$ quando a vizinhança está a uma temperatura maior do que a do sistema. Energia é transferida para o sistema.
Valor negativo:	$W < 0$ quando um gás sofre uma expansão. Energia é transferida para fora do sistema.	$Q < 0$ quando o sistema está a uma temperatura maior do que a da vizinhança. Energia é transferida para fora do sistema.
Equilíbrio:	Um sistema está em equilíbrio mecânico quando não há força ou torque resultante exercido sobre ele.	Um sistema está em equilíbrio térmico quando se encontra à mesma temperatura da vizinhança.

Unidades de calor

Calor é energia transferida entre o sistema e a vizinhança. Conseqüentemente, a unidade de calor do SI é o joule. Historicamente, antes da conexão entre calor e trabalho ser reconhecida, uma unidade usada para medir calor, a caloria, havia sido definida como

$$1 \text{ caloria} = 1 \text{ cal} = \text{quantidade de calor necessária para alterar a temperatura de 1 g de água em } 1^\circ\text{C}$$

Como Joule comprovou que calor é energia, tornou-se evidente que a caloria é, na verdade, uma unidade de energia. Nas unidades atuais do SI, a conversão é

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

A caloria que você conhece, relacionada aos alimentos, não é a mesma que a caloria térmica. A *caloria alimentar*, abreviada por Cal com c maiúsculo, é definida por

$$1 \text{ caloria alimentar} = 1 \text{ Cal} = 1000 \text{ cal} = 1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$$

A caloria alimentar mede a energia química contida no alimento, ou seja, a energia armazenada e disponível para realizar trabalho ou para manter seu corpo aquecido. Aquela sobremesa extra que você comeu ontem à noite, contendo 300 Cal, possui uma energia química de

$$E_{\text{quím}} = 300 \text{ Cal} = 3,00 \times 10^5 \text{ cal} = 1,26 \times 10^6 \text{ J}$$

Não usaremos calorias neste livro, mas existem alguns campos da ciência e da engenharia nos quais calorias ainda são amplamente utilizadas. Todos os cálculos que você aprender a fazer com joules podem igualmente ser feitos com calorias.

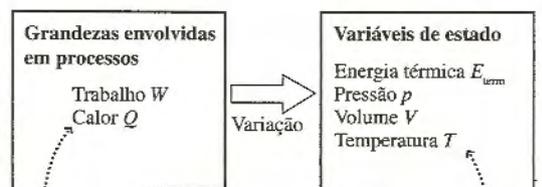
O problema com o calor

Trata-se de problema duplo: conceitual e lingüístico. Em nível conceitual, é importante fazer distinção entre *calor*, *temperatura* e *energia térmica*. Essas três idéias estão relacionadas, mas as distinções entre elas são essenciais. A linguagem comum pode facilmente induzi-lo ao erro. Se um objeto desliza até parar por causa do atrito, a maioria das pessoas diz que a energia cinética do objeto é “convertida em calor”. Na verdade, o calor não está envolvido neste processo. Em nenhum lugar houve transferência de energia em razão de diferença de temperatura. Em vez disso, a energia mecânica do objeto é transformada em *energia térmica* dos átomos e moléculas. Em resumo,

- A energia térmica é uma energia *do sistema* devido ao movimento de seus átomos ou moléculas. É uma *forma* de energia. A energia térmica é uma variável de estado, e faz sentido falar em como a E_{term} varia durante um processo. A energia térmica do sistema continua a existir mesmo que ele seja isolado e não interaja termicamente com sua vizinhança.
- O calor é a energia transferida *entre o sistema* e a vizinhança quando eles interagem. O calor *não* é uma forma particular de energia e também não é uma variável de estado. Não faz sentido falar sobre como o calor varia. Se um sistema não interage termicamente com a vizinhança, $Q = 0$. O calor pode fazer com que a energia térmica do sistema varie, todavia isso não significa que calor e energia térmica sejam a mesma coisa.
- A temperatura é uma variável de estado que quantifica o grau “quente” ou “frio” de um sistema. Ainda não fornecemos uma definição precisa de temperatura, mas podemos adiantar que ela está relacionada à energia térmica média *por molécula*. Uma diferença de temperatura é o requisito necessário para a existência de uma interação térmica em que energia térmica seja transferida entre o sistema e a vizinhança.

É de especial importância não associar um aumento observado de temperatura com o calor. Aquecer um sistema é uma maneira de alterar sua temperatura, porém, conforme mostrou Joule, esta não é a única maneira possível. Você também pode alterar a temperatura do sistema realizando trabalho sobre o mesmo. **A observação do sistema não nos diz nada sobre o processo pelo qual a energia entra ou sai do sistema.**

Temos um problema de cunho lingüístico já mencionado, que se refere a termos como “fluxo de calor” e “capacidade térmica”, que são vestígios históricos. Tais termos, usados até mesmo em discursos técnicos e científicos, engenerem incorretamente que o calor seja uma substância capaz de fluir de um objeto para outro ou de estar contida em um objeto. Com a experiência, cientistas e engenheiros aprendem a usar esses termos sem o significado que, interpretados literalmente, parecem sugerir.



Essas grandezas dependem do processo. Para gases, elas dependem do caminho seguido no diagrama pV .

A variação dessas grandezas, como $\Delta T = T_f - T_i$, não depende do processo. A variação é a mesma para qualquer processo que leve o sistema de um mesmo estado inicial i para um mesmo estado final f .

Grandezas do processo e variáveis de estado.

Infelizmente, livros de física não podem reinventar a língua. Tomaremos muito cuidado em nossa escolha de palavras e expressões, comentando os pontos em que a linguagem possa potencialmente confundir ou induzir ao erro. Este aviso de antemão o ajudará a evitar algumas dessas armadilhas.

PARA PENSAR 17.3 Quais dos seguintes processos envolvem calor?

- Os freios do seu carro esquentam quando você pára o veículo.
- Um bloco de aço é martelado sobre uma vela.
- Você empurra um cilindro rígido com gás ao longo de uma superfície sem atrito.
- Você empurra um pistão dentro de um cilindro com gás, aumentando a temperatura do mesmo.
- Você coloca um cilindro com gás dentro de água quente. O gás sofre uma expansão, fazendo com que o pistão suba e levante um peso. A temperatura do gás não sofre variação.

17.4 A primeira lei da termodinâmica

8.8–8.10



O calor é a peça que faltava para chegarmos a um enunciado completamente geral da lei de conservação da energia. Rearranjando a Equação 17.6, obtemos

$$\Delta E_{\text{sis}} = \Delta E_{\text{mec}} + \Delta E_{\text{term}} = W + Q$$

Trabalho e calor, as duas formas de transferência de energia entre um sistema e sua vizinhança, fazem com que a energia do sistema se altere.

Neste ponto do texto, não estamos interessados em sistemas dotados de um movimento macroscópico como um todo. Sistemas macroscópicos em movimento foram importantes para nós durante muitos capítulos; todavia, agora, à medida que investigamos as propriedades térmicas de um sistema, desejamos que o sistema como um todo descaia tranquilamente sobre a bancada do laboratório enquanto o estudamos. Logo, ao longo do restante da Parte IV, consideraremos que $\Delta E_{\text{mec}} = 0$.

Com essa hipótese claramente explicitada, o princípio de conservação da energia assume a forma

$$\Delta E_{\text{term}} = W + Q \quad (\text{primeira lei da termodinâmica}) \quad (17.17)$$

A equação da energia, nesta forma, é chamada de **primeira lei da termodinâmica**, ou simplesmente de a “primeira lei”. Trata-se de um enunciado muito geral sobre a conservação da energia.

Nos Capítulos 10 e 11 foi introduzido o modelo básico de energia. Ele foi chamado de *básico* porque incluía o trabalho, mas não, o calor. A primeira lei da termodinâmica incluiu o calor, mas excluiu situações em que a energia mecânica se altera. A **FIGURA 17.12** é uma representação pictórica do **modelo termodinâmico de energia** descrito pela primeira lei. Trabalho e calor são energias transferidas entre o sistema e a vizinhança.

A energia adicionada ao sistema (W ou Q positivo) aumenta sua energia térmica ($\Delta E_{\text{term}} > 0$). Analogamente, a energia térmica diminui quando energia é removida do sistema.

Dois comentários são relevantes aqui:

- A primeira lei da termodinâmica não nos diz nada sobre o valor da E_{term} ; somente como a E_{term} varia. Realizar 1 J de trabalho alterará a energia térmica em $\Delta E_{\text{term}} = 1$ J, não importa se $E_{\text{term}} = 10$ J ou 10.000 J.
- A energia térmica do sistema não é a única grandeza que varia. O trabalho e o calor, que mudam a energia térmica, também fazem variar a pressão, o volume, a temperatura e outras variáveis de estado. A primeira lei se refere apenas à ΔE_{term} . Outras leis e relações devem ser usadas para determinar como variam as outras variáveis de estado.

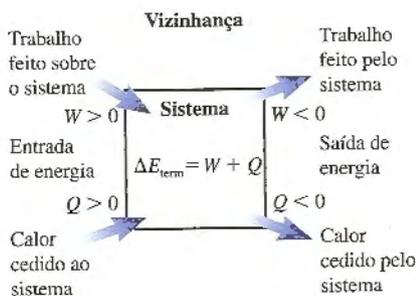


FIGURA 17.12 O modelo termodinâmico de energia.

A primeira lei é uma das ferramentas analíticas mais importantes da termodinâmica. No restante deste capítulo, usaremos a primeira lei para estudar algumas das propriedades térmicas da matéria.

Três processos especiais com gás ideal

Há três processos realizados com gás ideal nos quais um dos termos da primeira lei – ΔE_{term} , W ou Q – é nulo. Para investigar esses processos, a FIGURA 17.13 mostra um cilindro de gás com três propriedades especiais:

- Você pode evitar que o volume do gás se altere inserindo um pino de trava no pistão. Sem o pino, o pistão pode deslizar para cima e para baixo. O pistão tem massa desprezível, é desprovido de atrito e está isolado.
- Você pode alterar a pressão do gás adicionando ou removendo massas de cima do pistão. O trabalho é realizado à medida que o pistão desloca as massas para cima ou para baixo.
- Você pode aquecer ou resfriar o gás colocando o cilindro sobre uma chama ou um bloco de gelo. O fundo estreito do cilindro é a única superfície pela qual a energia térmica pode ser transferida.

Você aprendeu no Capítulo 16 (ver Figura 16.12) que a pressão do gás quando o pistão “flutua” é determinada pela pressão atmosférica e pela massa total M sobre o pistão:

$$p_{\text{gás}} = p_{\text{atm}} + \frac{Mg}{A} \tag{17.18}$$

A pressão não sofre variação à medida que o pistão se desloca, a menos que você altere a massa. A compreensão deste ponto é de especial importância. A Equação 17.18 não é válida quando o pistão está travado. Com ele travado, a pressão poderia ser maior ou menor do que a dada pela Equação 17.18.

Processo de resfriamento isocórico ($W = 0$): Nenhum trabalho é realizado em um processo isocórico (volume constante) porque o pistão não se desloca. Para resfriar o gás sem realizar trabalho:

- Insira o pino de trava para que o volume não se altere.
- Coloque o cilindro sobre o bloco de gelo. A energia térmica será transferida do gás para o gelo, fazendo com que a temperatura do gás e a pressão diminuam.
- Quando a pressão desejada for atingida, remova o cilindro de cima do gelo.
- Remova massas de cima do pistão até que a massa total M equilibre a nova pressão do gás. Esta etapa deve ser realizada antes de remover o pino de trava; do contrário, o pistão se deslocará quando o pino for removido.
- Remova o pino de trava.

A Figura 17.7a mostra o diagrama pV . O ponto final pertence a uma isoterma mais baixa do que a do ponto inicial, portanto $T_f < T_i$. Nenhum trabalho foi realizado, entretanto energia térmica foi transferida para fora do gás ($Q < 0$), e, com isso, a energia térmica do gás diminuiu ($\Delta E_{\text{term}} < 0$) à medida que temperatura caía. A FIGURA 17.14 representa este resultado em um gráfico de barras da primeira lei. Não conhecemos o valor da energia térmica inicial $E_{\text{term},i}$, de modo que a altura da barra de $E_{\text{term},i}$ é arbitrária. Ainda assim, podemos verificar que a energia térmica diminuiu na quantidade de energia que deixou o sistema como calor.

Expansão isotérmica ($\Delta E_{\text{term}} = 0$): A energia térmica não se altera em um processo isotérmico porque a temperatura do gás não sofre variação. Para expandir o gás sem alterar sua energia térmica:

- Coloque o cilindro sobre a chama. Energia térmica será transferida para o gás, e ele começará a se expandir.
- O produto pV deve permanecer constante durante um processo isotérmico. Lentamente, remova massas de cima do pistão a fim de reduzir a pressão à medida que o volume aumenta. A temperatura permanece constante porque a energia térmica transferida da chama compensa o trabalho negativo realizado sobre o gás durante a expansão.
- Quando o gás atingir o volume desejado, remova o cilindro de cima da chama.

A Figura 17.8 mostra o diagrama pV . Em um processo isotérmico, $\Delta E_{\text{term}} = 0$ (pois $\Delta T = 0$), portanto a primeira lei $\Delta E_{\text{term}} = W + Q$ poderá ser satisfeita somente se $W = -Q$. A energia

As massas determinam a pressão do gás. O trabalho é realizado conforme as massas se deslocam para cima ou para baixo.

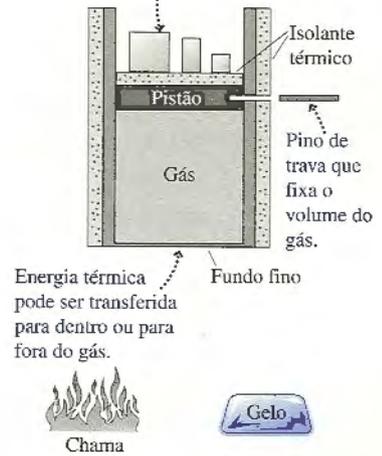


FIGURA 17.13 O gás pode ser aquecido e trabalho pode ser realizado sobre ele.

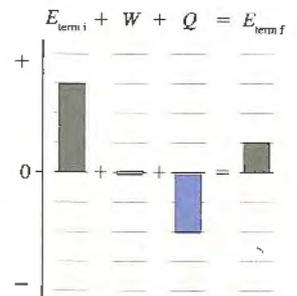


FIGURA 17.14 Gráfico de barras para a primeira lei em um processo sem realização de trabalho.

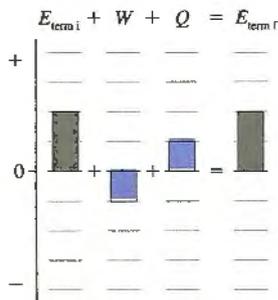


FIGURA 17.15 Gráfico de barras para a primeira lei em um processo que não altera a energia térmica.

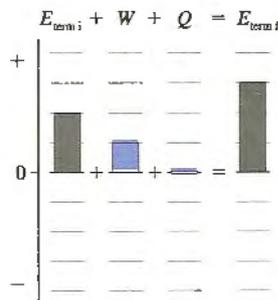


FIGURA 17.16 Gráfico de barras para a primeira lei em um processo que não transfere energia térmica.

térmica é transferida para o gás, mas a temperatura do mesmo não varia. Em vez disso, a energia transferida para o gás faz com que ele se expanda e realize o trabalho de erguer as massas. À medida que o gás sofre a expansão, o pistão realiza um trabalho negativo sobre o gás. Esta informação é representada no gráfico de barras para a primeira lei da FIGURA 17.15.

NOTA ► É surpreendente, mas verdadeiro, que possamos aquecer um sistema sem alterar sua temperatura. Porém para isso devemos realizar um processo em que a energia que entra no sistema como calor seja exatamente compensada pela energia que sai do sistema como trabalho. **O ponto importante aqui é que $\Delta T = 0$ não significa necessariamente $Q = 0$.** ◀

Compressão adiabática ($Q = 0$): Um processo no qual nenhuma energia térmica é transferida entre o sistema e a vizinhança é chamado de **processo adiabático**. Embora o sistema não possa ter interação térmica com a vizinhança, ele ainda pode interagir mecanicamente à medida que o pistão empurra ou puxa o gás. Para comprimir o gás sem haver transferência de calor:

- Isole termicamente a parte de baixo do cilindro.
- Adicione lentamente massas ao pistão, aumentando a pressão. O pistão descerá lentamente, comprimindo o gás e diminuindo seu volume.
- Pare de adicionar massas quando o gás atingir o volume desejado.

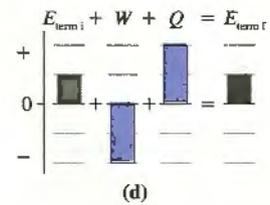
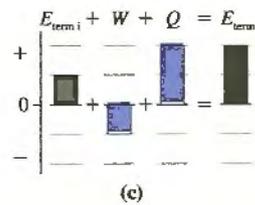
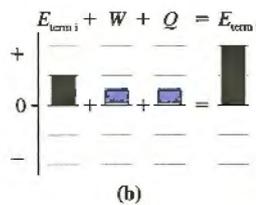
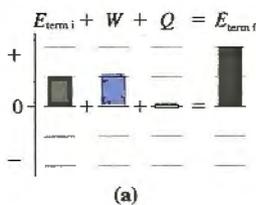
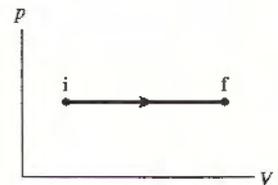
Em um processo adiabático, $Q = 0$, de modo que a primeira lei $\Delta E_{\text{terr}} = W + Q$ só poderá ser satisfeita se $\Delta E_{\text{terr}} = W$. Um trabalho é realizado sobre o gás a fim de comprimi-lo. A energia transferida para o sistema, como trabalho, aumenta a energia térmica e, portanto, a temperatura do gás. Esta informação é representada no gráfico de barras para a primeira lei da FIGURA 17.16.

NOTA ► Embora o sistema esteja bem-isolado termicamente – da vizinhança –, isso não significa que sua temperatura permaneça constante. A energia que entra no sistema, como trabalho, produz as mesmas consequências que uma igual quantidade de energia que entrasse no sistema como calor. Em uma compressão adiabática, o trabalho serve para aumentar a temperatura do gás. Analogamente, uma expansão adiabática reduz a temperatura do gás. **O ponto importante aqui é que $Q = 0$ não significa necessariamente $\Delta T = 0$.** ◀

Posteriormente, neste capítulo, examinaremos os processos de gás adiabático e sua curva em um diagrama pV . Por enquanto, para estes três processos especiais, certifique-se de ter compreendido quais quantidades são nulas e quais não são.

FAÇA PENSAR

Qual dos gráficos de barras para a primeira lei descreve o processo representado no diagrama pV ?



17.5 Propriedades térmicas da matéria

Joule comprovou que o calor e o trabalho são energias transferidas entre um sistema e sua vizinhança. Calor e trabalho são equivalentes no sentido de que a mudança ocorrida em um sistema será *exatamente a mesma* se você transferir energia térmica para ele ou se

realizar uma quantidade igual de trabalho sobre o mesmo. Adicionar energia ao sistema, ou removê-la, alterará sua energia térmica.

O que ocorre a um sistema quando você altera sua energia térmica? Nesta seção, consideraremos duas possibilidades distintas:

- A temperatura do sistema sofre alteração.
- O sistema é submetido a uma mudança de fase, como fusão ou solidificação.

Variação de temperatura e calor específico

Suponha que você realize um experimento em que adicione energia à água, realizando trabalho sobre ela ou transferindo calor para ela. De qualquer forma, você descobrirá que a adição de 4190 J de energia à água aumentará a temperatura de 1 kg do líquido em 1 K. Se você tivesse a sorte de dispor de 1 kg de ouro, precisaria adicionar apenas 129 J de energia a fim de aumentar sua temperatura em 1 K.

A quantidade de energia transferida que aumenta a temperatura de 1 kg de alguma substância em 1 K é chamada de **calor específico** da mesma. O símbolo para calor específico é c . A água tem um calor específico $c_{\text{água}} = 4190 \text{ J/kg K}$. O calor específico do ouro é $c_{\text{ouro}} = 129 \text{ J/kg K}$. O calor específico depende tão somente do material do qual um objeto é feito. A Tabela 17.2 traz alguns valores de calor específico para líquidos e sólidos comuns.

NOTA ► O termo *calor específico* não utiliza a palavra “calor” da maneira como a definimos. A idéia de calor específico é antiga, datando da época da teoria do calórico, quando se pensava que o calor fosse uma substância contida no objeto. O termo continuou em uso, todavia, embora nossa compreensão do calor tenha mudado. ◀

Se uma energia c for necessária para aumentar a temperatura de 1 kg de uma substância em 1 K, então uma energia Mc será necessária para aumentar a temperatura de uma massa M do material em 1 K, e $(Mc) \Delta T$ será a energia necessária para aumentar a temperatura da massa M em ΔT . Em outras palavras, a energia térmica do sistema varia em

$$\Delta E_{\text{term}} = Mc\Delta T \quad (\text{variação de temperatura}) \quad (17.19)$$

quando sua temperatura se altera em ΔT . A grandeza ΔE_{term} pode ser positiva (a energia térmica aumenta conforme a temperatura sobe) ou negativa (a energia térmica diminui conforme a temperatura baixa). Lembre-se de que a letra maiúscula M é usada para a massa de um sistema inteiro, ao passo que m minúscula é reservada para a massa de um átomo ou de uma molécula.

NOTA ► Na prática, ΔT geralmente é expressa em °C. Porém, as escalas de temperatura Celsius e Kelvin têm intervalos iguais, de modo que ΔT expressa em K tem exatamente o mesmo valor numérico que ΔT em °C. Portanto,

- Você não precisa converter as temperaturas de °C para K se precisar apenas de uma variação de temperatura ΔT .
- Você precisa converter sempre que necessitar do valor da temperatura T . ◀

A primeira lei da termodinâmica, $\Delta E_{\text{term}} = W + Q$, permite-nos escrever a Equação 17.19 como $Mc\Delta T = W + Q$. Em outras palavras, **podemos alterar a temperatura do sistema aquecendo-o ou realizando sobre ele uma quantidade equivalente de trabalho**. Ao trabalhar com sólidos e líquidos, quase sempre alteramos a temperatura por meio de aquecimento. Se $W = 0$, o que será suposto para o restante desta seção, então o calor necessário para gerar uma mudança de temperatura ΔT será

$$Q = Mc\Delta T \quad (\text{variação de temperatura}) \quad (17.20)$$

Uma vez que $\Delta T = \Delta E_{\text{term}}/Mc$, é preciso mais energia para alterar a temperatura de uma substância de calor específico grande do que para alterar a temperatura de uma substância de calor específico pequeno. Você pode considerar o calor específico como uma medida da *inércia térmica* de uma substância. Os metais, com valores pequenos de calor específico, aquecem-se ou resfriam-se rapidamente. Um pedaço de lâmina de alumínio pode ser manuseado com segurança poucos segundos após ter sido removido de um forno quente. A água, com um calor específico muito grande, aquece-se ou resfria-se lentamente. Isso é bom para nós. A grande inércia térmica da água é essencial para os processos biológicos da vida. Não estaríamos aqui estudando física se a água tivesse calor específico baixo!

TABELA 17.2 Calores específicos e calores específicos molares de sólidos e de líquidos

Substância	c (J/kg K)	C (J/mol K)
Sólidos		
Alumínio	900	24,3
Cobre	385	24,4
Ferro	449	25,1
Ouro	129	25,4
Chumbo	128	26,5
Gelo	2090	37,6
Líquidos		
Álcool etílico	2400	110,4
Mercúrio	140	28,1
Água	4190	75,4

EXEMPLO 17.3 Resfriando rapidamente alumínio quente em álcool etílico

Um disco de alumínio de 50,0 g, a 300°C, é mergulhado em 200 cm³ de álcool etílico a 10,0°C e, então, é rapidamente removido. A temperatura do alumínio diminuiu para 120°C. Qual é a nova temperatura do álcool etílico?

MODELO O calor é a energia transferida devido a uma diferença de temperatura. Se considerarmos que o recipiente com o álcool está bem-isolado termicamente, então o disco e o álcool interagem apenas entre si, sem interagir com nada mais. A conservação da energia nos diz que a energia térmica transferida para fora do disco é a energia térmica ganha pelo álcool.

RESOLUÇÃO A variação de temperatura do disco é $\Delta T_{Al} = (120^\circ\text{C} - 300^\circ\text{C}) = -180^\circ\text{C} = -180\text{ K}$. Ela é negativa porque a temperatura diminui. A energia removida do disco é

$$Q_{Al} = Mc\Delta T = (0,0500\text{ kg})(900\text{ J/kg K})(-180\text{ K}) = -8.100\text{ J}$$

onde Q_{Al} é negativo porque a energia é transferida para fora do alumínio. O álcool etílico ganha 8100 J de energia; logo, $Q_{\text{etanol}} = 18100\text{ J}$. Precisamos saber a massa do álcool etílico. Sua densidade é dada pela Tabela 16.1. $\rho = 790\text{ kg/m}^3$; portanto, sua massa é

$$M = \rho V = (790\text{ kg/m}^3)(200 \times 10^{-6}\text{ m}^3) = 0,158\text{ kg}$$

O calor proveniente do alumínio faz com que a temperatura do álcool varie em

$$\Delta T = \frac{Q_{\text{etanol}}}{Mc} = \frac{8100\text{ J}}{(0,158\text{ kg})(2400\text{ J/kg K})} = 21,4\text{ K} \\ = 21,4^\circ\text{C}$$

O álcool etílico termina com a temperatura

$$T_f = T_i + \Delta T = 10,0^\circ\text{C} + 21,4^\circ\text{C} = 31,4^\circ\text{C}$$

O **calor específico molar** é a quantidade de energia que causa um aumento da temperatura de 1 mol da substância em 1 K. Usaremos a letra C maiúscula para denotar o calor específico molar. O calor necessário para causar uma variação de temperatura ΔT em n mols de uma substância é

$$Q = nC\Delta T \quad (17.21)$$

A Tabela 17.2 lista calores específicos molares. Observe os cinco sólidos elementares (excluindo o gelo). Todos apresentam um valor de C muito próximo de 25 J/mol K. Se expandíssemos a tabela incluindo mais substâncias, constataríamos que a maioria dos sólidos elementares tem $C \approx 25\text{ J/mol K}$. Isso pode não ser uma coincidência, mas o que está nos dizendo? Trata-se de um quebra-cabeça com que lidaremos no Capítulo 18, quando examinarmos a energia térmica em nível atômico.

Mudança de fase e calor latente

Suponha que seu sistema inicie no estado sólido e que, então, você o aqueça a uma taxa constante. A FIGURA 17.17, que você viu no Capítulo 16, mostra como varia a temperatura do sistema. No início, a temperatura aumenta linearmente. Não é difícil entender isso, pois a Equação 17.20 pode ser escrita como

$$\text{declividade do gráfico } T \text{ versus } Q = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{1}{Mc} \quad (17.22)$$

A declividade do gráfico depende inversamente do calor específico do sistema. Um calor específico constante implica uma declividade constante e, portanto, um gráfico linear. Na verdade, pode-se medir c a partir de gráficos como este.

NOTA ▶ As diferentes declividades indicam que as fases sólida, líquida e gasosa de uma substância apresentam calores específicos diferentes. ◀

Entretanto, em algumas ocasiões, mostradas como segmentos de reta horizontais, o calor é transferido para o sistema sem que sua temperatura sofra variação. Tais trechos correspondem a *mudanças de fase*. A energia térmica do sistema continua aumentando durante uma mudança de fase qualquer, mas a energia adicionada serve apenas para quebrar as ligações moleculares, em vez de acelerar as moléculas do material. **Uma mudança de fase é caracterizada por uma variação da energia térmica sem a ocorrência de uma variação de temperatura.**

A quantidade de energia térmica que faz com que 1 kg de uma substância sofra uma determinada mudança de fase é chamada de **calor latente** da substância. Por exemplo, experimentos em laboratório mostram que são necessários 333.000 J de calor para derreter 1 kg de gelo a 0°C. O símbolo consagrado usado para o calor latente é L . O calor necessário para que toda uma massa M sofra uma mudança de fase é

$$Q = ML \text{ (mudança de fase)} \quad (17.23)$$

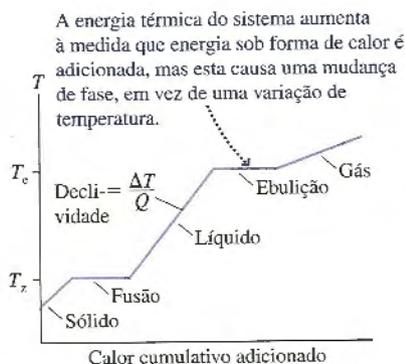


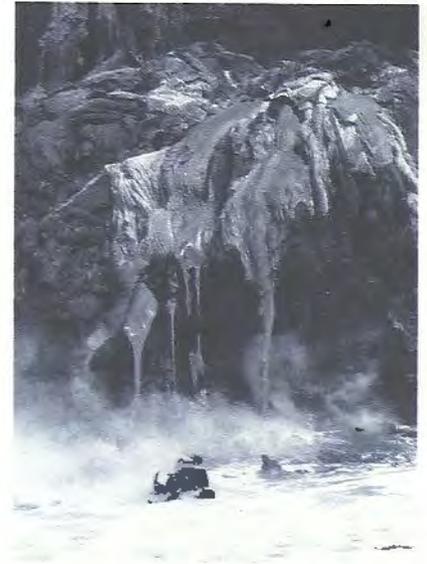
FIGURA 17.17 O comportamento da temperatura de um sistema aquecido a uma taxa constante.

Calor latente de transformação é um termo genérico que se refere a qualquer mudança de fase. Dois calores latentes importantes são o **calor latente de fusão**, L_f , que é o calor latente da transformação de um sólido em líquido, e o **calor latente de vaporização**, L_v , o calor latente da transformação de um líquido em gás. O calor necessário para essas mudanças de fase é

$$Q = \begin{cases} \pm ML_f & \text{fusão/solidificação} \\ \pm ML_v & \text{ebulição/condensação} \end{cases} \quad (17.24)$$

onde o símbolo \pm indica que calor deve ser *adicionado* ao sistema durante uma fusão ou ebulição ou *removido* do sistema durante uma solidificação ou condensação. **Você deve incluir o sinal negativo explicitamente quando for necessário.**

A Tabela 17.3 lista os calores latentes de algumas substâncias. Observe que o calor latente de vaporização é sempre muito maior do que o calor latente de fusão. Podemos entender isso. A fusão quebra somente um número suficiente de ligações moleculares, o qual permite que o sistema perca sua rigidez e flua. Mesmo assim, as moléculas de um líquido permanecem próximas umas às outras, por meio de ligações fracas. A vaporização quebra todas as ligações completamente e separa as moléculas umas das outras. Este processo requer um aumento maior da energia térmica e, portanto, uma quantidade maior de calor para ocorrer.



A lava – rocha derretida – sofre uma mudança de fase quando entra em contato com a água, muito mais fria. Esta é uma das maneiras pelas quais se formam novas ilhas.

TABELA 17.3 Temperaturas de fusão/ebulição e calores latentes de algumas substâncias

Substância	T_f (°C)	L_f (J/kg)	T_e (°C)	L_v (J/kg)
Nitrogênio (N_2)	-210	$0,26 \times 10^5$	-196	$1,99 \times 10^5$
Álcool etílico	-114	$1,09 \times 10^5$	78	$8,79 \times 10^5$
Mercúrio	-39	$0,11 \times 10^5$	357	$2,96 \times 10^5$
Água	0	$3,33 \times 10^5$	100	$22,6 \times 10^5$
Chumbo	328	$0,25 \times 10^5$	1750	$8,58 \times 10^5$

EXEMPLO 17.4 Transformando gelo em vapor

Quanto calor é necessário para transformar 200 mL de gelo a -20°C (a temperatura típica de congelador) em vapor?

MODELO A transformação do gelo em vapor requer quatro etapas: primeiro aumentar a temperatura do gelo até 0°C , depois derreter totalmente o gelo em água líquida a 0°C , em seguida aumentar a temperatura da água até 100°C e, finalmente, ferver a água para produzir vapor a 100°C .

RESOLUÇÃO A massa é $M = \rho V$. A densidade do gelo (ver Tabela 16.1) é de 920 kg/m^3 , e $V = 200 \text{ mL} = 200 \text{ cm}^3 = 2,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. Logo,

$$M = \rho V = (920 \text{ kg/m}^3)(2,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3) = 0,184 \text{ kg}$$

O calor necessário em cada etapa é

$$Q_1 = Mc_{\text{gelo}}\Delta T_{\text{gelo}} = (0,184 \text{ kg})(2090 \text{ J/kg K})(20 \text{ K}) = 7.700 \text{ J}$$

$$Q_2 = ML_f = (0,184 \text{ kg})(3,33 \times 10^5 \text{ J/kg}) = 61.300 \text{ J}$$

$$Q_3 = Mc_{\text{água}}\Delta T_{\text{água}} = (0,184 \text{ kg})(4190 \text{ J/kg K})(100 \text{ K}) = 77.100 \text{ J}$$

$$Q_4 = ML_v = (0,184 \text{ kg})(22,6 \times 10^5 \text{ J/kg}) = 415.800 \text{ J}$$

NOTA ► Usamos o calor específico do gelo durante o aquecimento do sistema em seu estado sólido. Em seguida, usamos o calor específico da água durante o aquecimento do sistema em seu estado líquido. ◀

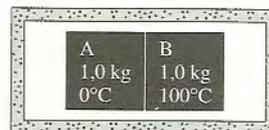
O calor total necessário é, portanto,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 562.000 \text{ J}$$

AVALIAÇÃO Aproximadamente 75% do calor é usado para transformar a água de líquido a 100°C em gás a 100°C . Isso é consistente com nossa experiência cotidiana de que se leva muito mais tempo para ferver uma panela com água até o líquido evaporar completamente do que, simplesmente, até ele atingir a ebulição.

PAUSE E PENSE 17.5

Os objetos A e B são mantidos a um contato térmico próximo entre si, mas estão bem-isolados de seu entorno. Inicialmente, $T_A = 0^\circ\text{C}$ e $T_B = 100^\circ\text{C}$. O calor específico de A é menor do que o calor específico de B. Os dois objetos logo atingirão uma temperatura final comum T_f . A temperatura final é:



- a. $T_f > 50^\circ\text{C}$ b. $T_f = 50^\circ\text{C}$ c. $T_f < 50^\circ\text{C}$

A energia térmica é transferida do sistema 1 para o sistema 2.
A conservação de energia requer
 $|Q_1| = |Q_2|$
Sinais opostos significam que
 $Q_{\text{res}} = Q_1 + Q_2 = 0$

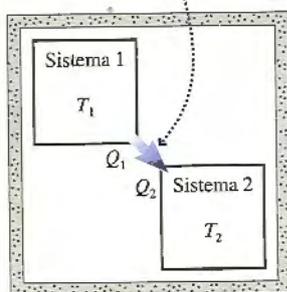


FIGURA 17.18 Dois sistemas interagem termicamente.

17.6 Calorimetria

Uma vez ou outra talvez você coloque um cubo de gelo em uma bebida quente para resfriar mais rapidamente a água. Por um processo de tentativa e erro, você estaria fazendo uma aplicação prática das transferências de calor, conhecida por **calorimetria**.

A FIGURA 17.18 representa dois sistemas que interagem termicamente um com o outro, mas isolados de todo o resto. Suponha que eles iniciem a temperaturas diferentes T_1 e T_2 . Como você sabe por experiência própria, a energia térmica será transferida do sistema mais quente para o mais frio até que ambos atinjam uma temperatura final comum T_f . Os sistemas, então, estarão em equilíbrio térmico, e a temperatura não sofrerá mais alterações.

O isolamento térmico impede que qualquer energia térmica seja transferida para a vizinhança e dela para o sistema inteiro, portanto a conservação de energia nos diz que qualquer energia que sai do sistema mais quente deve entrar no outro sistema, mais frio, ou seja, os sistemas *trocaram* energia sem nenhuma perda ou ganho líquido. O conceito é bem-objetivo; entretanto, para enunciar a idéia de forma matemática, precisamos tomar cuidado com os sinais.

Usaremos Q_1 para representar a energia transferida para o sistema 1 como calor. De forma semelhante, Q_2 representa a energia transferida para o sistema 2. O fato de que os sistemas estão meramente trocando energia pode ser representado matematicamente como $|Q_1| = |Q_2|$, ou seja, a energia *perdida* pelo sistema mais quente é igual à energia *ganha* pelo sistema mais frio. Portanto, Q_1 e Q_2 devem ter sinais contrários: $Q_1 = -Q_2$. Nenhuma energia é trocada com a vizinhança, por isso faz mais sentido representar esta relação como

$$Q_{\text{res}} = Q_1 + Q_2 = 0 \quad (17.25)$$

Esta idéia não se limita à interação de dois sistemas apenas. Se três ou mais sistemas são combinados em isolamento térmico da vizinhança de todos, cada qual com uma temperatura inicial distinta, todos eles acabarão a uma temperatura final comum que pode ser determinada a partir da relação

$$Q_{\text{res}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0 \quad (17.26)$$

NOTA ▶ Os sinais são muito importantes em problemas de calorimetria. ΔT é sempre $T_f - T_i$, então ΔT e Q são negativos para qualquer sistema cuja temperatura diminua. O sinal adequado de Q para qualquer mudança de fase deve ser fornecido *por você*, dependendo do sentido da mudança de fase. ◀

ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 17.2

Problemas de calorimetria



MODELO Identifique os sistemas em interação. Suponha que eles estejam isolados do ambiente maior.

VISUALIZAÇÃO Liste as informações conhecidas e identifique o que você deve determinar. Converta todas as quantidades para unidades do SI.

RESOLUÇÃO A representação matemática, que é um enunciado da conservação de energia, é

$$Q_{\text{res}} = Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

- Para sistemas que sofrem variações de temperatura, $Q = Mc(T_f - T_i)$. Certifique-se de ter representado as temperaturas T_i e T_f na ordem correta.
- Para sistemas que sofrem mudanças de fase, $Q = \pm ML$. Para determinar o sinal correto, verifique se a energia entra ou sai do sistema.
- Alguns sistemas podem sofrer variações de temperatura e mudanças de fase. Trate as mudanças separadamente. A energia térmica é $Q = Q_{\Delta T} + Q_{\text{fase}}$.

AVALIÇÃO A temperatura final é intermediária? Um valor de T_f que seja maior ou menor do que todas as temperaturas iniciais é uma indicação de que algo está errado, geralmente há um erro de sinal.

NOTA ▶ Talvez você tenha aprendido a resolver problemas de calorimetria em outras disciplinas escrevendo $Q_{\text{ganho}} = Q_{\text{perdido}}$ ou seja, igualando o calor ganho ao calor perdido. Essa abordagem funciona em problemas simples, mas ela apresenta duas desvantagens. A primeira é que, muitas vezes, você teria de “fraudar” os sinais para que o método funcionasse. A segunda desvantagem, mais séria, é que você não pode estender essa abordagem para usá-la em um problema com três ou mais sistemas em interação. O uso de $Q_{\text{res}} = 0$ tem preferência muito maior. ◀

EXEMPLO 17.5 Calorimetria com mudança de fase

Seu refrigerante de 500 mL está a 20°C, a temperatura ambiente; a seguir, você adiciona 100 g de gelo retirado do congelador a -20°C. O gelo derreterá inteiramente? Em caso afirmativo, qual será a temperatura final? Em caso negativo, que fração do gelo derreterá? Suponha que você disponha de um copo bem-isolado termicamente.

MODELO Há uma interação térmica entre o refrigerante, que é essencialmente água, e o gelo. Precisamos distinguir entre três resultados possíveis. Se todo o gelo derreter, então $T_f > 0^\circ\text{C}$. Também é possível que o refrigerante esfrie até chegar a 0°C antes que todo o gelo tenha derretido, deixando gelo e líquido em equilíbrio a 0°C. Uma terceira possibilidade é que o refrigerante congele antes que o gelo aqueça até atingir 0°C. Isso parece improvável, mas há situações, como no derramamento de metal fundido que sai de fornalhas, em que todo o líquido se solidifica. Precisamos distinguir essas situações para saber como proceder.

VISUALIZAÇÃO Todas as temperaturas, massas e calores específicos iniciais são conhecidos. A temperatura final do sistema combinado refrigerante + gelo é desconhecida.

RESOLUÇÃO Vamos primeiro calcular o calor necessário para derreter todo o gelo e transformá-lo em água líquida a 0°C. Para isso, precisamos aquecer o gelo até 0°C e, depois, transformá-lo em água. A entrada de calor para este processo de duas etapas é:

$$Q_{\text{fusão}} = M_g c_g (20\text{ K}) + M_g L_f = 37.500\text{ J}$$

onde L_f é o calor latente de fusão da água. Ele é usado como uma grandeza *positiva*, pois precisamos *adicionar* calor para derreter o gelo. A seguir, vamos calcular que quantidade de energia térmica deixará o refrigerante se ele esfriar até 0°C. O volume de refrigerante é

$V = 500\text{ mL} = 5,00 \times 10^{-4}\text{ m}^3$, e, portanto, sua massa é $M_r = \rho V = 0,500\text{ kg}$. O calor cedido é

$$Q_{\text{resfriamento}} = M_r c_a (-20\text{ K}) = -41.900\text{ J}$$

onde $\Delta T = -20\text{ K}$ porque a temperatura diminui. Uma vez que $|Q_{\text{resfriamento}}| > Q_{\text{fusão}}$, o refrigerante possui energia suficiente para derreter todo o gelo. Assim, o estado final será apenas um líquido a $T_f > 0$. (Se tivéssemos obtido $|Q_{\text{resfriamento}}| < Q_{\text{fusão}}$, então o estado final seria uma mistura de gelo e líquido a 0°C.)

A conservação da energia requer $Q_{\text{gelo}} + Q_{\text{refrigerante}} = 0$. O calor Q_{gelo} consiste em três termos: o calor para aquecer o gelo até 0°C, o calor para derreter totalmente o gelo em água a 0°C mais o calor para aquecer a água resultante de 0°C até T_f . A massa ainda será M_g no último passo, pois ela forma o “sistema gelo”, todavia precisamos usar o calor específico da *água líquida*. Logo,

$$Q_{\text{gelo}} + Q_{\text{refrigerante}} = [M_g c_g (20\text{ K}) + M_g L_f + M_g c_w (T_f - 0^\circ\text{C})] + M_r c_a (T_f - 20^\circ\text{C}) = 0$$

Já realizamos parte do cálculo, o que nos permite escrever

$$37.500\text{ J} + M_g c_a (T_f - 0^\circ\text{C}) + M_r c_a (T_f - 20^\circ\text{C}) = 0$$

Isolando T_f , obtemos:

$$T_f = \frac{20M_r c_a - 37.500}{M_g c_a + M_r c_a} = 1,7^\circ\text{C}$$

AValiação Como esperado, o refrigerante foi resfriado até quase atingir o ponto de solidificação.

EXEMPLO 17.6 Três sistemas em interação

Um pedaço de ferro de 200 g a 120°C e um pedaço de cobre a -50°C são inseridos em um béquer químico termicamente isolado, contendo 300 g de álcool etílico a 20°C. Qual é a temperatura final da mistura?

MODELO Aqui não se pode usar uma abordagem simples do tipo $Q_{\text{ganho}} = Q_{\text{perdido}}$, pois não se sabe de antemão se o álcool irá aquecer ou esfriar.

VISUALIZAÇÃO Todas as temperaturas, massas e calores específicos iniciais são conhecidos. Precisamos determinar a temperatura final.

RESOLUÇÃO A conservação de energia requer

$$Q_z + Q_c + Q_a = M_z c_z (T_f - 120^\circ\text{C}) + M_c c_c (T_f - (-50^\circ\text{C})) + M_a c_a (T_f - 20^\circ\text{C}) = 0$$

isolando T_f , obtemos:

$$T_f = \frac{120M_z c_z - 50M_c c_c + 20M_a c_a}{M_z c_z + M_c c_c + M_a c_a} = 25,7^\circ\text{C}$$

AValiação A temperatura final situa-se entre as temperaturas iniciais do ferro e do cobre, como esperado. Verificamos que o álcool aquece ($Q_c > 0$), mas não tínhamos como sabê-lo sem antes fazer o cálculo.

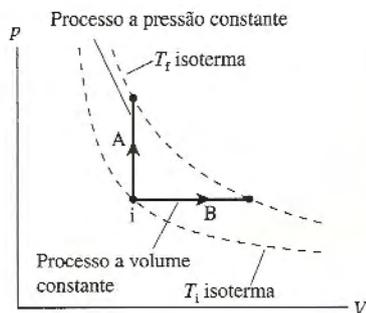


FIGURA 17.19 Os processos A e B correspondem à mesma ΔT e à mesma ΔE_{term} , porém requerem diferentes quantidades de calor.

TABELA 17.4 Calores específicos molares de gases (J/mol K)

Gás	C_p	C_v	$C_v - C_p$
Gases monoatômicos			
He	20,8	12,5	8,3
Ne	20,8	12,5	8,3
Ar	20,8	12,5	8,3
Gases diatômicos			
H ₂	28,7	20,4	8,3
N ₂	29,1	20,8	8,3
O ₂	29,2	20,9	8,3

17.7 Calores específicos de gases

A Tabela 17.2 traz calores específicos para sólidos e líquidos. Os gases são mais difíceis de caracterizar, pois o calor necessário para causar uma determinada variação de temperatura depende do processo pelo qual o gás muda de fase.

A FIGURA 17.19 mostra duas isotermas no diagrama pV de um gás. Os processos A e B, que começam na isoterma de T_i e terminam na isoterma de T_f , sofrem a mesma mudança de temperatura $\Delta T = T_f - T_i$. Contudo, o processo A, que ocorre a volume constante, requer uma quantidade diferente de calor do que a requerida no processo B, que ocorre a pressão constante. A razão disso é que uma quantidade de trabalho é realizada no processo B, mas não, no processo A. Esta é uma situação que agora estamos preparados para analisar.

É útil definir duas versões diferentes do calor específico dos gases, uma para processos realizados a volume constante (isocóricos) e outra para processos a pressão constante (isobáricos). Definiremos estes dois tipos de calores específicos como calores específicos molares, pois geralmente efetuaremos cálculos envolvendo um gás usando mols em vez da massa. A quantidade de calor necessária para alterar a temperatura de n mols de um gás em ΔT é:

$$Q = nC_v\Delta T \text{ (para uma variação de temperatura a volume constante)}$$

$$Q = nC_p\Delta T \text{ (para uma variação de temperatura a pressão constante)}$$
(17.27)

onde C_v é o **calor específico molar a volume constante** e C_p é o **calor específico molar a pressão constante**. A Tabela 17.4 traz valores de C_v e C_p para alguns gases monoatômicos e diatômicos comuns. A unidade usada é o J/mol K.

NOTA ▶ A Equação 17.27 se aplica a dois processos específicos com gás ideal. Em um processo geral com o gás, para o qual nem p nem V são constantes, não dispomos de uma maneira direta de relacionar Q a ΔT . Neste caso, o calor deve ser encontrado indiretamente a partir da primeira lei, como $Q = \Delta E_{\text{term}} - W$.

EXEMPLO 17.7 Aquecimento e resfriamento de um gás

Três mols de O₂ estão a 20,0°C. Em seguida, 600 J de energia térmica são transferidos para o gás mantido a pressão constante; depois, 600 J são removidos a volume constante. Qual é a temperatura final? Represente o processo em um diagrama pV .

MODELO O gás O₂ é um gás ideal diatômico. O gás é aquecido em um processo isobárico e, depois, é resfriado em um processo isocórico.

RESOLUÇÃO O calor transferido durante o processo a pressão constante causa um aumento de temperatura dado por

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{Q}{nC_p} = \frac{600 \text{ J}}{(3,0 \text{ mol})(29,2 \text{ J/mol K})} = 6,8^\circ\text{C}$$

onde C_p do oxigênio foi retirado da Tabela 17.4. O aquecimento deixa o gás com a temperatura $T_2 = T_1 + \Delta T = 26,8^\circ\text{C}$. A temperatura, portanto, diminui à medida que calor é removido durante o processo realizado a volume constante:

$$\Delta T = T_3 - T_2 = \frac{Q}{nC_v} = \frac{-600 \text{ J}}{(3,0 \text{ mol})(20,9 \text{ J/mol K})} = -9,5^\circ\text{C}$$

Usamos um valor negativo para Q porque a energia térmica é transferida do gás para o ambiente. A temperatura final do gás é $T_3 = T_2 + \Delta T = 17,3^\circ\text{C}$. A FIGURA 17.20 representa o processo em um dia-

grama pV . O gás sofre uma expansão (se desloca horizontalmente no diagrama) conforme calor lhe é adicionado, depois resfria a volume constante (se desloca verticalmente no diagrama) conforme se remove calor.

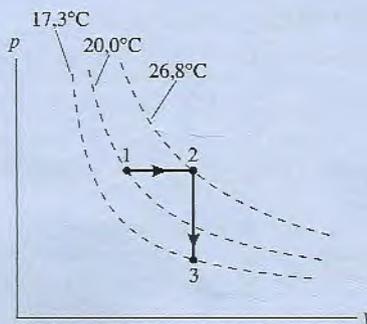


FIGURA 17.20 O diagrama pV para o Exemplo 17.7.

AValiação A temperatura final é menor do que a temperatura inicial porque $C_p > C_v$.

EXEMPLO 17.8 Calorimetria com um gás e um sólido

O volume interior de uma caixa oca de alumínio de 200 g é de 800 cm³. A caixa contém gás nitrogênio nas CNTP. Um bloco de cobre de 20 cm³, a uma temperatura inicial de 300°C, é colocado dentro da caixa e, a seguir, esta é lacrada. Qual é a temperatura final?

MODELO Neste exemplo, três sistemas interagem uns com os outros: a caixa de alumínio, o gás nitrogênio e o bloco de cobre. Todos eles devem atingir uma temperatura final comum T_f .

VISUALIZAÇÃO A caixa e o gás estão à mesma temperatura inicial: $T_{Al} = T_{N_2} = 0^\circ\text{C}$. O tamanho da caixa não varia, de modo que este é um processo a volume constante. A temperatura final é desconhecida.

RESOLUÇÃO Embora um de nossos sistemas seja agora um gás, a equação de calorimetria $Q_{\text{res}} = Q_{Al} + Q_{N_2} + Q_{Cu} = 0$ ainda é apropriada. Neste caso,

$$Q_{\text{res}} = m_{Al}c_{Al}(T_f - T_{Al}) + n_{N_2}C_V(T_f - T_{N_2}) + m_{Cu}c_{Cu}(T_f - T_{Cu}) = 0$$

Observe que usamos massas e calores específicos para os sólidos, mas mol e calor específico molar para o gás. Usamos C_V porque este é um processo a volume constante. Isolando para T_f , obtemos:

$$T_f = \frac{m_{Al}c_{Al}T_{Al} + n_{N_2}C_V T_{N_2} + m_{Cu}c_{Cu}T_{Cu}}{m_{Al}c_{Al} + n_{N_2}C_V + m_{Cu}c_{Cu}}$$

Os valores de calor específico podem ser encontrados nas Tabelas 17.2 e 17.4. A massa do cobre é

$$m_{Cu} = \rho_{Cu}V_{Cu} = (8920 \text{ kg/cm}^3)(20 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 0,178 \text{ kg}$$

O número de mols do gás é determinado a partir da lei dos gases ideais, usando-se as condições iniciais. Observe que a inserção do bloco de cobre *desloca* 20 cm³ de gás; logo, o volume do gás é, apenas, $V = 780 \text{ cm}^3 = 7,80 \times 10^{-4} \text{ m}^3$. Portanto,

$$n_{N_2} = \frac{pV}{RT} = 0,0348 \text{ mol}$$

O cálculo da temperatura final resulta em $T_f = 83^\circ\text{C}$.

 C_p e C_V

Talvez você tenha notado duas características curiosas da Tabela 17.4. Primeiro, os calores específicos molares dos gases monoatômicos são *todos parecidos*. E os calores específicos dos gases diatômicos, embora diferentes dos gases monoatômicos, são também *bastante semelhantes*. Vimos uma característica semelhante na Tabela 17.2 para os calores específicos molares dos sólidos. Em segundo lugar, a *diferença* $C_p - C_V = 8,3 \text{ J/mol K}$ é a mesma em todos os casos. E, mais surpreendente ainda, o valor de $C_p - C_V$ parece ser igual à constante universal dos gases R ! Por que isso ocorre?

A relação entre C_V e C_p depende de uma idéia central: **ΔE_{term} , a variação da energia térmica de um gás, é a mesma para quaisquer dois processos que causem a mesma ΔT .** A energia térmica de um gás está associada à sua temperatura, portanto quaisquer processos que façam a temperatura do gás variar de T_i para T_f causam a mesma ΔE_{term} que quaisquer outros processos que levem a temperatura de T_i para T_f . Além disso, a primeira lei $\Delta E_{\text{term}} = Q + W$ nos diz que um gás não pode distinguir entre calor e trabalho. A energia térmica do sistema se altera em resposta à energia adicionada ou removida do sistema, mas a resposta do gás é a mesma se você aquecer o sistema, realizar um trabalho sobre ele ou se ocorrer uma combinação qualquer de ambos. Desta forma, **quaisquer dois processos que alterem a energia térmica do gás em ΔE_{term} causarão a mesma variação de temperatura ΔT .**

Com isto em mente, examine mais uma vez a Figura 17.19. Os dois processos com o gás causam a mesma ΔT , de modo que ambos correspondem ao mesmo valor de ΔE_{term} . O processo A é um processo isocórico em que nenhum trabalho é realizado (o pistão não se desloca); assim, a primeira lei para este processo é

$$(\Delta E_{\text{term}})_A = W + Q = 0 + Q_{\text{volume constante}} = nC_V\Delta T \quad (17.28)$$

O processo B é um processo isobárico. Você sabe que o trabalho realizado sobre um gás durante um processo isobárico é $W = -p\Delta V$. Logo,

$$(\Delta E_{\text{term}})_B = W + Q = -p\Delta V + Q_{\text{pressão constante}} = -p\Delta V + nC_p\Delta T \quad (17.29)$$

pois ambos causam a mesma ΔT , de modo que podemos igualar os lados direitos das Equações 17.28 e 17.29:

$$-p\Delta V + nC_p\Delta T = nC_V\Delta T \quad (17.30)$$

Para o passo final, podemos usar a lei dos gases ideais, $pV = nRT$, para relacionar ΔV a ΔT durante o processo B. Para qualquer processo com gás ideal,

$$\Delta(pV) = \Delta(nRT) \quad (17.31)$$

Para um processo a pressão constante, em que p seja constante, a Equação 17.31 assume a forma

$$p\Delta V = nR\Delta T \quad (17.32)$$



8.7

Ao substituir $p\Delta V$ por esta expressão na Equação 17.30, obtemos o resultado

$$-nR\Delta T + nC_p\Delta T = nC_v\Delta T \quad (17.33)$$

O termo $n\Delta T$ se cancela, e ficamos com

$$C_p = C_v + R \quad (17.34)$$

Este resultado, que se aplica a gases ideais, é exatamente o que vemos nos dados da Tabela 17.4.

Contudo esta não é a única conclusão à qual podemos chegar. A Equação 17.28 significa que $\Delta E_{\text{term}} = nC_v\Delta T$ para todo processo realizado a volume constante. Todavia acabamos de observar que ΔE_{term} é a mesma para todos os processos com gás que causem uma mesma ΔT . Conseqüentemente, esta expressão para ΔE_{term} é igualmente verdadeira para qualquer outro processo, ou seja,

$$\Delta E_{\text{term}} = nC_v\Delta T \quad (\text{para qualquer processo com gás ideal}) \quad (17.35)$$

Compare este resultado com a Equação 17.27. Primeiro, fizemos uma distinção entre processos a volume constante e a pressão constante, mas agora estamos dizendo que a Equação 17.35 é verdadeira para qualquer processo. Não estamos nos contradizendo? Não, a diferença se encontra no que você precisa calcular.

- A variação de energia térmica é a mesma para qualquer processo em que a temperatura sofra uma alteração ΔT . Isso é o que expressa a Equação 17.35.
- O calor necessário para causar uma variação de temperatura depende do processo. Isso é o que significa a Equação 17.27. Um processo isobárico requer mais calor do que um processo isocórico quando ambos produzem a mesma ΔT .

A razão para a diferença é tirada da primeira lei escrita como $Q = \Delta E_{\text{term}} - W$. Em um processo isocórico, em que $W = 0$, todo o calor que entra é usado para aumentar a temperatura do gás. Contudo, em um processo isobárico, uma parte da energia que entra no sistema, como calor, sai do sistema como um trabalho ($W < 0$) realizado pelo gás em expansão. Dessa forma, mais calor é necessário para causar uma mesma ΔT .

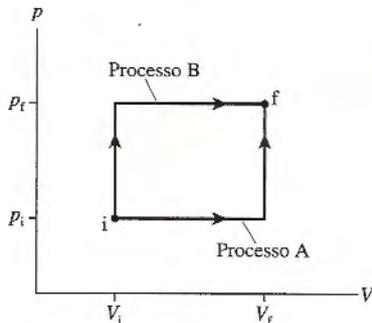


FIGURA 17.21 A entrada de calor nesses dois caminhos é a mesma ou é diferente?

O calor depende do caminho

Considere os dois processos com gás ideal representados na FIGURA 17.21. Embora os estados inicial e final dos dois processos sejam os mesmos, o calor adicionado durante os processos *não* é o mesmo. Podemos usar a primeira lei $\Delta E_{\text{term}} = W + Q$ para compreender a razão disso.

A energia térmica é uma variável de estado, ou seja, seu valor depende do estado do gás, e não, do processo pelo qual o gás chegou até aquele estado. Assim, a variação $\Delta E_{\text{term}} = E_{\text{term}f} - E_{\text{term}i}$ é igual para os dois processos. E se ΔE_{term} é igual para os processos A e B, então $W_A + Q_A = W_B + Q_B$.

Na Seção 17.2 você aprendeu que o trabalho realizado durante um processo com gás ideal depende do caminho seguído no diagrama pV . Há uma área maior sob a curva do processo B, portanto $|W_B| > |W_A|$. Ambos os valores de W são negativos porque o gás sofre expansão; logo, W_B é mais negativo do que W_A . Conseqüentemente, $W_A + Q_A$ poderá ser igual a $W_B + Q_B$ somente se $Q_B > Q_A$. **O calor adicionado ou removido durante um processo com gás ideal depende do caminho seguído no diagrama pV .**

Processos adiabáticos

Na Seção 17.4 introduzimos a idéia de um *processo adiabático*, um processo no qual nenhuma energia térmica é transferida ($Q = 0$). A FIGURA 17.22 compara um processo adiabático com um processo isotérmico e com um processo isocórico. Agora estamos preparados para analisar processos adiabáticos mais detalhadamente.

Na prática, há duas maneiras pelas quais um processo adiabático pode ocorrer. Primeiro, um cilindro de gás pode ser completamente cercado por um isolamento térmico, como com pedaços espessos de isopor. O ambiente pode interagir mecanicamente com o gás empurrando ou puxando o pistão isolado, mas não ocorre interação térmica.

Segundo, o gás pode ser expandido ou comprimido muito rapidamente durante o que chamamos de *expansão adiabática* ou *compressão adiabática*. Em um processo muito rápido, basicamente não há tempo suficiente para que o calor seja transferido entre o gás e o ambiente. Já aludimos à idéia de que o calor é transferido através de colisões em nível atômico. Essas colisões levam tempo. Se você deixar uma das extremidades de um bastão de cobre sobre uma chama, a outra extremidade acabará ficando quente demais para que você consiga continuar segurando o bastão, mas isso não se dá instantaneamente. Um determinado intervalo de tempo é necessário para que o calor seja transferido de uma extremidade para a outra. Todo processo que ocorre com rapidez maior do que a rapidez com que o calor pode ser transferido é adiabático.

NOTA ► Você deve se lembrar de ter lido, no Capítulo 16, que iríamos estudar somente processos quase-estáticos, aqueles efetuados com lentidão suficiente para que o sistema permaneça em equilíbrio em todos os momentos. Agora estamos propondo estudar processos que acontecem muito rapidamente. Isso não é uma contradição? Sim, até certo ponto, é. O que precisamos estabelecer são as escalas adequadas de tempo. Com que grau de lentidão um processo deve ser realizado para que seja quase-estático? Com que velocidade ele deve ocorrer para ser adiabático? Esses tipos de cálculos precisam ser deixados para um curso mais avançado. Acontece – felizmente! – que, em muitas aplicações práticas, como no caso dos processos de compressão em motores a gasolina e diesel, os processos envolvidos são suficientemente rápidos para que possam ser considerados como adiabáticos, mas também suficientemente lentos para serem considerados quase-estáticos. ◀

Para um processo adiabático com $Q = 0$, a primeira lei da termodinâmica assume a forma $\Delta E_{\text{term}} = W$. A compressão adiabática de um gás ($W > 0$) aumenta a energia térmica. Desta forma, **uma compressão adiabática aumenta a temperatura de um gás**. Um gás que sofre uma expansão adiabática ($W < 0$) torna-se mais frio à medida que sua energia térmica diminui. Portanto, **uma expansão adiabática reduz a temperatura de um gás**. Pode-se usar um processo adiabático para alterar a temperatura de um gás sem usar calor!

O trabalho realizado durante um processo adiabático serve inteiramente para fazer variar a energia térmica do gás. No entanto, acabamos de descobrir que $\Delta E_{\text{term}} = nC_V \Delta T$ para qualquer processo. Logo,

$$W = nC_V \Delta T \quad (\text{em processos adiabáticos}) \quad (17.36)$$

A Equação 17.36 se junta às equações que derivamos anteriormente para o trabalho realizado em processos isocóricos, isobáricos e isotérmicos.

Os processos com gás podem ser representados como trajetórias no diagrama pV . Por exemplo, durante um processo isotérmico, um gás se desloca ao longo de uma hipérbole. Como um processo adiabático aparece representado em um diagrama pV ? O resultado é mais importante do que a derivação, que é um pouco entediante, de modo que começaremos com a resposta e, depois, no final desta seção, demonstraremos de onde ela se origina.

Primeiro, definimos a **razão entre calores específicos** γ (a letra grega gama minúscula):

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \begin{cases} 1,67 & \text{para gás monoatômico} \\ 1,40 & \text{para gás diatômico} \end{cases} \quad (17.37)$$

A razão entre calores específicos tem muitos usos na termodinâmica. Note que γ é adimensional.

Um processo adiabático é um tipo de processo no qual

$$pV^\gamma = \text{constante} \quad \text{ou} \quad p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad (17.38)$$

Isso se assemelha a uma isoterma $pV = \text{constante}$, mas é um pouco mais complexo devido ao expoente γ .

As curvas encontradas ao traçar o gráfico de $p = \text{constante}/V^\gamma$ são chamadas de **adiabáticas**. Na FIGURA 17.23 pode-se verificar que as duas adiabáticas são mais íngremes do que as isotermas hiperbólicas. Um processo adiabático se desloca ao longo de uma adiabática da mesma maneira que um processo isotérmico se desloca ao longo de uma isoterma. Pode-se verificar também que a temperatura diminui durante uma expansão adiabática e aumenta durante uma compressão adiabática.

Em um processo isotérmico, $\Delta E_{\text{term}} = 0$; logo, $W = -Q$.

Em um processo isocórico, $W = 0$; logo, $\Delta E_{\text{term}} = Q$.

$\Delta E_{\text{term}} = W + Q$

Em um processo adiabático, $Q = 0$, então $\Delta E_{\text{term}} = W$.

FIGURA 17.22 A relação dos três processos importantes com a primeira lei da termodinâmica.

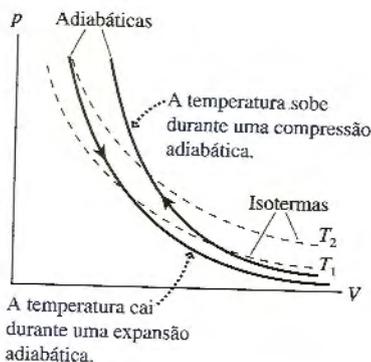
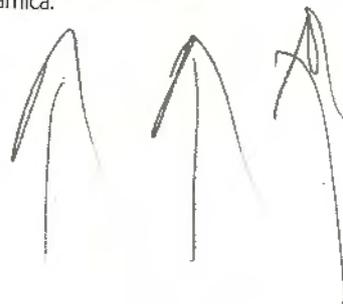


FIGURA 17.23 Um processo adiabático se desloca ao longo de curvas no diagrama pV chamadas de *adiabáticas*.

EXEMPLO 17.9 Uma compressão adiabática

Ar contendo vapor de gasolina entra no cilindro de um motor de combustão interna a 1,00 atm de pressão e com 30°C de temperatura. O pistão comprime rapidamente o gás de 500 cm³ para 50 cm³, o que corresponde a uma *razão de compressão* de 10.

- Quais são a pressão e a temperatura finais do gás?
- Represente o processo de compressão em um diagrama pV .
- Quanto trabalho é realizado para comprimir o gás?

MODELO A compressão é rápida, durando um tempo insuficiente para que calor seja transferido do gás para a vizinhança, portanto a consideraremos uma compressão adiabática e trataremos o gás como se ele fosse 100% ar.

RESOLUÇÃO a. Conhecemos a pressão e o volume iniciais, bem como o volume após a compressão. Para um processo adiabático, no qual pV^γ permanece constante, a pressão final é

$$p_f = p_i \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^\gamma = (1,00 \text{ atm})(10)^{1,40} = 25,1 \text{ atm}$$

O ar é uma mistura de N₂ e O₂, dois gases diatômicos, e por isso usaremos $\gamma = 1,40$. Agora podemos determinar a temperatura usando a lei dos gases ideais:

$$T_f = T_i \frac{p_f V_f}{p_i V_i} = (303 \text{ K})(25,1) \left(\frac{1}{10} \right) = 761 \text{ K} = 488^\circ\text{C}$$

A temperatura *deve* estar em kelvins ao se realizar este tipo de cálculo para um gás.

- b. A FIGURA 17.24 mostra o diagrama pV . As isotermas de 30°C e de 488°C foram incluídas para demonstrar como a temperatura se altera durante o processo.

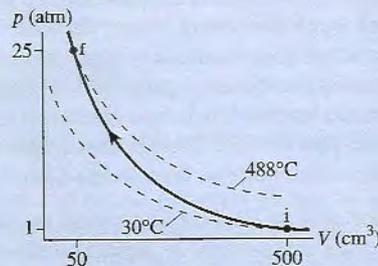


FIGURA 17.24 Compressão adiabática do gás em um motor de combustão interna.

- c. O trabalho realizado é $W = nC_V\Delta T$, com $\Delta T = 458 \text{ K}$. O número de mols é determinado a partir da lei dos gases ideais e das condições iniciais:

$$n = \frac{p_i V_i}{RT_i} = 0,0201 \text{ mol}$$

Portanto, o trabalho realizado para comprimir o gás é

$$W = nC_V\Delta T = (0,0201 \text{ mol})(20,8 \text{ J/mol}\cdot\text{K})(458 \text{ K}) = 192 \text{ J}$$

AVALIAÇÃO A temperatura sobe drasticamente durante o tempo de compressão de um motor. Contudo a temperatura mais alta não tem nada a ver com o calor! **A temperatura e a energia térmica do gás não são aumentadas pelo aquecimento do gás, mas pelo trabalho realizado sobre ele.** É importante que se compreenda esta idéia.

Se usarmos a expressão dos gases ideais, $p = nRT/V$, na equação adiabática $pV^\gamma = \text{constante}$, veremos que $TV^{\gamma-1}$ também é constante durante um processo adiabático. Logo, outra equação útil para processos adiabáticos é

$$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1} \quad (17.39)$$

Prova da Equação 17.38

Agora vamos analisar de onde provém a Equação 17.38. Considere um processo adiabático em que uma quantidade infinitesimal de trabalho dW realizado sobre um gás cause uma mudança infinitesimal na energia térmica. Para um processo adiabático, em que $dQ = 0$, a primeira lei da termodinâmica assume a forma

$$dE_{\text{term}} = dW \quad (17.40)$$

Podemos usar a Equação 17.35, válida para *qualquer* processo com gás ideal, para escrever $dE_{\text{term}} = nC_V dT$. Anteriormente, neste capítulo, constatamos que o trabalho realizado durante uma pequena variação de volume é dado por $dW = -pdV$. Com essas substituições, a Equação 17.40 assume a forma

$$nC_V dT = -p dV \quad (17.41)$$

A lei dos gases ideais pode agora ser usada para escrever $p = nRT/V$. O número de mols n é cancelado e C_V pode ser passado para o outro lado da equação, resultando em

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} \quad (17.42)$$

Integraremos a Equação 17.42, mas antecipando a necessidade de $\gamma = C_p/C_v$, podemos usar primeiro o fato de que $C_p = C_v + R$ para escrever

$$\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} - 1 = \gamma - 1 \quad (17.43)$$

Agora integramos a Equação 17.42 desde o estado inicial i até o estado final f :

$$\int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} \quad (17.44)$$

A integração resulta em

$$\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = \ln\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} \quad (17.45)$$

onde usamos as propriedades logarítmicas $\log a - \log b = \log(a/b)$ e $\log a = \log(a)^c$.

Tomando a exponencial dos dois lados, obtemos

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_f}{T_i}\right) &= \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} \\ T_f V_f^{\gamma-1} &= T_i V_i^{\gamma-1} \end{aligned} \quad (17.46)$$

Esta é a Equação 17.39. Escrevendo $T = pV/nR$ e cancelando $1/nR$ dos dois lados da equação, obtemos a Equação 17.38:

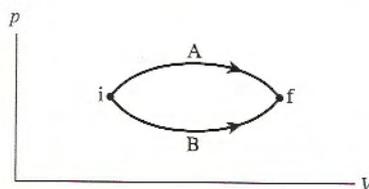
$$p_f V_f^\gamma = p_i V_i^\gamma \quad (17.47)$$

Essa derivação foi longa, mas é uma boa prática para se ver como a lei dos gases ideais e a primeira lei da termodinâmica podem ser usadas conjuntamente para gerar resultados de grande importância.

PARA PENSAR

Para os dois processos representados no diagrama, qual das seguintes alternativas é verdadeira:

- $Q_A > Q_B$
- $Q_A = Q_B$
- $Q_A < Q_B$



17.8 Mecanismos de transferência de calor

Você se sente mais aquecido quando exposto ao Sol, tem mais frio ao sentar num banco de metal ou quando há vento, principalmente se a sua pele estiver molhada. Isso acontece por causa da transferência de calor. Embora tenhamos falado bastante sobre calor neste capítulo, não dissemos muito sobre *como* o calor é transferido de um objeto mais quente para outro, mais frio. Há quatro mecanismos básicos pelos quais os objetos trocam calor com seu entorno. A evaporação já foi tratada numa seção anterior; nesta seção, consideraremos os outros mecanismos restantes.

Mecanismos de transferência de calor



Quando dois objetos estão em contato direto, como o chumbo da solda e a placa deste circuito elétrico, o calor é transferido por *condução*.



As correntes de ar próximas a um copo com água quente sobem, levando energia térmica junto consigo em um processo conhecido por *convecção*.



A lâmpada no topo da foto irradia luz sobre os carneiros abaixo, aquecendo-os. A energia é transferida por *radiação*.



O ato de soprar sobre uma xícara de chá ou de café resfria o líquido por *evaporação*.

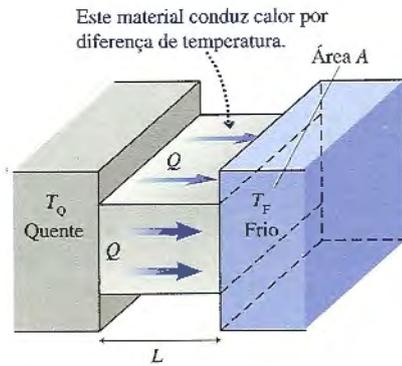


FIGURA 17.25 Condução de calor através de um sólido.

Condução

A FIGURA 17.25 mostra um objeto posicionado entre duas fontes, uma delas a uma temperatura maior T_Q e a outra a uma temperatura menor T_F . Não faz diferença se o objeto é largo e estreito, como uma janela de vidro separando um quarto quente do exterior frio, ou longo e delgado, como um bastão mantido sobre uma chama. A diferença de temperatura fará com que energia térmica seja transferida do lado quente para o lado frio por um processo conhecido como **condução**.

Não é surpreendente que uma quantidade maior de calor seja transferida quando a diferença de temperatura ΔT for maior. Um material com seção transversal de área A maior (um cano mais grosso, por exemplo) transfere mais calor, ao passo que um material mais espesso, com uma distância L maior entre as fontes fria e quente, permite uma taxa menor de transferência de calor.

Essas observações sobre a condução do calor podem ser resumidas numa única fórmula. Se o calor Q for transferido durante um intervalo de tempo Δt , a taxa de transferência de calor será $Q/\Delta t$. Para um material com seção transversal de área A e comprimento L , submetido a uma diferença de temperatura $\Delta T = T_Q - T_F$, a taxa de transferência de calor é

$$\frac{Q}{\Delta t} = k \frac{A}{L} \Delta T \tag{17.48}$$

TABELA 17.5 Condutividades térmicas

Material	k (W/m K)
Diamante	2.000
Prata	430
Cobre	400
Alumínio	240
Ferro	80
Aço inoxidável	14
Gelo	1,7
Concreto	0,8
Vidro	0,8
Isopor	0,035
Ar (a 20°C e 1 atm)	0,023

A grandeza k , que caracteriza se o material é um bom ou um mau condutor de calor, é chamada de **condutividade térmica** do material. Uma vez que a taxa de transferência de calor J/s é uma *potência*, expressa em watts, a unidade de k é o W/m K. Valores de k para alguns materiais comuns são fornecidos pela Tabela 17.5; todo material com valor maior de k é melhor condutor de calor.

A maioria dos bons condutores de calor são metais, que também são bons condutores de eletricidade. Uma exceção é o diamante. Embora os diamantes sejam maus condutores elétricos, as fortes ligações entre os átomos que tornam o diamante tão rígido resultam em uma transferência rápida de energia térmica. Circuitos integrados muitas vezes são mantidos resfriados ao serem encaixados em “dissipadores de calor” feitos de metal (ou, às vezes, de diamante!) que rapidamente dissipam o calor em excesso para o ambiente. O ar e outros gases são maus condutores de calor porque não há ligações entre suas moléculas adjacentes.

EXEMPLO 17.10 Mantendo um congelador frio

Um congelador doméstico de 1,8 m de largura, 1,0 m de altura e 0,65 m de profundidade está isolado termicamente por chapas de isopor com 5,0 cm de espessura. A que taxa o compressor deve remover calor do congelador a fim de manter o interior a -20°C em uma sala onde a temperatura do ar é de 25°C ?

MODELO O calor é transferido através de cada um dos seis lados por condução. Para manter uma temperatura constante no interior do congelador, o compressor deve remover calor à mesma taxa com que ele entra. A condução de calor é determinada primariamente pelo isolamento espesso, por isso vamos desprezar os efeitos dos finos painéis internos e externos.

RESOLUÇÃO Cada um dos seis lados é uma chapa de isopor com área transversal A e espessura $L = 5,0$ cm. A taxa total de transferência de calor é

$$\frac{Q}{\Delta t} = \sum_{i=1}^6 k \frac{A_i}{L} \Delta T = \frac{k \Delta T}{L} \sum_{i=1}^6 A_i = \frac{k \Delta T}{L} A_{\text{total}}$$

A área superficial total é

$$A_{\text{total}} = 2 \times (1,8 \text{ m} \times 1,0 \text{ m} + 1,8 \text{ m} \times 0,65 \text{ m} + 1,0 \text{ m} \times 0,65 \text{ m}) = 7,24 \text{ m}^2$$

Usando o valor $k = 0,035 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, obtido da Tabela 17.5, encontramos

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{k \Delta T}{L} A_{\text{total}} = \frac{(0,035 \text{ W/m}\cdot\text{K})(45 \text{ K})(7,24 \text{ m}^2)}{0,050 \text{ m}} = 230 \text{ W}$$

O calor entra no congelador através das paredes a uma taxa de 230 J/s; logo, a fim de manter o congelador a -20°C , o compressor deve remover 230 J de energia térmica a cada segundo.

AVALIAÇÃO No Capítulo 19 aprenderemos como um compressor faz isso e quanto trabalho ele deve realizar. Um congelador típico usa energia elétrica a uma taxa de aproximadamente 150 W, portanto nosso resultado parece razoável.

A condutividade térmica determina a que taxa a energia térmica é transferida. Uma cadeira de metal parece ser mais fria, em contato com sua pele, do que uma cadeira de madeira, mas será que isso é verdade? Tanto o metal quanto a madeira estão à temperatura ambiente, todavia o metal possui uma condutividade térmica muito maior e, por isso, conduz calor para fora de sua pele a uma taxa muito maior. A sensação de calor ou frio que você sente está mais intimamente relacionada à taxa de transferência de energia do que à temperatura real do objeto.

Convecção

O ar é um mau condutor de calor, mas a energia térmica é facilmente transferida pelo ar, pela água e por outros fluidos porque esses materiais podem fluir. Uma panela de água sobre o fogão é aquecida em sua parte inferior. Essa água aquecida se expande, tornando-se menos densa do que a água acima dela e, com isso, sobe à superfície, enquanto a água mais fria e densa afunda para assumir seu lugar. O mesmo acontece com o ar. Essa transferência de energia térmica através do movimento de um fluido – a ideia bem-conhecida de que o “calor sobe” – é chamada de **convecção**.

A convecção é, geralmente, o principal mecanismo para transferência de calor em sistemas de fluidos. Em escala pequena, a convecção mistura a panela de água que você aquece no fogão; em escala grande, a convecção é responsável por fazer com que o vento sopra e as correntes do oceano circulem. O ar é um condutor térmico muito ruim, porém ele é muito eficiente na transferência de energia por convecção. Para usar o ar como isolante térmico, é necessário aprisioná-lo em pequenas bolsas a fim de limitar a convecção. É exatamente isso o que fazem as penas, os pêlos, as janelas de vidro duplo e os isolamentos com fibra de vidro. A convecção transfere energia muito mais rapidamente com a água do que com o ar, e por isso as pessoas podem morrer de hipotermia na água a 20°C (68°F), mas podem viver satisfatoriamente no ar a 20°C .

Irradiação

O Sol irradia energia para a Terra através do vácuo do espaço. De forma semelhante, você sente o calor proveniente das brasas de uma lareira.

Todos os objetos emitem energia na forma de **radiação**, formada por ondas eletromagnéticas geradas por cargas elétricas oscilantes nos átomos que constituem o objeto. Essas ondas transferem energia do objeto emissor da radiação para o objeto que a absorve. As ondas eletromagnéticas carregam energia proveniente do Sol; esta energia é absorvida quando a luz solar atinge sua pele, aquecendo-a pelo aumento de sua energia térmica. A sua pele também emite radiação eletromagnética, ajudando a manter seu corpo frio pela redução de sua energia térmica. A radiação é uma parte significativa do *equilíbrio energético* que mantém seu corpo à temperatura adequada.



A água aquecida mais escura se desloca por convecção.



Esta imagem de satélite mostra a radiação emitida pelas águas do oceano na costa leste dos Estados Unidos. Pode-se enxergar claramente as águas quentes da corrente do golfo, uma corrente de convecção de grande escala que transfere calor para latitudes mais ao norte.

NOTA ► A palavra “radiação” vem de “raio”. Radiação é um termo que pode se referir aos raios X ou ao decaimento radioativo de núcleos atômicos, mas também pode se referir simplesmente à luz e a outras formas de ondas eletromagnéticas “irradiadas” por um objeto. Aqui estamos usando este segundo significado do termo. ►

Você está familiarizado com a radiação emitida por objetos “rubros de tão quente” ou, a uma temperatura suficientemente alta, por objetos “brancos de tão quente”. O Sol é, simplesmente, uma bola quantíssima de gás ardente, e a luz branca de uma lâmpada incandescente é radiação emitida por um fino filamento aquecido a uma temperatura muito alta por meio de uma corrente elétrica. Objetos a baixas temperaturas também irradiam, mas você não pode enxergar essa radiação (embora você possa, às vezes, senti-la), pois trata-se de radiação infravermelha de longo comprimento de onda.

Alguns filmes e detectores são sensíveis ao infravermelho e podem registrar a radiação infravermelha emitida por objetos. A imagem térmica de uma casa em falsa cor, na abertura deste capítulo, revela a emissão infravermelha enquanto a casa emite energia para o ambiente externo mais frio. Essas imagens são usadas para avaliar onde os prédios necessitam de isolamento adicional.

A energia irradiada por um objeto depende fortemente da temperatura. Se a energia térmica Q for irradiada, durante um intervalo de tempo Δt , por um objeto com área superficial A e temperatura absoluta T , a taxa de transferência de calor será

$$\frac{Q}{\Delta t} = e\sigma AT^4 \quad (17.49)$$

Uma vez que a taxa de transferência de energia é potência ($1 \text{ J/s} = 1 \text{ W}$), $Q/\Delta t$ é, muitas vezes, chamada de *potência irradiada*. Observe a fortíssima dependência com a temperatura, elevada à quarta potência. Dobrar a temperatura absoluta de um objeto aumentará a potência irradiada por ele por um fator igual a 16!

O parâmetro e na Equação 17.49 é a **emissividade** da superfície, uma medida de quão eficientemente ela emite a radiação. O valor de e varia entre 0 e 1. σ é uma constante, conhecida como a constante de Stefan-Boltzmann, cujo valor é

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

NOTA ► Assim como na lei dos gases ideais, a temperatura na Equação 17.49 *deve* estar expressa em kelvins. ◀

Além de emitir radiação, os objetos também *absorvem* a radiação emitida por sua vizinhança. Suponha que um objeto a uma temperatura T esteja circundado por um ambiente a uma temperatura T_0 . A taxa *resultante* com a qual o objeto irradia energia térmica – ou seja, a radiação emitida menos a radiação absorvida – é dada por

$$\frac{Q_{\text{res}}}{\Delta t} = e\sigma A(T^4 - T_0^4) \quad (17.50)$$

Isso faz sentido. Um objeto não deve ter um *saldo* de radiação se ele estiver em equilíbrio térmico ($T = T_0$) com a vizinhança.

Note também que a emissividade e aparece na absorção e na emissão; bons emissores são também bons absorvedores. Um absorvedor perfeito ($e = 1$), que absorva toda luz e radiação incidentes sobre ele, porém sem nada refletir, pareceria completamente negro. Assim, um absorvedor perfeito às vezes é chamado de **corpo negro**. Contudo, um absorvedor perfeito também seria um emissor perfeito, de modo que a radiação térmica proveniente de um emissor ideal é denominada **radiação de corpo negro**. Parece estranho que objetos negros sejam emissores perfeitos, mas pense em um pedaço de carvão preto que pareça vermelho de tão quente por estar no fogo. À temperatura ambiente, ele “brilha” igualmente, emitindo infravermelho.

EXEMPLO 17.11 Medindo a temperatura do Sol

O raio do Sol é $6,96 \times 10^8$ m. À distância da Terra, $1,50 \times 10^{11}$ m, a intensidade da radiação solar (medida por satélites em órbita acima da atmosfera) é de 1370 W/m². Qual é a temperatura da superfície do Sol?

MODELO Suponha que o Sol seja um radiador ideal com $e = 1$.

RESOLUÇÃO A potência total irradiada pelo Sol é a potência por m² multiplicada pela área superficial de uma esfera que se estende do centro até a Terra:

$$P = \frac{1370 \text{ W}}{1 \text{ m}^2} \times 4\pi(1,50 \times 10^{11} \text{ m})^2 = 3,87 \times 10^{26} \text{ W}$$

Ou seja, o Sol irradia energia a uma taxa $Q/\Delta t = 3,87 \times 10^{26}$ W. Isso é muita potência! Essa energia é irradiada pela superfície de uma

esfera de raio R_S . Usando esta informação na Equação 17.49, determinamos a temperatura da superfície do Sol como

$$\begin{aligned} T &= \left[\frac{Q/\Delta t}{e\sigma(4\pi R_S^2)} \right]^{1/4} \\ &= \left[\frac{3,87 \times 10^{26} \text{ W}}{(1)(5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4)4\pi(6,96 \times 10^8 \text{ m})^2} \right]^{1/4} \\ &= 5790 \text{ K} \end{aligned}$$

AVALIAÇÃO Esta temperatura é confirmada por medições do espectro solar, um tópico que exploraremos na Parte VII.

A radiação térmica desempenha um papel importante no clima e no aquecimento global. A Terra como um todo encontra-se em equilíbrio térmico. Conseqüentemente, ela deve irradiar de volta para o espaço exatamente a quantidade de energia que recebe do Sol. A radiação que entra, proveniente do Sol quente, é, em sua maior parte, luz visível. A atmosfera terrestre é transparente à luz visível, de modo que essa radiação atinge a superfície e é por ela absorvida. A Terra mais fria, por sua vez, irradia radiação infravermelha, porém a atmosfera *não* é completamente transparente ao infravermelho. Alguns componentes da atmosfera, notavelmente o vapor d'água e o dióxido de carbono, são fortes absorvedores de radiação infravermelha. Eles atrapalham a emissão de radiação para o espaço e, como um cobertor, mantêm a superfície da Terra mais quente do que seria se esses gases não estivessem presentes na atmosfera.

O **efeito estufa**, como é chamado, é parte natural do clima terrestre. A Terra seria muito mais fria e, em grande parte, congelada se não fosse pelo dióxido de carbono que existe naturalmente na atmosfera. Entretanto, o dióxido de carbono também resulta da queima de combustíveis fósseis, e as atividades humanas desde o início da Revolução Industrial têm aumentado a concentração de dióxido de carbono na atmosfera em quase 50%. Essa contribuição humana amplificou o efeito estufa e constitui a causa principal do aquecimento global.

PARE E PENSE 17.7

Suponha que você seja um astronauta no espaço, trabalhando duro em seu traje espacial lacrado. A única maneira de você transferir excesso de calor para a vizinhança é por

- a. Condução. b. Convecção. c. Irradiação. d. Evaporação.

RESUMO

Os objetivos do Capítulo 17 foram expandir nosso conhecimento sobre a energia e desenvolver a primeira lei da termodinâmica como um enunciado geral da conservação de energia.

Princípios gerais

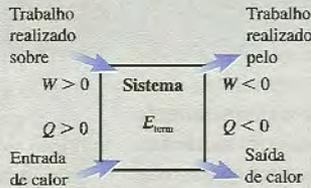
Primeira lei da termodinâmica

$$\Delta E_{\text{term}} = W + Q$$

A primeira lei é um enunciado geral da conservação de energia.

O trabalho W e o calor Q dependem do processo pelo qual o sistema sofre alteração.

A mudança ocorrida no sistema depende apenas da energia total trocada com a vizinhança, $W + Q$, e não, do processo.



Energia

Energia térmica E_{term} Energia microscópica das moléculas em movimento e das ligações moleculares distendidas. A ΔE_{term} depende dos estados inicial/final, mas independe do processo.

Trabalho W Energia transferida para o sistema por meio de forças em uma interação mecânica.

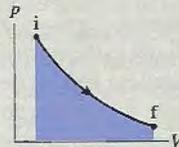
Calor Q Energia transferida para o sistema, através de colisões em nível atômico, quando existe uma diferença de temperatura. Uma interação térmica.

Conceitos importantes

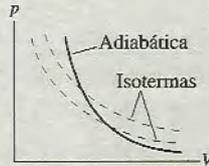
O trabalho realizado sobre um gás é determinado por

$$W = - \int_{V_i}^{V_f} p dV$$

$$= -(\text{área sob a curva } pV)$$



Um processo adiabático é um tipo de processo em que $Q = 0$. Neste processo, os gases se deslocam ao longo de uma **adiabática** para a qual $pV^\gamma = \text{constante}$, onde $\gamma = C_p/C_v$ é a **razão entre calores específicos**. Um processo adiabático altera a temperatura de um gás sem aquecê-lo.



Calorimetria Quando dois ou mais sistemas interagem termicamente, eles acabam atingindo uma temperatura final comum determinada por

$$Q_{\text{res}} = Q_1 + Q_2 + \dots = 0$$

O calor latente L é a energia necessária para fazer com que 1 kg de uma substância sofra uma mudança de fase:

$$Q = \pm ML$$

O calor específico c de uma substância é a energia necessária para aumentar a temperatura de 1 kg do material em 1 K:

$$Q = Mc\Delta T$$

O calor específico molar C é a energia necessária para anmentar a temperatura de 1 mol do material em 1 K:

$$Q = nC\Delta T$$

O calor específico molar dos gases depende do *processo* pelo qual a temperatura é alterada:

C_v = calor específico molar a **volume constante**

$C_p = C_v + R$ = calor específico molar a **pressão constante**

O calor é transferido por **condução**, **convecção**, **irradiação** e **evaporação**.

Condução: $Q/\Delta t = (kA/L)\Delta T$

Irradiação: $Q/\Delta t = e\sigma AT^4$

Resumo dos processos básicos com gases

Processo	Definição	Permanece constante	Trabalho	Calor
Isocórico	$\Delta V = 0$	V e p/T	$W = 0$	$Q = nC_v\Delta T$
Isobárico	$\Delta p = 0$	p e V/T	$W = -p\Delta V$	$Q = nC_p\Delta T$
Isotérmico	$\Delta T = 0$	T e pV	$W = -nRT \ln(V_f/V_i)$	$\Delta E_{\text{term}} = 0$
Adiabático	$Q = 0$	pV^γ	$W = \Delta E_{\text{term}}$	$Q = 0$

Todos os processos com gases

Primeira lei $\Delta E_{\text{term}} = W + Q = nC_v\Delta T$

Lei dos gases ideais $pV = nRT$

Termos e notação

energia interna, E_{int}	modelo termodinâmico de energia	calor específico molar a volume constante, C_V	condutividade térmica, k
trabalho, W	processo adiabático	calor específico molar a pressão constante, C_p	convecção
interação mecânica	calor específico, c	razão entre calores específicos, γ	irradiação
equilíbrio mecânico	calor latente, L	adiabática	emissividade, e
calor, Q	calor latente de fusão, L_f	condução	corpo negro
interação térmica	calor latente de vaporização, L_v		radiação de corpo negro
equilíbrio térmico	calorimetria		efeito estufa
primeira lei da termodinâmica			



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por um símbolo de I (fácil) a III (desafiador).

QUESTÕES CONCEITUAIS

- Quando um ônibus espacial retorna à Terra, sua superfície torna-se muito quente ao atravessar a atmosfera em alta velocidade. O ônibus espacial foi aquecido? Em caso afirmativo, qual foi a fonte do calor? Em caso negativo, por que ele está quente?
- (a) A temperatura, (b) o calor e (c) a energia térmica descrevem cada qual uma propriedade de um sistema, uma interação do sistema com sua vizinhança ou ambos? Explique.
- O texto afirma que a primeira lei da termodinâmica é simplesmente um enunciado geral sobre a idéia de conservação de energia. O que isso significa? Como a primeira lei incorpora a idéia de conservação de energia?
- Você dispõe de dois cubos de 100 g rotulados de A e B. Os cubos têm a mesma densidade e o mesmo volume, mas A possui um calor específico maior do que o de B. Suponha que o cubo A, inicialmente a 0°C, seja colocado em bom contato térmico com o cubo B, inicialmente a 200°C, dentro de um recipiente bem-isolado termicamente. A temperatura final será maior do que, menor do que ou igual a 100°C? Explique.
- Dois recipientes contêm massas iguais de gás nitrogênio a temperaturas iguais. Você fornece 10 J de calor ao recipiente A, não permitindo que seu volume se altere, e 10 J de calor ao recipiente B, sem permitir que sua pressão varie. Depois disso, a temperatura T_A será maior do que, menor do que ou igual a T_B ? Explique.
- Você precisa aumentar a temperatura de um gás em 10°C. Para usar a menor quantidade de energia térmica possível, você deve aquecer o gás a pressão constante ou a volume constante? Explique.
- Por que o calor específico molar de um gás a pressão constante é maior do que o calor específico molar a volume constante?
- A FIGURA Q17.8 representa um processo adiabático.
 - A temperatura final é maior do que, menor do que ou igual à temperatura inicial?
 - Durante este processo, alguma energia térmica é adicionada ou removida do sistema? Explique.

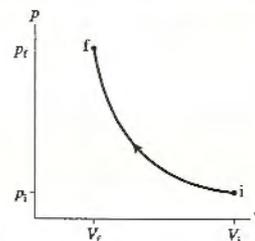


FIGURA Q17.8

- A FIGURA Q17.9 representa dois processos diferentes que levam um gás ideal de um estado i para um estado f. O trabalho realizado sobre o gás no processo A é maior do que, menor do que ou igual ao trabalho realizado no processo B? Explique.

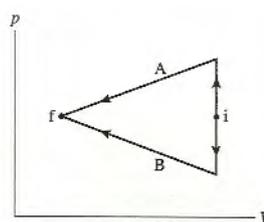


FIGURA Q17.9

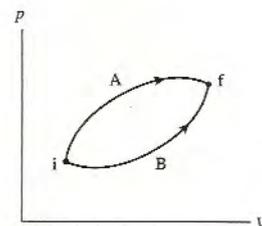


FIGURA Q17.10

- A FIGURA Q17.10 representa dois processos diferentes que levam um gás ideal de um estado i para um estado f.
 - A variação de temperatura ΔT durante o processo A é maior do que, menor do que ou igual à correspondente variação ocorrida durante o processo B? Explique.
 - A energia térmica adicionada durante o processo A é maior do que, menor do que ou igual ao calor adicionado durante o processo B? Explique.

11. Descreva uma série de etapas nas quais você usa o cilindro da Figura 17.13 para implementar o processo com gás ideal representado na FIGURA Q17.11. Depois represente o processo em um gráfico de barras para a primeira lei.

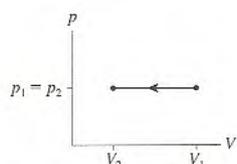


FIGURA Q17.11

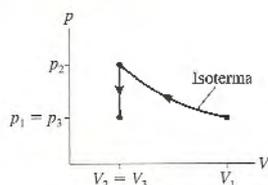


FIGURA Q17.12

12. Descreva uma série de etapas nas quais você usa o cilindro da Figura 17.13 para implementar o processo com gás ideal representado na FIGURA Q17.12. Depois, represente o processo em um gráfico de barras para a primeira lei.

13. O cilindro com gás da FIGURA Q17.13, semelhante ao cilindro mostrado na Figura 17.13, é colocado sobre um bloco de gelo. A temperatura inicial do gás é maior do que 0°C.

- Durante o processo que ocorre até que o gás atinja um novo equilíbrio, (i) ΔT , (ii) W e (iii) Q são maiores do que, menores do que ou iguais a zero? Explique.
- Desenhe um diagrama pV que represente o processo.

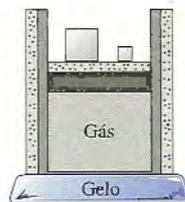


FIGURA Q17.13

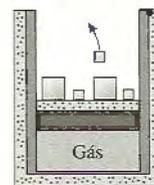


FIGURA Q17.14

14. O cilindro com gás da FIGURA Q17.14 é semelhante ao cilindro mostrado anteriormente na Figura 17.13, exceto pelo fato de que sua parte inferior está isolada termicamente. Massas são lentamente removidas de cima do pistão até que a massa total seja reduzida em 50%.

- Durante este processo, (i) ΔT , (ii) W e (iii) Q são maiores do que, menores do que ou iguais a zero? Explique.
- Desenhe um diagrama pV que represente o processo.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 17.1 É tudo uma questão de energia

Seção 17.2 Trabalho em processos com um gás ideal

1. I Quanto trabalho é realizado sobre um gás no processo representado na FIGURA EX17.1?

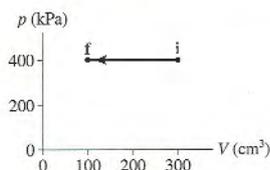


FIGURA EX17.1

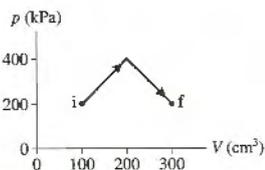


FIGURA EX17.2

2. II Quanto trabalho é realizado sobre um gás no processo representado na FIGURA EX17.2?

3. II Oitenta joules de trabalho são realizados sobre um gás no processo representado na FIGURA EX17.3. Quanto vale V_1 em cm^3 ?

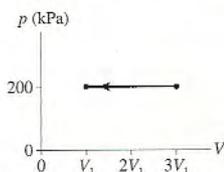


FIGURA EX17.3

4. II Um recipiente de 2.000 cm^3 armazena $0,10 \text{ mol}$ de hélio gasoso a 300°C . Quanto trabalho deve ser realizado para comprimir o gás até 1.000 cm^3 (a) a pressão constante e (b) a temperatura constante? (c) Represente e denote os dois processos em um único diagrama pV .

Seção 17.3 Calor

Seção 17.4 A primeira lei da termodinâmica

5. I Desenhe um gráfico de barras para a primeira lei (ver Figura 17.14) correspondente ao processo com gás da FIGURA EX17.5.

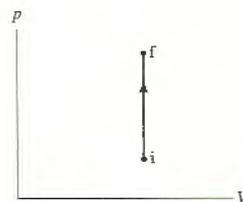


FIGURA EX17.5

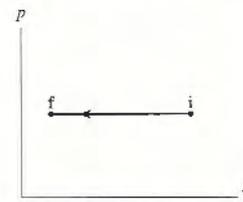


FIGURA EX17.6

6. I Desenhe um gráfico de barras para a primeira lei (ver Figura 17.14) correspondente ao processo com gás da FIGURA EX17.6.

7. I Desenhe um gráfico de barras para a primeira lei (ver Figura 17.14) correspondente ao processo com gás da FIGURA EX17.7.

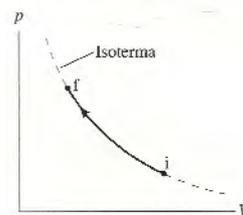


FIGURA EX17.7

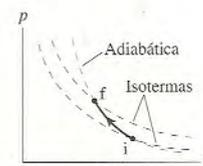


FIGURA EX17.8

8. I Desenhe um gráfico de barras para a primeira lei (ver Figura 17.14) correspondente ao processo com gás da FIGURA EX17.8.

9. | Quinhentos joules de trabalho são realizados sobre um sistema durante um processo que reduz a energia térmica do sistema em 200 J. Que valor de energia térmica é transferido para o sistema ou para fora dele?
10. || Um gás é comprimido de 600 cm^3 para 200 cm^3 a uma pressão constante de 400 kPa. Simultaneamente, 100 J de energia térmica são transferidos para fora do gás. Qual é a variação de energia térmica do gás durante o processo?

Seção 17.5 Propriedades térmicas da matéria

11. || Que valor de energia deve ser removido de um bloco de gelo de $6,0 \text{ cm} \times 6,0 \text{ cm} \times 6,0 \text{ cm}$ a fim de resfriá-lo de 0°C para -30°C ?
12. | Uma roda com pás gira rapidamente e aumenta a temperatura de 200 mL de água de 21°C para 25°C . (a) Quanto trabalho é realizado e (b) quanto calor é transferido durante o processo?
13. || Quanto calor é necessário para transformar 20 g de mercúrio em vapor de mercúrio no ponto de ebulição?
14. | a. Cem joules de energia térmica são transferidos para 20 g de mercúrio a 20°C . Em quanto aumenta a temperatura?
b. Quanto calor é necessário para aumentar a temperatura de 20 g de água na mesma quantidade?
15. || Um béquer químico contém 200 mL de álcool etílico a 20°C . Que quantidade mínima de energia deve ser removida a fim de produzir álcool etílico sólido?
16. || Qual é a massa máxima de chumbo que você poderia derreter com 1.000 J de calor, iniciando na temperatura de 20°C ?

Seção 17.6 Calorimetria

17. || Trinta gramas de grãos de chumbo são removidos de um forno a 300°C e imediatamente mergulhados em 100 mL de água a 20°C contida em um copo termicamente isolado. Qual será a nova temperatura da água?
18. || Um bloco de cobre é removido de um forno a 300°C e mergulhado em 1,00 L de água a $20,0^\circ\text{C}$. A água rapidamente atinge $25,5^\circ\text{C}$ e, depois, permanece nessa temperatura. Qual é a massa do bloco de cobre?
19. || Um termômetro de 50,0 g é usado para medir a temperatura de 200 mL de água. O calor específico do termômetro, basicamente feito de vidro, é de 750 J/kg K , e ele marca 20°C enquanto repousa sobre uma mesa. Depois de ser completamente imerso em água, a leitura do termômetro estabiliza em $71,2^\circ\text{C}$. Qual era a temperatura real da água antes de ser medida?
20. | Uma panela de alumínio de 750 g é removida do fogão e mergulhada em uma pia que contém 10,0 L de água a $20,0^\circ\text{C}$. A temperatura da água sobe rapidamente para $24,0^\circ\text{C}$. Qual era a temperatura inicial da panela, em $^\circ\text{C}$ e em $^\circ\text{F}$?
21. || Uma esfera de metal de 500 g é aquecida até atingir 300°C , depois é colocada em um béquer químico contendo 300 cm^3 de mercúrio a $20,0^\circ\text{C}$. Pouco mais tarde, a temperatura do mercúrio estabiliza em $99,0^\circ\text{C}$. Identifique o metal da esfera.

Seção 17.7 Calores específicos de gases

22. | Um recipiente contém 1,0 g de argônio a uma pressão de 8,0 atm.
a. Quanto calor é necessário para aumentar a temperatura em 100°C , a volume constante?
b. Qual será o aumento de temperatura se esta quantidade de energia térmica for transferida para o gás a pressão constante?
23. | Um recipiente contém 1,0 g de oxigênio a uma pressão de 8,0 atm.
a. Quanto calor é necessário para aumentar a temperatura em 100°C , a pressão constante?
b. Qual será o aumento de temperatura se esta quantidade de energia térmica for transferida para o gás a volume constante?

24. || A temperatura de 2,0 g de hélio aumenta, a volume constante, em ΔT . Que massa de oxigênio teria sua temperatura aumentada, no mesmo valor, a volume constante e usando a mesma quantidade de calor?
25. | O volume de um gás é reduzido à metade durante uma compressão adiabática que aumenta a pressão por um fator de 2,5.
a. Qual é a razão entre calores específicos γ ?
b. Por qual fator aumenta a temperatura?
26. || Um cilindro contém 0,10 mol de O_2 gasoso a 150°C e pressão de 3,0 atm. O gás sofre uma expansão adiabática até que a pressão se reduza à metade. Quanto valem (a) o volume final e (b) a temperatura final?
27. || Um cilindro contém 0,10 mol de O_2 gasoso a 150°C e pressão de 3,0 atm. O gás sofre uma expansão adiabática até que o volume seja dobrado. Quanto valem (a) a pressão final?; (b) a temperatura final?

Seção 17.8 Mecanismos de transferência de calor

28. | Uma casa de $10 \text{ m} \times 14 \text{ m}$ é construída sobre uma laje de concreto com 12 cm de espessura. Qual é a taxa de perda de calor através da laje se a temperatura do solo é 5°C , enquanto o interior da casa está a 22°C ?
29. | As extremidades de um bastão com 20 cm de comprimento e 2,0 cm de diâmetro são mantidas a 0°C e 100°C por imersão em uma banheira com gelo e água fervente. O bastão conduz calor a $4,5 \times 10^4$ por hora. De qual material é feito o bastão?
30. || Que potência máxima pode ser irradiada por uma esfera sólida de chumbo com 10 cm de diâmetro? Suponha uma emissividade igual a 1.
31. || A radiação emitida pela cabeça é uma das grandes fontes de perda de calor do corpo humano. Considere uma cabeça como um cilindro de 20 cm de diâmetro e 20 cm de altura. Se a temperatura da superfície corporal for 35°C , qual será a taxa resultante de perda de calor em um dia frio em que faz 5°C ? Toda a pele, independentemente de sua cor, é efetivamente negra no infravermelho onde a radiação ocorre, portanto considere uma emissividade igual a 0,95.

Problemas

32. || Quanto calor é necessário para transformar 200 mL de gelo a -20°C (a temperatura típica de um congelador) em vapor?
33. || O lago de um jardim tem 5,0 m de diâmetro e 30 cm de profundidade. Energia solar incide sobre o lago a uma taxa média de 400 W/m^2 . Se a água absorve toda a energia solar e não troca energia com sua vizinhança, quantas horas serão necessárias para aquecê-la de 15°C até 25°C ?
34. || Uma bola de boliche de 11 kg, a 0°C , é mergulhada em uma banheira contendo uma mistura de gelo e água. Pouco tempo depois, quando um novo equilíbrio é estabelecido, a quantidade de gelo diminuiu em 5,0 g. De que altura a bola foi jogada? Suponha que nenhuma água ou gelo caia para fora da banheira.
35. || O queimador de um fogão elétrico tem potência de saída de 2,0 kW. Uma chaleira de 750 g é preenchida com água a 20°C e colocada sobre o queimador já aquecido do fogão. Se 3,0 minutos foram necessários para que a água entrasse em ebulição, que volume de água, em cm^3 , havia na chaleira? Em sua maior parte, o aço é ferro, portanto suponha que seu calor específico seja igual ao do ferro.
36. || Dois carros colidem frontalmente quando cada um deles trafegava a 80 km/h . Suponha que suas energias cinéticas sejam transformadas em energia térmica dos destroços. Qual é o aumento de temperatura de cada carro? Considere que o calor específico dos carros seja igual ao do ferro.
37. || Um pedaço de 10 g de alumínio, a 200°C , e outro de 20 g de cobre são mergulhados em 50 cm^3 de álcool etílico a 15°C . A temperatura rapidamente atinge 25°C . Qual era a temperatura inicial do cobre?

38. II Um cubo de gelo de 100 g a -10°C é colocado em um copo de alumínio cuja temperatura inicial é 70°C . O sistema atinge uma temperatura de equilíbrio de 20°C . Qual é a massa do copo?
39. II Um pedaço de 512 g de um metal desconhecido, à temperatura de 15°C , é mergulhado em um recipiente de alumínio de 100 g que contém 325 g de água a 98°C . Pouco tempo depois, a temperatura do recipiente com água e metal estabiliza na nova temperatura de 78°C . Identifique o metal.
40. II Um experimento revela que o calor específico a volume constante de certo gás monoatômico é 625 J/kg K . Identifique o gás.
41. III Um tanque de aquecimento elétrico de água, com capacidade para 150 L, tem um aquecedor de 5,0 kW. Quantos minutos transcorrerão até a que a temperatura da água passe de 65°F para 140°F ?
42. I Um experimento mede a temperatura de 500 g de uma substância enquanto calor lhe é fornecido a uma taxa constante. A FIGURA P17.42 representa os resultados do experimento. Quanto valem (a) o calor específico no estado sólido; (b) o calor específico no estado líquido; (c) a temperatura de fusão e a de ebulição; e (d) o calor latente de fusão e de vaporização para esta substância?

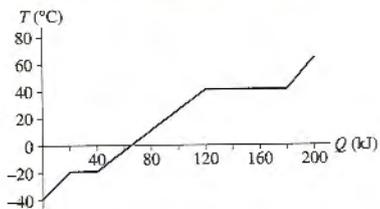


FIGURA P17.42

43. II Em muitos experimentos feitos a baixas temperaturas em laboratórios usa-se o nitrogênio líquido. Ele é facilmente disponível e custa menos do que gasolina! Quanto calor deve ser removido do gás nitrogênio a temperatura ambiente (20°C) a fim de produzir 1,0 L de nitrogênio líquido? A densidade do nitrogênio líquido é 810 kg/m^3 .
44. III O café em sua xícara de 300 mL está quente demais para ser bebido ao ser servido a 90°C . Qual é a massa de um cubo de gelo, tirado de um congelador a -20°C , que, ao ser mergulhado no café, diminuirá sua temperatura para confortáveis 60°C ?
45. II Você encontra uma caixa térmica vazia, daquelas usadas para manter as bebidas geladas em um piquenique no parque. A caixa tem paredes de alumínio revestidas com um material isolante. Trata-se de uma caixa térmica de 29 L com 2,0 kg de alumínio. Só de brincadeira, você atira um rojão dentro dela, fecha a tampa e senta sobre a caixa para que a tampa não arrebente. Um minuto mais tarde, quando abre a tampa, você nota que a marcação de um termômetro embutido na caixa subiu de 25°C para 28°C . Quanta energia foi liberada pelo rojão ao explodir?
46. I Um reator nuclear típico gera 1000 MW (1000 MJ/s) de energia elétrica. Ao fazer isso, ele produz 2000 MW de "calor residual", que deve ser removido do reator para que ele não derreta. Muitos reatores localizam-se próximos a grandes porções de água, para que possam dispor de água para sua refrigeração. Considere um reator em que a entrada de água ocorra a 18°C . Leis estaduais limitam a temperatura de saída da água a 30°C , a fim de não afetar organismos aquáticos. Quantos litros de água de refrigeração devem ser bombeados para o reator por minuto?
47. II Um béquer químico com fundo de metal é preenchido com 20 g de água a 20°C . Em seguida, ele é colocado em bom contato térmico com um recipiente de 4000 cm^3 que contém 0,40 mol de um gás monoatômico à pressão de 10 atm. Os dois recipientes estão bem-isolados de suas vizinhanças. Qual é a pressão do gás depois de um longo tempo decorrido? Considere que os recipientes sejam de massa desprezível e que não afetem o resultado.

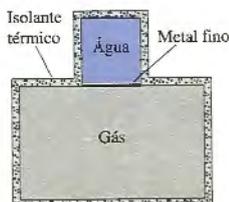


FIGURA P17.47

48. II Dois mols de gás encontram-se a 30°C e a uma pressão de 1,5 atm. Quanto trabalho deve ser realizado sobre o gás a fim de comprimí-lo para um terço de seu volume inicial (a) a temperatura constante e (b) a pressão constante? (c) Represente os dois processos em um único diagrama pV .
49. II Quinhentos joules de trabalho devem ser realizados a fim de comprimir um gás à metade de seu volume inicial a temperatura constante. Quanto trabalho deverá ser realizado para comprimir o gás por um fator de 10, iniciando com o mesmo volume inicial?
50. II Um cilindro com um pistão de 16 cm de diâmetro contém gás a uma pressão de 3,0 atm.
- Qual é a intensidade da força que o gás exerce sobre o pistão?
 - Qual é a intensidade da força que a vizinhança exerce sobre o pistão?
 - O gás sofre expansão a pressão constante e empurra o pistão em 10 cm. Quanto trabalho é realizado pela vizinhança?
 - Quanto trabalho é realizado pelo gás?
 - A energia térmica do gás aumenta em 196 J durante a expansão do item c. Neste processo, a energia térmica é transferida para o gás ou para fora dele? Qual é o valor dessa energia?
51. II Um cilindro de 10 cm de diâmetro contém gás argônio a uma pressão de 10 atm e uma temperatura de 50°C . Um pistão pode deslizar para dentro e para fora do cilindro. A altura inicial do cilindro é de 20 cm. Dois mil e quinhentos joules de calor são transferidos para o gás, fazendo com que ele se expanda a pressão constante. Quanto valem (a) a temperatura final e (b) o comprimento final do cilindro?
52. II Um cubo com lado de 20 cm contém 3,0 g de hélio a 20°C . Mil joules de energia térmica são transferidos para o gás. (a) Qual é a pressão final se o processo foi realizado a volume constante; e (b) qual é o volume final se o processo foi realizado a pressão constante? (c) Represente e denote os dois processos em um único diagrama pV .
53. II Um cilindro vertical de 8,0 cm de diâmetro está bem-isolado termicamente e contém nitrogênio gasoso. Ele é lacrado na parte superior por um pistão, livre de atrito, com massa de 5,1 kg. A pressão do ar acima do pistão é 100 kPa.
- Qual é a pressão de gás dentro do cilindro?
 - Inicialmente, a altura do pistão acima do fundo do cilindro é de 26 cm. Qual será a altura do pistão se uma massa adicional de 3,5 kg for colocada sobre o mesmo?
54. II Uma amostra de gás ideal, contendo n mols a uma temperatura T_1 e ocupando um volume V_1 , sofre uma expansão isotérmica até seu volume dobrar. Em função de n , T_1 e V_1 , quais são (a) a temperatura final do gás, (b) o trabalho realizado sobre o mesmo e (c) a energia térmica transferida para ele?
55. II Uma amostra de 5,0 g de nitrogênio gasoso, inicialmente a uma pressão de 3,0 atm e uma temperatura de 20°C , é submetida a uma expansão isobárica até que seu volume seja triplicado.
- Quanto valem a pressão e a temperatura do gás ao final da expansão?
 - Que quantidade de energia térmica é transferida para o gás a fim de causar esta expansão?
- A seguir, a pressão do gás é reduzida, a volume constante, até que a temperatura original seja novamente atingida.
- Qual é a pressão do gás após esta redução?
 - Que quantidade de energia térmica é transferida do gás durante este segundo processo?
 - Represente o processo inteiro em um diagrama pV . Escolha escalas adequadas para os dois eixos.
56. II A FIGURA P17.56 representa dois processos que levam um gás do estado i para o estado f. Demonstre que $Q_A - Q_B = p_i V_i$.

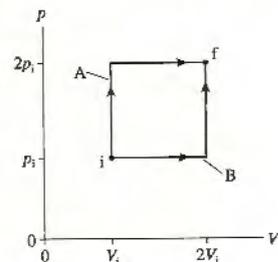


FIGURA P17.56

57. II Duas amostras de 0,10 mol de nitrogênio gasoso sofrem os dois processos representados na FIGURA P17.57. Quanto calor é requerido em cada um deles?

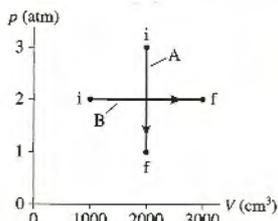


FIGURA P17.57

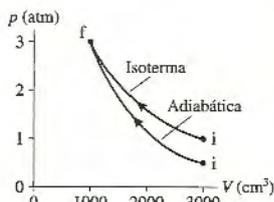


FIGURA P17.58

58. II Duas amostras de 0,10 mol de nitrogênio gasoso sofrem os dois processos representados na FIGURA P17.58. Quanto calor é requerido em cada um deles?

59. II Duas amostras de 0,10 mol de um gás monoatômico sofrem os dois processos representados na FIGURA P17.59.

- Durante o processo 1 → 2, que quantidade de energia térmica é transferida para o gás ou para fora dele?
- Durante o processo 2 → 3, que quantidade de energia térmica é transferida para o gás ou para fora dele?
- Qual é a variação total de energia térmica do gás?

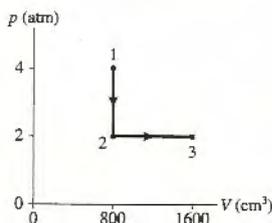


FIGURA P17.59

60. II Dois recipientes de 800 cm³ contêm quantidades idênticas de um gás monoatômico a 20°C. O recipiente A é rígido. O recipiente B dispõe de um pistão, com área de 100 cm² e massa de 10 kg, que pode deslizar sem atrito para cima e para baixo. Os recipientes são colocados sobre queimadores idênticos e aquecidos durante o mesmo intervalo de tempo.

- A temperatura final do gás contido em A será maior do que, menor do que ou igual à temperatura final do gás em B? Explique.
- Represente os dois processos em um único diagrama pV.
- Quais são as pressões iniciais nos recipientes A e B?
- Suponha que os aquecedores forneçam 25 W de potência e que fiquem ligados durante 15 s. Qual é o volume final do gás no recipiente B?

61. II Dois cilindros contêm 0,10 mol, cada um, de um gás diatômico mantido a 300 K e a uma pressão de 3,0 atm. O cilindro A sofre uma expansão isotérmica, e o cilindro B, uma expansão adiabática, até que a pressão do gás em cada um deles seja de 1,0 atm.

- Qual é a temperatura e qual é o volume final do gás em cada recipiente?
- Represente os dois processos em um único diagrama pV. Use uma escala adequada em cada eixo.

62. III Um gás monoatômico sofre o processo 1 → 2 → 3 representado na FIGURA P17.62. Que quantidade de calor é requerida para (a) o processo 1 → 2 e (b) o processo 2 → 3?

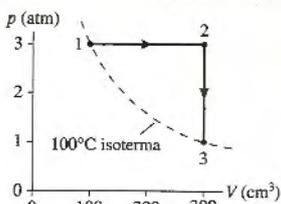


FIGURA P17.62

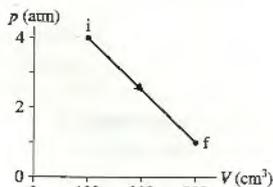


FIGURA P17.63

63. II A FIGURA P17.63 representa um processo termodinâmico sofrido por 0,015 mol de hidrogênio gasoso.

- Quanto trabalho é realizado sobre o gás?
- Qual é a variação sofrida pela energia térmica do gás?
- Que quantidade de energia térmica é transferida para o gás?

64. II A FIGURA P17.64 representa um processo termodinâmico sofrido por 120 mg de hélio gasoso.

- Determine a pressão (em atm), a temperatura (em °C) e o volume (em cm³) do gás nos pontos 1, 2 e 3. Disponha seus resultados na forma de uma tabela para facilitar a leitura.

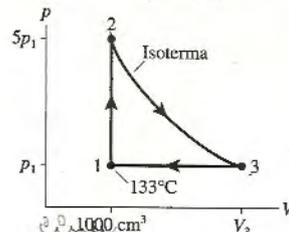


FIGURA P17.64

- Quanto trabalho é realizado sobre o gás durante cada um dos três segmentos?
- Que quantidade de energia térmica é transferida para o gás ou para fora dele durante cada um dos três segmentos mostrados na figura?

65. II Um dos cilindros do motor a diesel de um caminhão tem volume interno inicial de 600 cm³. Ar é admitido no cilindro a 30°C, com pressão de 1,0 atm. O eixo do pistão realiza 400 J de trabalho a fim de comprimir rapidamente o ar. Quanto valem a temperatura final e o volume interno final do pistão?

66. II Que valor de razão de compressão, V_i/V_f , aumentará a temperatura (a) do ar e (b) do argônio de 30°C para 850°C durante um processo adiabático?

67. II a. Que valor de razão de compressão, V_{\max}/V_{\min} , aumentará a temperatura do ar de 20°C para 1000°C durante um processo adiabático?

- b. Qual é a razão de pressão P_{\max}/P_{\min} deste processo?

68. II Uma amostra de 2,0 g de hélio gasoso, inicialmente a 100°C e 1,0 atm, sofre uma expansão isobárica até seu volume ser dobrado. Quanto valem (a) a temperatura final do gás; (b) o trabalho realizado sobre o mesmo; (c) o calor transferido para ele; e (d) a variação de energia térmica do gás? (e) Represente o processo em um diagrama pV usando escalas adequadas para os dois eixos.

69. II Uma amostra de 2,0 g de hélio, inicialmente a 100°C e 1,0 atm, sofre uma expansão isotérmica até seu volume ser dobrado. Quanto valem (a) a pressão final do gás; (b) o trabalho realizado sobre o mesmo; (c) o calor transferido para ele; e (d) a variação de energia térmica do gás? (e) Represente o processo em um diagrama pV usando escalas adequadas para os dois eixos.

70. II Uma amostra de 14 g de nitrogênio gasoso nas CNTP é comprimida adiabaticamente até uma pressão de 20 atm. Quanto valem (a) a temperatura final do gás; (b) o trabalho realizado sobre o mesmo; (c) o calor transferido para ele; e (d) a razão de compressão V_{\max}/V_{\min} correspondente? (e) Represente o processo em um diagrama pV usando escalas adequadas para os dois eixos.

71. II Uma amostra de 14 g de gás nitrogênio nas CNTP é comprimida durante um processo isocórico até a pressão de 20 atm. Quanto valem (a) a temperatura final do gás; (b) o trabalho realizado sobre o mesmo; (c) o calor transferido para o gás; e (d) a razão de compressão P_{\max}/P_{\min} correspondente? (e) Represente o processo em um diagrama pV usando escalas adequadas para os dois eixos.

72. II Quando ventos fortes rapidamente deslocam o ar das montanhas para uma região mais baixa, não existe tempo suficiente para ar trocar calor com sua vizinhança. O ar, então, é comprimido à medida que a pressão aumenta e sua temperatura pode chegar a aumentar drasticamente. Esses ventos quentes são chamados de ventos *Chinook*, nas Montanhas Rochosas, e vento de Santa Ana, na Califórnia. Suponha que a temperatura do ar no alto das montanhas atrás de Los Angeles seja de 0°C, a uma altitude onde a pressão do ar é 60 kPa. Qual será a temperatura, em °C e em °F, quando o vento de Santa Ana tiver deslocado este ar para uma região próxima do nível do mar onde a pressão é 100 kPa?

73. || Você deseja instalar um sistema de aquecimento solar de água em seu telhado, mas não tem certeza se isso é vantajoso. Um livro de referência sobre energia solar revela que a intensidade solar ao nível do solo, em sua cidade, é de 800 W/m^2 por no mínimo 5 horas diárias durante quase o ano inteiro. Supondo que um coletor solar completamente preto perca energia apenas por irradiação e que a temperatura do ar circundante seja 20°C , qual será a temperatura de equilíbrio de um coletor que esteja diretamente voltado para o Sol? Note que, embora um coletor tenha duas faces, somente aquela que está voltada para o Sol é que irradiará, pois a face oposta está bem-isolada.
74. || Uma caixa cúbica com 20 cm de lado é construída com painéis de concreto de 1,2 cm de espessura. Uma lâmpada de 100 W é colocada dentro da caixa, lacrada. Qual será a temperatura do ar dentro da caixa quando a luz estiver acesa se a temperatura do ar circundante é 20°C ?
75. || A intensidade da radiação solar na posição da órbita da Terra é de 1.370 W/m^2 . Trinta por cento dessa energia são refletidos pela água e pelas nuvens, e 70% são absorvidos. Qual seria a temperatura média da Terra (em $^\circ\text{C}$) se ela não possuísse atmosfera? A emissividade da superfície é muito próxima a 1. (A temperatura média real da Terra, de aproximadamente 15°C , deve ser maior do que a obtida em seu cálculo, por causa do efeito estufa).

Nos Problemas de 76 a 78 você receberá uma equação a ser usada na resolução do correspondente problema. Para cada uma delas, você deverá:

- Redigir um problema realista para o qual a equação fornecida seja correta.
 - Resolver o problema proposto.
76. $50 \text{ J} = -n(8,31 \text{ J/mol K})(350 \text{ K})\ln\left(\frac{1}{3}\right)$
77. $(200 \times 10^{-6} \text{ m}^3)(13.600 \text{ kg/m}^3) \times (140 \text{ J/kg K})(90^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C}) + (0,50 \text{ kg})(449 \text{ J/kg K})(90^\circ\text{C} - T_f) = 0$
78. $(10 \text{ atm})V_2^{1,40} = (1,0 \text{ atm})V_1^{1,40}$

Problemas desafiadores

79. A FIGURA PD17.79 representa um processo termodinâmico sofrido por 120 mg de hélio.
- Determine a pressão (em atm), a temperatura (em $^\circ\text{C}$) e o volume (em cm^3) do gás correspondentes aos pontos 1, 2 e 3. Disponha seus resultados em uma tabela para facilitar a leitura.

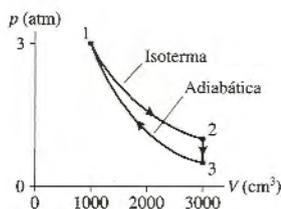


FIGURA PD17.79

- Quanto trabalho é realizado sobre o gás durante cada um dos três segmentos mostrados na figura?
 - Quanto calor é transferido para o gás ou para fora dele durante cada um dos três segmentos?
80. Um cilindro contendo nitrogênio gasoso tem 6,0 cm de diâmetro e dispõe de um pistão móvel de cobre com 4,0 cm de espessura. O cilindro está posicionado verticalmente, conforme mostra a FIGURA PD17.80, e o ar acima do pistão é evacuado. Quando a temperatura do gás é 20°C , o pistão flutua 20 cm acima do fundo do cilindro.
- Qual é a pressão do gás?
 - Quantas moléculas de gás se encontram no cilindro?
- A seguir, 2,0 J de energia térmica são transferidos para o gás.
- Qual é a nova temperatura de equilíbrio do gás?
 - Qual é a altura final do pistão?
 - Quanto trabalho é realizado sobre o gás durante a subida do pistão?

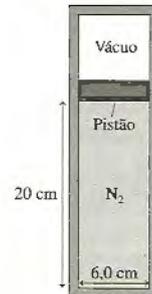


FIGURA PD17.80

81. Um dia você chega ao laboratório e encontra uma garrafa térmica de 2.000 mL, bem-isolada termicamente, contendo 500 mL de nitrogênio líquido em ebulição. O restante da garrafa contém gás nitrogênio a uma pressão de 1,0 atm. O gás e o líquido estão em equilíbrio térmico. Enquanto espera o laboratório começar a funcionar, você nota um pedaço de ferro sobre a mesa no qual está escrito "197 g". Só de brincadeira, você coloca o pedaço de ferro dentro de uma garrafa térmica e fecha a tampa firmemente, de maneira que nenhum gás possa escapar. Após alguns segundos, qual é a pressão no interior da garrafa térmica? A densidade do nitrogênio líquido é de 810 kg/m^3 .
82. Um bastão cilíndrico de cobre e um bastão de ferro exatamente das mesmas dimensões são soldados pelas extremidades. A extremidade livre do bastão de cobre é mantida a 100°C , enquanto a extremidade livre do bastão de ferro é mantida a 0°C . Qual é a temperatura no ponto médio, onde os bastões estão soldados?
83. Uma amostra de 0,020 mol de um gás diatômico, a uma temperatura inicial de 20°C , é comprimida de 1500 cm^3 para 500 cm^3 durante um processo em que $pV^2 = \text{constante}$.
- Qual é a temperatura final do gás (em $^\circ\text{C}$)?
 - Quanto calor foi cedido ao gás durante o processo?
 - Desenhe o diagrama pV correspondente, incluindo escalas adequadas para os dois eixos.

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 17.1: a. O pistão realiza um trabalho W sobre o gás. Não há calor em razão do isolamento e $\Delta E_{\text{mec}} = 0$ porque o gás como um todo não se desloca. Logo, $\Delta E_{\text{term}} = W > 0$. O trabalho aumenta a energia térmica do sistema e, portanto, sua temperatura também.

Pare e Pense 17.2: d. $W_A = 0$ porque A é um processo isocórico. $W_B = W_{1 \text{ para } 2} + W_{2 \text{ para } 3}$. Porém $|W_{2 \text{ para } 3}| > |W_{1 \text{ para } 2}|$ porque é maior a área sob a curva, e $W_{2 \text{ para } 3}$ é positivo, enquanto $W_{1 \text{ para } 2}$ é negativo. Logo, W_B é positivo.

Pare e Pense 17.3: b e e. A temperatura aumenta em d devido ao trabalho realizado sobre o gás ($\Delta E_{\text{term}} = W$), e não, ao calor. O processo e envolve calor porque existe uma diferença de temperatura. A temperatura do gás não sofre alteração, pois o calor é usado para realizar o trabalho de erguer um peso.

Pare e Pense 17.4: c. A temperatura aumenta, portanto E_{term} deve aumentar. Durante uma expansão, W é negativo, então Q deve ser positivo e maior do que $|W|$.

Pare e Pense 17.5: a. O objeto A possui calor específico menor e, portanto, inércia térmica também menor. A temperatura de A varia mais do que a de B.

Pare e Pense 17.6: a. $W_A + Q_A = W_B + Q_B$. A área sob a curva correspondente ao processo A é maior do que a área sob a curva de B, portanto W_A é mais negativo do que W_B . Q_A tem de ser mais positivo do que Q_B a fim de que a igualdade se cumpra.

Pare e Pense 17.7: c. Condução, convecção e evaporação requerem a existência de um meio material. Somente a irradiação transfere energia através do vácuo do espaço.

A Conexão Micro/Macro

18



Um gás consiste em um vasto número de moléculas que colidem incessantemente umas com as outras e com as paredes do recipiente enquanto zunem pelo espaço. Um sólido contém incontáveis átomos que oscilam em torno de suas posições de equilíbrio. Nosso objetivo neste capítulo é demonstrar como esta agitação em nível microscópico dá origem a valores previsíveis e constantes de variáveis macroscópicas como a pressão, a temperatura e o calor específico.

Essa conexão micro/macro, que leva o nome mais formal de **teoria cinética**, nos ajudará a elucidar diversos problemas que observamos nos dois capítulos anteriores. Por exemplo, por que todos os sólidos elementares possuem calores específicos molares iguais, assim como todos os gases monoatômicos e diatômicos? A teoria cinética também nos dará uma compreensão melhor do *calor* e de como dois sistemas se aproximam do equilíbrio térmico à medida que interagem um com o outro.

Também introduziremos uma nova lei da natureza, a segunda lei da termodinâmica. A segunda lei é muito sutil, porém tem implicações profundas. Usaremos a segunda lei para entender por que a energia térmica “flui” do quente para o frio em vez de do frio para o quente.

Aquecer o ar em um balão aumenta a energia térmica das moléculas do ar. Isso faz com que o gás se expanda, o que reduz sua densidade e permite que o balão flutue no ar mais frio circundante.

► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 18 é compreender as propriedades de um sistema macroscópico em função do comportamento microscópico de suas moléculas. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Compreender como os movimentos e as colisões moleculares são responsáveis por fenômenos macroscópicos tais como a pressão e a transferência de calor.
- Estabelecer uma conexão entre a temperatura, a energia térmica e a energia cinética média de translação das moléculas de um sistema.
- Usar a conexão micro/macro para prever os valores dos calores específicos molares de gases e sólidos.
- Usar a segunda lei da termodinâmica para entender como os sistemas em interação atingem o equilíbrio térmico.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende de uma compreensão do calor, da energia térmica e das propriedades de gases ideais. Revise:

- Seções 16.5–16.6 Gases ideais
- Seções 17.3–17.4 Calor e a primeira lei da termodinâmica
- Seções 17.5 e 17.7 Calores específicos e calores específicos molares

18.1 Velocidades moleculares e colisões

Vamos começar refletindo sobre os gases em nível atômico. Se os gases são realmente compostos de átomos ou moléculas em movimento, a que velocidade essas partículas se movem? Todas as moléculas se movem com a mesma velocidade ou existe uma faixa de variação de velocidades?

Para responder a essa questão, a FIGURA 18.1 mostra um arranjo experimental para medir as velocidades das moléculas de um gás. As moléculas que emergem da fonte formam o que é denominado *feixe molecular*. Na extremidade direita, um detector registra o número de moléculas que passam pelo aparato a cada segundo. O experimento é realizado dentro de uma câmara a vácuo, o que permite que as moléculas viajem sem sofrer colisões.

Os dois discos giratórios constituem um *seletor de velocidade*. Uma vez a cada revolução, a ranhura do primeiro disco permite a passagem de um pequeno pulso de moléculas. Quando essas moléculas chegam ao segundo disco, suas ranhuras já terão girado. As moléculas poderão passar pela segunda ranhura e ser detectadas *somente* se elas tiverem precisamente a velocidade correta $v = L/\Delta t$, de modo a percorrerem a distância entre os discos durante o intervalo de tempo Δt que o eixo leva para completar uma revolução. As moléculas que tiverem qualquer outro valor de velocidade serão bloqueadas pelo segundo disco e não serão detectadas. Alterando a frequência de rotação do eixo, e, portanto, Δt , o aparato pode medir quantas moléculas possuem cada um dos possíveis valores de velocidade.

A FIGURA 18.2 apresenta os resultados obtidos para o nitrogênio gasoso (N_2) a $T = 20^\circ C$. Os dados são apresentados na forma de um **histograma**, um gráfico de barras em que a altura de cada barra informa o número de moléculas (ou, neste caso, a porcentagem das mesmas) que possuem velocidades compreendidas na *faixa* de velocidades mostrada na base de cada barra. Por exemplo, 16% das moléculas têm velocidades na faixa entre 600 m/s e 700 m/s. Todas as barras somam 100%, demonstrando que o histograma representa *todas* as moléculas que saem da fonte.

Ocorre que as moléculas apresentam o que se chama de uma *distribuição* de velocidades, variando desde um mínimo de ≈ 100 m/s até um máximo de ≈ 1200 m/s. Entretanto, nem todas as velocidades são igualmente prováveis; há uma *velocidade mais provável* com valor de ≈ 550 m/s. Trata-se de um valor muito grande de velocidade, ≈ 1930 km/h! Observe também que a maioria das velocidades moleculares não difere muito da velocidade mais provável. Poucas moléculas possuem velocidades muito altas ou muito baixas, ao passo que bem mais de 60% delas (a soma das quatro barras centrais) têm velocidades na faixa de 300 m/s a 700 m/s. Uma variação da temperatura ou o uso de um gás diferente alteraria a velocidade mais provável, como aprenderemos mais adiante neste capítulo, todavia não alteraria a *forma* da distribuição.

Se você repetisse o experimento alguns segundos ou horas mais tarde, constataria novamente que a velocidade mais provável é a de ≈ 550 m/s e que 16% das moléculas possuem velocidades entre 600 m/s e 700 m/s. Pense no que isso significa. O “baralho molecular” é constantemente embaralhado pela ocorrência de colisões moleculares, fazendo com que algumas moléculas acelerem e outras reduzam suas velocidades; ainda assim, 16% das moléculas sempre terão velocidades entre 600 m/s e 700 m/s.

Há uma lição importante aqui. Um gás consiste de um vasto número de moléculas, cada qual se movimentando aleatoriamente e sofrendo milhões de colisões a cada segundo. Apesar desse aparente caos, *médias*, tais como o número médio de moléculas com velocidades na faixa entre 600 e 700 m/s, apresentam valores precisos e previsíveis. **A conexão micro/macro se baseia na idéia de que as propriedades macroscópicas de um sistema, como sua temperatura ou pressão, estão relacionadas ao comportamento médio dos átomos ou moléculas.**

Livre caminho médio

Imagine alguém abrindo o frasco de um perfume intenso a alguns metros de você. Se as velocidades moleculares são de centenas de metros por segundo, você esperaria sentir o cheiro do perfume quase instantaneamente. Entretanto não é isso o que se verifica. Como você sabe, transcorrem muitos segundos até que as moléculas se *difundam* pelo ambiente. Vamos compreender por que isso acontece.

A FIGURA 18.3 mostra um “filme” de uma molécula à medida que ela se movimenta em um gás. Ao invés de se mover rapidamente em linha reta, como faria no vácuo, a molécula segue um ziguezague altamente tortuoso em que colide com frequência com

As únicas moléculas que chegam ao detector são aquelas cujas velocidades lhes permitem percorrer a distância L durante o tempo transcorrido para que os discos completem uma revolução.

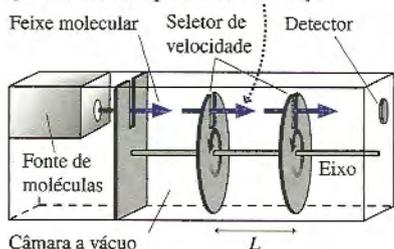


FIGURA 18.1 Um experimento para medir as velocidades das moléculas de um gás.

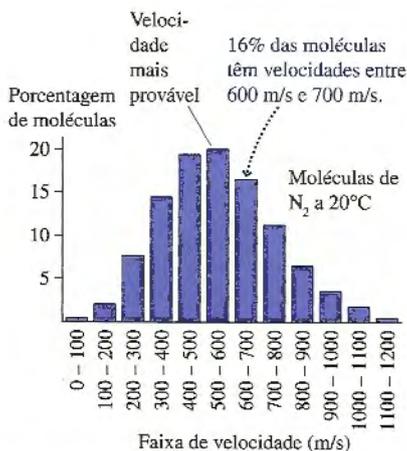


FIGURA 18.2 A distribuição de velocidades moleculares em uma amostra de nitrogênio gasoso.

A cada colisão, a molécula muda a orientação e o módulo de sua velocidade.

Movendo-se livremente entre duas colisões.

Posição inicial

Posição final

FIGURA 18.3 Uma única molécula descreve um caminho em ziguezague através do gás à medida que colide com as outras moléculas.

outras moléculas. A molécula poderá percorrer centenas de metros até conseguir se afastar 1 ou 2 m de seu ponto de partida.

A distribuição aleatória das moléculas do gás faz com que os segmentos de linha reta entre as colisões sejam de comprimentos desiguais. Uma pergunta que poderíamos fazer é: qual é a distância *média* percorrida entre duas colisões?

Se uma molécula sofre N_{col} colisões enquanto percorre uma distância L , a distância média percorrida entre as colisões, chamada de **livre caminho médio** λ (letra grega lambda minúscula), será dada por

$$\lambda = \frac{L}{N_{\text{col}}} \quad (18.1)$$

O conceito de livre caminho médio, além de ser usado em gases, descreve também os elétrons que se movimentam dentro de condutores elétricos e a luz que atravessa um meio que espalha os fótons.

Nosso objetivo é determinar o número de colisões. A FIGURA 18.4a mostra duas moléculas se aproximando uma da outra. Presumiremos que as moléculas sejam esféricas e de raio r . Também continuaremos a considerar, como no gás ideal, que as moléculas sofram colisões de esferas rígidas, como bolas de sinuca. Neste caso, as moléculas colidirão umas com as outras se a distância entre seus centros for menor do que $2r$ e não colidirão se a distância for maior do que $2r$.

A FIGURA 18.4b mostra um cilindro de raio $2r$ centrado na trajetória de uma molécula "amostral". A molécula amostral colide com qualquer molécula "alvo" cujo centro esteja localizado dentro do cilindro, fazendo com que o cilindro dobre nesse ponto. Logo, o número de colisões N_{col} é igual ao número de moléculas contidas em um volume cilíndrico de comprimento L .

O volume de um cilindro é $V_{\text{cil}} = AL = \pi(2r)^2L$. Se a concentração do gás é N/V partículas m^3 , então o número de colisões que ocorrem ao longo de uma trajetória de comprimento L é

$$N_{\text{col}} = \frac{N}{V} V_{\text{cil}} = \frac{N}{V} \pi(2r)^2L = 4\pi \frac{N}{V} r^2L \quad (18.2)$$

Dessa forma, o livre caminho médio entre as colisões é

$$\lambda = \frac{L}{N_{\text{col}}} = \frac{1}{4\pi(N/V)r^2}$$

Nesta derivação, consideramos tacitamente que as moléculas-alvo estejam em repouso. Embora a idéia geral por trás de nossa análise esteja correta, um cálculo mais cuidadoso, no qual todas as moléculas sejam consideradas em movimento, introduz um fator $\sqrt{2}$ extra, resultando em

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi(N/V)r^2} \quad (\text{livre caminho médio}) \quad (18.3)$$

São necessárias medições para determinar valores precisos dos raios atômicos ou moleculares, mas uma regra prática razoável é presumir que os átomos de um gás monoatômico tenham $r \approx 0,5 \times 10^{-10}$ e que moléculas diatômicas tenham $r \approx 1,0 \times 10^{-10}$ m.

EXEMPLO 18.1 Livre caminho médio à temperatura ambiente

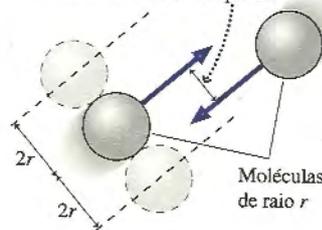
Qual é o livre caminho médio de uma molécula de nitrogênio a uma pressão de 1,0 atm e uma temperatura ambiente (20°C)?

RESOLUÇÃO O nitrogênio é uma molécula diatômica, portanto $r \approx 1,0 \times 10^{-10}$ m. Podemos usar a lei dos gases ideais na forma $pV = Nk_B T$ para determinar a concentração:

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} = \frac{101.300 \text{ Pa}}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K})} = 2,5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

Logo, o livre caminho médio é

(a) Duas moléculas colidirão se a distância entre seus centros for menor do que $2r$.



(b) Moléculas-alvo

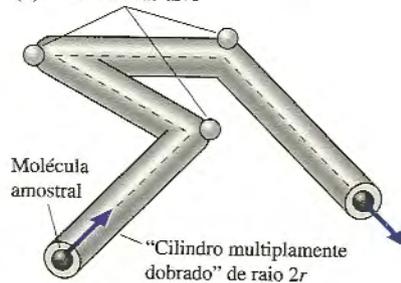


FIGURA 18.4 Uma molécula amostral colidirá com todas as moléculas-alvo cujos centros estejam dentro de um cilindro multiplamente dobrado, de raio $2r$, centrado na trajetória da molécula amostral.

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{4\sqrt{2}\pi(N/V)r^2} \\ &= \frac{1}{4\sqrt{2}\pi(2,5 \times 10^{25} \text{ m}^{-3})(1,0 \times 10^{-10} \text{ m})^2} \\ &= 2,3 \times 10^{-7} \text{ m} = 230 \text{ nm} \end{aligned}$$

AValiação No Exemplo 16.5, você aprendeu que a separação média entre as moléculas de um gás nas CNTP é $\approx 5,7$ nm. Parece que qualquer molécula particular pode deslizar entre suas vizinhas, que estão espalhadas em três dimensões e percorrem – em média – cerca de 40 vezes o espaçamento médio entre as moléculas antes de colidir com outra.

PAUSE E PENSE 18.1 A tabela abaixo mostra as propriedades de quatro gases, todos com o mesmo número de moléculas. Ordene em seqüência crescente os livres caminhos médios, de λ_A a λ_D , das moléculas desses gases.

Gás	A	B	C	D
Volume	V	$2V$	V	V
Massa atômica	m	m	$2m$	m
Raio atômico	r	r	r	$2r$

18.2 A pressão de um gás

Por que todo gás apresenta uma pressão? No Capítulo 15, onde o conceito de pressão foi introduzido, sugerimos que a pressão de um gás fosse causada pelas colisões das moléculas com as paredes do recipiente. A força oriunda de uma colisão desse tipo pode ser incomensuravelmente minúscula, mas a incidência constante de um vasto número de moléculas atingindo uma parede a cada segundo gera uma força macroscópica mensurável. A pressão do gás é a força por área de unidade ($p = F/A$) resultante das colisões moleculares.

Nesta seção, nosso objetivo é calcular a pressão efetuando a média adequada de movimentos e colisões moleculares. Essa tarefa pode ser dividida em três partes principais:

1. Calcular o impulso que uma única molécula exerce sobre a parede durante uma colisão.
2. Determinar a força devido a todas as colisões.
3. Introduzir uma velocidade média adequada.

Força devido a uma única colisão

A FIGURA 18.5 mostra uma molécula que se aproxima de uma parede com um componente v_x de velocidade na direção x . Vamos considerar que a colisão com a parede seja perfeitamente elástica, uma hipótese que justificaremos mais tarde. Neste caso, a molécula ricocheteia na parede com seu componente x de velocidade sofrendo uma variação de $+v_x$ para $-v_x$, ou seja, a molécula recebe um impulso. Podemos usar o teorema impulso-momento do Capítulo 9 para escrever

$$(J_x)_{\text{parede sobre molécula}} = \Delta p = m(-v_x) - mv_x = -2mv_x \quad (18.4)$$

De acordo com a terceira lei de Newton, como resultado desta única colisão, a parede recebe um impulso de mesmo módulo, mas oposto, dado por

$$(J_x)_{\text{molécula sobre parede}} = +2mv_x \quad (18.5)$$

Suponha que ocorram N_{col} colisões deste tipo durante um intervalo de tempo muito pequeno Δt . Se considerarmos, no momento, que todas as moléculas têm o mesmo componente v_x de velocidade na direção x , o impulso resultante dessas colisões sobre a parede será

$$J_{\text{parede}} = N_{\text{col}} \times (J_x)_{\text{molécula sobre parede}} = 2N_{\text{col}}mv_x \quad (18.6)$$

A FIGURA 18.6 o lembra de que o impulso é a área sob a curva força *versus* tempo e, portanto, $J_{\text{parede}} = F_{\text{med}} \Delta t$, onde F_{med} é a força média exercida sobre a parede. Usando isso na Equação 18.6, vemos que a força média sobre a parede devido a muitas colisões moleculares é

$$F_{\text{med}} = 2 \frac{N_{\text{col}}}{\Delta t} mv_x \quad (18.7)$$

A grandeza $N_{\text{col}}/\Delta t$ é a taxa de colisões contra a parede – ou seja, o número de colisões por segundo. A FIGURA 18.7 mostra como determinar a taxa de colisões. Consideran-

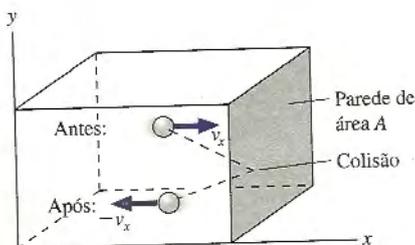


FIGURA 18.5 Uma molécula colide com a parede e exerce um impulso sobre ela.

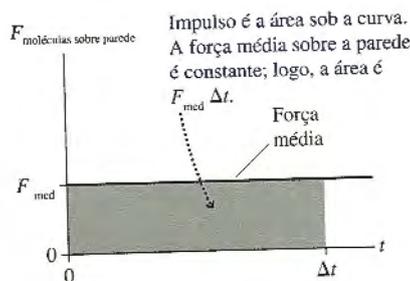


FIGURA 18.6 O impulso é a área sob a curva força *versus* tempo.

do que o intervalo de tempo Δt seja muito menor do que o tempo médio entre as colisões, nenhuma colisão alterará as velocidades moleculares durante este intervalo. (Essa hipótese sobre Δt não é necessária, de fato, mas ela torna mais fácil refletir sobre o que acontece.) Durante Δt , todas as moléculas percorrem uma distância $\Delta x = v_x \Delta t$ ao longo do eixo x . Essa distância está sombreada na figura. Todas as moléculas nesta região sombreada que estejam se movimentando para a direita atingirão e colidirão com a parede durante o intervalo Δt . As moléculas fora desta região não alcançarão a parede durante Δt e não colidirão com a mesma.

A região sombreada tem um volume $A \Delta x$, onde A é a área superficial da parede. Somente metade das moléculas move-se para a direita; logo, o número de colisões durante Δt é

$$N_{\text{col}} = \frac{1}{2} \frac{N}{V} A \Delta x = \frac{1}{2} \frac{N}{V} A v_x \Delta t \quad (18.8)$$

e, portanto, a taxa de colisões é igual a

$$\frac{N_{\text{col}}}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{N}{V} A v_x \quad (18.9)$$

A força média sobre a parede é encontrada substituindo $N_{\text{col}}/\Delta t$ da Equação 18.9 na Equação 18.7:

$$F_{\text{med}} = 2 \left(\frac{1}{2} \frac{N}{V} A v_x \right) m v_x = \frac{N}{V} m v_x^2 A \quad (18.10)$$

Observe que esta expressão para F_{med} não depende de nenhum detalhe das colisões moleculares.

Podemos relaxar a hipótese de que todas as moléculas tenham módulos de velocidade iguais substituindo a velocidade ao quadrado v_x^2 da Equação 18.10 por seu valor médio, on seja,

$$F_{\text{med}} = \frac{N}{V} m (v_x^2)_{\text{med}} A \quad (18.11)$$

onde $(v_x^2)_{\text{med}}$ é a média da grandeza v_x^2 obtida a partir de todas as moléculas contidas no recipiente.

Velocidade quadrática média

Precisamos ter certo cuidado ao calcular a média das velocidades. O componente de velocidade v_x possui um sinal algébrico. Em qualquer instante de tempo, metade das moléculas contidas em um recipiente se move para a direita e possui v_x positivo, ao passo que a outra metade se move para a esquerda, com v_x negativo. Logo, a *velocidade média* é $(v_x)_{\text{med}} = 0$. Se isso não fosse verdadeiro, todo o recipiente de gás se movimentaria!

A velocidade de uma molécula é $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$. Desta forma, a média dos quadrados das velocidades é

$$(v^2)_{\text{med}} = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)_{\text{med}} = (v_x^2)_{\text{med}} + (v_y^2)_{\text{med}} + (v_z^2)_{\text{med}} \quad (18.12)$$

A raiz quadrada de $(v^2)_{\text{med}}$ é chamada de **velocidade quadrática média**, v_{rms} :

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{med}}} \quad (\text{velocidade quadrática média}) \quad (18.13)$$

Normalmente, ela é chamada de *velocidade rms*. Você pode lembrar sua definição notando que o nome é o oposto da seqüência de operações: primeiro você eleva todas as velocidades ao quadrado, depois calcula a média dos quadrados e, finalmente, extrai a raiz quadrada. Uma vez que a raiz quadrada "desfaz" o quadrado, v_{rms} deve, em algum sentido, fornecer uma velocidade média.

NOTA ► Poderíamos calcular uma verdadeira velocidade média, v_{med} , porém este cálculo é difícil. Mais importante ainda, o valor quadrático médio da velocidade tende a surgir naturalmente em muitos cálculos científicos e de engenharia. Ocorre que v_{rms} difere de v_{med} em menos de 10%, logo, para fins práticos, podemos interpretar v_{rms} como, praticamente, a velocidade média de uma molécula de um gás. ◀

Somente as moléculas que se movimentam para a direita na região sombreada atingirão a parede durante Δt .

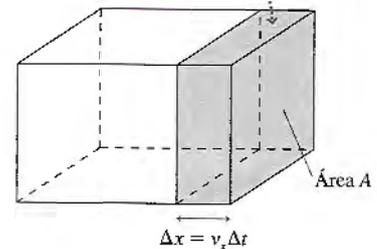


FIGURA 18.7 Determinando a taxa de colisões.

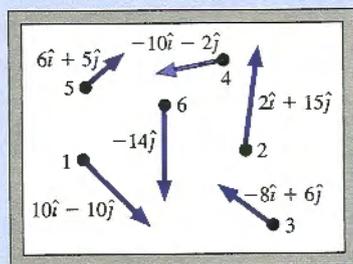


FIGURA 18.8 As velocidades moleculares do Exemplo 18.2. As unidades são m/s.

EXEMPLO 18.2 Cálculo do valor quadrático médio da velocidade

A FIGURA 18.8 mostra as velocidades de todas as moléculas de um gás bidimensional com seis moléculas. Calcule e compare os valores da velocidade média \vec{v}_{med} , da rapidez média v_{med} e da velocidade rms v_{rms} .

RESOLUÇÃO A Tabela 18.1 mostra os componentes de velocidade v_x e v_y para cada molécula, os quadrados v_x^2 e v_y^2 , sua soma $v_x^2 + v_y^2$ e a rapidez $v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$. As médias de todos os valores de cada coluna estão mostradas no final da tabela. Pode-se verificar que a velocidade média é $\vec{v}_{\text{med}} = \vec{0}$ m/s e que a rapidez média é $v_{\text{med}} = 11,9$ m/s. A velocidade rms é, por sua vez, é

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{med}}} = \sqrt{148,3 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 12,2 \text{ m/s}$$

AVALIAÇÃO A velocidade rms é apenas 2,5% maior do que a velocidade média.

TABELA 18.1 Cálculo da velocidade rms e da velocidade média para as moléculas do Exemplo 18.2

Molécula	v_x	v_y	v_x^2	v_y^2	v^2	v
1	10	-10	100	100	200	14,1
2	2	15	4	225	229	15,1
3	-8	6	64	36	100	10,0
4	-10	-2	100	4	104	10,2
5	6	5	36	25	61	7,8
6	0	-14	0	196	196	14,0
Média	0	0			148,3	11,9

Nada há de especial com o eixo x . O sistema de coordenadas é algo que *nós* impomos ao problema, de modo que, *em média*, devemos ter

$$(v_x^2)_{\text{med}} = (v_y^2)_{\text{med}} = (v_z^2)_{\text{med}} \quad (18.14)$$

Logo, podemos usar a Equação 18.12 junto com a definição de v_{rms} para escrever

$$v_{\text{rms}}^2 = (v_x^2)_{\text{med}} + (v_y^2)_{\text{med}} + (v_z^2)_{\text{med}} = 3(v_x^2)_{\text{med}} \quad (18.15)$$

Conseqüentemente, $(v_x^2)_{\text{med}}$ é

$$(v_x^2)_{\text{med}} = \frac{1}{3} v_{\text{rms}}^2 \quad (18.16)$$

Usando este resultado na Equação 18.11, obtemos a força resultante sobre a parede do recipiente:

$$F_{\text{res}} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v_{\text{rms}}^2 A \quad (18.17)$$

Desta forma, a pressão sobre a parede do recipiente devido a todas as colisões moleculares é

$$p = \frac{F}{A} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v_{\text{rms}}^2 \quad (18.18)$$

Atingimos nosso objetivo. A Equação 18.18 expressa a pressão macroscópica em função da física microscópica. A pressão depende da concentração de moléculas no recipiente e da velocidade média com que elas se movimentam.

EXEMPLO 18.3 A velocidade rms de átomos de hélio

Um recipiente contém hélio a uma pressão de 200 kPa e uma temperatura de 60,0°C. Qual é a velocidade rms dos átomos de hélio?

RESOLUÇÃO A velocidade rms pode ser determinada a partir da pressão e da concentração. Usando a lei dos gases ideais, obtemos a concentração:

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} = \frac{200.000 \text{ Pa}}{(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(333 \text{ K})} = 4,35 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

A massa de um átomo de hélio é $m = 4u = 6,64 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Logo,

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3p}{(N/V)m}} = 1.440 \text{ m/s}$$

PARA PENSAR 18.2

A velocidade de todas as moléculas de um gás é subitamente aumentada por um fator de 4. Como resultado, v_{rms} aumenta por um fator de

- a. 2. b. < 4, mas não necessariamente 2.
c. 4. d. > 4, mas não necessariamente 16.
e. 16. f. v_{rms} não sofre alteração.

18.3 Temperatura

Uma molécula de massa m e velocidade v possui energia cinética de translação dada por

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 \quad (18.19)$$

Usaremos ϵ (a letra grega épsilon minúscula) para distinguir a energia de uma molécula da energia do sistema E . Portanto, a energia cinética média de translação é

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{med}} &= \text{energia cinética média de translação de uma molécula} \\ &= \frac{1}{2}m(v^2)_{\text{med}} = \frac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 \end{aligned} \quad (18.20)$$

Usamos a palavra “translação” para distinguir ϵ da energia cinética de rotação, que consideraremos mais adiante neste capítulo.

Podemos expressar a pressão do gás, Equação 18.18, em função da energia cinética média de translação:

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \left(\frac{1}{2}mv_{\text{rms}}^2 \right) = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \epsilon_{\text{med}} \quad (18.21)$$

A pressão é diretamente proporcional à energia cinética de translação média das moléculas. Isso faz sentido. Moléculas mais energéticas atingem as paredes com mais força à medida que ricocheteiam e, com isso, exercem forças mais intensas sobre as paredes.

É instrutivo expressar a Equação 18.21 na forma

$$pV = \frac{2}{3}N\epsilon_{\text{med}} \quad (18.22)$$

De acordo com a lei dos gases ideais, sabemos que

$$pV = Nk_B T \quad (18.23)$$

Comparando essas duas equações, chegamos à importante conclusão de que a energia cinética média de translação por molécula é

$$\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}k_B T \quad (\text{energia cinética média de translação}) \quad (18.24)$$

onde a temperatura T está em kelvins. Por exemplo, a energia cinética média de translação de uma molécula à temperatura ambiente (20°C) é igual a

$$\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K}) = 6,1 \times 10^{-21} \text{ J}$$

NOTA ► A energia cinética média de translação de uma molécula depende apenas da temperatura do material, e não, da massa da molécula. Se dois gases estão à mesma temperatura, suas moléculas têm a mesma energia cinética média de translação. Esta será uma idéia importante quando analisarmos a interação térmica entre dois sistemas. ◀

A Equação 18.24 é particularmente satisfatória porque ela finalmente dá um significado real ao conceito de temperatura. Representando-a como

$$T = \frac{2}{3k_B} \epsilon_{\text{med}} \quad (18.25)$$

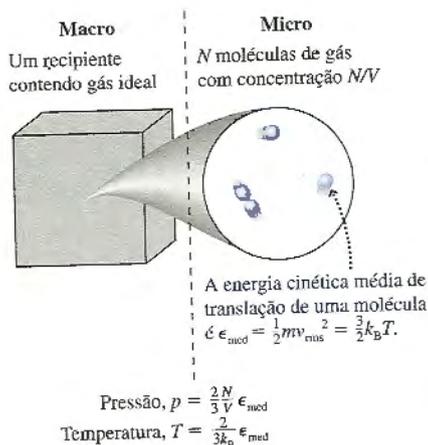


FIGURA 18.9 A conexão micro/macro para pressão e temperatura.

podemos ver que, para um gás, esta grandeza que chamamos de **temperatura mede a energia cinética translacional média**. Uma temperatura maior corresponde a um valor maior de ϵ_{med} e, portanto, a velocidades moleculares maiores. Este conceito de temperatura também dá significado à noção de *zero absoluto* como a temperatura na qual $\epsilon_{\text{med}} = 0$ e na qual cessa todo o movimento molecular. (Efeitos quânticos em temperaturas muito baixas impedem que os movimentos cessem totalmente de fato, mas nossa teoria clássica prevê que eles cessem.) A **FIGURA 18.9** resume o que aprendemos até agora sobre a conexão micro/macro.

Agora podemos justificar nossa hipótese de que as colisões moleculares são perfeitamente elásticas. Suponha que elas não o fossem, ou seja, suponha que uma pequena quantidade de energia cinética seja perdida em cada colisão. Se isso ocorresse dessa maneira, a energia cinética média de translação ϵ_{med} do gás diminuiria lentamente, e constataríamos que a temperatura estaria sendo reduzida de forma constante. No entanto, não é isso que ocorre. A temperatura de um sistema isolado permanece precisamente constante, indicando que ϵ_{med} não muda com o decorrer do tempo. Portanto, as colisões devem ser perfeitamente elásticas.

EXEMPLO 18.4 Energia cinética microscópica total

Qual é a energia cinética de translação total das moléculas de 1,0 mol de gás nas CNTP?

RESOLUÇÃO A energia cinética média de translação de cada molécula é

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{med}} &= \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(273 \text{ K}) \\ &= 5,65 \times 10^{-21} \text{ J} \end{aligned}$$

Uma quantidade de 1,0 mol de gás contém N_A moléculas; portanto, a energia cinética total é

$$K_{\text{micro}} = N_A \epsilon_{\text{med}} = 3400 \text{ J}$$

AVALIAÇÃO A energia de uma molécula qualquer é incrivelmente pequena. Apesar disso, um sistema macroscópico contém uma quantidade substancial de energia térmica, pois ele é formado por um número incrivelmente grande de moléculas.

8.1-8.3



Por definição, $\epsilon_{\text{med}} = \frac{1}{2} m v_{\text{rms}}^2$. Usando a lei dos gases ideais, verificamos que $\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2} k_B T$. Igualando essas expressões, descobrimos que a velocidade rms das moléculas de um gás é dada por

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (18.26)$$

A velocidade rms depende da raiz quadrada da temperatura e é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa molecular.

EXEMPLO 18.5 Cálculo da velocidade rms

Qual é a velocidade rms das moléculas do nitrogênio à temperatura ambiente (20°C)?

RESOLUÇÃO A massa molecular é $m = 28 \text{ u} = 4,68 \times 10^{-26} \text{ kg}$ e $T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$. Trata-se, portanto, de um cálculo simples de efetuar:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(293 \text{ K})}{4,68 \times 10^{-26} \text{ kg}}} = 509 \text{ m/s}$$

Algumas velocidades serão maiores do que esta, e outras, menores, todavia 509 m/s será a velocidade média típica ou plausível. Isto está em excelente concordância com os resultados experimentais da Figura 18.2.

EXEMPLO 18.6 Resfriamento a laser

É possível “resfriar” átomos fazendo-os interagir com um feixe de laser sob condições adequadas e cuidadosamente controladas. O resfriamento a laser é, atualmente, assunto de intensa atividade de pesquisa, e hoje em dia é possível resfriar um gás diluído de átomos a uma temperatura menor do que um *microkelvin*! (O material não se solidifica por ter uma concentração extremamente baixa de átomos.) A temperaturas tão incrivelmente baixas, surgem vários efeitos quânticos novos. Qual é a velocidade rms dos átomos de césio a uma temperatura de $1,0 \mu\text{K}$?

RESOLUÇÃO Uma rápida consulta à tabela periódica dos elementos mostra que a massa de um átomo de césio é $m = 133 \text{ u} = 2,22 \times 10^{-25} \text{ kg}$. Para $T = 1,0 \mu\text{K} = 1,0 \times 10^{-6} \text{ K}$, a velocidade rms é

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(1,0 \times 10^{-6} \text{ K})}{2,22 \times 10^{-25} \text{ kg}}} \\ = 0,014 \text{ m/s} = 1,4 \text{ cm/s}$$

Essa é uma velocidade suficientemente lenta para que possamos “observar” átomos em movimento!

EXEMPLO 18.7 Tempo médio entre colisões

Estime o tempo médio entre colisões para uma molécula de nitrogênio à pressão de 1,0 atm e à temperatura ambiente (20°C).

MODELO Uma vez que v_{rms} é, essencialmente, a velocidade molecular média, o tempo médio entre as colisões é simplesmente o tempo necessário para percorrer a distância λ , o livre caminho médio, à velocidade v_{rms} .

RESOLUÇÃO Encontramos $\lambda = 2,3 \times 10^{-7} \text{ m}$ no Exemplo 18.1 e $v_{\text{rms}} = 509 \text{ m/s}$ no Exemplo 18.5. Portanto, o tempo médio entre as colisões é

$$\tau_{\text{col}} = \frac{\lambda}{v_{\text{rms}}} = \frac{2,3 \times 10^{-7} \text{ m}}{509 \text{ m/s}} = 4,5 \times 10^{-10} \text{ s}$$

AVALIAÇÃO As moléculas de ar ao nosso redor são muito rápidas, colidindo com suas vizinhas aproximadamente dois bilhões de vezes a cada segundo, e conseguem se movimentar, em média, apenas cerca de 225 nm entre duas colisões sucessivas.

PARE E PENSE

Que sistema (ou sistemas) possui a maior energia cinética média de translação por molécula?

- Um mol de He com $p = 1 \text{ atm}$, $T = 300 \text{ K}$
- Dois mols de He com $p = 2 \text{ atm}$, $T = 300 \text{ K}$
- Um mol de N_2 com $p = 0,5 \text{ atm}$, $T = 600 \text{ K}$
- Dois mols de N_2 com $p = 0,5 \text{ atm}$, $T = 450 \text{ K}$
- Um mol de Ar com $p = 0,5 \text{ atm}$, $T = 450 \text{ K}$
- Dois mols de Ar com $p = 2 \text{ atm}$, $T = 300 \text{ K}$

18.4 Energia térmica e calor específico

Definimos a energia térmica de um sistema como $E_{\text{term}} = K_{\text{micro}} + U_{\text{micro}}$, onde K_{micro} é a energia cinética microscópica das moléculas em movimento e U_{micro} é a energia potencial das ligações moleculares encurtadas ou distendidas. Agora estamos prontos para dar uma olhada na energia térmica de um ponto de vista microscópico. Ao fazer isso, conseguiremos resolver o problema dos calores específicos molares.

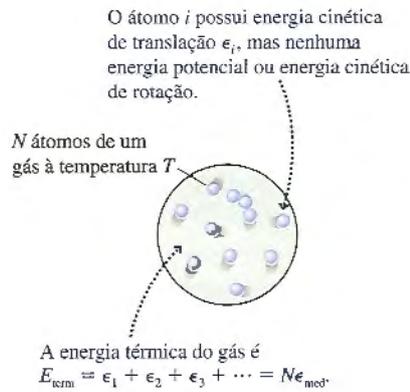


FIGURA 18.10 Os átomos de um gás monoatômico possuem apenas energia cinética de translação.

Gases monoatômicos

A **FIGURA 18.10** mostra um gás monoatômico, como o hélio ou o neônio. Os átomos de um gás ideal não formam ligações moleculares com seus vizinhos; logo, $U_{\text{micro}} = 0$. Além disso, a energia cinética de uma partícula de um gás monoatômico é, inteiramente, energia cinética de translação, ϵ . Assim, a energia térmica de um gás monoatômico de N átomos é

$$E_{\text{term}} = K_{\text{micro}} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \dots + \epsilon_N = N\epsilon_{\text{med}} \quad (18.27)$$

onde ϵ_i é a energia cinética de translação do átomo i . Podemos verificar que $\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}k_B T$; logo, a energia térmica é dada por

$$E_{\text{term}} = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}nRT \quad (\text{energia térmica de um gás monoatômico}) \quad (18.28)$$

onde usamos a relação $N = nN_A$ e a definição da constante de Boltzmann, $k_B = R/N_A$.

Nos dois últimos capítulos, verificamos que a energia térmica está associada à temperatura. Agora dispomos de um resultado explícito como este para um gás monoatômico: E_{term} é diretamente proporcional à temperatura. Note que E_{term} independe da massa atômica. Dois gases monoatômicos quaisquer terão a mesma energia térmica se estiverem à mesma temperatura e possuírem o mesmo número de átomos (ou mols).

Se a temperatura de um gás monoatômico variar em ΔT , a variação de sua energia térmica será

$$\Delta E_{\text{term}} = \frac{3}{2}nR\Delta T \quad (18.29)$$

No Capítulo 17, constatamos que a variação da energia térmica durante qualquer processo com gás ideal está relacionada ao calor específico molar a volume constante por

$$\Delta E_{\text{term}} = nC_V\Delta T \quad (18.30)$$

A Equação 18.29 é um resultado de caráter microscópico que relaciona a temperatura à energia cinética média de translação dos átomos. A Equação 18.30 é um resultado macroscópico ao qual chegamos a partir da primeira lei da termodinâmica. Podemos fazer uma conexão micro/macro combinando essas duas equações. Isso nos fornece uma previsão para o calor específico molar:

$$C_V = \frac{3}{2}R = 12,5 \text{ J/molK} \quad (\text{gás monoatômico}) \quad (18.31)$$

Isso é exatamente o valor de C_V para os três gases monoatômicos que encontramos na Tabela 17.4. A conexão micro/macro, além de mostrar que C_V é o mesmo para todos os gases monoatômicos – um problema que detectamos no Capítulo 17 –, também conseguiu prever o valor de C_V . A concordância perfeita entre teoria e experimento é uma forte evidência de que os gases realmente consistem de moléculas em movimento e constantemente em colisão.

O teorema da equipartição

As partículas de um gás monoatômico são seus átomos. A energia das partículas consiste exclusivamente de energia cinética de translação. Para uma partícula, a energia cinética de translação pode ser expressa como

$$\epsilon = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z \quad (18.32)$$

onde expressamos separadamente as energias associadas ao movimento de translação ao longo de cada um dos três eixos. Uma vez que cada eixo espacial é independente dos outros, podemos pensar em ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z como modos independentes de armazenamento de energia no sistema.

Outros sistemas possuem modos adicionais de armazenamento de energia. Por exemplo,

- Dois átomos unidos por uma ligação molecular do tipo mola podem vibrar de um lado para o outro. Tanto a energia cinética quanto a potencial estão associadas a esta vibração.
- Uma molécula diatômica, além de energia cinética de translação, possui também energia cinética de rotação se estiver girando em um sentido ou outro, como um haltere.

Será útil definir o número de **graus de liberdade** como o número de modos distintos e independentes de armazenamento de energia. Um gás monoatômico possui três graus de liberdade, correspondentes às três formas de energia cinética de translação. Sistemas que podem vibrar ou girar possuem mais graus de liberdade.

Um resultado importante da física estatística é que a energia de um sistema está distribuída de forma que todos os modos de armazenamento de energia tenham quantidades iguais da mesma. Tal conclusão é conhecida como o *teorema da equipartição*, significando que a energia está igualmente dividida. A prova do teorema está além do que podemos fazer neste livro, de modo que o enunciaremos sem fornecer uma demonstração:

TEOREMA DA EQUIPARTIÇÃO A energia térmica de um sistema de partículas está igualmente dividida entre todos os modos possíveis de armazenamento de energia. Para um sistema formado por N partículas e à temperatura T , a energia armazenada em cada modo (cada grau de liberdade) é $\frac{1}{2}Nk_B T$ ou, expressa em mols, $\frac{1}{2}nRT$.

Um gás monoatômico possui três graus de liberdade; portanto, conforme verificamos acima, $E_{\text{term}} = \frac{3}{2}Nk_B T$.

Sólidos

A FIGURA 18.11 serve para lembrá-lo do “modelo mola de cama” para um sólido, em que átomos corpusculares estão conectados por ligações moleculares do tipo mola, formando uma estrutura. Quantos graus de liberdade possuem os sólidos? A energia cinética de um átomo em vibração em torno de sua posição de equilíbrio é determinada pela Equação 18.32. Três graus de liberdade são associados à energia cinética, assim como em um gás monoatômico. Além disso, as ligações moleculares podem estar encurtadas ou distendidas, de forma independente, ao longo de cada um dos eixos x , y e z . Três graus adicionais de liberdade, portanto, são associados com essas três formas de energia potencial. No total, todo sólido possui seis graus de liberdade.

A energia armazenada em cada um desses seis graus de liberdade é $\frac{1}{2}Nk_B T$. A energia térmica de um sólido é a energia total correspondente a todos os seis modos, ou seja,

$$\star E_{\text{term}} = 3Nk_B T = 3nRT \quad (\text{energia térmica de um sólido}) \quad (18.33)$$

Podemos usar este resultado para prever o calor específico molar de um sólido. Se a temperatura variar em ΔT , a energia térmica sofrerá uma alteração

$$\Delta E_{\text{term}} = 3nR\Delta T \quad (18.34)$$

No Capítulo 17, definimos o calor específico molar de um sólido de maneira que

$$\Delta E_{\text{term}} = nC\Delta T \quad (18.35)$$

Comparando as Equações 18.34 e 18.35, podemos concluir que o calor específico molar de um sólido é

$$C = 3R = 25,0 \text{ J/mol K (sólido)} \quad (18.36)$$

Nada mal. Os cinco sólidos elementares da Tabela 17.2 possuem calores específicos molares próximos de 25 J/mol K. Eles variam de 24,3 J/mol K, para o alumínio, até 26,5 J/mol K, para o chumbo. Há dois motivos para que a concordância entre a teoria e o experimento não seja tão perfeita quanto para o caso dos gases monoatômicos. Primeiro, nosso modelo simplificado de “cama de molas” para um sólido não é tão preciso quanto nosso modelo para um gás monoatômico. Segundo, os efeitos quânticos estão começando a fazer suas aparições. Veremos mais sobre isso em breve. Apesar disso, nossa capacidade

Cada átomo possui tanto energia cinética microscópica de translação quanto energia potencial microscópica ao longo dos três eixos.

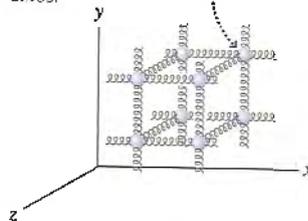


FIGURA 18.11 O modelo simplificado de um sólido.

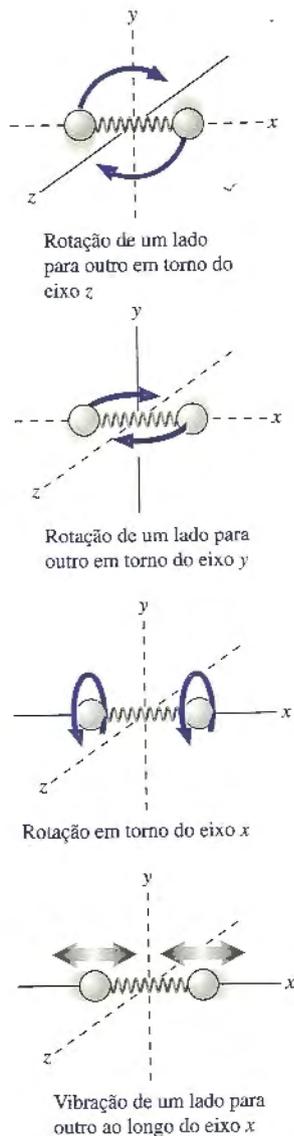


FIGURA 18.12 Uma molécula diatômica pode vibrar ou girar.

de prever C dentro de uma pequena porcentagem de erro, usando um modelo simplificado de sólido, constitui uma evidência adicional da estrutura atômica da matéria.

Moléculas diatômicas

As moléculas diatômicas constituem um desafio maior. Quantos graus de liberdade possui uma molécula diatômica? A FIGURA 18.12 mostra uma molécula diatômica, como a do nitrogênio molecular, N_2 , orientada ao longo do eixo x . Três graus de liberdade são associados à energia cinética de translação da molécula. Ela pode também estar em rotação de um lado para outro, como um haltere, em torno do eixo y ou z . Ela também pode girar em torno de seu próprio eixo de simetria. Esses são três graus de liberdade rotacionais. Os dois átomos também podem vibrar de um lado para o outro, distendendo e encurtando as ligações moleculares. Este movimento de vibração corresponde a uma energia cinética e a outra, potencial, e, portanto, a dois mais graus de liberdade.

No total, portanto, uma molécula diatômica possui oito graus de liberdade, e esperaríamos que a energia térmica de um gás de moléculas deste tipo fosse $E_{\text{term}} = 4k_B T$. A análise que seguimos para um gás monoatômico levaria, então, à previsão $C_V = 4R = 33,2 \text{ J/mol K}$. Por mais convincente que este raciocínio possa parecer, este não é o valor experimental de C_V para gases diatômicos constante na Tabela 17.4. Em vez disso, lá encontramos $C_V = 20,8 \text{ J/mol K}$.

Por que uma teoria que funciona tão bem para gases monoatômicos e para sólidos deveria fracassar inteiramente para moléculas diatômicas? Para ver o que ocorre, note que $20,8 \text{ J/mol K} = \frac{5}{2} R$. Um gás monoatômico, com três graus de liberdade, tem $C_V = \frac{3}{2} R$. Um sólido, com seis graus de liberdade, tem $C = 3R$. Um gás diatômico teria $C_V = \frac{5}{2} R$ se tivesse cinco graus de liberdade, e não, oito.

Esta discrepância foi um grande enigma durante o desenvolvimento da física estatística no final do século XIX. Embora não tenha sido reconhecida como tal na época, estamos vendo aqui nossa primeira evidência do colapso da física newtoniana. Classicamente, uma molécula diatômica possui oito graus de liberdade. O teorema da equipartição não distingue entre eles; todos os oito devem corresponder cada qual à mesma energia. Entretanto, átomos e moléculas não são partículas clássicas. Foi preciso o desenvolvimento da teoria quântica, na década de 1920, para caracterizar com precisão o comportamento de átomos e moléculas. Não dispomos ainda das ferramentas necessárias para analisar a razão disso, mas os efeitos quânticos impedem que três modos – os dois modos vibracionais e o da rotação da molécula em torno de seu próprio eixo de simetria – estejam ativos à temperatura ambiente.

A FIGURA 18.13 mostra C_V em função da temperatura para o hidrogênio gasoso. C_V é exatamente $\frac{5}{2} R$ para temperaturas que vão de $\approx 200 \text{ K}$ até $\approx 800 \text{ K}$. Todavia, a temperaturas muito baixas, C_V cai para o valor correspondente a um gás monoatômico, $\frac{3}{2} R$. Os dois modos rotacionais se tornam “congelados”, e a molécula não-rotativa possui somente energia cinética translacional. A física quântica pode explicar isso, mas a física newtoniana, não. Você também pode verificar que os dois modos vibracionais *realmente* se tornam ativos a temperaturas muito altas, para as quais o valor de C_V sobe para $\frac{7}{2} R$. Assim, a resposta real à questão “o que há de errado?” é que a física newtoniana não é a física correta para descrever átomos e moléculas.

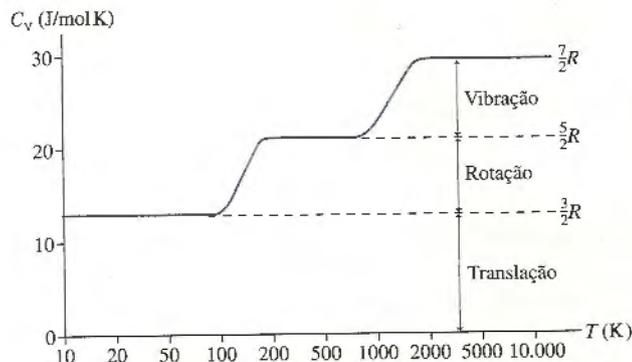


FIGURA 18.13 Calor específico molar do hidrogênio a volume constante em função da temperatura. A escala de temperatura é a logarítmica.

De certa forma temos sorte, pois a física newtoniana é adequada para a compreensão dos gases monoatômicos e dos sólidos, pelo menos à temperatura ambiente. Aceitando o resultado quântico de que o gás diatômico possui apenas cinco graus de liberdade a temperaturas comumente usadas (os graus de liberdade translacionais mais as duas rotações de um lado para outro), obtemos

$$E_{\text{term}} = \frac{5}{2} Nk_B T = \frac{5}{2} nRT \quad (\text{gases diatômicos}) \quad (18.37)$$

$$C_V = \frac{5}{2} R = 20,8 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$$

Todo gás diatômico possui mais energia térmica do que um gás monoatômico à mesma temperatura, pois suas moléculas têm energia cinética de rotação e de translação.

Enquanto a conexão micro/macro determina fortemente a estrutura atômica da matéria, ela anuncia também a necessidade de uma nova teoria da matéria em nível atômico. Esta é uma tarefa que assumiremos na Parte VII. Por ora, a Tabela 18.2 traz um resumo do que aprendemos com a teoria cinética acerca da energia térmica e dos calores específicos molares.

TABELA 18.2 Previsões da teoria cinética para a energia térmica e o calor específico molar

Sistema	Graus de liberdade	E_{term}	C_V
Gás monoatômico	3	$\frac{3}{2} Nk_B T = \frac{3}{2} nRT$	$\frac{3}{2} R = 12,5 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Gás diatômico	5	$\frac{5}{2} Nk_B T = \frac{5}{2} nRT$	$\frac{5}{2} R = 20,8 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Sólido elementar	6	$3Nk_B T = 3nRT$	$3R = 25,0 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$

EXEMPLO 18.8 A frequência rotacional de uma molécula

A molécula N_2 do nitrogênio tem comprimento de ligação de 0,12 nm. Estime a frequência rotacional de N_2 a 20°C.

MODELO A molécula pode ser considerada como um haltere rígido de comprimento $L = 0,12$ nm que gira em torno do centro.

RESOLUÇÃO A energia cinética rotacional da molécula é $\epsilon_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \omega^2$, onde I é o momento de inércia em torno do centro. Como temos duas massas puntiformes, cada qual descrevendo um círculo de raio $r = L/2$, o momento de inércia é

$$I = mr^2 + mr^2 = 2m \left(\frac{L}{2} \right)^2 = \frac{mL^2}{2}$$

Portanto, a energia cinética de rotação é

$$\epsilon_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \frac{mL^2}{2} \omega^2 = \frac{mL^2 \omega^2}{4} = \pi^2 mL^2 f^2$$

onde usamos $\omega = 2\pi f$ para relacionar a frequência rotacional f à frequência angular ω . Com base no teorema da equi-partição, a energia

associada a este modo é $\frac{1}{2} Nk_B T$, de modo que a energia cinética média de rotação por molécula é

$$(\epsilon_{\text{rot}})_{\text{med}} = \frac{1}{2} k_B T$$

Igualando essas duas expressões para ϵ_{rot} , obtemos

$$\pi^2 mL^2 f^2 = \frac{1}{2} k_B T$$

Logo, a frequência de rotação é

$$f = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi^2 mL^2}} = 7,8 \times 10^{11} \text{ rev/s}$$

Estimamos f a $T = 293$ K usando $m = 14 \text{ u} = 2,34 \times 10^{-26} \text{ kg}$ para cada átomo.

AValiação Esta frequência é muito alta, mas esses valores são típicos de rotações moleculares.

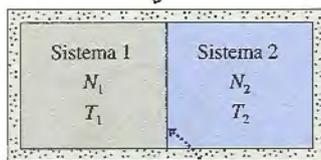
PAUSE E PENSE 18.4

Quantos graus de liberdade possui uma conta em uma haste rígida?



- a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 e. 5 f. 6

O isolante térmico impede que o calor entre ou saia do recipiente.



Uma barreira fina impede que os átomos se movam do sistema 1 para o 2 ou vice-versa, mas ainda permite que eles colidam. A barreira é fixa, não podendo se mover.

FIGURA 18.14 Dois gases podem interagir termicamente através de uma barreira muito fina.

18.5 Interações térmicas e calor

Agora podemos analisar mais detalhadamente o que ocorre quando dois sistemas a temperaturas diferentes interagem um com o outro. A **FIGURA 18.14** mostra um recipiente rígido e isolado dividido em duas seções por uma membrana muito fina e firme. O lado esquerdo, que podemos chamar de sistema 1, contém N_1 átomos à temperatura inicial T_{1i} . O sistema 2, à direita, possui N_2 átomos à temperatura inicial T_{2i} . A membrana é tão fina que os átomos podem colidir no limite, como se ela não estivesse lá, mas a membrana ainda é uma barreira que impede os átomos de passarem de um lado para o outro. A situação é análoga, em uma escala atômica, a bolas de basquete que colidem através de uma cortina de um boxe de banheiro.

Suponha que o sistema 1 esteja inicialmente à temperatura mais alta: $T_{1i} > T_{2i}$. Esta não é, portanto, uma situação de equilíbrio. As temperaturas mudarão com o decorrer do tempo até que os sistemas acabem por atingir uma temperatura final comum, T_f . Se você observar os gases à medida que um deles aquece e o outro esfria, não verá nada acontecendo. A interação é muito diferente de uma interação mecânica, em que, por exemplo, você poderia ver um pistão se movendo de um lado para o outro. A única maneira pela qual dois gases podem interagir é através de colisões moleculares com a fronteira. Esta é uma *interação térmica*, e nosso objetivo é entender como as interações térmicas levam os sistemas até o equilíbrio térmico.

O sistema 1 e o sistema 2 começam com energias térmicas iguais

$$E_{1i} = \frac{3}{2}N_1k_B T_{1i} = \frac{3}{2}n_1RT_{1i}$$

$$E_{2i} = \frac{3}{2}N_2k_B T_{2i} = \frac{3}{2}n_2RT_{2i}$$
(18.38)

Expressamos as energias como se fossem de gases monoatômicos; você poderia refazer o mesmo cálculo considerando que um dos dois gases, ou ambos, fossem diatômicos, substituindo $\frac{3}{2}$ por $\frac{5}{2}$. Observe que omitimos o subscrito “term” a fim de evitar que a notação fique confusa.

A energia total do sistema combinado é $E_{\text{tot}} = E_{1i} + E_{2i}$. À medida que os sistemas 1 e 2 interagem, suas energias térmicas individuais E_1 e E_2 podem variar, mas sua soma E_{tot} permanece constante. O sistema atingirá o equilíbrio térmico quando as energias térmicas individuais atingirem valores finais E_{1f} e E_{2f} , que não mais sofrem variação.

Trocas de energia entre sistemas

A **FIGURA 18.15** representa um átomo rápido e outro lento que se aproximam da barreira provenientes de lados opostos. Eles sofrem colisões perfeitamente elásticas com a fina barreira. Embora nenhuma energia resultante seja perdida em uma colisão perfeitamente elástica, o átomo mais rápido perde energia, enquanto o mais lento ganha energia. Em outras palavras, ocorre uma *transferência* de energia do lado do átomo mais rápido para o do átomo mais lento.

A energia cinética média de translação por molécula é diretamente proporcional à temperatura do material: $\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}k_B T$. Como $T_{1i} > T_{2i}$, os átomos do sistema 1 são, em média, mais energéticos do que os do sistema 2. Dessa forma, *em média*, as colisões transferem energia do sistema 1 para o sistema 2, mas não em todas as colisões: às vezes, um átomo rápido do sistema 2 colide com um átomo lento do sistema 1 e ocorre uma transferência de energia de 2 para 1. Entretanto, a transferência líquida de energia, devido a todas as colisões, é do sistema mais quente 1 para o sistema mais frio 2. Em outras palavras, **o calor é a energia transferida por meio de colisões entre os átomos mais energéticos (mais quentes), de um lado, e os átomos menos energéticos (mais frios), do outro.**

Como os sistemas “sabem” quando já atingiram o equilíbrio térmico? A transferência de energia continua a ocorrer até que os átomos dos dois lados da barreira tenham a *mesma energia cinética média de translação*. Assim que as energias cinéticas translacionais médias forem as mesmas, não haverá tendência para que a energia flua em qualquer dos dois sentidos. Este é o estado do equilíbrio térmico, de modo que a condição para equilíbrio térmico é

$$(\epsilon_1)_{\text{med}} = (\epsilon_2)_{\text{med}} \quad (\text{equilíbrio térmico}) \quad (18.39)$$

onde, como anteriormente, ϵ representa a energia cinética de translação de um átomo.

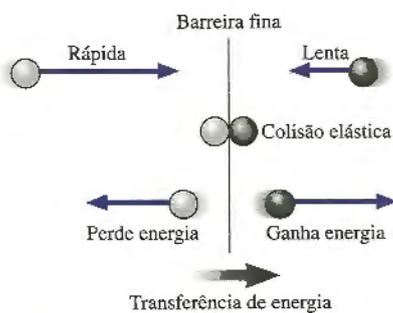


FIGURA 18.15 Colisões com a barreira transferem energia das moléculas mais rápidas para as mais lentas.

Como as energias médias são diretamente proporcionais às temperaturas finais, $\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}k_B T_f$, o equilíbrio térmico é caracterizado pela condição macroscópica

$$T_{1f} = T_{2f} = T_f \quad (\text{equilíbrio térmico}) \quad (18.40)$$

Em outras palavras, **dois sistemas em interação atingem uma temperatura final comum porque eles trocam energia através de colisões até que os átomos de cada lado tenham, em média, energias cinéticas de translação iguais.** Esta é uma idéia muito importante.

A Equação 18.40 pode ser usada para determinar as energias térmicas de equilíbrio. Uma vez que se trata de gases monoatômicos, $E_{\text{term}} = N\epsilon_{\text{med}}$. Logo, a condição de equilíbrio, $(\epsilon_1)_{\text{med}} = (\epsilon_2)_{\text{med}}$, implica que

$$\frac{E_{1f}}{N_1} = \frac{E_{2f}}{N_2} = \frac{E_{\text{tot}}}{N_1 + N_2} \quad (18.41)$$

de onde podemos concluir que

$$\begin{aligned} E_{1f} &= \frac{N_1}{N_1 + N_2} E_{\text{tot}} \\ E_{2f} &= \frac{N_2}{N_1 + N_2} E_{\text{tot}} \end{aligned} \quad (18.42)$$

Este resultado também pode ser expresso em função do número de mols. Se usarmos $N = N_A n$ e notarmos que N_A se cancela, a Equação 18.42 assumirá a forma

$$\begin{aligned} E_{1f} &= \frac{n_1}{n_1 + n_2} E_{\text{tot}} \\ E_{2f} &= \frac{n_2}{n_1 + n_2} E_{\text{tot}} \end{aligned} \quad (18.43)$$

Observe que $E_{1f} + E_{2f} = E_{\text{tot}}$, o que comprova que a energia é conservada mesmo enquanto é redistribuída entre os sistemas.

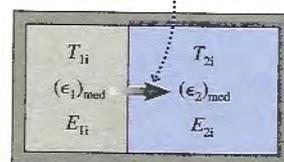
Nenhum trabalho é realizado sobre nenhum dos sistemas porque a barreira não efetua um deslocamento macroscópico, portanto a primeira lei da termodinâmica é escrita como

$$\begin{aligned} Q_1 &= \Delta E_1 = E_{1f} - E_{1i} \\ Q_2 &= \Delta E_2 = E_{2f} - E_{2i} \end{aligned} \quad (18.44)$$

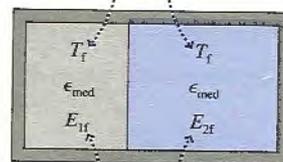
Como um problema para casa, você pode tentar demonstrar que $Q_1 = -Q_2$, conforme exigido pela conservação de energia, ou seja, o calor perdido por um dos sistemas é ganho pelo outro. O símbolo $|Q_i|$ representa a quantidade de calor transferida do gás mais quente para o gás mais frio durante a interação térmica.

NOTA ► Em geral, as energias térmicas de equilíbrio do sistema *não* são iguais, ou seja, $E_{1f} \neq E_{2f}$. Elas serão iguais somente se $N_1 = N_2$. O equilíbrio é atingido quando as energias cinéticas médias de translação nos dois sistemas forem iguais, isto é, quando $(\epsilon_1)_{\text{med}} = (\epsilon_2)_{\text{med}}$, e não, quando $E_{1f} = E_{2f}$. Esta distinção é muito importante. A FIGURA 18.16 resume essas idéias. ◀

As colisões transferem energia do sistema mais quente para o mais frio à medida que mais átomos energéticos perdem energia para átomos menos energéticos.



O equilíbrio térmico ocorre quando os sistemas têm mesma energia cinética média de translação e, portanto, a mesma temperatura.



Em geral, as energias térmicas E_{1f} e E_{2f} não são iguais.

FIGURA 18.16 O equilíbrio é atingido quando os átomos de cada lado tiverem, em média, energias iguais.

EXEMPLO 18.9 Uma interação térmica

Um recipiente lacrado e isolado contém 2,0 g de hélio a uma temperatura inicial de 300 K de um lado de uma barreira e 10,0 g de argônio a uma temperatura inicial de 600 K do outro lado.

- Que quantidade de energia térmica é transferida, e em que sentido?
- Qual é a temperatura final?

MODELO Os sistemas iniciam a temperaturas diferentes, portanto não se encontram em equilíbrio térmico. A energia é transferida, então, por meio de colisões, do argônio para o hélio, até que os dois sistemas tenham uma mesma energia molecular média.

RESOLUÇÃO a. Vamos considerar o hélio como o sistema 1. O hélio tem massa molar $M_{\text{mol}} = 4 \text{ g/mol}$; logo, $n_1 = M/M_{\text{mol}} = 0,50 \text{ mol}$.

Continua

De forma semelhante, o argônio tem $M_{\text{mol}} = 40 \text{ g/mol}$, então $n_2 = 0,25 \text{ mol}$. As energias térmicas iniciais dos dois gases monoatômicos são

$$E_{1i} = \frac{3}{2}n_1RT_{1i} = 225R = 1870 \text{ J}$$

$$E_{2i} = \frac{3}{2}n_2RT_{2i} = 225R = 1870 \text{ J}$$

Os sistemas iniciam com energias térmicas *iguais*, mas não estão em equilíbrio térmico. A energia total é $E_{\text{tot}} = 3740 \text{ J}$. No equilíbrio, esta energia é distribuída entre os sistemas como

$$E_{1f} = \frac{n_1}{n_1 + n_2}E_{\text{tot}} = \frac{0,50}{0,75}3740 \text{ J} = 2493 \text{ J}$$

$$E_{2f} = \frac{n_2}{n_1 + n_2}E_{\text{tot}} = \frac{0,25}{0,75}3740 \text{ J} = 1247 \text{ J}$$

O calor que entra ou sai do sistema é

$$Q_1 = Q_{\text{He}} = E_{1f} - E_{1i} = 623 \text{ J}$$

$$Q_2 = Q_{\text{Ar}} = E_{2f} - E_{2i} = -623 \text{ J}$$

O hélio e o argônio interagem termicamente por meio de colisões, fazendo com que 623 J de calor sejam transferidos do argônio, mais quente, para o hélio, mais frio.

b. Esses processos são realizados a volume constante; logo, $Q = nC_v \Delta T$. Temos também que $C_v = \frac{3}{2}R$ para gases monoatômicos, de modo que as variações de temperatura são

$$\Delta T_{\text{He}} = \frac{Q_{\text{He}}}{\frac{3}{2}nR} = \frac{623 \text{ J}}{1,5(0,50 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K})} = 100 \text{ K}$$

$$\Delta T_{\text{Ar}} = \frac{Q_{\text{Ar}}}{\frac{3}{2}nR} = \frac{-623 \text{ J}}{1,5(0,25 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K})} = -200 \text{ K}$$

Os dois gases atingem a temperatura final comum $T_f = 400 \text{ K}$.

AVALIÇÃO $E_{1f} = 2 E_{2f}$ porque há duas vezes mais átomos no sistema 1 do que no sistema 2.

A principal idéia desta seção é a de que dois sistemas atingem uma temperatura final comum não por mágica ou por um acordo arranjado com antecedência, mas simplesmente pela troca de energia devido ao enorme número de colisões moleculares. Sistemas em interação real, é claro, estão separados por paredes, ao invés de nossa fina membrana irrealista. Enquanto os sistemas interagem, a energia é transferida, por meio de colisões, primeiro do sistema 1 para a parede e, em seguida, à medida que as moléculas mais frias colidem com a parede quente, desta para o sistema 2, ou seja, a transferência de energia é $E_1 \rightarrow E_{\text{parede}} \rightarrow E_2$. Isso ainda é calor, uma vez que a transferência de energia ocorre por meio de colisões moleculares, e não, por movimentação mecânico.

PAUSE E PENSE 18.5 Os sistemas A e B estão interagindo termicamente. Nesse instante de tempo,

- $T_A > T_B$
- $T_A = T_B$
- $T_A < T_B$

A	B
$N = 1.000$	$N = 2.000$
$\epsilon_{\text{med}} = 1,0 \times 10^{-20} \text{ J}$	$\epsilon_{\text{med}} = 0,5 \times 10^{-20} \text{ J}$
$E_{\text{term}} = 1,0 \times 10^{-17} \text{ J}$	$E_{\text{term}} = 1,0 \times 10^{-17} \text{ J}$

18.6 Processos irreversíveis e a segunda lei da termodinâmica

Na seção anterior analisamos a interação térmica entre um gás quente e outro frio. A energia térmica é transferida do gás quente para o gás frio até que eles atinjam uma temperatura final comum. Mas por que o calor não é transferido do gás frio para o gás quente, tornando o lado frio mais frio, e o quente, mais quente? Tal processo ainda conservaria energia, todavia ele nunca ocorre. A transferência de energia térmica de um corpo quente para outro frio é um exemplo de um **processo irreversível**, um processo que pode ocorrer somente em um sentido.

Há inúmeros exemplos de processos irreversíveis. Quando você mexe o creme no café, mistura os dois. Nenhuma quantidade de movimento pode desfazer esta mistura. Se você sacudir um pote que contenha bolas de gude vermelhas no topo e bolas azuis no fundo, as bolinhas de duas cores rapidamente se misturarão. Nenhum número de sacudidas conseguirá separá-las novamente. Se você assistisse a um filme de alguém que sacode um pote e visse as bolas vermelhas e azuis se separarem, teria certeza de que o filme estava sendo rodado de trás para frente. Na verdade, uma definição razoável de um processo irreversível é aquela em que um filme rodado ao contrário mostre um processo de ocorrência fisicamente impossível.

A FIGURA 18.17a representa um filme com dois quadros de uma colisão entre duas partículas, possivelmente duas moléculas de um gás. Suponha que, algum tempo depois de a colisão ter se encerrado, interferíssemos e invertêssemos as velocidades das duas partículas, ou seja, substituíssemos o vetor \vec{v} pelo vetor $-\vec{v}$. A seguir, como em um filme rodado de trás para frente, veríamos a colisão acontecer ao contrário. Isso corresponde ao filme da FIGURA 18.17b.

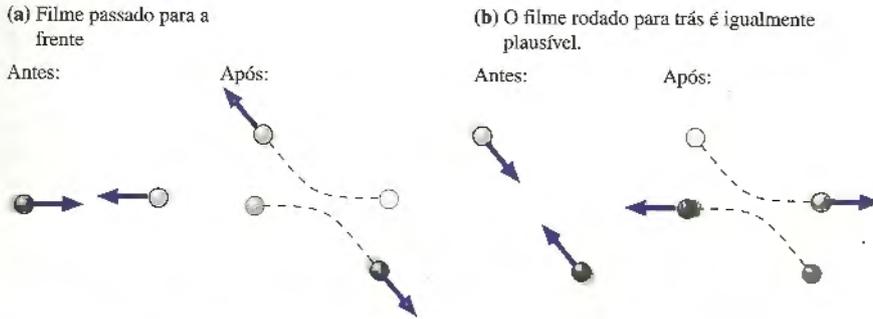


FIGURA 18.17 Colisões moleculares são reversíveis.

Só de olhar para os dois filmes, não se pode dizer qual deles está realmente indo para a frente e qual está sendo rodado para trás. Talvez a Figura 18.17b tenha sido a colisão original, enquanto a Figura 18.17a seja a versão ao contrário. Nenhuma das colisões parece estar errada, e nenhuma medição que se possa fazer com qualquer uma delas revelaria qualquer violação das leis de Newton. As interações em nível molecular são processos reversíveis.

Compare isso com os filmes de dois quadros do acidente de carro ilustrado na FIGURA 18.18. Em um processo irreversível, passado e futuro são claramente distintos, e o filme passado ao contrário da FIGURA 18.18b está obviamente errado. Mas o que foi violado nele? Ver o carro amassado sair como uma mola da parede não violaria nenhuma lei da física que descobrimos até agora. Simplesmente, exigiria que a energia térmica do carro e da parede fosse transformada de volta em energia macroscópica do centro de massa do carro como um todo.

O paradoxo se origina de nossa afirmativa de que os fenômenos macroscópicos podem ser entendidos com base nos movimentos moleculares microscópicos. Se os movimentos microscópicos são todos reversíveis, como os fenômenos macroscópicos podem resultar em irreversíveis? Se as colisões reversíveis podem fazer com que o calor seja transferido do quente para o frio, por que elas nunca fazem com que o calor seja transferido do frio para o quente? Deve haver outra lei da física que impeça isso de ocorrer. A lei que procuramos deve ser capaz de distinguir, em certo sentido, o passado e o futuro.

Qual é o caminho para o equilíbrio?

Dito de outra forma, como dois sistemas inicialmente a temperaturas diferentes “sabem” que caminho seguir para atingir o equilíbrio? Talvez uma analogia ajude.

A FIGURA 18.19 mostra duas caixas numeradas 1 e 2 contendo bolas idênticas. A caixa 1 inicia com mais bolas do que a caixa 2, então $N_{1i} > N_{2i}$. Uma vez por segundo, uma bola é escolhida aleatoriamente e movida para a outra caixa. Este é um processo reversível, pois uma bola pode se mover da caixa 2 para a caixa 1 tão facilmente quanto da caixa 1 para a caixa 2. O que você espera ver se retornar várias horas mais tarde?

Uma vez que as bolas são escolhidas aleatoriamente e que $N_{1i} > N_{2i}$, inicialmente é mais provável que uma bola se mova da caixa 1 para a caixa 2 do que o contrário. De vez em quando uma bola se move “para trás”, da caixa 2 para a caixa 1, mas, no geral, há um movimento resultante de bolas da caixa 1 para a caixa 2. O sistema evoluirá até que $N_1 \approx N_2$. Esta é uma situação estável – o equilíbrio! – em que um número igual de bolas se move nos dois sentidos.

Mas ele não poderia seguir o outro caminho, com N_1 ficando ainda maior, enquanto N_2 diminui? Em princípio, qualquer disposição possível das bolas é possível, da mesma forma como qualquer número de caras é possível se você atirar N moedas para cima e deixá-las cair.

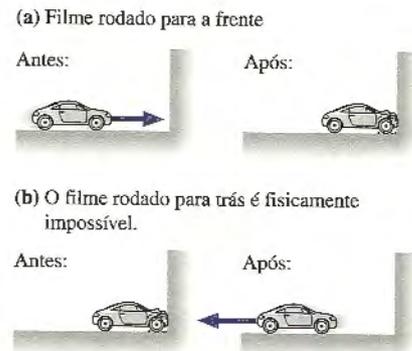


FIGURA 18.18 Um acidente de carro é irreversível.

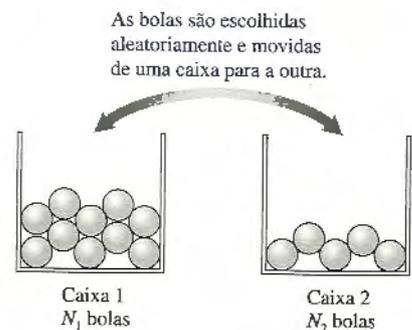


FIGURA 18.19 Dois sistemas em interação. As bolas são escolhidas aleatoriamente e movidas para a outra caixa.

Se você atirar quatro moedas, as chances são de 1 em 2^4 , ou de 1 em 16, de dar cara para as quatro moedas. Com quatro bolas, as chances são de 1 em 16 de que, em um instante de tempo escolhido aleatoriamente, você obtenha $N_1 = 4$. Isso é algo que você acharia incrivelmente surpreendente.

Com 10 bolas, a probabilidade de que $N_1 = 10$ é $0,5^{10} \approx 1/1000$. Com 100 bolas, a probabilidade de que $N_1 = 100$ cai para $\approx 10^{-30}$. Com 10^{20} bolas, as chances de encontrar todas elas, ou mesmo a maioria, em uma das caixas são tão incrivelmente baixas que é seguro afirmar que isso “nunca” acontecerá. Embora cada transferência seja reversível, **a estatística dos grandes números torna esmagadoramente mais provável que o sistema evolua para um estado no qual $N_1 \approx N_2$ do que para um estado em que $N_1 > N_2$.**

Em nossa analogia, as bolas representam energia. A energia total, como o número total de bolas, é conservada, mas as colisões moleculares podem transferir energia entre o sistema 1 e o sistema 2. Cada colisão é reversível, com igual probabilidade de transferir energia de 1 para 2 ou ao contrário. Todavia, se $(\epsilon_{1i})_{med} > (\epsilon_{2i})_{med}$ e se estivermos lidando com dois sistemas macroscópicos para os quais $N > 10^{20}$, então é imensamente mais provável que o resultado líquido de muitas e muitas colisões seja a transferência de energia do sistema 1 para o sistema 2 até que $(\epsilon_{1f})_{med} = (\epsilon_{2f})_{med}$ – em outras palavras, que a energia térmica seja transferida do quente para o frio.

O sistema atinge equilíbrio térmico não por algum plano ou por intervenção externa, mas simplesmente porque **o equilíbrio é o estado mais provável**. É possível que o sistema se afaste do equilíbrio, com o calor se movendo do frio para o quente, mas remotamente improvável em qualquer sistema realista. A consequência de um vasto número de eventos aleatórios é que o sistema evolui em um sentido, em direção ao equilíbrio, e não, ao contrário. **Eventos microscópicos reversíveis resultam em comportamento macroscópico irreversível porque alguns estados macroscópicos são enormemente mais prováveis do que outros.**

Ordem, desordem e entropia

A FIGURA 18.20 mostra três sistemas diferentes. No topo existe um grupo de átomos dispostos em uma estrutura cristalina. Este é um sistema altamente ordenado e não-aleatório, em que cada posição atômica é precisamente especificada. Compare isso com o sistema da parte inferior, em que não há qualquer ordem. A posição de cada átomo foi atribuída de forma inteiramente aleatória.

É extremamente improvável que os átomos de um recipiente se disponham *espontaneamente* no padrão ordenado da figura na parte superior. Para um sistema com, digamos, 10^{20} átomos, a probabilidade de tal ocorrência é parecida com a probabilidade de que 10^{20} moedas atiradas dêem, todas, cara. Podemos seguramente afirmar que isso nunca acontecerá. Ao contrário, há um imenso número de disposições parecidas com aquela da última figura, em que os átomos preenchem aleatoriamente o recipiente.

O sistema central da Figura 18.20 corresponde a uma situação intermediária. Ela poderia surgir durante o derretimento de um sólido. Claramente, as posições dos átomos não são inteiramente aleatórias, de modo que o sistema preserva algum grau de ordem. É mais provável que tal situação intermediária ocorra espontaneamente do que aquela correspondente ao sistema completamente aleatório da última figura.

Cientistas e engenheiros usam uma variável de estado denominada **entropia** para medir a probabilidade de que um dado estado macroscópico ocorra espontaneamente. A estrutura ordenada, com uma probabilidade de ocorrência espontânea muito pequena, corresponde a uma entropia muito baixa. A entropia do recipiente cheio de forma totalmente aleatória é alta. A entropia da figura do meio corresponde a alguma situação intermediária. Diz-se com frequência que a entropia mede a quantidade de *desordem* de um sistema. A entropia na Figura 18.20 aumenta à medida que evoluímos do sistema ordenado da primeira figura para o sistema desordenado da última figura.

Analogamente, dois sistemas em interação térmica e com temperaturas diferentes têm baixa entropia. Esses sistemas estão ordenados no sentido de que os átomos mais rápidos estão de um lado da barreira e os átomos mais lentos, do outro. A distribuição de energia mais aleatória possível e, portanto, o sistema menos ordenado possível correspondem à situação na qual os dois sistemas se encontram em equilíbrio térmico a temperaturas iguais. A entropia aumenta à medida que os dois sistemas com temperaturas inicialmente diferentes evoluem em direção ao equilíbrio. Se a energia térmica passasse

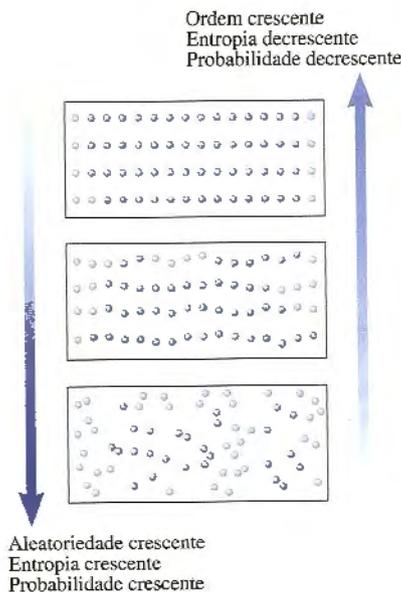


FIGURA 18.20 Sistemas ordenados e desordenados.

do frio para o quente, tornando o sistema quente mais quente e o sistema frio mais frio, a entropia diminuiria.

A entropia pode ser calculada, no entanto teremos de deixar isso para um curso mais avançado. Para nossos propósitos, o *conceito* de entropia como uma medida da desordem de um sistema ou da probabilidade de ocorrência de um estado macroscópico é mais importante do que um valor numérico.

A segunda lei da termodinâmica

O fato de que os sistemas macroscópicos evoluem irreversivelmente para o equilíbrio é um enunciado acerca da natureza que não está contido em nenhuma das leis da física com as quais nos deparamos até agora. De fato, ela é uma nova lei da física conhecida por **segunda lei da termodinâmica**.

O enunciado formal da segunda lei da termodinâmica é dado em função da entropia:



Atirar moedas e obter sempre cara, embora não seja impossível, é extremamente improvável, e a probabilidade de que isso ocorra diminui rapidamente à medida que o número de moedas usadas aumenta.

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO FORMAL A entropia de um sistema isolado (ou de um conjunto de sistemas) nunca diminui. Ou a entropia aumenta, até que o sistema atinja o equilíbrio, ou mantém-se inalterada, se o sistema inicia em equilíbrio.

O adjetivo “isolado” aqui é o que mais importa. Podemos ordenar o sistema interferindo nele a partir do exterior, talvez usando pinças minúsculas para posicionar os átomos em uma estrutura. De maneira análoga, podemos transferir calor do frio para o quente usando um refrigerador. A segunda lei diz respeito ao que um sistema pode ou não pode fazer *espontaneamente*, por conta própria, sem uma intervenção externa.

A segunda lei da termodinâmica nos diz que um sistema isolado evolui de forma que:

- A ordem se torna desordem e aleatoriedade.
- A informação é perdida, ao invés de ganha.
- O sistema “se esgota”.

Um sistema isolado nunca gera ordem espontaneamente a partir da aleatoriedade. Isso não significa que o sistema “saiba” acerca de ordem ou desordem, mas, em vez disso, que existe um número enormemente maior de estados que correspondem à desordem do que de estados correspondentes à ordem. À medida que as colisões ocorrem em nível microscópico, as leis da probabilidade determinam que o sistema, em média, evolua inexoravelmente em direção ao estado macroscópico mais provável e, portanto, mais desordenado.

A segunda lei da termodinâmica é geralmente enunciada de diversas maneiras equivalentes, porém mais informais. Uma dessas, e a mais relevante para nossa discussão aqui, é

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #1 Quando dois sistemas a temperaturas diferentes interagem, a energia térmica é transferida espontaneamente do sistema mais quente para o mais frio, e nunca do mais frio para o mais quente.

A segunda lei da termodinâmica é um enunciado independente sobre a natureza, distinto da primeira lei. Esta é um enunciado preciso sobre a conservação de energia. A segunda lei, em contraste, é um enunciado *probabilístico* baseado na estatística dos números muito grandes. Enquanto é concebível que o calor possa passar espontaneamente do frio para o quente, isso nunca acontecerá em nenhum sistema macroscópico realista.

A evolução irreversível de estados macroscópicos menos prováveis para estados macroscópicos mais prováveis é o que imprime um sentido macroscópico ao transcorrer do tempo. Mexer com a colher misturará o creme ao café e jamais separará esta mistura. O atrito faz com que um objeto pare enquanto aumenta sua energia térmica; os movimentos atômicos aleatórios correspondentes à energia térmica nunca se organizam esponta-

neamente em um movimento macroscópico do objeto inteiro. Uma planta em um pote lacrado morre e se decompõe em carbono e vários gases; mas os gases e o carbono nunca se agrupam espontaneamente para formar uma flor. Esses são exemplos de processos irreversíveis. Eles mostram que existe um sentido claro para o transcorrer do tempo, uma diferença distinta entre passado e futuro.

Logo, o enunciado da segunda lei é

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #2 O sentido do transcorrer do tempo em que a entropia de um sistema macroscópico isolado aumenta é “para o futuro”.

A existência de uma “seta do tempo” é uma das implicações mais profundas da segunda lei da termodinâmica.

A segunda lei da termodinâmica tem implicações importantes para questões que variam desde como nós, como sociedade, usamos a energia e os recursos à evolução biológica e ao futuro do universo. Retornaremos a algumas dessas questões no Resumo da Parte IV. Neste ínterim, a segunda lei será usada no Capítulo 19 para compreendermos alguns dos aspectos práticos da termodinâmica de motores.

PAUSE E PENSE 18.6 Duas caixas idênticas contêm 1.000.000 moléculas cada uma. Na caixa A, 750.000 moléculas encontram-se na metade esquerda da mesma, enquanto 250.000 estão na metade direita. Na caixa B, 499.900 moléculas encontram-se na metade esquerda da mesma, e 500.100 estão na metade direita. Neste instante de tempo,

- A entropia da caixa A é maior do que a da caixa B.
 - A entropia da caixa A é igual à da caixa B.
 - A entropia da caixa A é menor do que a da caixa B.
-

RESUMO

O objetivo do Capítulo 18 foi entender as propriedades de um sistema macroscópico em função do comportamento microscópico de suas moléculas.

Princípios gerais

A teoria cinética, a **conexão micro/macro**, relaciona as propriedades macroscópicas de um sistema ao movimento e às colisões de seus átomos ou moléculas.

Teorema da equipartição

Este teorema nos informa de que maneira as colisões distribuem a energia no sistema. A energia armazenada em cada modo do sistema (cada grau de liberdade) é $\frac{1}{2}Nk_B T$ ou, em função do número de mols, $\frac{1}{2}nRT$.

Segunda lei da termodinâmica

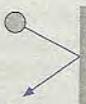
Esta lei nos informa de que maneira as colisões fazem com que um sistema evolua para o equilíbrio. A entropia de um sistema isolado só pode aumentar ou, se ele estiver em equilíbrio, permanecer inalterada.

- A ordem se torna desordem e aleatoriedade.
- O sistema se esgota.
- A energia térmica é transferida espontaneamente de um sistema mais quente para outro mais frio, e nunca do mais frio para o mais quente.

Conceitos importantes

A pressão se deve à força exercida pelas moléculas ao colidirem com as paredes:

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m v_{\text{rms}}^2 = \frac{2}{3} \frac{N}{V} \epsilon_{\text{med}}$$



A energia cinética média de translação de uma molécula é $\epsilon_{\text{med}} = \frac{3}{2}k_B T$. A temperatura do gás $T = \frac{2}{3k_B} \epsilon_{\text{med}}$ mede a energia cinética média de translação.

A entropia mede a probabilidade de ocorrência de um estado macroscópico ou, de forma equivalente, a quantidade de desordem de um sistema.



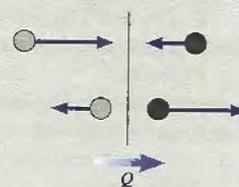
Entropia crescente →

A energia térmica de um sistema é

$E_{\text{term}} =$ energia cinética de translação + energia cinética de rotação + energia de vibração

- Gás monoatômico $E_{\text{term}} = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}nRT$
- Gás diatômico $E_{\text{term}} = \frac{5}{2}Nk_B T = \frac{5}{2}nRT$
- Sólido elementar $E_{\text{term}} = 3Nk_B T = 3nRT$

Calor é energia transferida por meio de colisões de moléculas mais energéticas, de um lado, com moléculas menos energéticas, do outro. O equilíbrio é atingido quando $(\epsilon_1)_{\text{med}} = (\epsilon_2)_{\text{med}}$, o que implica que $T_{1f} = T_{2f}$.



Aplicações

O valor quadrático médio da velocidade v_{rms} é a raiz quadrada das médias dos quadrados das velocidades moleculares:

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{(v^2)_{\text{med}}}$$

Para moléculas de massa m à temperatura T , $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$

Os calores específicos molares podem ser previstos a partir da energia térmica porque $\Delta E_{\text{term}} = nC \Delta T$.

- Gás monoatômico $C_V = \frac{3}{2}R$
- Gás diatômico $C_V = \frac{5}{2}R$
- Sólido elementar $C = 3R$

Termos e notação

teoria cinética
histograma
livre caminho médio, λ

velocidade quadrática média, v_{rms}
graus de liberdade
teorema da equipartição

processo irreversível
entropia
segunda lei da termodinâmica



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

- Os sólidos e os líquidos resistem à compressão. Não são totalmente incompressíveis, mas é preciso grandes forças para comprimi-los mesmo que ligeiramente. Se for verdadeiro que a matéria é formada por átomos, o que se pode inferir acerca da natureza microscópica dos sólidos e dos líquidos com base em sua incompressibilidade?
- Os gases, em contraste com os sólidos e os líquidos, são muito compressíveis. O que se pode inferir desta observação acerca da natureza microscópica dos gases?
- A densidade do ar nas CNTP é cerca de $\frac{1}{1000}$ da densidade da água. Como se compara a distância média entre as moléculas do ar com a distância média entre as moléculas da água? Explique.
- O livre caminho médio das moléculas de um gás é de 200 nm.
 - Qual será o livre caminho médio se a pressão for dobrada e todas as outras variáveis de estado forem mantidas constantes?
 - Qual será o livre caminho médio se a temperatura absoluta for dobrada e todas as outras variáveis de estado forem mantidas constantes?
- Se a pressão de um gás for realmente devido às colisões aleatórias das moléculas com as paredes do recipiente, por que os manômetros – mesmo os mais sensíveis – fornecem leituras perfeitamente estáveis? A marcação do manômetro não deveria estar continuamente variando e flutuando? Explique.
- Suponha que você pudesse, subitamente, aumentar a velocidade de todas as moléculas de um gás por um fator de 2.
 - A velocidade rms das moléculas aumentaria por um fator de $2^{1/2}$, de 2 ou de 2^2 ? Explique.
 - A pressão do gás aumentaria por um fator de $2^{1/2}$, de 2 ou de 2^2 ? Explique.
- Suponha que você pudesse, subitamente, aumentar a velocidade de todas as moléculas de um gás por um fator de 2.
 - A temperatura do gás aumentaria por um fator de $2^{1/2}$, de 2 ou de 2^2 ? Explique.

- O calor específico molar a volume constante se alteraria? Em caso afirmativo, por qual fator? Em caso negativo, por que não?

- Os dois recipientes com gás da FIGURA Q18.8 estão em bom contato térmico entre si, mas bem isolados da vizinhança. Eles estiveram em contato por um longo tempo e se encontram agora em equilíbrio térmico.

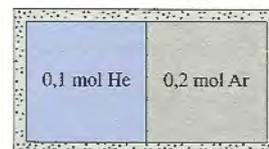


FIGURA Q18.8

- A v_{rms} do hélio é maior, menor ou igual à v_{rms} do argônio? Explique.
 - O hélio possui mais, menos ou a mesma energia térmica que o argônio? Explique.
- Suponha que você coloque um cubo de gelo em um béquer químico com água à temperatura ambiente e, a seguir, os coloque dentro de um recipiente rígido e bem isolado. Nenhuma energia pode entrar ou sair do recipiente.
 - Se, uma hora mais tarde, você abrir o recipiente, encontrará um copo com água levemente mais fria do que a vizinhança ou um grande cubo de gelo e algum vapor a 100°C ?
 - Encontrar um grande cubo de gelo e algum vapor a 100°C não violaria a primeira lei da termodinâmica. Neste caso, teríamos $W = 0\text{ J}$ e $Q = 0\text{ J}$ porque o recipiente está vedado e $\Delta E_{\text{term}} = 0\text{ J}$ porque o aumento de energia térmica das moléculas da água que se tornam vapor é compensado pelo decréscimo de energia térmica das moléculas da água que viraram gelo. A energia seria conservada, porém nunca vemos ocorrer um resultado como este. Por que não?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 18.1 Velocidades moleculares e colisões

- I A concentração de um gás ideal nas CNTP é chamada de *número de Loschmidt*. Calcule o número de Loschmidt.
- I Um cubo de nitrogênio com dimensões $1,0\text{ m} \times 1,0\text{ m} \times 1,0\text{ m}$ está a 20°C e a $1,0\text{ atm}$. Estime o número de moléculas no cubo com velocidades entre 700 m/s e 1000 m/s .
- I A que pressão o livre caminho médio do nitrogênio à temperatura ambiente (20°C) seria de $1,0\text{ m}$?
- II Os circuitos integrados são fabricados em câmaras a vácuo, onde a pressão do ar é de apenas $1,0 \times 10^{-10}\text{ mm de Hg}$. Quanto valem (a) a concentração e (b) o livre caminho médio de uma molécula desse gás? Considere $T = 20^\circ\text{C}$.

- I O livre caminho médio de uma molécula em um determinado gás é de 300 nm . Qual será o livre caminho médio se a temperatura do gás for dobrada: (a) a volume constante?; (b) a pressão constante?
- II A pressão dentro de um tanque de neônio é 150 atm . A temperatura é 25°C . Em média, ao longo de quantos diâmetros atômicos se desloca um átomo de neônio entre duas colisões?
- II Uma máquina de bingo usa um jato de ar para manter 2000 bolas de pingue-pongue quicando dentro de uma caixa com dimensões $1,0\text{ m} \times 1,0\text{ m} \times 1,0\text{ m}$. O diâmetro das bolas é de $3,0\text{ cm}$. Qual é o livre caminho médio entre duas colisões? Expresse a resposta em cm.

Seção 18.2 A pressão de um gás

- I Onze moléculas possuem velocidades de $15, 16, 17, \dots, 25\text{ m/s}$. Determine: (a) v_{med} ; (b) v_{rms} .

9. II As moléculas de um gás com seis partículas têm velocidades representadas pelos vetores

$$\begin{aligned}\vec{v}_1 &= (20\hat{i} + 30\hat{j}) \text{ m/s} & \vec{v}_4 &= (60\hat{i} - 20\hat{j}) \text{ m/s} \\ \vec{v}_2 &= (-40\hat{i} + 70\hat{j}) \text{ m/s} & \vec{v}_5 &= -50\hat{j} \text{ m/s} \\ \vec{v}_3 &= (-80\hat{i} - 10\hat{j}) \text{ m/s} & \vec{v}_6 &= (40\hat{i} - 20\hat{j}) \text{ m/s}\end{aligned}$$

Determine (a) \vec{v}_{med} , (b) v_{med} e (c) v_{rms} .

10. I A FIGURA EX18.10 é um histograma que representa as velocidades das moléculas de um gás que ocupa um volume muito pequeno. Quais são (a) a velocidade mais provável, (b) a velocidade média e (c) a velocidade rms?

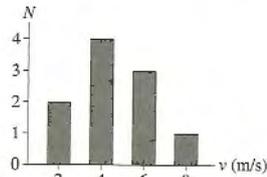


FIGURA EX18.10

11. II A concentração de argônio gasoso em um recipiente é $2,00 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. Os átomos estão se movendo com uma velocidade rms de 455 m/s. Quais são (a) a pressão e (b) a temperatura dentro do recipiente?
12. II A 100°C , a velocidade rms das moléculas do nitrogênio é 576 m/s. Uma amostra de nitrogênio a 100°C e 2,0 atm está contida em um recipiente com uma parede quadrada de $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$. Estime a taxa de colisões moleculares (colisões/s) com esta parede.
13. II Um cilindro contém gás pressão de 2,0 atm e com a concentração de $4,2 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. A velocidade rms dos átomos é 660 m/s. Identifique o gás.

Seção 18.3 Temperatura

14. I Quais são as velocidades rms (a) de átomos de neônio e (b) de moléculas de oxigênio a 1.100°C ?
15. I Uma velocidade de 1,5 m/s é característica em caminhadas. A que temperatura (em $^\circ\text{C}$) as moléculas do nitrogênio teriam uma velocidade rms de 1,5 m/s?
16. I Um dado gás é uma mistura de neônio e argônio. A velocidade rms dos átomos de neônio é 400 m/s. Qual é a velocidade rms dos átomos de argônio?
17. II A que temperatura (em $^\circ\text{C}$) as moléculas do hidrogênio têm a mesma velocidade rms que as moléculas do nitrogênio a 100°C ?
18. I A que temperatura (em $^\circ\text{C}$) a velocidade rms das moléculas do oxigênio é igual (a) à metade e (b) ao dobro de seu valor nas CNTP?
19. I A velocidade rms das moléculas de um gás é 400 m/s. Qual será a velocidade rms se a pressão e o volume do gás forem dobrados?
20. II Por qual fator a velocidade rms de uma molécula se alteraria se a temperatura fosse aumentada de 20°C para 100°C ?
21. II A que temperatura a velocidade rms das moléculas do hidrogênio seria igual à velocidade da luz ($3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$)? Não existe um limite superior para a temperatura, mas a teoria da relatividade de Einstein estabelece que nenhuma partícula material pode atingir a velocidade da luz. Conseqüentemente, nossos resultados para v_{med} e v_{rms} precisariam ser modificados para temperaturas e velocidades muito altas.
22. I Suponha que você dobre a temperatura de um gás a volume constante. As grandezas abaixo sofreriam variação? Em caso afirmativo, por qual fator?
- A energia cinética média de translação de uma molécula.
 - A velocidade rms de uma molécula.
 - O livre caminho médio.
23. I Nas CNTP, qual é a energia cinética total de translação das moléculas de 1,0 mol de (a) hidrogênio, (b) hélio e (c) oxigênio?

24. II Durante um experimento de física, hélio gasoso é resfriado mantendo-o a uma temperatura de 10 K e uma pressão de 0,10 atm. Quais são os valores (a) do livre caminho médio no gás, (b) da velocidade rms de seus átomos e (c) da energia média por átomo?
25. I Quais são os valores (a) da energia cinética média e (b) da velocidade rms de um próton no centro do Sol, onde a temperatura é $2,0 \times 10^7 \text{ K}$?
26. I A atmosfera do Sol consiste basicamente de átomos de hidrogênio (e não, de moléculas desse gás) a uma temperatura de 6.000 K. Quais são os valores (a) da energia cinética média de translação por átomo e (b) da velocidade rms dos átomos?

Seção 18.4 Energia térmica e calor específico

27. I A velocidade média dos átomos de uma amostra de 2,0 g de hélio gasoso é 700 m/s. Estime a energia térmica da amostra.
28. I Uma amostra de 10 g de neônio gasoso possui 1700 J de energia térmica. Estime a velocidade média de um átomo de neônio.
29. II Uma sala com $6,0 \text{ m} \times 8,0 \text{ m} \times 3,0 \text{ m}$ contém ar a 20°C . Quanto vale a energia térmica contida no quarto?
30. II Quanto vale a energia térmica de 100 cm^3 de chumbo à temperatura ambiente (20°C)?
31. I A energia térmica de 1,0 mol de uma dada substância é aumentada em 1,0 J. Qual será a variação de temperatura se o sistema for (a) um gás monoatômico, (b) um gás diatômico e (c) um sólido?
32. I Uma amostra de 1,0 mol de um gás monoatômico interage termicamente com 1,0 mol de um sólido elementar. A temperatura do gás diminui em 50°C a volume constante. Quanto vale a variação de temperatura do sólido?
33. I Um recipiente rígido contém 0,20 g de hidrogênio gasoso. Quanto calor é necessário para alterar a temperatura do gás
- De 50 K para 100 K?
 - De 250 K para 300 K?
 - De 550 K para 600 K?
 - De 2250 K para 2300 K?
34. I Um cilindro contendo nitrogênio gasoso a uma pressão de 100 atm tem volume interno de 15.000 cm^3 .
- Qual é a energia térmica do gás à temperatura ambiente (20°C)?
 - Qual é o livre caminho médio no gás?
 - Uma válvula é aberta e o gás pode se expandir lenta e isotermicamente até atingir a pressão de 1,0 atm. Qual é a variação de energia térmica do gás?

Seção 18.5 Interações térmicas e calor

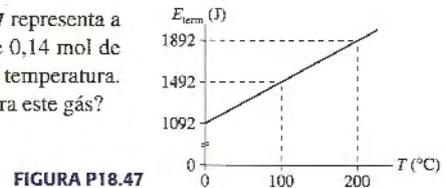
35. I Uma amostra de 2,0 mols de um gás monoatômico A possui 5000 J de energia térmica. Ela interage termicamente com 3,0 mols de outro gás monoatômico B que inicialmente possui 8000 J de energia térmica.
- Qual dos gases tem a maior temperatura inicial?
 - Quais são as energias térmicas finais de cada gás?
36. I Uma amostra de 4,0 mols de um gás monoatômico A possui inicialmente 9000 J de energia térmica. Ela interage termicamente com 3,0 mols de outro gás monoatômico B que possui inicialmente 5000 J de energia térmica. Que valor de energia térmica é transferido entre os dois sistemas e em que sentido se dá a transferência durante sua evolução para o equilíbrio térmico?

Problemas

37. II Para um gás monoatômico, qual é a razão entre o volume ocupado por átomo (V/N) e volume de um átomo quando o livre caminho médio é dez vezes maior do que um diâmetro atômico?

38. II De que altura uma molécula de oxigênio deve cair, no vácuo, a fim de que sua energia cinética no solo seja igual à energia média de uma molécula de oxigênio a 300 K?
39. III Um gás a $p = 50$ kPa e $T = 300$ K tem massa específica de $0,0802$ kg/m³.
- Identifique o gás.
 - Quanto vale a velocidade rms dos átomos do gás?
 - Quanto vale o livre caminho médio dos átomos no gás?
40. II O espaço interestelar, longe de qualquer estrela, está repleto de átomos de hidrogênio (H, e não H₂) a uma densidade muito baixa. A concentração é de aproximadamente 1 átomo/cm³, e a temperatura, cerca de 3 K.
- Estime a pressão no espaço interestelar. Expresse sua resposta em Pa e em atm.
 - Quanto vale a velocidade rms dos átomos?
 - Quanto vale o comprimento de aresta médio, L , de um cubo $L \times L \times L$ desse gás que contenha 1,0 J de energia térmica?
41. II Partículas de pó têm cerca de $10 \mu\text{m}$ de diâmetro. Elas são rochas pulverizadas, com valor de ρ próximo a 2500 kg/m³. Considerando o pó como gás ideal, quanto será a velocidade rms de uma partícula de pó a 20°C ?
42. II O urânio possui dois isótopos de ocorrência natural. O isótopo ²³⁸U ocorre naturalmente com uma abundância de 99,3%, e o ²³⁵U, com uma abundância de 0,7%. O ²³⁵U, mais raro, é necessário para o funcionamento de reatores nucleares. Os isótopos são separados um do outro através da formação de hexafluoreto de urânio, UF₆, que é um gás, seguida de sua difusão através de uma série de membranas porosas. O ²³⁵UF₆ tem velocidade rms ligeiramente maior do que a do ²³⁸UF₆, difundindo-se um pouco mais rapidamente. Por meio de muitas repetições deste procedimento, gradualmente os dois isótopos são separados. Qual é a razão entre a velocidade rms de ²³⁵UF₆ e a do ²³⁸UF₆?
43. II A Equação 18.3 fornece o livre caminho médio de uma partícula em um gás de partículas idênticas de mesmo raio. Um elétron pode ser considerado uma partícula puntiforme de raio nulo.
- Obtenha uma expressão para o livre caminho médio de um elétron em um gás.
 - No Acelerador Linear de Stanford (SLAC), os elétrons percorrem 3 km. A fim de que as perdas por difusão sejam desprezíveis, a pressão no interior do tubo do acelerador deve ser reduzida até que o livre caminho médio seja de, no mínimo, 50 km. Qual é a pressão máxima possível dentro do tubo acelerador, considerando que $T = 20^\circ\text{C}$? Forneça sua resposta em Pa e em atm.
44. III Em uma amostra de nitrogênio gasoso, $5,0 \times 10^{22}$ moléculas colidem com uma parede de 10 cm² a cada segundo. Suponha que as moléculas se desloquem com velocidades de 400 m/s e que atinjam a parede em colisões frontais. Qual é a pressão sobre a parede?
45. II Um cilindro de 10 cm de diâmetro e 20 cm de comprimento contém $2,0 \times 10^{22}$ átomos de argônio gasoso à temperatura de 50°C .
- Qual é a concentração do gás?
 - Qual é o valor quadrático médio da velocidade?
 - Qual é $(v_x)_{\text{rms}}$, o valor rms do componente x da velocidade?
 - Qual é a taxa segundo a qual os átomos colidem com uma das extremidades do cilindro?
 - Determine a pressão no cilindro usando os resultados da teoria cinética.
 - Determine a pressão no cilindro usando a lei dos gases ideais.
46. II Uma caixa com dimensões 10 cm \times 10 cm \times 10 cm contém 0,010 mol de nitrogênio a 20°C . Qual é a taxa de colisões (colisões/s) com uma das paredes da caixa?

47. II A FIGURA P18.47 representa a energia térmica de 0,14 mol de gás em função da temperatura. Quanto vale C_V para este gás?



48. II Uma caixa de 100 cm³ contém hélio à pressão de 2,0 atm e uma temperatura de 100°C . Ela é colocada em contato térmico com uma caixa de 200 cm³ que contém argônio a 4,0 atm e 400°C .
- Quanto vale a energia térmica inicial de cada gás?
 - Quanto vale a energia térmica final de cada gás?
 - Que quantidade de energia térmica é transferida e em que sentido se dá a transferência?
 - Quanto vale a temperatura final?
 - Quanto vale a pressão final em cada caixa?
49. II Uma amostra 2,0 g de hélio à temperatura inicial de 300 K interage termicamente com 8,0 g de oxigênio a uma temperatura inicial de 600 K.
- Qual é a energia térmica inicial de cada gás?
 - Qual é a energia térmica final de cada gás?
 - Que quantidade de energia térmica é transferida, e em que sentido se dá a transferência?
 - Qual é a temperatura final?
50. II Um gás formado por $1,0 \times 10^{20}$ átomos ou moléculas contém 1,0 J de energia térmica. Seu calor específico molar a pressão constante é de $20,8$ J/mol K. Qual é a temperatura do gás?
51. II Quantos graus de liberdade possui um sistema se $\gamma = 1,29$?
52. II Uma amostra de 1,0 mol de um gás monoatômico e outra de 1,0 mol de um gás diatômico estão ambas a 0°C . As amostras são aquecidas a pressão constante até que seus volumes sejam dobrados. Qual é a razão $Q_{\text{diatômico}}/Q_{\text{monoatômico}}$?
53. II Na discussão referente à Equação 18.44, foi afirmado que $Q_1 = -Q_2$. Demonstre a afirmação.
54. II Um gás monoatômico é comprimido adiabaticamente para $\frac{1}{8}$ de seu volume inicial. Qual ou quais das grandezas abaixo sofrem variação? Em caso afirmativo, ela aumenta ou diminui, e por qual fator? Em caso negativo, por que não?
- A velocidade rms.
 - O livre caminho médio.
 - A energia térmica do gás.
 - O calor específico molar a volume constante.
55. II Técnicas a laser podem ser usadas para confinar em um plano um gás diluído de átomos de célio, dando origem a um gás bidimensional. Qual é o calor específico molar (a) a volume constante e (b) a pressão constante deste gás? Expresse suas respostas como múltiplos de R .
56. II Faça uma previsão do valor do calor específico molar a volume constante (a) de um gás monoatômico bidimensional e (b) de um sólido bidimensional. Expresse suas respostas como múltiplos de R .
57. II Massas iguais de hidrogênio gasoso e de oxigênio gasoso são misturadas em um recipiente e mantidas a uma temperatura constante. Qual é a razão hidrogênio/oxigênio correspondente a (a) v_{rms} , (b) ϵ_{med} e (c) E_{term} ?
58. II A velocidade rms das moléculas de 1,0 g de hidrogênio gasoso é 1.800 m/s.
- Qual é a energia cinética total de translação das moléculas do gás?
 - Qual é a energia térmica do gás?
 - Quinhentos joules de trabalho são realizados a fim de comprimir o gás enquanto, no mesmo processo, 1.200 J de energia térmica são transferidos do gás para a vizinhança. Depois disso, qual é a velocidade rms das moléculas?

59. II A que temperatura a velocidade rms de (a) uma molécula do nitrogênio e (b) uma molécula do hidrogênio são iguais à velocidade de escape da superfície terrestre? (c) Você verificará que essa é uma temperatura muito alta, de modo que talvez seja levado a pensar que a gravidade terrestre possa facilmente conter os dois gases. Todavia nem todas as moléculas se movem com v_{rms} . Há uma distribuição de velocidades, e uma pequena porcentagem de moléculas possui velocidades diversas vezes maiores do que v_{rms} . Pouco a pouco, um gás pode escapar lentamente da atmosfera à medida que suas moléculas mais rápidas escapam. Uma regra prática razoável é que a gravidade da Terra pode reter um gás somente se a energia cinética média de translação por molécula for menor do que 1% da energia cinética necessária para escapar. Use esta regra para explicar por que a atmosfera terrestre contém nitrogênio, mas não hidrogênio, embora o hidrogênio seja o elemento mais abundante no universo.
60. II Uma amostra de n_1 mols de um gás monoatômico e outra de n_2 mols de um gás diatômico são misturadas em um recipiente.
- Obtenha uma expressão para o calor específico molar a volume constante da mistura.
 - Mostre que a sua expressão tem o comportamento esperado nos limites $n_1 \rightarrow 0$ e $n_2 \rightarrow 0$.
61. II Uma bola de 1,0 kg encontra-se em repouso no chão de uma sala com $2,0 \text{ m} \times 2,0 \text{ m} \times 2,0$ cheia de ar nas CNTP. Qualquer volume de ar é 80% de nitrogênio (N_2) e 20% oxigênio (O_2).
- Qual é a energia térmica do ar da sala?
 - Que fração de energia térmica teria de ser transferida para a bola a fim de que ela se lançasse espontaneamente e atingisse uma altura de 1,0 m?
 - Em quanto teria de diminuir a temperatura do ar para que a bola se lançasse até esta altura?
 - A resposta para o item anterior é um valor tão pequeno que passa despercebido, embora este evento nunca ocorra. Por que não?
62. II Um inventor deseja que você invista dinheiro na empresa dele, oferecendo-lhe 10% de todos os lucros futuros. Ele o lembra de que os freios dos carros ficam extremamente quentes quando estes param e de que existe uma grande quantidade de energia térmica contida nos freios. Ele inventou um aparelho que, segundo ele próprio, converte essa energia térmica em movimento do carro para a frente. Este aparelho assumirá o controle do motor após uma parada e, depois, acelerará o carro de volta à sua velocidade original, economizando, assim, uma enorme quantidade de gasolina. Você é uma pessoa inteligente, portanto ele admite de antemão que o aparelho não é 100% eficiente, que é inevitável a ocorrência de alguma perda de calor para o ar, bem como dentro do aparelho, devido aos atritos, mas a pesquisa que está por vir, e para a qual ele precisa

de seu investimento, tornará essas perdas extremamente pequenas. Você também tem de ligar o carro com os freios frios após deixá-lo estacionado por um tempo e por isso ainda precisará de um motor a gasolina. Todavia, ele afirma, seu protótipo do carro faz 500 milhas por galão, e ele espera superar as 1.000 milhas por galão após a próxima fase da pesquisa. Você deveria investir? Baseie sua resposta em uma análise da física envolvida na situação.

Problemas desafiadores

63. Uma mostra de 1,0 mol de um gás diatômico com $C_V = \frac{5}{2}R$ está à pressão inicial p , ocupando o volume V_i . O gás é submetido a um processo durante o qual sua pressão varia de maneira diretamente proporcional ao volume até que a velocidade rms das moléculas tenha dobrado.
- Represente este processo em um diagrama pV .
 - Quanto calor este processo requer? Expresse sua resposta em função de p_i e V_i .
64. Um experimento que você está projetando requer um gás com $\gamma = 1,50$. Das aulas de física, você lembra que nenhum gás individual possui este valor de razão entre calores específicos, entretanto lhe ocorre que poderia produzir um gás com $\gamma = 1,50$ misturando um gás monoatômico a um gás diatômico. Que fração das moléculas precisa ser monoatômica?
65. Considere um recipiente como aquele mostrado na Figura 18.14, contendo n_1 mols de um gás monoatômico de um lado e n_2 mols de um gás diatômico do outro. O gás monoatômico encontra-se à temperatura inicial T_{1i} ; gás diatômico, à temperatura inicial T_{2i} .
- Demonstre que as energias térmicas de equilíbrio são dadas por

$$E_{1f} = \frac{3n_1}{3n_1 + 5n_2}(E_{1i} + E_{2i})$$

$$E_{2f} = \frac{5n_2}{3n_1 + 5n_2}(E_{1i} + E_{2i})$$

- Demonstre que a temperatura de equilíbrio é

$$T_f = \frac{3n_1T_{1i} + 5n_2T_{2i}}{3n_1 + 5n_2}$$

- Uma amostra de 2,0 g de hélio à temperatura inicial de 300 K interage termicamente com outra amostra de 8,0 g de oxigênio à temperatura inicial de 600 K. Qual será a temperatura final? Que quantidade de energia térmica será transferida e em que sentido se dará a transferência?

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 18.1: $\lambda_B > \lambda_A = \lambda_C > \lambda_D$. O aumento do volume torna o gás menos denso; logo, λ aumenta. O aumentar do raio torna os alvos maiores, portanto λ diminui. O livre caminho médio não depende da massa atômica.

Pare e Pense 18.2: c. Cada v^2 aumenta por um fator de 16, mas, após o cálculo da média, extrai-se a raiz quadrada para obter v_{rms} .

Pare e Pense 18.3: c. A energia cinética média de translação por molécula depende apenas da temperatura.

Pare e Pense 18.4: b. A conta pode deslizar ao longo do fio (um grau de liberdade pelo movimento de translação) e girar em torno do fio (um grau de liberdade pelo movimento de rotação).

Pare e Pense 18.5: a. A temperatura mede a energia cinética média de translação por molécula, e não, a energia térmica do sistema inteiro.

Pare e Pense 18.6: c. Para 1.000.000 moléculas, é altamente improvável que 750.000 delas se movessem espontaneamente para um dos lados da caixa. Um estado com uma probabilidade de ocorrência muito pequena corresponde a uma entropia muito baixa. Um desequilíbrio de apenas 100 em 1.000.000 está bem dentro do que se poderia esperar devido às flutuações aleatórias. Essa é uma situação altamente provável e, portanto, corresponde a uma entropia alta.

19

Máquinas Térmicas e Refrigeradores

Isto não é fumaça. São nuvens de vapor que sobem das torres de refrigeração de uma grande usina de geração de energia elétrica. Ela gera eletricidade através da transformação de calor em trabalho – mas não com muita eficiência. Aproximadamente dois terços da energia do combustível são dissipados no ar como “calor rejeitado”.

► Olhando adiante

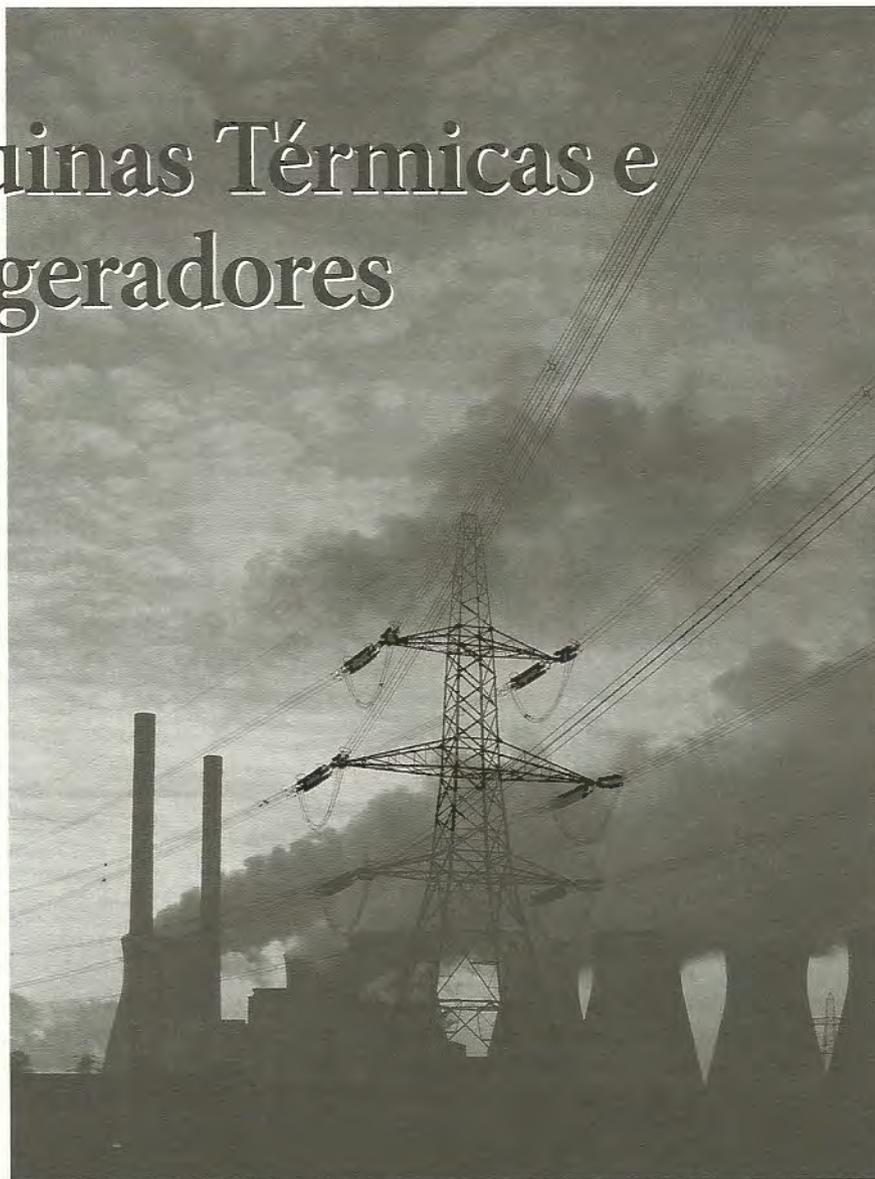
O objetivo do Capítulo 19 é estudar os princípios físicos que governam o funcionamento das máquinas térmicas e dos refrigeradores. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Entender e analisar as máquinas térmicas e os refrigeradores.
- Entender o conceito e a relevância da máquina de Carnot.
- Caracterizar o desempenho de uma máquina térmica em termos de seu rendimento térmico e o de um refrigerador pelo seu coeficiente de desempenho.
- Reconhecer que a segunda lei da termodinâmica estabelece um limite para o rendimento das máquinas térmicas.

◄ Em retrospectiva

O material neste capítulo depende da primeira e da segunda leis da termodinâmica. A maioria dos exemplos é baseada em gases ideais. Revise:

- Seções 16.5–16.6 Gases ideais
- Seções 17.2–17.4 Trabalho, calor e a primeira lei da termodinâmica
- Seção 18.6 A segunda lei da termodinâmica



Os primeiros seres humanos aprenderam a usar o calor das fogueiras para se aquecer e cozinhar os alimentos. Assim procedendo, eles transformavam a energia do calor em energia térmica. Mas existe uma maneira de transformar calor em *trabalho*? Podemos usar a energia liberada pelo combustível para moer milho, bombear água, acelerar carros, lançar foguetes ou realizar qualquer outra tarefa na qual uma força seja exercida ao longo de um deslocamento?

O primeiro dispositivo prático para transformar calor em trabalho foi a máquina a vapor, símbolo da Revolução Industrial. Uma máquina a vapor ferve água para obter vapor a alta pressão e, depois, usa o vapor para empurrar o pistão e realizar trabalho. O século XIX e o século XX testemunharam o desenvolvimento da turbina a vapor, do motor a gasolina, do motor a jato e de outros dispositivos que transformam o calor da queima de combustíveis em trabalho útil. Esses são os dispositivos que movem nossa sociedade moderna.

“Máquina térmica” é o termo genérico que se usa para *qualquer* dispositivo que, por meio de um processo cíclico, transforma energia térmica em trabalho. A usina de energia mostrada na foto e o motor de seu carro são exemplos de máquinas térmicas. Um conceito intimamente relacionado é o de *refrigerador*, um dispositivo que usa trabalho para transferir energia térmica de um objeto frio para outro objeto quente. Neste capítulo, nosso objetivo é investigar os princípios físicos que *todas* as máquinas térmicas e *todos* os refrigeradores devem satisfazer. Descobriremos que a segunda lei da termodinâmica impõe graves restrições ao máximo rendimento possível para as máquinas térmicas e os refrigeradores.

19.1 Transformação de calor em trabalho

A **termodinâmica** é o ramo da física que estuda as transformações de energia. Muitos dispositivos práticos são projetados para transformar energia de uma forma, como o calor proveniente da queima do combustível, em outra, como trabalho. Os Capítulos 17 e 18 estabeleceram as leis da termodinâmica às quais qualquer dispositivo deste tipo deve satisfazer:



O motor de um carro transforma a energia química armazenada no combustível em trabalho e, por último, em energia cinética do carro.

PRIMEIRA LEI A energia é conservada, ou seja, $\Delta E_{\text{term}} = W + Q$

SEGUNDA LEI A maioria dos processos macroscópicos é irreversível. Em especial, a energia térmica é transferida espontaneamente de um sistema mais quente para um mais frio, mas nunca de um sistema mais frio para um sistema mais quente.

Neste capítulo, nosso objetivo é descobrir quais as implicações dessas duas leis, principalmente a segunda, acerca dos dispositivos que transformam calor em trabalho. Em particular:

- Como um dispositivo prático transforma calor em trabalho?
- Quais são as limitações e as restrições a essas transformações de energia?

Boa parte deste capítulo consistirá de um exercício de dedução lógica. O raciocínio é sutil, mas importante.

Trabalho realizado pelo sistema

Em mecânica, “trabalho” significa o trabalho realizado *sobre* nm sistema por uma força externa. Entretanto, na termodinâmica prática, é útil mudar o sentido e falar do trabalho realizado *pelo* sistema sobre a vizinhança.

Na **FIGURA 19.1a**, a pressão do gás empurra o pistão para fora com uma força $\vec{F}_{\text{gás}}$. Algum objeto da vizinhança, geralmente uma haste de pistão, o empurra para dentro com uma força \vec{F}_{ext} . Esta força externa impede que a pressão do gás empurre o pistão para fora. Para qualquer processo quase-estático, em que o sistema está praticamente em equilíbrio em todos os instantes, essas duas forças devem se equilibrar: $\vec{F}_{\text{gás}} = -\vec{F}_{\text{ext}}$.

O trabalho W realizado *sobre* o sistema é o trabalho realizado por \vec{F}_{ext} quando o pistão efetua um deslocamento Δx . No Capítulo 17 você aprendeu que W é o *negativo* da área sob a curva do diagrama pV correspondente ao processo. Todavia a força $\vec{F}_{\text{gás}}$ também realiza um trabalho sobre o pistão em movimento. Como $\vec{F}_{\text{gás}} = -\vec{F}_{\text{ext}}$, o trabalho realizado por $\vec{F}_{\text{gás}}$, que chamaremos de trabalho realizado *pelo* sistema, W_s , tem o mesmo valor absoluto do trabalho W , mas sinal algébrico contrário. Conforme mostra a **FIGURA 19.1b**, o trabalho realizado *pelo* sistema é

$$W_s = -W = \text{a área sob a curva no plano } pV \quad (19.1)$$

O trabalho W_s é positivo quando a energia é transferida *para fora* do sistema.

O **trabalho realizado pela vizinhança e o trabalho realizado pelo sistema não são mutuamente exclusivos**. Tanto $\vec{F}_{\text{gás}}$ quanto \vec{F}_{ext} realizam trabalho à medida que o pistão se movimenta. A energia é transferida *para* o sistema à medida que um gás é comprimido; portanto, W é positivo e W_s é negativo. A energia é transferida *para fora* do sistema durante uma expansão do gás; neste caso, W é negativo e W_s é positivo.

NOTA ▶ Quando a energia é transferida *para* um sistema, comprimindo-se nm gás, por exemplo, costuma-se dizer que “a vizinhança realiza trabalho sobre o sistema”. De forma semelhante, quando o gás empurra o pistão para fora e transfere energia *para fora* do sistema, costuma-se dizer que “o sistema realiza trabalho sobre a vizinhança”. A realização de um trabalho não implica que o “outro” trabalho não possa ser realizado ao mesmo tempo. ◀

A primeira lei da termodinâmica, $\Delta E_{\text{term}} = W + Q$, pode ser escrita em função de W_s na forma

$$Q = W_s + \Delta E_{\text{term}} \text{ (primeira lei da termodinâmica)} \quad (19.2)$$

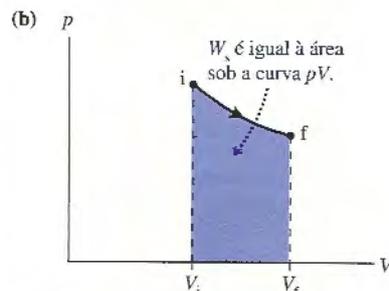
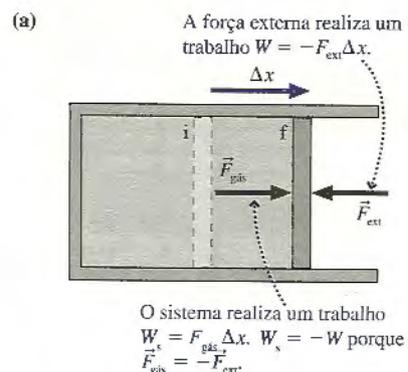


FIGURA 19.1 As forças $\vec{F}_{\text{gás}}$ e \vec{F}_{ext} realizam trabalho durante o movimento do pistão.

É fácil interpretar esta versão da primeira lei. Como a energia deve ser conservada, **qualquer energia transferida como calor para um sistema é usada para realizar trabalho ou é armazenada no sistema como aumento de energia térmica.**

Diagramas de transferência de energia

Suponha que você deixe cair uma pedra no oceano. Calor será transferido, então, da pedra para o oceano até que ela e o oceano estejam à mesma temperatura. Embora o oceano sofra um ligeiro aumento de temperatura, ΔT_{oceano} é tão pequena que é completamente insignificante. Para todos os fins práticos, o oceano é infinito e imutável.

Um **reservatório de energia** é um objeto ou uma parte da vizinhança tão grande que sua temperatura não sofre variação quando calor é transferido entre o sistema e o reservatório. Um reservatório a uma temperatura maior do que a do sistema é chamado de *reservatório quente*. Uma chama que queima vigorosamente constitui um reservatório quente para pequenos objetos colocados sobre a chama. Um reservatório a uma temperatura menor do que a do sistema é chamado de *reservatório frio*. O oceano é um reservatório frio para a pedra quente de nosso exemplo inicial. Usaremos os símbolos T_Q e T_F para representar as temperaturas de reservatórios quentes e frios, respectivamente.

O reservatório quente e o frio são idealizações da mesma categoria que as superfícies desprovidas de atrito e os barbautes de massa desprezível. Nenhum objeto real é capaz de manter uma temperatura perfeitamente constante à medida que calor é transferido para dentro ou para fora dele. Mesmo assim, um objeto pode ser considerado como um reservatório se ele for muito maior do que o sistema com o qual interage termicamente.

Energia térmica será transferida entre um sistema e um reservatório se eles estiverem a temperaturas diferentes. Agora vamos definir

Q_Q = quantidade de calor transferida para um reservatório quente ou para fora do mesmo e

Q_F = quantidade de calor transferida para um reservatório frio ou para fora do mesmo

Por definição, Q_Q e Q_F são grandezas *positivas*. O sentido de transferência do calor, que determina o sinal de Q na primeira lei, sempre será claro quando lidarmos com dispositivos termodinâmicos. Por exemplo, o calor transferido *do* sistema para um reservatório frio é $Q = -Q_F$.

A FIGURA 19.2a mostra uma barra pesada de cobre posicionada entre um reservatório quente (à temperatura T_Q) e um reservatório frio (à temperatura T_F). O calor Q_Q é transferido do reservatório quente para o cobre, enquanto o calor Q_F é transferido do cobre para o reservatório frio. A FIGURA 19.2b é um **diagrama de transferência de energia** para este processo. O reservatório quente é sempre desenhado no topo, o reservatório frio na base e o sistema – a barra de cobre, neste caso – entre eles. Os reservatórios e o sistema, no diagrama, são conectados por “canos” que indicam as transferências de energia. A Figura 19.2b mostra o calor Q_Q sendo transferido para o sistema e o calor Q_F sendo transferido para fora do mesmo.

A primeira lei da termodinâmica, $Q = W_s + \Delta E_{\text{term}}$, refere-se ao sistema. A grandeza Q é o calor líquido cedido ao sistema. Neste caso, como Q_F é a quantidade de calor que sai do sistema, $Q = Q_Q - Q_F$. A barra de cobre não realiza trabalho, de modo que $W_s = 0$. A barra esquenta quando colocada pela primeira vez entre os dois reservatórios, mas logo atinge um estado estacionário em que sua temperatura não mais sofre variação. Logo, $\Delta E_{\text{term}} = 0$. Desta forma, a primeira lei nos diz que $Q = Q_Q - Q_F = 0$, de onde concluímos que

$$Q_F = Q_Q \tag{19.3}$$

Em outras palavras, todo o calor transferido para a extremidade quente da barra é subsequentemente transferido para fora dela através da extremidade fria. Não se trata de surpresa alguma. Afinal de contas, sabemos que o calor é transferido espontaneamente de um objeto mais quente para outro mais frio. Mesmo assim, deve haver algum *meio* pelo qual a energia térmica passa do objeto mais quente para o mais frio. A barra de cobre constitui um caminho para a transferência de energia, e $Q_F = Q_Q$ é o enunciado de que a energia é conservada enquanto se move pela barra.

Compare a Figura 19.2b com a FIGURA 19.2c. Esta mostra um sistema no qual o calor é transferido do reservatório frio para o reservatório quente. A primeira lei da termodinâmica não é violada, pois $Q_Q = Q_F$, mas a segunda lei, sim. Se tal sistema existisse,

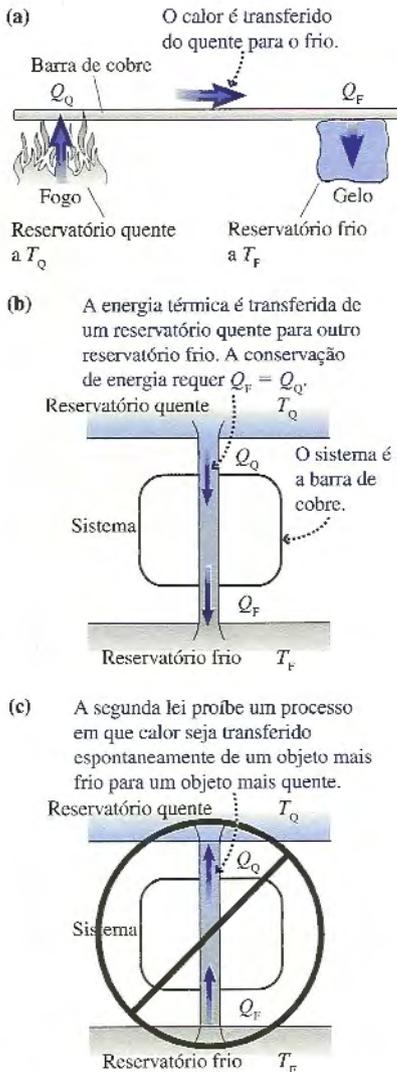


FIGURA 19.2 Diagramas de transferência de energia.

ele permitiria a transferência espontânea (ou seja, em que nada entra de fora ou sem assistência externa) de calor de um objeto mais frio para outro objeto mais quente. O processo da Figura 19.2c é proibido pela segunda lei da termodinâmica.

Trabalho em calor e calor em trabalho

Transformar trabalho em calor é fácil. Tire duas pedras do oceano e as esfregue vigorosamente até as duas ficarem quentes. Trata-se de uma interação mecânica na qual o trabalho aumenta a energia térmica das pedras, ou $W \rightarrow \Delta E_{\text{term}}$. A seguir, jogue-as de volta no oceano, onde retornarão às suas temperaturas iniciais à medida que energia térmica for sendo transferida das pedras, ligeiramente mais quentes, para a água mais fria ($\Delta E_{\text{term}} \rightarrow Q_F$). A FIGURA 19.3 é um diagrama de transferência de energia para este processo.

NOTA ► Diagramas de transferência de energia mostram sempre uma espécie de “encanamento de trabalho” entrando pela lateral ou saindo por ela. ◀

A conversão de trabalho em calor é 100% eficiente, ou seja, toda a energia fornecida ao sistema como trabalho W é transferida para o oceano como calor Q_F . Esta transformação perfeita de trabalho em calor existe enquanto houver movimento. (Foi esta produção contínua de energia térmica, durante a perfuração de canhões, que o Conde de Rnmford percebeu que estava em conflito com a teoria calórica.)

Todavia, com o processo inverso – transformação de calor em trabalho – não é tão fácil assim.

A FIGURA 19.4 mostra um processo isotérmico em que a temperatura permanece constante porque a energia térmica da chama é usada, durante uma expansão isotérmica, na realização de um trabalho para erguer a massa. Uma vez que $\Delta E_{\text{term}} = 0$ para uma expansão isotérmica, a primeira lei assume a forma

$$W_s = Q \tag{19.4}$$

A energia transferida para o gás como calor é transformada, com 100% de eficiência, em trabalho realizado pelo gás enquanto ele levanta a massa. Então por que acabamos de dizer que a transformação de calor em trabalho não é tão fácil de realizar quanto a de trabalho em calor?

Existe uma diferença. Na Figura 19.3, onde transformamos trabalho em calor, o sistema retornou ao seu estado inicial. Podemos repetir o processo diversas vezes, continuando a transformar trabalho em calor enquanto houver movimento. Contudo, a Figura 19.4 é um processo de uma única vez. O gás realiza trabalho uma vez ao erguer o pistão, mas depois disso o gás não se encontra em seu estado inicial. Não podemos repetir o processo. Para extrair mais e mais trabalho do dispositivo da Figura 19.4 seria necessário erguer o pistão cada vez mais alto até que, por fim, ele alcançasse a extremidade do cilindro.

Para ser útil, um dispositivo que transforma calor em trabalho deve retornar ao seu estado inicial no término do processo e estar pronto para que isso se repita continuamente. Você deseja que o motor de seu carro mantenha-se funcionando enquanto houver combustível.

Talvez a Figura 19.4 seja apenas uma má idéia para transformar calor em trabalho. Talvez algum outro dispositivo possa transformar calor em trabalho continuamente. É interessante notar que ninguém conseguiu inventar uma “máquina perfeita”, capaz de transformar calor em trabalho com 100% de rendimento e que retorne a seu estado inicial a fim de que possa continuar a realizar trabalho enquanto houver combustível. É claro que o fato de tal dispositivo não ter sido inventado não é uma prova de que isso não possa ser realizado. Daremos uma prova em breve, mas, por enquanto, levantaremos a hipótese de que o processo da FIGURA 19.5, de alguma forma, é proibido.

Observe a assimetria entre as Figuras 19.3 e 19.5. A transformação perfeita de trabalho em calor é permitida, mas a transformação perfeita de calor em trabalho é proibida. Esta assimetria equivale à assimetria entre os dois processos da Figura 19.2. Na verdade, logo veremos que a “máquina perfeita” da Figura 19.5 é proibida justamente pela mesma razão: a segunda lei da termodinâmica.

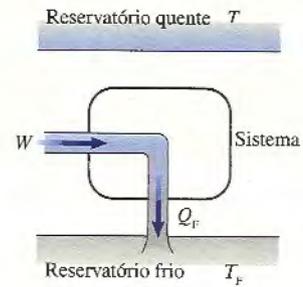


FIGURA 19.3 O trabalho pode ser transformado em calor com 100% de eficiência.

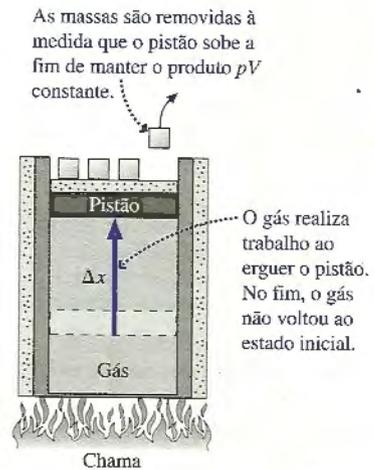


FIGURA 19.4 Um processo isotérmico transforma calor em trabalho, mas apenas uma única vez.

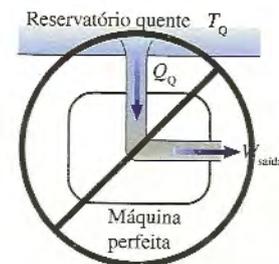


FIGURA 19.5 Não existem máquinas perfeitas, capazes de transformar calor em trabalho com 100% de eficiência.

19.2 Máquinas térmicas e refrigeradores

O gerador a vapor de sua usina local de geração de energia funciona pela ebulição da água, produzindo o vapor a alta pressão que faz uma turbina girar (a qual, eutão, faz um gerador



A turbina a vapor de uma usina elétrica moderna é um dispositivo enorme. O vapor em expansão realiza trabalho ao girar a turbina.

girar, produzindo eletricidade), ou seja, a pressão do vapor realiza trabalho. O vapor, então, é condensado em água líquida e bombeado de volta à caldeira a fim de reiniciar o processo. Há duas idéias essenciais envolvidas aqui. Primeiro, o dispositivo funciona em ciclos, com a água retornando às suas condições iniciais a cada ciclo. Em segundo lugar, o calor é transferido para a água da caldeira, mas o calor é transferido *para fora* da água no condensador.

Motores de carro e geradores a vapor são exemplos do que chamamos de *máquinas térmicas*. Uma **máquina térmica** é qualquer dispositivo que opere em ciclo fechado e que extraia um calor Q_Q de um reservatório quente, realize um trabalho útil e rejeite um calor Q_F para um reservatório frio. Um **dispositivo operando em ciclo fechado** periodicamente *retorna às suas condições iniciais*, repetindo o mesmo processo reiteradamente, ou seja, todas as variáveis de estado (pressão, temperatura, energia térmica e assim por diante) retornam aos seus valores iniciais uma vez a cada ciclo. Conseqüentemente, uma máquina térmica pode continuar a realizar trabalho útil enquanto estiver acoplada aos reservatórios.

A **FIGURA 19.6** é o diagrama de transferência de energia para uma máquina térmica. Diferentemente da “máquina perfeita” proibida da Figura 19.5, toda máquina térmica está conectada ao reservatório quente e ao reservatório frio. Você pode considerar uma máquina térmica como uma espécie de “sifão” que extrai parte do calor, mas não todo, que se move do reservatório quente para o reservatório frio, transformando-o em trabalho.

Como a temperatura e a energia térmica de uma máquina térmica retornam a seus valores iniciais ao fim de cada ciclo, não há uma variação *resultante* de E_{term} :

$$(\Delta E_{term})_{res} = 0 \text{ (qualquer máquina térmica, em um ciclo completo)} \quad (19.5)$$

Conseqüentemente, a primeira lei da termodinâmica *para qualquer ciclo completo* de uma máquina térmica assume a forma $(\Delta E_{term})_{res} = Q - W_s = 0$.

Vamos definir $W_{saída}$ como sendo o trabalho realizado *pela máquina térmica durante um ciclo*. A transferência de calor resultante é $Q_{res} = Q_Q = Q_F$; portanto, aplicada a uma máquina térmica, primeira lei assume a forma

$$W_{saída} = Q_{res} = Q_Q - Q_F \text{ (trabalho realizado por uma máquina térmica por ciclo)} \quad (19.6)$$

Isso é apenas a conservação de energia. A energia transferida para a máquina (Q_Q) e a energia transferida para fora dela (Q_F e $W_{saída}$) devem ser iguais. O diagrama de transferência de energia da Figura 19.6 constitui uma representação pictórica da Equação 19.6.

NOTA ► As Equações 19.5 e 19.6 se aplicam somente a um *ciclo completo* de uma máquina térmica. Elas *não* são válidas para qualquer um dos processos individuais que compõem o ciclo. ◀

Por razões práticas, gostaríamos de que uma máquina realizasse a máxima quantidade de trabalho com a mínima quantidade de combustível. Podemos medir o desempenho de uma máquina térmica em termos de seu **rendimento térmico** η (a letra grega minúscula eta), definido como

$$\eta = \frac{W_{saída}}{Q_Q} = \frac{\text{o que você obtém}}{\text{o que você tem de fornecer}} \quad (19.7)$$

Usando a Equação 19.6 para $W_{saída}$, também podemos representar o rendimento térmico como

$$\eta = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q} \quad (19.8)$$

A **FIGURA 19.7** ilustra a idéia de rendimento térmico.

Uma máquina térmica *perfeita* corresponderia a $\eta_{perfeito} = 1$, ou seja, seria 100% eficiente ao converter o calor de um reservatório quente (o combustível que queima) em trabalho. Na Equação 19.8, pode-se ver que uma máquina perfeita não rejeitaria calor ($Q_F = 0$) e não precisaria de um reservatório frio. A Figura 19.5 já sugeriu que não existem máquinas térmicas perfeitas, que é impossível existir uma máquina com $\eta = 1$. Toda máquina térmica deve ceder **calor rejeitado** para um reservatório frio. Ele consiste na energia extraída do reservatório quente e que *não* foi transformada em trabalho útil.

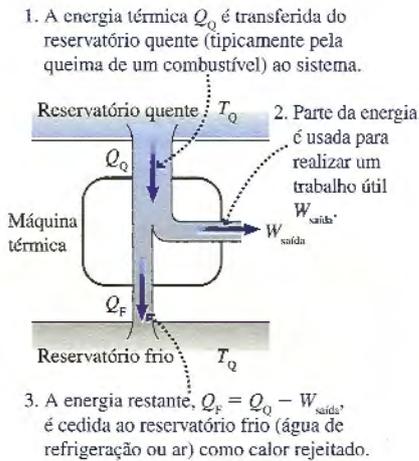


FIGURA 19.6 Diagrama de transferência de energia para uma máquina térmica.

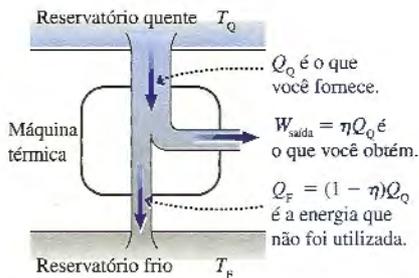
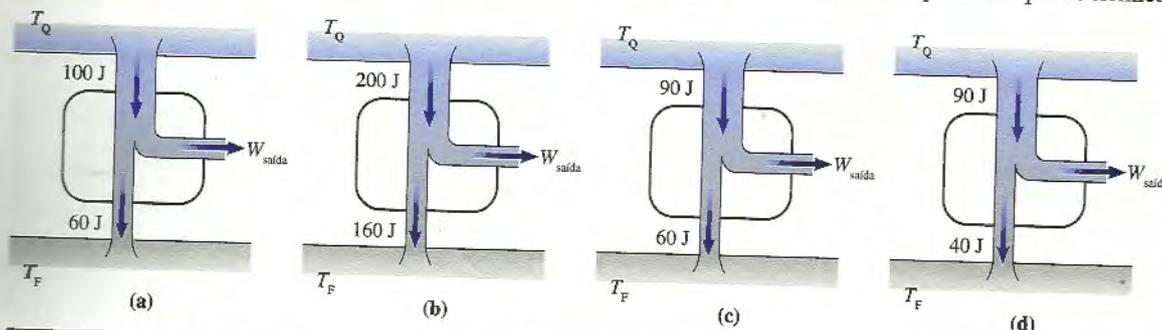


FIGURA 19.7 O coeficiente η representa a fração de energia térmica que é transformada em trabalho útil.

Máquinas térmicas reais, como os motores de carro e os geradores a vapor, possuem rendimentos térmicos na faixa de $\eta \approx 0,1 - 0,5$. Tais rendimentos não são grandes. Alguém projetista inteligente poderia fazer melhor ou este é um tipo de limitação física?

Ordene em seqüência decrescente os trabalhos $W_{saída}$ realizados por essas quatro máquinas térmicas.



Um exemplo de máquina térmica

Para ilustrar como estas idéias funcionam de fato, a FIGURA 19.8 mostra uma máquina simples que converte calor em trabalho ao levantar uma massa M . O gás realiza trabalho sobre a vizinhança à medida que ergue a massa durante a etapa (b) (W_s é positivo, W é negativo). Uma força que anmenta constantemente exercida pela vizinhança, talvez devido à haste de um pistão, realiza trabalho sobre o gás durante a compressão da etapa (e) (W é positivo, W_s é negativo).

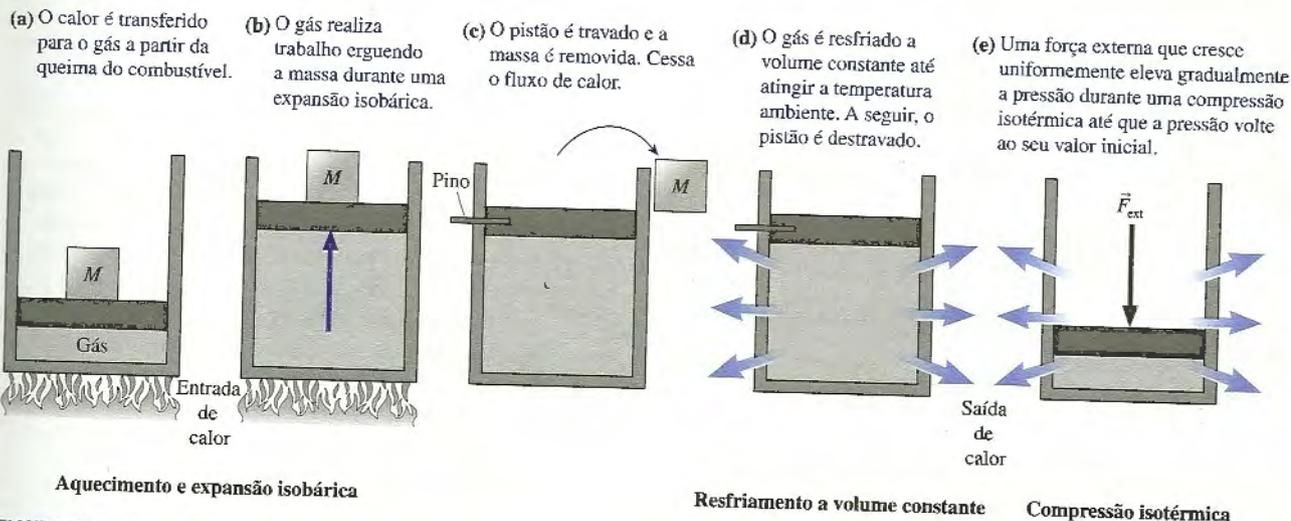


FIGURA 19.8 Uma máquina térmica simples transforma calor em trabalho.

O efeito resultante deste processo de múltiplas etapas é converter parte da energia do combustível no trabalho útil de erguer a massa. Não houve uma variação total do gás, que retornou à pressão, ao volume e à temperatura iniciais ao final da etapa (e). Podemos reiniciar todo o processo e continuar a levantar massas (realizando trabalho) enquanto houver combustível.

A FIGURA 19.9 representa o processo dessa máquina térmica em um diagrama pV . Trata-se de um ciclo fechado porque o gás retorna às condições iniciais. Nenhum trabalho é realizado durante o processo isocórico e, como se pode ver pelas áreas sob as curvas, o trabalho realizado pelo gás ao levantar a massa é maior do que o trabalho que a vizinhança realiza sobre o gás para comprimi-lo de volta. Logo, ao queimar combustível, esta máquina térmica realiza um trabalho resultante a cada ciclo: $W_{res} = W_{levantamento} - W_{ext} = (W_s)_{1 \rightarrow 2} + (W_s)_{3 \rightarrow 1}$.

Observe que o processo cíclico da Figura 19.9 envolve dois processos de resfriamento em que calor é transferido do gás para a vizinhança. A energia térmica é transferida de

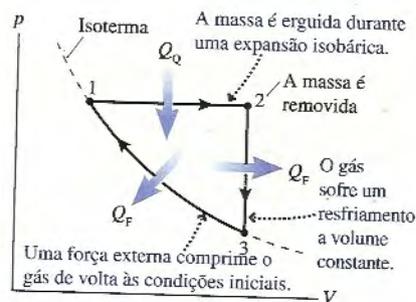


FIGURA 19.9 O diagrama pV para o ciclo fechado da máquina térmica da Figura 19.8.

um objeto mais quente para outro mais frio, de modo que o sistema *deve* estar conectado a um reservatório frio, a $T_F < T_{\text{gás}}$, durante esses dois processos.

Uma idéia-chave para compreender as máquinas térmicas é que elas requerem tanto uma fonte de calor (a queima de combustível) *quanto* um “escondouro” de calor (a água ou o ar de resfriamento, ou algo que se encontre a uma temperatura mais baixa do que a do sistema).

EXEMPLO 19.1 Análise de uma máquina térmica I

Análise a máquina térmica da FIGURA 19.10 a fim de determinar (a) o trabalho resultante realizado por ciclo, (b) o rendimento térmico da máquina e (c) a potência de saída se ela funcionar a 600 rpm. Suponha que o gás seja monoatômico.

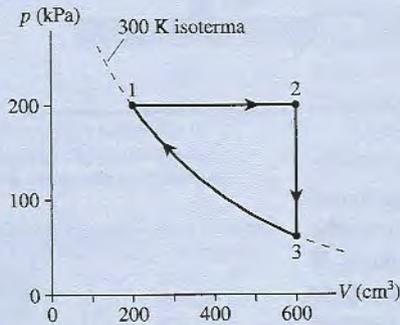


FIGURA 19.10 A máquina térmica do Exemplo 19.1.

MODELO O gás realiza um ciclo fechado que consiste de três processos distintos, estudados nos Capítulos 16 e 17. Precisamos determinar o trabalho realizado e o calor transferido em cada um dos três.

RESOLUÇÃO Para começar, podemos usar as condições iniciais do estado 1 e a lei dos gases ideais para determinar o número de mols do gás:

$$n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{(200 \times 10^3 \text{ Pa})(2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/mol K})(300 \text{ K})} = 0,0160 \text{ mol}$$

Processo 1 \rightarrow 2: O trabalho realizado *pele* gás na expansão isobárica é

$$(W_s)_{12} = p\Delta V = (200 \times 10^3 \text{ Pa})(6,0 - 2,0) \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 80 \text{ J}$$

Podemos agora usar a lei dos gases ideais a pressão constante e obter $T_2 = (V_2/V_1)T_1 = 3T_1 = 900 \text{ K}$. O calor transferido durante um processo a pressão constante é

$$\begin{aligned} Q_{12} &= nC_p\Delta T \\ &= (0,0160 \text{ mol})(20,8 \text{ J/mol K})(900 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= 200 \text{ J} \end{aligned}$$

onde usamos $C_p = \frac{5}{2}R$ para um gás ideal monoatômico.

Processo 2 \rightarrow 3: Nenhum trabalho é realizado durante um processo isocórico, portanto $(W_s)_{23} = 0$. A temperatura cai para 300 K, de modo que a transferência de calor é

$$\begin{aligned} Q_{23} &= nC_v\Delta T \\ &= (0,0160 \text{ mol})(12,5 \text{ J/mol K})(300 \text{ K} - 900 \text{ K}) \\ &= -120 \text{ J} \end{aligned}$$

onde usamos $C_v = \frac{3}{2}R$.

Processo 3 \rightarrow 1: O gás retorna ao estado inicial de volume V_1 . O trabalho realizado *pele* gás durante o processo isotérmico é

$$\begin{aligned} (W_s)_{31} &= nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right) \\ &= (0,0160 \text{ mol})(8,31 \text{ J/mol K})(300 \text{ K}) \ln\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= -44 \text{ J} \end{aligned}$$

W_s é negativo porque a vizinhança realiza trabalho sobre o gás para comprimi-lo. Para um processo isotérmico, $\Delta E_{\text{term}} = 0$; portanto, com base na primeira lei, temos

$$Q_{31} = (W_s)_{31} = -44 \text{ J}$$

Neste caso, Q é negativo porque o gás deve se resfriar ao ser comprimido a fim de manter a temperatura constante.

a. O trabalho *resultante* realizado pela máquina durante um ciclo é

$$W_{\text{saída}} = (W_s)_{12} + (W_s)_{23} + (W_s)_{31} = 36 \text{ J}$$

Como teste de consistência, note que a transferência de calor resultante é

$$Q_{\text{res}} = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = 36 \text{ J}$$

A Equação 19.6 nos diz que uma máquina térmica *deve* ter $W_{\text{saída}} = Q_{\text{res}}$, e podemos ver aqui que isso se cumpre.

b. O rendimento não depende da transferência de calor resultante, e sim, do calor Q_Q transferido da chama para a máquina. O calor é transferido para dentro durante o processo 1 \rightarrow 2, em que Q é positivo, e para fora durante os processos 2 \rightarrow 3 e 3 \rightarrow 1, quando Q é negativo. Portanto,

$$\begin{aligned} Q_Q &= Q_{12} = 200 \text{ J} \\ Q_F &= |Q_{23}| + |Q_{31}| = 164 \text{ J} \end{aligned}$$

Observe que $Q_Q - Q_F = 36 \text{ J} = W_{\text{saída}}$. Nesta máquina térmica, 200 J de calor provenientes do reservatório quente realizam 36 J de trabalho útil. Dessa forma, o rendimento térmico é

$$\eta = \frac{W_{\text{saída}}}{Q_Q} = \frac{36 \text{ J}}{200 \text{ J}} = 0,18 \text{ ou } 18\%$$

Esta máquina térmica está longe de ser uma máquina perfeita!

c. Uma máquina funcionando a 600 rpm efetua 10 ciclos por segundo. A potência de saída é o trabalho realizado *por segundo*:

$$\begin{aligned} P_{\text{saída}} &= (\text{trabalho por ciclo}) \times (\text{ciclos por segundo}) \\ &= 360 \text{ J/s} = 360 \text{ W} \end{aligned}$$

AVALIÇÃO Embora não precisemos de Q_{res} , a comprovação de que $Q_{\text{res}} = W_{\text{saída}}$ é um teste de autoconsistência. A análise das máquinas térmicas requer muitos cálculos, nas quais há muitas oportunidades para usar sinais errados. Entretanto, há um número suficiente de testes de autoconsistência para que você quase sempre possa descobrir erros de cálculo *se tomar este cuidado*.

Vamos refletir um pouco mais sobre este exemplo antes de prosseguir. Dissemos que uma máquina térmica opera entre um reservatório quente e outro frio. A Figura 19.10 não mostra os reservatórios explicitamente. Contudo, sabemos que o calor é transferido de um objeto mais quente para outro mais frio. O calor Q_Q é transferido para o sistema durante o processo $1 \rightarrow 2$ durante o aquecimento do gás de 300 K para 900 K. Para que isso seja verdadeiro, a temperatura T_Q do reservatório quente deve ser ≥ 900 K. Da mesma forma, Q_F é transferido do sistema para o reservatório frio durante a queda da temperatura de 900 K para 300 K durante o processo $2 \rightarrow 3$. Para que isso seja verdadeiro, a temperatura T_F do reservatório frio deve ser ≤ 300 K.

Assim, não precisamos realmente saber em que consistem os reservatórios ou quais são suas temperaturas exatas, mas podemos afirmar com certeza que a temperatura T_Q do reservatório quente deve exceder a temperatura máxima atingida pelo sistema e que a temperatura T_F do reservatório frio deve ser menor do que a temperatura mais baixa atingida pelo sistema.

Refrigeradores

Sua casa ou apartamento possui um refrigerador. É provável que exista também um condicionador de ar. A finalidade desses aparelhos é tornar o ar interno, que é mais frio do que o ar externo, mais frio ainda. O primeiro deles faz isso removendo ar quente para uma cozinha quente, e o segundo, removendo ar quente para o ambiente externo quente. Você provavelmente já sentiu o ar quente exaurido por um condicionador de ar ou que sai por trás de um refrigerador.

À primeira vista, um refrigerador ou condicionador de ar pode parecer uma violação da segunda lei da termodinâmica. Afinal a segunda lei não proíbe que calor seja transferido de um objeto mais frio para um objeto mais quente? Não é bem assim: a segunda lei afirma que o calor não é espontaneamente transferido de um objeto mais frio para um objeto mais quente. Um refrigerador ou condicionador de ar requer energia elétrica para funcionar. Eles fazem com que o calor seja transferido do frio para o quente, mas tal transferência é “assistida”, ao invés de espontânea.

Um **refrigerador** é qualquer dispositivo que opere em ciclo fechado e que use trabalho externo W_{entrada} para remover calor Q_F de um reservatório frio, rejeitando calor Q_Q para um reservatório quente. A FIGURA 19.11 é o diagrama de transferência de energia para um refrigerador. O reservatório frio é o ar dentro do refrigerador ou o ar externo à sua casa em um dia de verão. Para manter o ar frio, compensando os inevitáveis “vazamentos de calor”, o refrigerador ou compressor do condicionador de ar remove calor continuamente do reservatório frio e rejeita calor para a cozinha ou o exterior. Pode-se considerar o refrigerador como se estivesse “bombeando calor para cima”, assim como uma bomba de água ergue água até um reservatório.

Uma vez que o refrigerador, como qualquer máquina térmica, é um dispositivo que opera em ciclos, $\Delta E_{\text{term}} = 0$. A conservação de energia requer que

$$Q_Q = Q_F + W_{\text{entrada}} \quad (19.9)$$

Para remover energia de um reservatório mais frio e transferi-la para outro mais quente, um refrigerador deve rejeitar *mais* calor para o exterior do que ele remove do interior. Isto tem implicações significativas quanto a se poder ou não resfriar uma cozinha deixando aberta a porta do refrigerador.

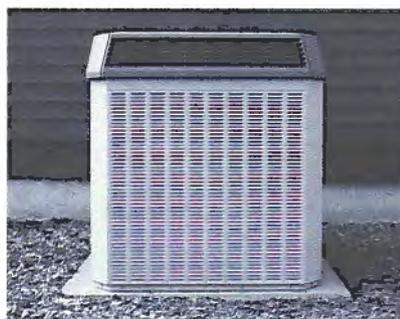
O rendimento térmico de uma máquina térmica foi definido como “o que você obtém (trabalho útil $W_{\text{saída}}$)” versus “o que você teve de fornecer (combustível para obter Q_Q)”. Por analogia, definiremos o **coeficiente de desempenho K** de um refrigerador como

$$K = \frac{Q_F}{W_{\text{entrada}}} = \frac{\text{o que você obtém}}{\text{o que você teve de fornecer}} \quad (19.10)$$

O que você obtém, neste caso, é o calor removido do reservatório frio. No entanto, você tem que pagar à companhia elétrica pelo trabalho necessário para fazer o refrigerador funcionar. Um refrigerador melhor exigirá menos trabalho para remover uma mesma quantidade de calor, tendo, portanto, um coeficiente de desempenho maior.

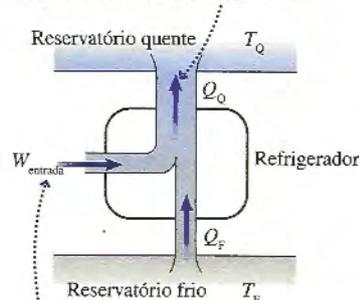
Um refrigerador perfeito não requereria nenhum trabalho ($W_{\text{entrada}} = 0$) e corresponderia a $K_{\text{perfeito}} = \infty$. Todavia, se a Figura 19.11 não tivesse uma entrada de trabalho, pareceria

UFF/NDC/BIF
 CÔD. SISTEMA: 223959
 CÔD. EXEMPLAR: 434099



Este condicionador de ar transfere energia térmica de locais fechados frios para o exterior quente.

A quantidade de calor rejeitada para o reservatório quente é maior do que a quantidade de calor extraída do reservatório frio.



Trabalho externo é usado para remover calor de um reservatório frio e rejeitar calor para um reservatório quente.

FIGURA 19.11 Diagrama de transferência de energia para um refrigerador.

a Figura 19.2c. Este dispositivo é proibido pela segunda lei da termodinâmica porque sem uma entrada de trabalho o calor se moveria *espontaneamente* do frio para o quente.

No Capítulo 18, observamos que a segunda lei da termodinâmica pode ser enunciada de muitas formas diferentes, porém equivalentes. Agora podemos fornecer um terceiro enunciado dela:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #3 Não existem refrigeradores perfeitos com coeficiente de desempenho $K = \infty$.

Qualquer refrigerador ou condicionador de ar *deve* requerer trabalho para remover energia de um reservatório frio para outro reservatório quente, de modo que $K < \infty$.

Não existem máquinas perfeitas

Acima formulamos a hipótese de que não existem máquinas térmicas perfeitas – ou seja, não existe máquina térmica como aquela mostrada na Figura 19.5, para a qual $Q_F = 0$ e $\eta = 1$. Agora estamos prontos para provar esta hipótese. A **FIGURA 19.12** mostra um reservatório quente, à temperatura T_Q , e outro frio, à temperatura T_F . Um refrigerador comum, que obedece às leis da física, opera entre esses dois reservatórios.

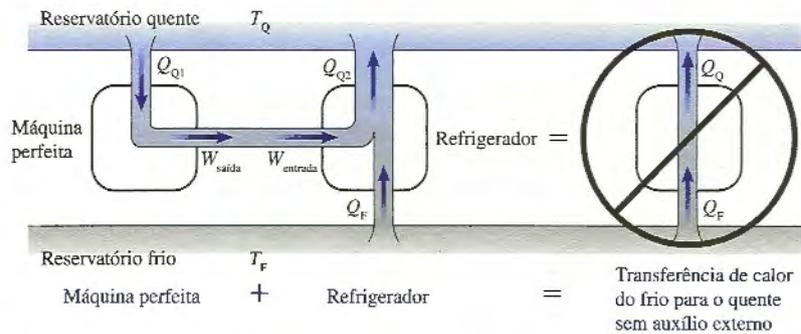


FIGURA 19.12 Uma máquina perfeita operando um refrigerador comum seria capaz de violar a segunda lei da termodinâmica.

Suponha que tivéssemos uma máquina térmica perfeita, a qual receba o calor Q_Q do reservatório à temperatura alta e transforme essa energia, inteiramente, no trabalho $W_{\text{saída}}$. Se tivéssemos esta máquina térmica, poderíamos usar sua saída para fornecer trabalho ao refrigerador. Os dois dispositivos combinados não possuem conexão para o mundo externo, ou seja, não há entrada ou saída de trabalho resultante.

Se construíssemos uma caixa ao redor dessa máquina térmica e do refrigerador, de modo que não pudéssemos ver o que está dentro, a única coisa possível de observar seria o calor sendo transferido, *sem auxílio externo*, do reservatório frio para o reservatório quente. Entretanto, uma transferência espontânea ou não-assistida de calor de um objeto mais frio para um mais quente é precisamente o que proíbe a segunda lei da termodinâmica. Conseqüentemente, nossa hipótese de existência de uma máquina térmica perfeita deve estar errada. Logo, um outro enunciado possível da segunda lei da termodinâmica é:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #4 Não existem máquinas térmicas perfeitas com rendimento $\eta = 1$.

Toda máquina térmica real *deve* rejeitar um calor residual Q_F para um reservatório frio.

Questões não-respondidas

Já havíamos chamado atenção para o fato de que este capítulo seria um exercício de dedução lógica. Ao usar apenas a conservação de energia e o fato de que o calor nunca é transferido espontaneamente do frio para o quente, conseguimos deduzir que:

- Existem máquinas térmicas e refrigeradores.
- Estes dispositivos devem operar em um processo cíclico, com $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}} = 0$ a cada ciclo.
- Não existem máquinas térmicas perfeitas. Toda máquina térmica *deve* rejeitar calor para um reservatório frio.

- Não existem refrigeradores perfeitos. Todo refrigerador *deve* requerer trabalho externo para funcionar.

Trata-se de um bom começo, mas deixa algumas perguntas sem resposta. Por exemplo,

- Com um bom projeto, podemos construir uma máquina térmica cujo rendimento térmico η se aproxime de 1? Ou há um limite máximo η_{\max} que não pode ser ultrapassado?
- Se η tem valor máximo, que valor é este?
- Da mesma forma, existe um limite máximo K_{\max} para o coeficiente de desempenho de um refrigerador? Em caso afirmativo, quanto ele vale?

De fato, existe um limite máximo para η que nenhuma máquina térmica pode ultrapassar e um limite máximo para K que nenhum refrigerador pode exceder. Conseguiremos determinar qual é o valor real de η_{\max} e descobrir que, para muitas máquinas práticas, η_{\max} é tremendamente baixo.

PAUSE E PENSE 19.2 É um dia quente e seu condicionador de ar está estragado. Seu companheiro de quarto diz: "Vamos abrir a porta do refrigerador para dar uma refrescada no lugar". Isso adiantará?

- a. Sim. b. Não. c. Pode ser, mas dependerá da temperatura do quarto.

19.3 Máquinas térmicas que operam com gás ideal

Nosso foco agora será nas máquinas térmicas que usam um gás como *substância de trabalho*. O motor a gasolina ou a diesel de seu carro é uma máquina que, alternadamente, comprime e expande uma mistura gasosa de combustível e ar. Máquinas tais como os geradores a vapor, baseadas em mudanças de fase, serão deixadas para cursos mais avançados.

Uma máquina térmica a gás pode ser representada, em um diagrama pV , por uma trajetória de ciclo fechado como a mostrada na FIGURA 19.13a. Esta observação leva a uma importante interpretação geométrica do trabalho realizado pelo sistema durante um ciclo completo. Você aprendeu na Seção 19.1 que o trabalho realizado *pelo* sistema corresponde à área sob a curva de uma trajetória no plano pV . Como mostra a FIGURA 19.13b, o trabalho realizado durante um ciclo completo é o trabalho $W_{\text{expansão}}$ realizado pelo sistema quando ele sofre uma expansão para V_{\max} , mais o trabalho $W_{\text{compressão}}$ realizado pelo sistema quando ele é comprimido de volta para V_{\min} , ou seja,

$$W_{\text{saída}} = W_{\text{expansão}} - |W_{\text{compressão}}| = \text{área interna à curva fechada} \quad (19.11)$$

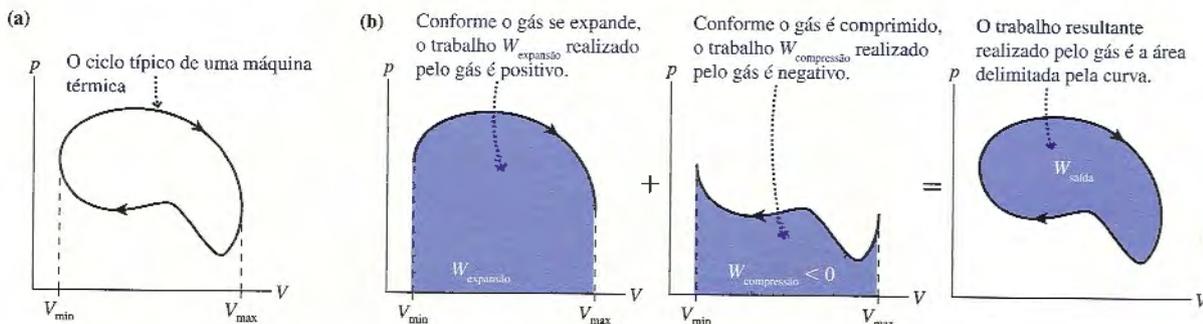


FIGURA 19.13 O trabalho $W_{\text{saída}}$ realizado pelo sistema durante um ciclo completo é a área delimitada pela curva.

Pode-se ver que o trabalho resultante realizado pela máquina térmica a gás, durante um ciclo completo, é igual à área delimitada pela curva no plano pV para aquele ciclo. Um ciclo termodinâmico com uma área delimitada maior realiza mais trabalho do que um ciclo com uma área delimitada menor. Observe que, para que $W_{\text{saída}}$ seja positivo, o gás deve descrever a trajetória no plano pV em sentido *horário*. Veremos mais tarde que um refrigerador efetua um ciclo anti-horário.

Resumo sobre gases ideais

Nos últimos três capítulos aprendemos muito sobre gases ideais. Todos os processos com gases ideais obedecem à lei dos gases ideais $pV = nRT$ e à primeira lei da termodinâmica $\Delta E_{\text{term}} = Q - W_s$.

A Tabela 19.1 resume os resultados para processos com gases específicos. Ela mostra W_s , o trabalho realizado *pele* sistema, de modo que os sinais são opostos àqueles do Capítulo 17.

TABELA 19.1 Resumo de processos com gás ideal

Processo	Lei do gás	Trabalho W_s	Calor Q	Energia térmica
Isocórico	$p_i/T_i = p_f/T_f$	0	$nC_V\Delta T$	$\Delta E_{\text{term}} = Q$
Isobárico	$V_i/T_i = V_f/T_f$	$p\Delta V$	$nC_P\Delta T$	$\Delta E_{\text{term}} = Q - W_s$
Isotérmico	$p_iV_i = p_fV_f$	$nRT \ln(V_f/V_i)$ $pV \ln(V_f/V_i)$	$Q = W_s$	$\Delta E_{\text{term}} = 0$
Adiabático	$p_iV_i^\gamma = p_fV_f^\gamma$ $T_iV_i^{\gamma-1} = T_fV_f^{\gamma-1}$	$(p_fV_f - p_iV_i)/(1 - \gamma)$ $-nC_V\Delta T$	0	$\Delta E_{\text{term}} = -W_s$
Qualquer	$p_iV_i/T_i = p_fV_f/T_f$	área sob a curva		$\Delta E_{\text{term}} = nC_V\Delta T$

TABELA 19.2 Propriedades de gases monoatômicos e diatômicos

	Monoatômico	Diatômico
E_{term}	$\frac{3}{2}nRT$	$\frac{5}{2}nRT$
C_V	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
C_P	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$
γ	$\frac{5}{3} = 1,67$	$\frac{7}{5} = 1,40$

Há uma entrada nesta tabela que você ainda não viu antes. A expressão

$$W_s = \frac{p_fV_f - p_iV_i}{1 - \gamma} \quad (\text{trabalho em um processo adiabático}) \quad (19.12)$$

para o trabalho realizado durante um processo adiabático resulta da expressão $W_s = -\Delta E_{\text{term}} = -nC_V\Delta T$, que você aprendeu no Capítulo 17, seguido do uso de $\Delta T = \Delta(pV)/nR$ e da definição de γ . A prova será deixada como um problema para casa.

No Capítulo 18, você aprendeu que a energia térmica de um gás ideal depende apenas de sua temperatura. A Tabela 19.2 lista os valores da energia térmica, do calor específico molar e da razão entre calores específicos $\gamma = C_P/C_V$ para gases ideais monoatômicos e diatômicos.

Uma estratégia para resolução de problemas sobre máquinas térmicas

8.12-8.13



A máquina do Exemplo 19.1 não é uma máquina térmica realista, mas serviu para ilustrar os tipos de raciocínio e de cálculo envolvidos na análise de uma máquina térmica. Segue abaixo uma estratégia básica para analisar uma máquina térmica.

ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 19.1

Problemas sobre máquinas térmicas



MODELO Identifique cada processo do ciclo.

VISUALIZAÇÃO Desenhe o diagrama pV do ciclo.

RESOLUÇÃO Existem várias etapas na análise matemática.

- Use a lei dos gases ideais para completar seu conhecimento de n , p , V e T em um dado ponto do ciclo.
- Use a lei dos gases ideais e as equações para processos com gases específicos para determinar p , V e T no início e no fim de cada processo do ciclo.
- Determine Q , W_s e ΔE_{term} em cada processo.
- Determine $W_{\text{saída}}$ somando os valores de W_s em cada processo no ciclo. Se a geometria do ciclo é simples, você pode confirmar este valor determinando a área delimitada pela curva no diagrama pV .
- Para determinar Q_Q , inclua na soma apenas os valores positivos de Q .
- Verifique se $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}} = 0$. Trata-se de um teste de autoconsistência para verificar se você não cometeu nenhum erro.
- Calcule o rendimento térmico η e quaisquer outras quantidades necessárias para completar a resolução.

AVALIAÇÃO $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}}$ é nulo? Todos os sinais de W_s e Q fazem sentido? O valor de η é plausível? A pergunta foi respondida?

EXEMPLO 19.2 Análise de uma máquina térmica II

Uma máquina térmica que usa um gás diatômico como substância de trabalho descreve o ciclo fechado representado na FIGURA 19.14. Quanto trabalho esta máquina realiza por ciclo e qual é o seu rendimento térmico?

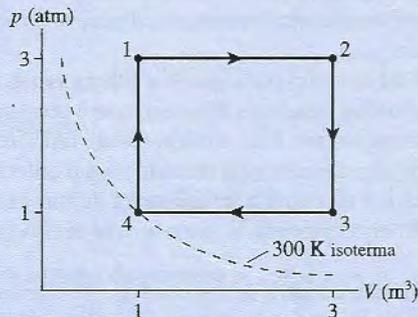


FIGURA 19.14 O diagrama pV para a máquina térmica do Exemplo 19.2.

MODELO Os processos $1 \rightarrow 2$ e $3 \rightarrow 4$ são isobáricos. Os processos $2 \rightarrow 3$ e $4 \rightarrow 1$ são isocóricos.

VISUALIZAÇÃO O diagrama pV já foi traçado.

RESOLUÇÃO Conhecemos a pressão, o volume e a temperatura do estado 4. O número de mols do gás na máquina térmica é, então,

$$n = \frac{p_4 V_4}{RT_4} = \frac{(101.300 \text{ Pa})(1,0 \text{ m}^3)}{(8,31 \text{ J/molK})(300 \text{ K})} = 40,6 \text{ mol}$$

O quociente p/T é constante durante um processo isocórico, e V/T é constante durante um processo isobárico. Isso nos permite determinar que $T_1 = T_3 = 900 \text{ K}$ e $T_2 = 2.700 \text{ K}$. Com isso, completamos nosso conhecimento das variáveis de estado nos quatro vértices do diagrama.

O processo $1 \rightarrow 2$ é uma expansão isobárica; logo,

$$(W_s)_{12} = p \Delta V = (3,0 \times 101.300 \text{ Pa})(2,0 \text{ m}^3) = 6,08 \times 10^5 \text{ J}$$

onde convertemos a pressão para pascals. A transferência de calor durante uma expansão isobárica é

$$\begin{aligned} Q_{12} &= nC_p \Delta T = (40,6 \text{ mol})(29,1 \text{ J/molK})(1.800 \text{ K}) \\ &= 21,27 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

onde $C_p = \frac{7}{2}R$ para um gás diatômico. A seguir, usando a primeira lei,

$$\Delta E_{12} = Q_{12} - (W_s)_{12} = 15,19 \times 10^5 \text{ J}$$

O processo $2 \rightarrow 3$ é um processo isocórico, portanto $(W_s)_{23} = 0$ e

$$\Delta E_{23} = Q_{23} = nC_v \Delta T = -15,19 \times 10^5 \text{ J}$$

Observe que a variação ΔT é negativa.

O processo $3 \rightarrow 4$ é uma compressão isobárica. Agora ΔV é negativo, de modo que

$$(W_s)_{34} = p \Delta V = -2,03 \times 10^5 \text{ J}$$

e

$$Q_{34} = nC_p \Delta T = -7,09 \times 10^5 \text{ J}$$

Portanto, $\Delta E_{\text{term}} = Q_{34} - (W_s)_{34} = -5,06 \times 10^5 \text{ J}$.

O processo $4 \rightarrow 1$ é outro processo a volume constante, logo, novamente, $(W_s)_{41} = 0$ e

$$\Delta E_{41} = Q_{41} = nC_v \Delta T = 5,06 \times 10^5 \text{ J}$$

Os resultados dos quatro processos estão mostrados na Tabela 19.3. Os valores resultantes para $W_{\text{saída}}$, Q_{res} e $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}}$ são encontrados somando-se os valores nas respectivas colunas. Como esperado, $W_{\text{saída}} = Q_{\text{res}}$ e $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}} = 0$.

TABELA 19.3 Transferências de energia no Exemplo 19.2. Todas as energias $\times 10^5 \text{ J}$

Processo	W_s	Q	ΔE_{term}
$1 \rightarrow 2$	6,08	21,27	15,19
$2 \rightarrow 3$	0	-15,19	-15,19
$3 \rightarrow 4$	-2,03	-7,09	-5,06
$4 \rightarrow 1$	0	5,06	5,06
Resultante	4,05	4,05	0

O trabalho realizado durante um ciclo é $W_{\text{saída}} = 4,05 \times 10^5 \text{ J}$. O calor entra no sistema, proveniente do reservatório quente, durante os processos $1 \rightarrow 2$ e $4 \rightarrow 1$, quando Q é positivo. A soma destes valores resulta em $Q_Q = 26,33 \times 10^5 \text{ J}$. Assim, o rendimento térmico desta máquina é:

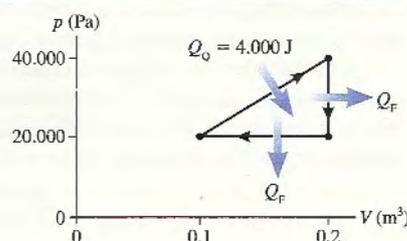
$$\eta = \frac{W_{\text{saída}}}{Q_Q} = \frac{4,05 \times 10^5 \text{ J}}{26,33 \times 10^5 \text{ J}} = 0,15 = 15\%$$

AVALIÇÃO A comprovação de que $W_{\text{saída}} = Q_{\text{res}}$ e de que $(\Delta E_{\text{term}})_{\text{res}} = 0$ nos deixa confiantes de que não cometemos nenhum erro de cálculo. A máquina pode não parecer muito eficiente, mas η é bem típico de muitas máquinas reais.

No Exemplo 19.1, observamos que a temperatura T_Q do reservatório quente da máquina térmica deve exceder a temperatura máxima atingida pelo sistema e que a temperatura T_F do reservatório frio deve ser menor do que a temperatura mais fria do sistema. Embora não saibamos o que são os reservatórios do Exemplo 19.2, podemos ter certeza de que $T_Q > 2.700 \text{ K}$ e $T_F < 300 \text{ K}$.

PARE E PENSE 19.3 Qual é o rendimento térmico desta máquina?

- 0,10
- 0,50
- 0,25
- 4
- Não se pode calculá-lo sem conhecer Q_F .





O motor de um avião a jato usa um ciclo de Brayton modificado.

O ciclo de Brayton

As máquinas térmicas dos Exemplos 19.1 e 19.2 são didáticas, mas não realistas. Como exemplo de uma máquina térmica mais realista, analisaremos o ciclo termodinâmico conhecido como *ciclo de Brayton*. Trata-se de um modelo razoável de um *motor de turbina a gás*. Turbinas a gás são usadas para geração de energia elétrica e servem de base para motores a jato em aeronaves e foguetes. O *ciclo Otto*, que descreve o motor de combustão interna a gasolina, e o *ciclo Diesel*, que, obviamente, descreve o motor a diesel, serão deixados como problemas para casa.

A FIGURA 19.15a é um esquema de uma turbina a gás, e a FIGURA 19.15b, o diagrama correspondente no plano pV . Para iniciar o ciclo de Brayton, o ar à pressão inicial p_1 é rapidamente comprimido em um *compressor*. Este é um *processo adiabático*, em que $Q = 0$, pois não há tempo para que algum calor seja trocado com o entorno. Lembre-se de que uma compressão adiabática aumenta a temperatura de um gás ao realizar trabalho sobre ele, embora não por aquecimento, e que o ar que sai do compressor é muito quente.

O gás quente flui, então, para uma câmara de combustão. O combustível entra continuamente na câmara, onde se mistura ao gás quente e é inflamado, transferindo calor para o gás a pressão constante, aumentando ainda mais a temperatura do mesmo. A seguir, o gás a alta pressão sofre uma expansão ao girar uma turbina que realiza algum tipo de trabalho útil. Essa expansão adiabática, em que $Q = 0$, reduz a temperatura e a pressão do gás. Ao término da expansão através da turbina, a pressão volta a ser p_1 , mas o gás ainda está bastante quente. O gás completa o ciclo, então, ao fluir por um dispositivo denominado **trocador de calor**, que transfere energia térmica para um fluido de refrigeração. Grandes usinas de energia muitas vezes estão situadas próximas a rios ou oceanos a fim de usar a água como fluido de refrigeração no trocador de calor.

Este ciclo termodinâmico, conhecido como ciclo Brayton, consiste de dois processos adiabáticos – a compressão e a expansão através da turbina – mais um aquecimento e um resfriamento a pressão constante. Não ocorre transferência de calor durante os processos adiabáticos. A temperatura do reservatório quente deve ser $T_Q \geq T_3$ a fim de que calor seja transferido para o gás durante o processo $2 \rightarrow 3$. Analogamente, o trocador de calor removerá calor do gás somente se $T_F \leq T_1$.

O rendimento térmico de qualquer máquina térmica é:

$$\eta = \frac{W_{\text{saída}}}{Q_Q} = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q}$$

O calor é transferido para o gás somente durante o processo $2 \rightarrow 3$. Trata-se de um processo isobárico; logo, $Q_Q = nC_p \Delta T = nC_p (T_3 - T_2)$. Da mesma forma, o calor é transferido para fora do gás durante o processo isobárico $4 \rightarrow 1$.

É preciso ter cuidado com os sinais algébricos. O calor Q_{41} é negativo porque a temperatura diminui, mas Q_F foi definido como a *quantidade* de calor trocada com o reservatório frio, uma quantidade positiva, portanto. Logo,

$$Q_C = |Q_{41}| = |nC_p(T_1 - T_4)| = nC_p(T_4 - T_1) \quad (19.13)$$

Com essas expressões para Q_Q e Q_F , o rendimento térmico é

$$\eta_{\text{Brayton}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (19.14)$$

Esta expressão não é útil a menos que todas as quatro temperaturas sejam conhecidas. Felizmente, podemos calcular a Equação 19.14 de forma mais prática.

Você aprendeu no Capítulo 17 que $pV^\gamma = \text{constante}$ durante um processo adiabático, onde $\gamma = C_p/C_v$ é a razão entre calores específicos. Se usarmos $V = nRT/p$ com base na lei dos gases ideais, $V^\gamma = (nR)^\gamma T^\gamma p^{-\gamma}$. $(nR)^\gamma$ é uma constante, de modo que podemos representar $pV^\gamma = \text{constante}$ como

$$p^{(1-\gamma)}T^\gamma = \text{constante} \quad (19.15)$$

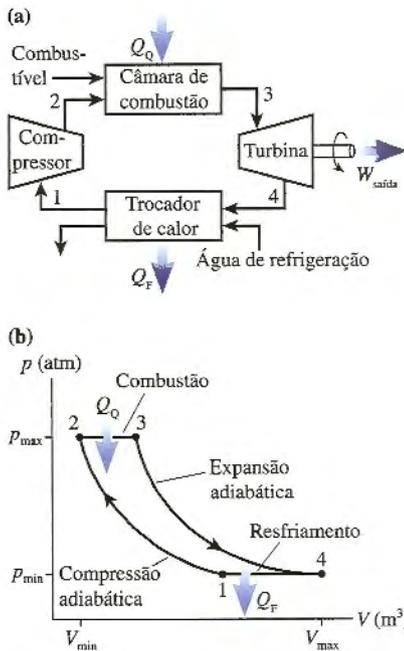


FIGURA 19.15 Uma turbina a gás segue o ciclo de Brayton.

A Equação 19.15 é uma relação entre pressão e temperatura para um processo adiabático. Como $(T^\gamma)^{1/\gamma} = T$, podemos simplificar a Equação 19.15 elevando os dois lados da mesma à potência $1/\gamma$. Isso resulta em

$$p^{(1-\gamma)/\gamma} T = \text{constante} \quad (19.16)$$

durante um processo adiabático.

O processo $1 \rightarrow 2$ é um processo adiabático, de modo que

$$p_1^{(1-\gamma)/\gamma} T_1 = p_2^{(1-\gamma)/\gamma} T_2 \quad (19.17)$$

Isolando T_1 , obtemos

$$T_1 = \frac{p_2^{(1-\gamma)/\gamma}}{p_1^{(1-\gamma)/\gamma}} T_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} T_2 = \left(\frac{p_{\max}}{p_{\min}}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} T_2 \quad (19.18)$$

Se definirmos a **razão de pressão** r_p como $r_p = p_{\max}/p_{\min}$, então T_1 e T_2 estarão relacionados por

$$T_1 = r_p^{(1-\gamma)/\gamma} T_2 \quad (19.19)$$

A álgebra para chegar à Equação 19.19 é um tanto intrincada, mas o resultado final é bastante simples.

O processo $3 \rightarrow 4$ também é um processo adiabático. O mesmo raciocínio leva a

$$T_4 = r_p^{(1-\gamma)/\gamma} T_3 \quad (19.20)$$

Substituindo essas expressões para T_1 e T_4 na Equação 19.14, o rendimento é dado por

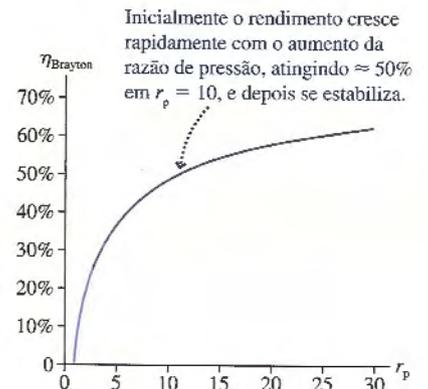
$$\begin{aligned} \eta_B &= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{r_p^{(1-\gamma)/\gamma} T_3 - r_p^{(1-\gamma)/\gamma} T_2}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{r_p^{(1-\gamma)/\gamma} (T_3 - T_2)}{T_3 - T_2} \\ &= 1 - r_p^{(1-\gamma)/\gamma} \end{aligned}$$

Notavelmente, todas as temperaturas se cancelam e ficamos com uma expressão que depende apenas da razão de pressão. Notando que $(1-\gamma)$ é negativo, podemos fazer uma última alteração e escrever

$$\eta_B = 1 - \frac{1}{r_p^{(\gamma-1)/\gamma}} \quad (19.21)$$

A FIGURA 19.16 é um gráfico do rendimento do ciclo Brayton em função da razão de pressão, considerando que $\gamma = 1,40$ para um gás diatômico como o ar.

No Exemplo 19.2, determinamos o rendimento térmico $\eta = W_{\text{saída}}/Q_Q$ explicitamente calculando separadamente $W_{\text{saída}}$ e Q_Q . Aqui, em contraste, determinamos o rendimento térmico do ciclo Brayton usando a relação entre a temperatura inicial e a final durante um processo adiabático. O preço que pagamos nesta análise simplificada é que não obtivemos uma expressão para o trabalho realizado por uma máquina térmica que segue o ciclo Brayton. Para calcular este trabalho, que você pode fazer como problema para casa, não há como evitar a análise passo a passo da estratégia para resolução de problemas.



Qualquer aumento do rendimento além de $\approx 50\%$ deve ser avaliado em relação aos custos mais altos para conseguir um compressor melhor, capaz de atingir uma razão de pressão muito maior.

FIGURA 19.16 O rendimento de um ciclo Brayton em função da razão de pressão r_p .

19.4 Refrigeradores a gases ideais

Suponha que você fizesse uma máquina térmica Brayton operar ao contrário, descrevendo no plano pV ciclos em sentido anti-horário. A FIGURA 19.17a (que você deve comparar com a Figura 19.15a) mostra um dispositivo que faz isso. A FIGURA 19.17b é o correspondente diagrama no plano pV , e a FIGURA 19.17c, o diagrama de transferência de energia. Iniciando no ponto 4, o gás é comprimido adiabaticamente para aumentar sua temperatura e sua pressão. Ele flui, então, a alta temperatura através de um trocador de calor onde é *resfriado*, a pressão constante, da temperatura T_3 para T_2 . A seguir, o gás é expandido adiabaticamente, esfriando significativamente para a temperatura T_1 ,

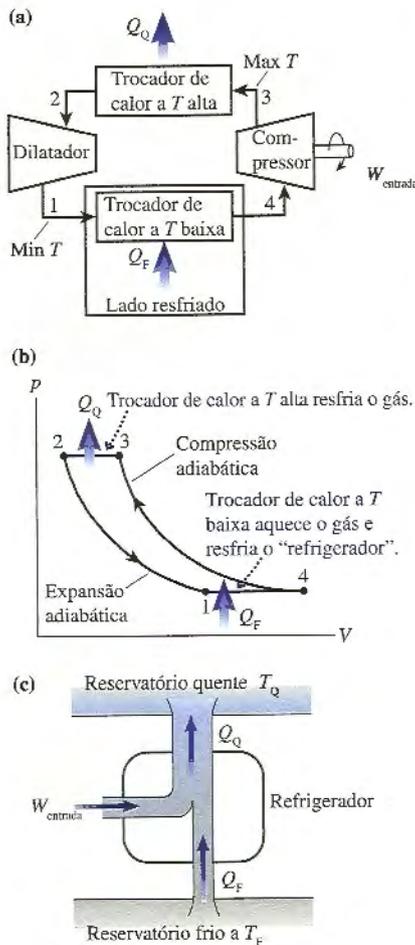


FIGURA 19.17 Um refrigerador que extrai calor do reservatório frio e exaure calor para o reservatório quente.



Esta serpentina de resfriamento constitui o trocador de calor a alta temperatura de um refrigerador. A energia térmica é transferida do gás quente, dentro da serpentina, para o ar ambiente, mais frio.

mais baixa do que T_4 , com a qual ele iniciou. O ciclo é completado quando o gás, a baixa temperatura, flui através de um trocador de calor onde é *aquecido* de volta para sua temperatura inicial.

Suponha que o trocador de calor a baixa temperatura seja um recipiente fechado com ar ao redor de um tubo através do qual o gás frio do motor flua. O processo de troca de calor $1 \rightarrow 4$ *resfria* o ar do recipiente à medida que o gás que flui pelo tubo é aquecido. Se você colocasse ovos e leite dentro do recipiente fechado, acabaria chamando-o de refrigerador!

Descrever um ciclo fechado no plano pV em sentido anti-horário equivale a trocar o sinal de W em cada processo do ciclo. Conseqüentemente, a área dentro da curva da Figura 19.17b será igual a W_{entrada} , o trabalho realizado *sobre* o sistema. Neste caso, o trabalho é usado para extrair calor Q_F de um reservatório frio e rejeitar uma quantidade maior de calor $Q_Q = Q_F + W_{\text{entrada}}$ para o reservatório quente. Onde, todavia, estão os reservatórios de energia nesta situação?

A compreensão de um refrigerador é um pouco mais difícil do que a de uma máquina térmica. A idéia-chave é lembrar que o **calor é sempre transferido de um objeto mais quente para outro mais frio**. Em especial,

- O gás de um refrigerador pode extrair o calor Q_F de um reservatório frio apenas se a temperatura do gás for menor do que a temperatura T_F do reservatório frio. A energia térmica, então, é transferida *do* reservatório frio *para* o gás mais frio.
- O gás de um refrigerador pode rejeitar o calor Q_Q para um reservatório quente apenas se a temperatura do gás for *maior* do que a temperatura T_Q do reservatório quente. A energia térmica, então, é transferida *do* gás mais quente *para* o reservatório quente.

Esses dois requisitos impõem sérias restrições sobre a termodinâmica de um refrigerador. Como não há um reservatório mais frio do que T_F , o gás não pode atingir uma temperatura menor do que T_F através de uma troca de calor. Em um refrigerador, o gás *deve* sofrer uma expansão adiabática ($Q = 0$) a fim de reduzir sua temperatura abaixo de T_F . Da mesma forma, um refrigerador a gás requer uma compressão adiabática para aumentar a temperatura do gás acima de T_Q .

O ciclo Brayton inverso da Figura 19.17b contém, de fato, dois processos adiabáticos. A expansão adiabática reduz a temperatura para T_1 e, depois, o calor Q_F é transferido *do* reservatório frio *para* o gás, durante o processo $1 \rightarrow 4$. Conseqüentemente, a temperatura do reservatório frio deve ser $T_F \geq T_4$. Compare isso com o mesmo ciclo descrito em sentido horário como em uma máquina térmica, onde vimos que o reservatório frio deve estar a $T_F \leq T_1$.

Um raciocínio semelhante se aplica ao aquecimento. Para que o calor Q_Q seja transferido *para* o reservatório quente durante o processo $3 \rightarrow 2$, a temperatura do reservatório quente deve ser $T_Q \geq T_2$. Esta exigência quanto ao reservatório a alta temperatura é claramente diferente à da máquina térmica Brayton, que requer $T_Q \leq T_3$. A FIGURA 19.18 compara uma máquina térmica que usa o ciclo Brayton a um refrigerador que também usa o ciclo Brayton.

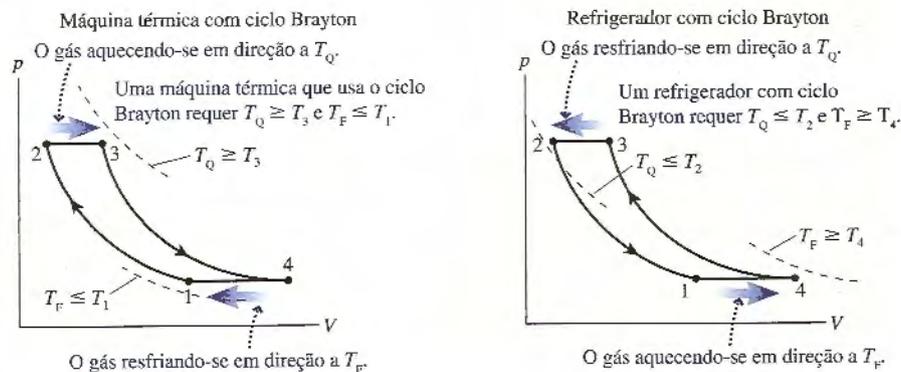


FIGURA 19.18 Uma comparação entre uma máquina térmica com ciclo Brayton e um refrigerador com ciclo Brayton.

O aspecto importante – ao qual retornaremos na próxima seção – é que um refrigerador Brayton *não* é, simplesmente, uma máquina térmica Brayton que funciona ao contrário. Para construir um refrigerador Brayton você deve inverter o ciclo e alterar os reservatórios quente e frio.

NOTA ► Algumas máquinas térmicas não podem ser convertidas em refrigeradores sob circunstância alguma. Um problema para casa consiste em demonstrar que a máquina térmica do Exemplo 19.2, funcionando ao contrário, é um fracasso total. Seu diagrama de transferência de energia, mostrado na FIGURA 19.19, mostra o trabalho sendo realizado para transferir energia “para baixo” com uma rapidez maior do aquela com a qual a energia se transferiria espontaneamente do reservatório quente para o frio! ◀

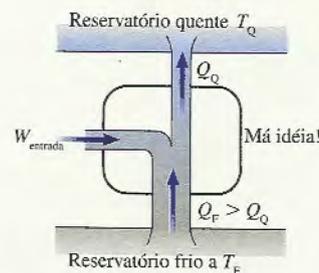


FIGURA 19.19 Este é o diagrama de transferência de energia se a máquina térmica do Exemplo 19.2 funcionar ao contrário.

EXEMPLO 19.3 A análise de um refrigerador

Um refrigerador usa hélio gasoso e opera em ciclos de Brayton inversos com razão de pressão igual a 5,0. Antes da compressão, o gás ocupa 100 cm³ a uma pressão de 150 kPa e à temperatura de -23°C. Ao término da expansão, seu volume é 80 cm³. Qual é o coeficiente de desempenho do refrigerador e qual é a potência fornecida ao mesmo, como entrada, se ele opera a 60 ciclos por segundo?

MODELO O ciclo de Brayton é constituído por dois processos adiabáticos e dois processos isobáricos. O trabalho por ciclo necessário para fazer o refrigerador funcionar é $W_{\text{entrada}} = Q_Q - Q_F$; portanto podemos determinar tanto o coeficiente de desempenho quanto os requisitos de potência para Q_Q e Q_F . A energia térmica é transferida somente durante os dois processos isobáricos.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 19.20 representa o ciclo no plano pV . Sabemos, com base na razão de pressão de 5,0, que a pressão máxima atingida é 750 kPa. Os volumes V_2 e V_3 não são conhecidos.

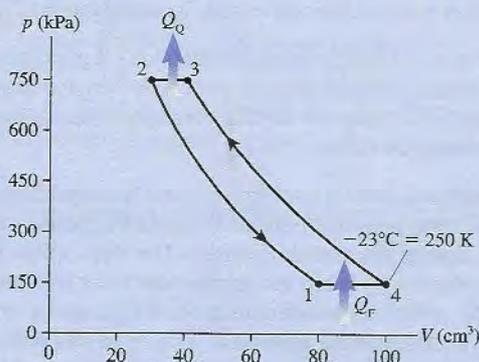


FIGURA 19.20 Um refrigerador com ciclo de Brayton.

RESOLUÇÃO Para calcular o calor, precisamos conhecer as temperaturas correspondentes aos quatro vértices do ciclo. Primeiro, podemos usar as condições do estado 4 para determinar o número de mols de hélio:

$$n = \frac{p_4 V_4}{RT_4} = 0,00722 \text{ mol}$$

O processo 1 → 4 é isobárico; portanto, a temperatura T_1 é

$$T_1 = \frac{V_1}{V_4} T_4 = (0,80)(250 \text{ K}) = 200 \text{ K} = -73^\circ\text{C}$$

Com a Equação 19.16, descobrimos que a grandeza $p^{(1-\gamma)/\gamma} T$ mantém-se constante durante um processo adiabático. O hélio é um gás monoatômico, com $\gamma = \frac{5}{3}$, portanto $(1 - \gamma)/\gamma = -\frac{2}{3} = -0,40$. Para a compressão adiabática 4 → 3,

$$p_3^{-0,40} T_3 = p_4^{-0,40} T_4$$

Isolando T_3 , obtemos

$$T_3 = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{-0,40} T_4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-0,40} (250 \text{ K}) = 476 \text{ K} = 203^\circ\text{C}$$

A mesma análise aplicada à expansão adiabática 2 → 1 resulta em

$$T_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-0,40} T_1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-0,40} (200 \text{ K}) = 381 \text{ K} = 108^\circ\text{C}$$

Agora podemos usar $C_p = \frac{5}{2} R = 20,8 \text{ J/mol K}$ para um gás monoatômico a fim de determinar as transferências de calor:

$$\begin{aligned} Q_Q &= |Q_{32}| = nC_p(T_3 - T_2) \\ &= (0,00722 \text{ mol})(20,8 \text{ J/mol K})(95 \text{ K}) = 14,3 \text{ J} \\ Q_F &= |Q_{14}| = nC_p(T_4 - T_1) \\ &= (0,00722 \text{ mol})(20,8 \text{ J/mol K})(50 \text{ K}) = 7,5 \text{ J} \end{aligned}$$

Assim, o trabalho fornecido ao refrigerador é $W_{\text{entrada}} = Q_Q - Q_F = 6,8 \text{ J}$. Durante cada ciclo, 6,8 J de trabalho são realizados sobre o gás para extrair 7,5 J de calor do reservatório frio. Depois, 14,3 J de calor são rejeitados para o reservatório quente.

O coeficiente de desempenho do refrigerador é

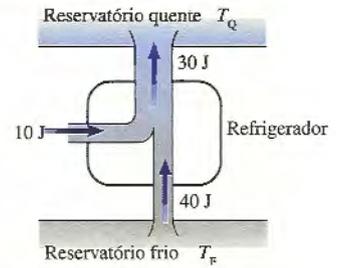
$$K = \frac{Q_F}{W_{\text{entrada}}} = \frac{7,5 \text{ J}}{6,8 \text{ J}} = 1,1$$

A potência fornecida para fazer o refrigerador funcionar é

$$P_{\text{entrada}} = 6,8 \frac{\text{J}}{\text{ciclos}} \times 60 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}} = 410 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 410 \text{ W}$$

AVALIAÇÃO Esses valores são bastante plausíveis para um refrigerador de cozinha. Você paga à companhia elétrica para fornecer o trabalho W_{entrada} que faz o refrigerador funcionar. O reservatório frio é o compartimento do congelador. A temperatura baixa T_F deve ser maior do que T_4 ($T_F > -23^\circ\text{C}$) a fim de que o calor seja transferido do reservatório frio para o gás. Uma temperatura típica de um congelador é -15°C , portanto esta condição está satisfeita. O reservatório quente é o ar no recinto onde se encontra o refrigerador. A parte de trás e de baixo do mesmo possuem serpentinas para troca de calor quando o gás está quente, após a compressão, transferindo calor para o ar. A temperatura alta T_Q deve ser menor do que T_2 ($T_Q < 108^\circ\text{C}$) a fim de que o calor seja transferido do gás para o ar. Uma temperatura do ar de $\approx 25^\circ\text{C}$ atrás de um refrigerador satisfaz essa condição.

Há alguma coisa errada com este refrigerador?



19.5 Os limites do rendimento

Todos sabem que o calor pode produzir movimento. De que ele possui imensa força motriz ninguém pode duvidar, nestes dias em que a máquina a vapor é tão bem-conhecida em todo lugar... A despeito da condição satisfatória que elas atingiram atualmente, sua teoria é muito pouco compreendida. Questionou-se por diversas vezes se a força motriz do calor é ilimitada ou se as possíveis melhorias nas máquinas a vapor têm um limite atribuível.

Sadi Carnot

A termodinâmica tem raízes históricas no desenvolvimento da máquina a vapor e de outras máquinas no início da Revolução Industrial. As primeiras máquinas a vapor, construídas com base na experiência prática em vez de na compreensão científica, eram muito pouco eficientes na conversão da energia do combustível em trabalho. A primeira grande análise teórica das máquinas térmicas foi publicada pelo engenheiro francês Sadi Carnot em 1824. A questão que Carnot levantou foi uma das que propusemos no final da seção 19.3: podemos construir uma máquina térmica cujo rendimento térmico η se aproxime de 1 ou existe um limite superior η_{max} que não pode ser ultrapassado? Para contextualizar a questão mais claramente, imagine que dispomos de um reservatório quente a uma temperatura T_Q e de um reservatório frio a T_F . Qual é a máquina térmica mais eficiente (η máximo) que pode operar entre esses dois reservatórios de energia? De forma semelhante, qual é o refrigerador mais eficiente (K máximo) que pode operar entre esses dois reservatórios?

Acabamos justamente de ver que um refrigerador, de certa forma, é uma máquina térmica que funciona ao contrário. Poderíamos, portanto, suspeitar que a máquina térmica mais eficiente está relacionada ao refrigerador mais eficiente. Suponha que tenhamos uma máquina térmica que pode ser transformada em um refrigerador pela inversão do sentido de operação, alterando, assim, apenas o sentido em que se dão as transferências de energia, sem qualquer alteração adicional. Em particular, a máquina térmica e o refrigerador operam entre os mesmos reservatórios de energia às temperaturas T_Q e T_F .

NOTA ► A máquina térmica que estamos procurando não pode ser uma máquina térmica que opere em ciclos Brayton. Um refrigerador com ciclo Brayton requer tanto a inversão do sentido de operação da máquina térmica correspondente quanto a troca das temperaturas dos reservatórios de energia. ◀

A FIGURA 19.21a mostra esta máquina térmica e seu refrigerador correspondente. Observe que o refrigerador realiza *exatamente o mesmo* trabalho e transfere a mesma quantidade de calor que a máquina térmica, apenas em sentidos opostos. Um dispositivo que possa ser operado como uma máquina térmica ou como um refrigerador entre os mesmos dois reservatórios de energia, efetuando as mesmas transferências de energia, apenas em sentido inverso, é chamado de **máquina perfeitamente reversível**. Uma máquina perfeitamente reversível é uma idealização, assim como o conceito de colisão perfeitamente elástica. Todavia ele nos permitirá estabelecer limites que nenhuma máquina real pode ultrapassar.

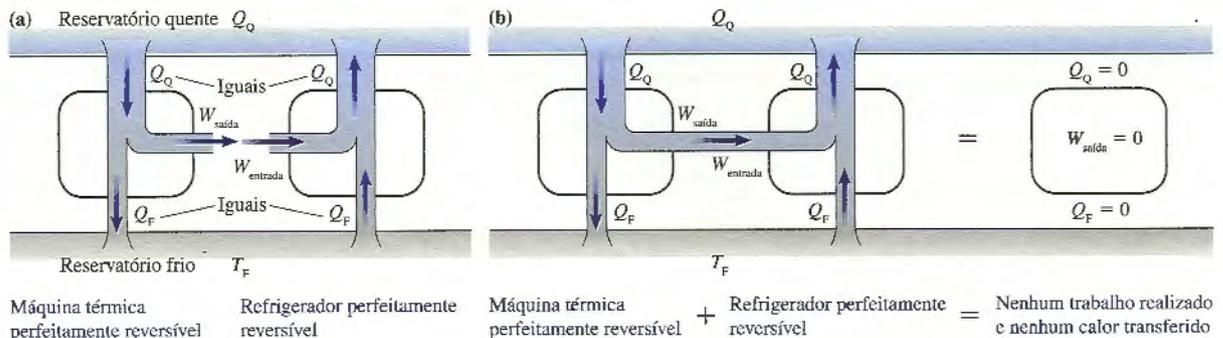


FIGURA 19.21 Se uma máquina térmica perfeitamente reversível for usada para operar como um refrigerador perfeitamente reversível, os dois dispositivos se compensarão.

Suponha que tenhamos uma máquina térmica perfeitamente reversível e um refrigerador perfeitamente reversível (o mesmo dispositivo funcionando ao contrário) operando entre um reservatório quente à temperatura T_Q e um reservatório frio à temperatura T_F . Como o trabalho W_{entrada} necessário para operar o refrigerador é exatamente o mesmo trabalho útil $W_{\text{saída}}$ realizado pela máquina térmica, esta pode ser usada conforme mostrado na FIGURA 19.21b, a fim de acionar o refrigerador. O calor Q_F que a máquina rejeita para o reservatório frio é exatamente igual ao calor Q_Q que o refrigerador extrai do mesmo reservatório. De forma semelhante, o calor Q_Q que a máquina extrai do reservatório quente equivale ao calor Q_Q que o refrigerador rejeita para o reservatório quente. Conseqüentemente, não há transferência de calor resultante em nenhum dos sentidos. Exatamente toda a energia térmica que havia sido transferida para fora do reservatório quente, pela máquina térmica, é recolocada de volta nele pelo refrigerador.

Você pode querer comparar o raciocínio usado aqui com o raciocínio que usamos na Figura 19.12. Tentamos usar a saída de uma máquina térmica “perfeita” para acionar um refrigerador, mas *não* obtivemos sucesso.

Uma máquina perfeitamente reversível tem rendimento máximo

Agora chegamos ao passo crítico do raciocínio. Suponha que eu alegue dispor de uma máquina térmica que pode operar entre as temperaturas T_Q e T_F com rendimento *maior* do que uma máquina perfeitamente reversível. A FIGURA 19.22 mostra a saída desta máquina térmica fazendo funcionar o mesmo refrigerador perfeitamente reversível da Figura 19.21b.

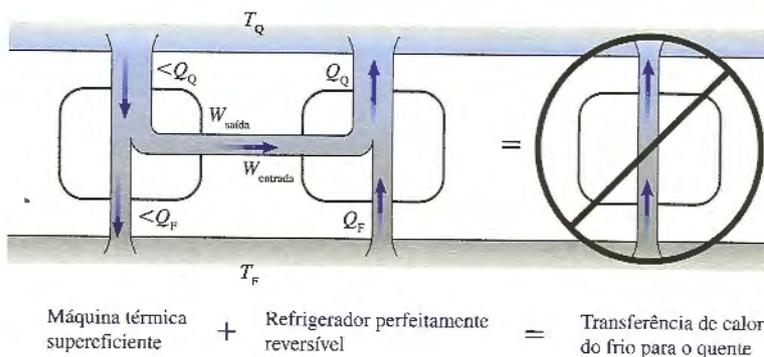


FIGURA 19.22 Uma máquina térmica que fosse mais eficiente do que uma máquina perfeitamente reversível poderia ser usada para violar a segunda lei da termodinâmica.

Lembre-se de que o rendimento térmico e o trabalho de uma máquina térmica são dados por

$$\eta = \frac{W_{\text{saída}}}{Q_Q} \quad \text{e} \quad W_{\text{saída}} = Q_Q - Q_F$$

Se a nova máquina térmica fosse mais eficiente do que a máquina perfeitamente reversível que ela substitui, seria preciso extrair *menos* calor Q_Q do reservatório quente para realizar a *mesmo* trabalho $W_{\text{saída}}$. Se Q_Q é menor enquanto $W_{\text{saída}}$ é o mesmo, então Q_F também deve ser menor, ou seja, a nova máquina térmica rejeita menos calor para o reservatório frio do que a máquina térmica perfeitamente reversível.

Quando esta nova máquina térmica faz funcionar o refrigerador perfeitamente reversível, o calor que ela rejeita para o reservatório frio será *menor* do que o calor extraído do reservatório frio pelo refrigerador. De forma semelhante, esta máquina extrai *menos* calor do reservatório quente do que o refrigerador rejeita para o mesmo. Assim, o resultado do uso dessa máquina térmica supereficiente para fazer funcionar um refrigerador perfeitamente reversível é que o calor seria transferido do reservatório frio para o reservatório quente *sem qualquer auxílio externo*.

No entanto, isso não pode acontecer. Isso constituiria uma violação da segunda lei da termodinâmica. Portanto, temos de concluir que nenhuma máquina térmica que opere entre dois reservatórios a temperaturas T_Q e T_F pode ser mais eficiente do que uma máquina perfeitamente reversível que opere entre os mesmos dois reservatórios. Esta conclusão muito importante constitui outra versão da segunda lei:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #5 Nenhuma máquina térmica que opere entre dois reservatórios a temperaturas T_Q e T_F pode ter um rendimento maior do que o de uma máquina perfeitamente reversível que opere entre tais temperaturas.

A resposta à nossa pergunta “existe um η máximo que não pode ser ultrapassado?” é um sonoro “Sim!”. O máximo rendimento possível, η_{\max} , é o de uma máquina perfeitamente reversível. Como uma máquina perfeitamente reversível constitui uma idealização, qualquer máquina real terá rendimento menor do que η_{\max} .

Um argumento semelhante mostra que nenhum refrigerador pode ser mais eficiente do que um refrigerador perfeitamente reversível. Se este refrigerador existisse, e se o ligássemos à saída de uma máquina térmica perfeitamente reversível, poderíamos transferir calor do frio para o quente sem qualquer auxílio externo. Logo:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #6 Nenhum refrigerador que opere entre dois reservatórios a temperaturas T_Q e T_F pode ter um coeficiente de desempenho maior do que o de um refrigerador perfeitamente reversível operando entre essas mesmas temperaturas.

Condições para uma máquina perfeitamente reversível

Este argumento nos diz que η_{\max} e K_{\max} existem, mas não nos diz o que eles são. Nossa tarefa final será “projetar” e analisar uma máquina perfeitamente reversível. Sob que condições uma máquina é reversível?

Uma máquina transfere energia através de interações mecânicas e térmicas. As interações mecânicas são empurrões e puxões. A vizinhança realiza trabalho sobre o sistema, transferindo energia para o mesmo ao empurrar um pistão para dentro. O sistema transfere energia de volta à vizinhança ao empurrar o pistão para fora.

A energia transferida por um pistão em movimento será perfeitamente reversível, com o sistema retornando ao estado inicial sem ocorrer variação de temperatura ou de pressão, somente se o movimento ocorrer *sem atrito*. Uma mínima quantidade de atrito já evitará que a transferência mecânica de energia se dê de forma perfeitamente reversível.

As circunstâncias sob as quais a transferência de calor pode ser *inteiramente revertida* não são tão óbvias. Afinal, no Capítulo 18, enfatizou-se a natureza *irreversível* de uma transferência de calor. Se os objetos A e B estiverem em contato térmico e $T_A > T_B$, a energia térmica será transferida de A para B. Porém, a segunda lei da termodinâmica proíbe uma transferência de calor de B de volta para A. Toda transferência de calor devido a uma *diferença* de temperatura é um processo irreversível.

Suponha, todavia, que $T_A = T_B$. Sem haver uma diferença de temperatura, qualquer calor transferido de A para B pode, mais tarde, ser transferido novamente de B para A. Esta transferência não violaria a segunda lei, que proíbe somente a transferência espontânea de calor de um objeto mais frio para outro, mais quente. Agora você pode fazer a objeção, com toda razão, quanto ao calor *não poder* se mover do objeto A para o B se eles estiverem à mesma temperatura porque o calor, por definição, é a energia transferida entre dois objetos a temperaturas diferentes.

Isto é verdadeiro, de modo que vamos considerar um caso limite em que $T_A = T_B + dT$. A diferença de temperatura é infinitesimal. O calor é transferido de A para B, porém *muito lentamente*! Se, mais tarde, você tentar fazer com que o calor se mova de B de volta para A, a segunda lei evitará que você o faça com perfeita precisão. Entretanto, como a diferença de temperatura é infinitesimal, você estará perdendo somente uma quantidade infinitesimal dQ de calor. Você pode transferir calor reversivelmente no limite $dT \rightarrow 0$, mas deve estar preparado para passar uma quantidade infinita de tempo realizando isso.

Desta forma, a transferência térmica de energia será reversível se o calor for transferido de maneira infinitamente lenta durante um processo isotérmico. Isto é uma idealização, mas os processos livres de atrito também o são. Contudo, agora podemos dizer que uma máquina perfeitamente reversível deve usar somente dois tipos de processos:

1. Interações mecânicas sem atrito e na ausência de transferência de calor ($Q = 0$)
2. Interações térmicas em que o calor é transferido durante um processo isotérmico ($\Delta E_{\text{cem}} = 0$)

Qualquer máquina que utilize esses dois tipos de processos é chamada de **máquina de Carnot**. Uma máquina de Carnot é perfeitamente reversível, portanto tem o máximo rendimento térmico possível, η_{\max} , e, se operada como um refrigerador, tem o máximo coeficiente de desempenho possível, K_{\max} .

19.6 O ciclo de Carnot

Nenhuma máquina real é perfeitamente reversível; logo, uma máquina de Carnot constitui uma idealização. Apesar disso, uma análise da máquina de Carnot nos permite estabelecer um máximo valor de rendimento térmico possível que nenhuma máquina térmica pode ultrapassar.

A definição de uma máquina de Carnot não especifica se a substância de trabalho da máquina é um gás ou um líquido. Não faz diferença. Nosso argumento de que uma máquina perfeitamente reversível é a máquina térmica mais eficiente possível depende apenas da reversibilidade da máquina, não depende de nenhum detalhe da construção da mesma ou da substância de trabalho que utiliza. Conseqüentemente, **qualquer máquina de Carnot que opere entre T_Q e T_F deve ter exatamente o mesmo rendimento de qualquer outra máquina de Carnot operando entre os mesmos dois reservatórios de energia**. Se pudermos determinar o rendimento térmico de uma máquina de Carnot, saberemos o rendimento térmico de todas as máquinas de Carnot. Como os líquidos e as mudanças de fase são complicados, analisaremos uma máquina de Carnot que usa um gás ideal como substância de trabalho.

O ciclo de Carnot

O **ciclo de Carnot** é um ciclo descrito por um gás ideal que consiste dos dois processos adiabáticos ($Q = 0$) e dos dois processos isotérmicos ($\Delta E_{\text{term}} = 0$) mostrados na **FIGURA 19.23**. Estes são os dois tipos de processos permitidos em uma máquina reversível que opere com um gás. Durante um ciclo de Carnot,

1. O gás é comprimido isotermicamente, mantido em contato térmico com um reservatório frio à temperatura T_F . Uma quantidade de energia térmica $Q_F = |Q_{12}|$ é retirada do gás durante a compressão a fim de manter a temperatura constante. A compressão deve ocorrer de forma extremamente lenta porque pode haver apenas uma diferença de temperatura infinitesimal entre o gás e o reservatório.
2. O gás é comprimido adiabaticamente enquanto se encontra termicamente isolado da vizinhança. Esta compressão aumenta a temperatura do gás até que ela se iguale à temperatura T_Q do reservatório quente. Nenhum calor é transferido durante este processo.
3. Após atingir a compressão máxima, o gás se expande isotermicamente à temperatura T_Q . Uma quantidade de calor $Q_Q = Q_{34}$ é transferida do reservatório quente para o gás durante a expansão a fim de manter a temperatura constante.
4. Finalmente, o gás se expande adiabaticamente, com $Q = 0$, até que a temperatura diminua de volta ao valor T_F .

Em cada um dos quatro processos do ciclo de Carnot é realizado trabalho, mas existe transferência de calor apenas durante os dois processos isotérmicos.

O rendimento térmico de qualquer máquina térmica é

$$\eta = \frac{W_{\text{saída}}}{Q_Q} = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q}$$

Podemos determinar η_{Carnot} determinando a transferência de calor nos dois processos isotérmicos.

Processo 1 \rightarrow 2: A Tabela 19.1 nos dá a transferência de calor em um processo isotérmico à temperatura T_F :

$$Q_{12} = (W_s)_{12} = nRT_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -nRT_C \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (19.22)$$

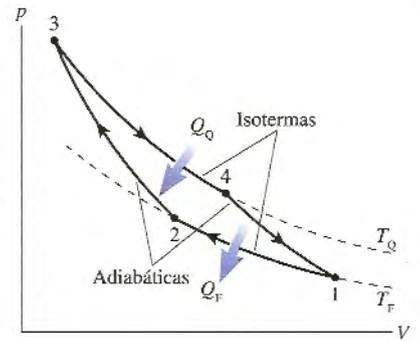


FIGURA 19.23 O ciclo de Carnot é perfeitamente reversível.

Uma vez que $V_1 > V_2$, o logaritmo do lado direito é positivo. O calor Q_{12} é negativo porque ele é transferido para fora do sistema, mas Q_F é simplesmente a *quantidade* de calor transferida para o reservatório frio:

$$Q_F = |Q_{12}| = nRT_F \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (19.23)$$

Processo 3 \rightarrow 4: Analogamente, o calor transferido durante a expansão isotérmica à temperatura T_Q é

$$Q_Q = Q_{34} = (W_s)_{34} = nRT_Q \ln\frac{V_4}{V_3} \quad (19.24)$$

Assim, o rendimento térmico do ciclo de Carnot é

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{Q_F}{Q_Q} = 1 - \frac{T_F \ln(V_1/V_2)}{T_Q \ln(V_4/V_3)} \quad (19.25)$$

Podemos simplificar esta expressão. Durante os dois processos adiabáticos,

$$T_F V_2^{\gamma-1} = T_Q V_3^{\gamma-1} \quad \text{e} \quad T_F V_1^{\gamma-1} = T_Q V_4^{\gamma-1} \quad (19.26)$$

Rearranjando algebricamente esta expressão, obtemos:

$$V_2 = V_3 \left(\frac{T_Q}{T_F}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad \text{e} \quad V_1 = V_4 \left(\frac{T_Q}{T_F}\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (19.27)$$

de onde se segue que

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} \quad (19.28)$$

Conseqüentemente, os dois logaritmos da Equação 19.25 se cancelam, e obtemos o resultado para o rendimento térmico de uma máquina de Carnot que opera entre um reservatório quente à temperatura T_Q e outro reservatório frio à temperatura T_F :

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \quad (\text{rendimento térmico de Carnot}) \quad (19.29)$$

Este resultado notavelmente simples, um rendimento que depende apenas da razão entre as temperaturas dos reservatórios quente e frio, é o legado de Carnot à termodinâmica.

NOTA ▶ As temperaturas T_Q e T_F são *absolutas*. ◀

EXEMPLO 19.4 Uma máquina de Carnot

Uma máquina de Carnot é resfriada com água a $T_F = 10^\circ\text{C}$. Que temperatura deve ser mantida no reservatório quente da máquina para que ela tenha um rendimento térmico de 70%?

MODELO O rendimento de uma máquina de Carnot depende apenas das temperaturas dos reservatórios quente e frio.

RESOLUÇÃO A fórmula do rendimento térmico, $\eta_{\text{Carnot}} = 1 - T_F/T_Q$, pode ser rearranjada, resultando em

$$T_Q = \frac{T_F}{1 - \eta_{\text{Carnot}}} = 943 \text{ K} = 670^\circ\text{C}$$

AVALIAÇÃO Uma máquina “real” requereria uma temperatura maior do que essa para ter um rendimento de 70%, pois nenhuma máquina real tem um rendimento igual ao da máquina de Carnot.

EXEMPLO 19.5 Uma máquina real

A máquina térmica do Exemplo 19.2 opera à temperatura máxima de 2.700 K, à temperatura mínima de 300 K e com um rendimento térmico de 15%. Qual é o rendimento de uma máquina de Carnot operando entre essas mesmas duas temperaturas?

RESOLUÇÃO O rendimento de Carnot é

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{2.700 \text{ K}} = 0,89 = 89\%$$

AVALIAÇÃO O ciclo termodinâmico usado na máquina do exemplo não chega nem próximo ao rendimento de Carnot.

O rendimento máximo

Na Seção 19.2 tentamos inventar uma máquina perfeita com $\eta = 1$ e $Q_F = 0$. Descobrimos que não poderíamos fazer isso sem violar a segunda lei; então, nenhuma máquina pode ter $\eta = 1$. Entretanto, aquele exemplo não descartou a possibilidade de uma máquina com $\eta = 0,9999$. A análise que acabamos de fazer demonstrou que nenhuma máquina térmica que opera entre reservatórios de energia às temperaturas T_Q e T_F pode ser mais eficiente do que uma máquina perfeitamente reversível que opera entre tais temperaturas.

Chegamos agora ao ponto final da linha de raciocínio estabelecendo um resultado exato para o rendimento térmico de uma máquina perfeitamente reversível, a máquina de Carnot. Vamos resumir nossas conclusões:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #7 Nenhuma máquina térmica que opera entre dois reservatórios de energia às temperaturas T_Q e T_F pode exceder o rendimento de Carnot

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

Como mostrou o Exemplo 19.5, os rendimentos das máquinas reais geralmente ficam bem abaixo do limite de Carnot.

Também descobrimos que nenhum refrigerador pode exceder o coeficiente de desempenho de um refrigerador perfeitamente reversível. Deixaremos a prova como um problema para casa, mas uma análise muito parecida com a que fizemos acima mostra que o coeficiente de desempenho de um refrigerador de Carnot é

$$K_{\text{Carnot}} = \frac{T_F}{T_Q - T_F} \quad (\text{coeficiente de desempenho de Carnot}) \quad (19.30)$$

Assim, podemos enunciar:

SEGUNDA LEI, ENUNCIADO INFORMAL #8 Nenhum refrigerador que opera entre dois reservatórios de energia às temperaturas T_Q e T_F pode exceder o coeficiente de desempenho de Carnot

$$K_{\text{Carnot}} = \frac{T_F}{T_Q - T_F}$$

EXEMPLO 19.6 Brayton versus Carnot

O refrigerador a ciclo de Brayton do Exemplo 19.3 tinha um coeficiente de desempenho $K = 1,1$. Compare este valor ao do limite determinado pela segunda lei da termodinâmica.

RESOLUÇÃO No Exemplo 19.3, demonstramos que as temperaturas dos reservatórios tinham de ser $T_F \geq 250$ K e $T_Q \leq 381$ K. Um refrigerador de Carnot que opere entre 250 K e 381 K tem coeficiente de desempenho

$$K_{\text{Carnot}} = \frac{T_F}{T_Q - T_F} = \frac{250 \text{ K}}{381 \text{ K} - 250 \text{ K}} = 1,9$$

AValiação Este é o valor mínimo de K_{Carnot} . Seu valor real será ainda maior se $T_F > 250$ K ou $T_Q < 381$ K. O coeficiente de desempenho do refrigerador razoavelmente realista do Exemplo 19.3 é menor do que 60% do valor limite.

Os enunciados #7 e #8 da segunda lei são dois dos principais resultados deste capítulo, com implicações profundas. O limite para o rendimento de uma máquina térmica é determinado pelas temperaturas dos reservatórios quente e frio. Um alto rendimento requer que $T_F/T_Q \ll 1$, ou seja, $T_Q \gg T_F$. Entretanto, detalhes de ordem prática muitas vezes impedem que T_Q seja significativamente maior do que T_F . Neste caso, não é pos-

sível que a máquina tenha alto rendimento. Este limite para o rendimento das máquinas térmicas é uma consequência da segunda lei da termodinâmica.

EXEMPLO 19.7 Geração de eletricidade

Uma usina de energia elétrica ferve água para produzir vapor em alta pressão a 400°C. O vapor em alta pressão faz girar uma turbina enquanto se expande; a seguir, a turbina faz girar o gerador. O vapor, então, é condensado de volta em água em um trocador de calor refrigerado com água do oceano a 25°C. Qual é o máximo rendimento possível com que a energia térmica pode ser convertida em energia elétrica?

MODELO O máximo rendimento possível é o de uma máquina de Carnot operando entre estas temperaturas.

RESOLUÇÃO O rendimento de Carnot depende das temperaturas absolutas, portanto devemos usar $T_Q = 400^\circ\text{C} = 673\text{ K}$ e $T_F = 25^\circ\text{C} = 298\text{ K}$. Assim,

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{298}{673} = 0,56 = 56\%$$

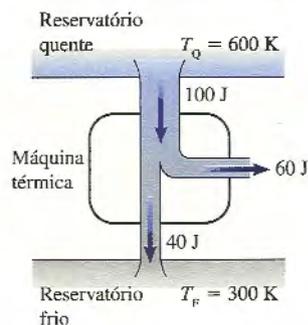
AVALIAÇÃO Este é um limite superior. Na verdade, os geradores a vapor reais que utilizam carvão, gás ou combustíveis nucleares operam com $\approx 35\%$ do rendimento térmico. (A fonte de calor não tem nada a ver com o rendimento. Tudo que ela faz é ferver a água.) Dessa forma, assim como na foto no início deste capítulo, as usinas elétricas convertem apenas um terço da energia do combustível em energia elétrica, transferindo dois terços da energia para a vizinhança, como calor rejeitado. Não se pode fazer muito para alterar o limite de baixa temperatura. O limite de alta temperatura é determinado pela temperatura e pela pressão máximas que a caldeira e a turbina podem suportar. O rendimento da geração de eletricidade é bem menor do que a maioria das pessoas imagina, todavia se trata de uma consequência inevitável da segunda lei da termodinâmica.

Não esperávamos que existisse um limite para o rendimento das máquinas térmicas. Estamos acostumados a pensar em termos de conservação da energia, de modo que a impossibilidade de se construir uma máquina com $\eta > 1$ não constitui nenhuma surpresa. Todavia, os limites que surgem da segunda lei não eram previstos nem são óbvios. Apesar disso, eles são fatos da vida e constituem uma restrição muito real para qualquer dispositivo prático. Ninguém jamais inventou uma máquina que excedesse os limites impostos pela segunda lei, e vimos que o rendimento máximo das máquinas é surpreendentemente baixo.

PARA PENSAR

Esta máquina térmica poderia ser construída?

- a. Sim.
- b. Não.
- c. É impossível dizer sem saber que tipo de ciclo ela usa.



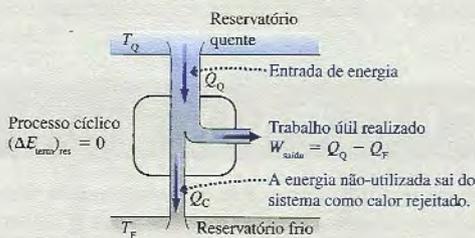
RESUMO

O objetivo do Capítulo 19 foi estudar os princípios físicos que governam o funcionamento das máquinas térmicas e dos refrigeradores.

Princípios gerais

Máquinas térmicas

Dispositivos que transformam calor em trabalho. Requerem dois reservatórios de energia a temperaturas diferentes.



Rendimento térmico

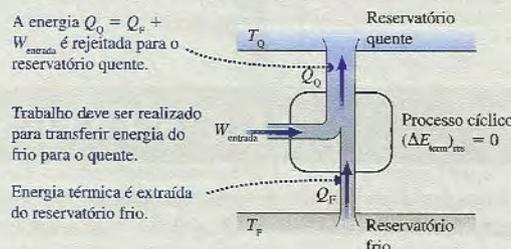
$$\eta = \frac{W_{saída}}{Q_Q} = \frac{\text{o que você obtém}}{\text{o que você fornece}}$$

Limite imposto pela segunda lei

$$\eta \leq 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

Refrigeradores

Dispositivos que utilizam trabalho para transferir calor de um objeto mais frio para outro objeto mais quente.



Coefficiente de desempenho

$$K = \frac{Q_F}{W_{entrada}} = \frac{\text{o que você obtém}}{\text{o que você fornece}}$$

Limite imposto pela segunda lei

$$K \leq \frac{T_F}{T_Q - T_F}$$

Conceitos importantes

Uma máquina perfeitamente reversível (uma **máquina de Carnot**) pode operar como máquina térmica ou como refrigerador entre os mesmos dois reservatórios de energia, bastando que se inverta o ciclo, sem efetuar qualquer outra alteração.

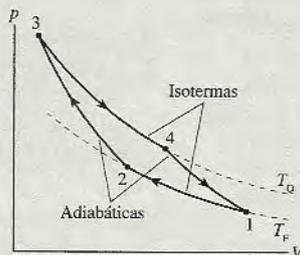
- Uma **máquina térmica de Carnot** possui o máximo rendimento térmico possível para qualquer máquina térmica que opere entre T_Q e T_F :

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$$

- Um **refrigerador de Carnot** tem o máximo coeficiente de desempenho possível de qualquer refrigerador que opere entre T_Q e T_F :

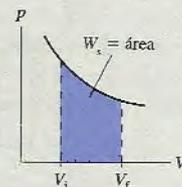
$$K_{Carnot} = \frac{T_F}{T_Q - T_F}$$

Para uma máquina a gás, o ciclo de Carnot consiste de dois processos isotérmicos e de dois processos adiabáticos.



Um reservatório de energia é uma parte da vizinhança tão grande em comparação ao sistema, que sua temperatura não sofre alteração quando o sistema extrai energia térmica do reservatório ou cede energia térmica para ele. Todas as máquinas térmicas e os refrigeradores operam entre dois reservatórios de energia a temperaturas distintas T_Q e T_F .

O trabalho W_s realizado *pele* sistema tem sinal oposto ao do trabalho realizado *sobre* o sistema. $W_s = \text{área sob a curva no plano } pV$



Aplicações

Para analisar uma máquina térmica ou um refrigerador:

MODELO Identifique cada processo do ciclo.

VISUALIZAÇÃO Represente o ciclo como uma curva no plano pV .

RESOLUÇÃO Em diversas etapas:

- Determine p , V e T no início e no final de cada processo do ciclo.
- Calcule ΔE_{term} , W_s e Q para cada processo.
- Determine $W_{entrada}$ ou $W_{saída}$, Q_Q e Q_F .
- Calcule $\Delta = W_{saída}/Q_Q$ ou $K = Q_F/W_{entrada}$.

AValiação Verifique se $(\Delta E_{term})_{res} = 0$. Confira os sinais algébricos.

Termos e notação

termodinâmica	máquina térmica	refrigerador	máquina perfeitamente reversível
reservatório de energia	dispositivo de ciclo fechado	coeficiente de desempenho, K	máquina de Carnot
diagrama de transferência de energia	rendimento térmico, η	trocador de calor	ciclo de Carnot
	calor rejeitado	razão de pressão, r_p	

MP Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

1. Ao ir de i para f em cada um dos três processos da FIGURA Q19.1, o trabalho é realizado pelo sistema ($W < 0$, $W_s > 0$), sobre o sistema ($W > 0$, $W_s < 0$) ou nenhum trabalho resultante é realizado sobre o sistema?

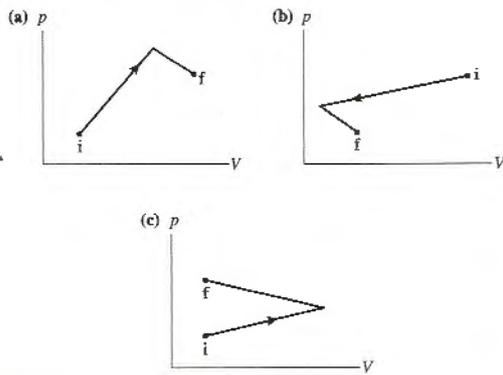


FIGURA Q19.1

2. Ordene em seqüência decrescente as quantidades de trabalho de (W_{s4}) a (W_{s1}) realizados pelo gás em cada ciclo mostrado na FIGURA Q19.2. Explique.

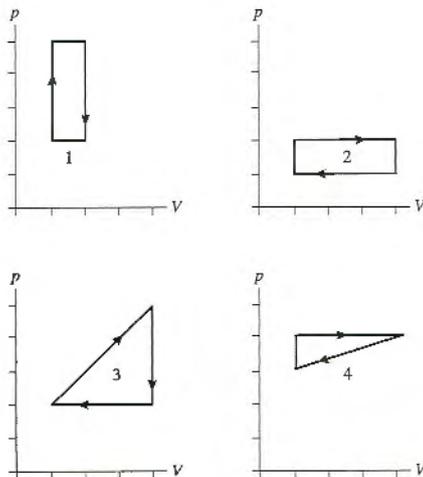


FIGURA Q19.2

3. Ordene em seqüência decrescente os rendimentos térmicos de η_1 a η_4 das quatro máquinas térmicas da FIGURA Q19.3. Explique.

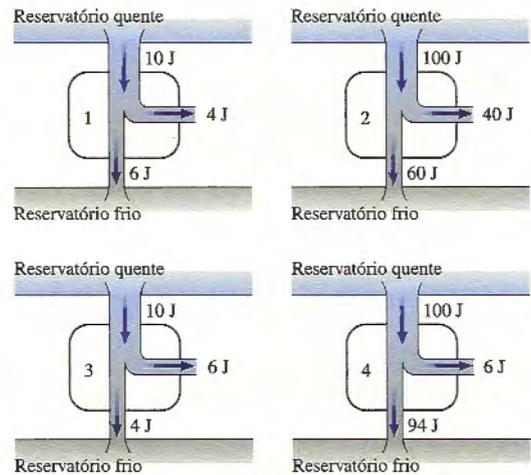


FIGURA Q19.3

4. É possível construir uma máquina térmica com $\eta > 1$? Explique.
 5. A FIGURA Q19.5 mostra o diagrama pV para uma máquina térmica. Durante qual estágio (ou estágios) (a) calor é adicionado ao gás, (b) calor é retirado do gás, (c) trabalho é realizado sobre o gás e (d) trabalho é realizado pelo gás?

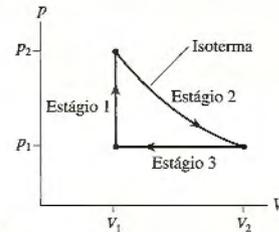


FIGURA Q19.5

6. A FIGURA Q19.6 mostra os ciclos termodinâmicos de duas máquinas térmicas. Qual delas tem o maior rendimento térmico? Ou eles são iguais? Explique.

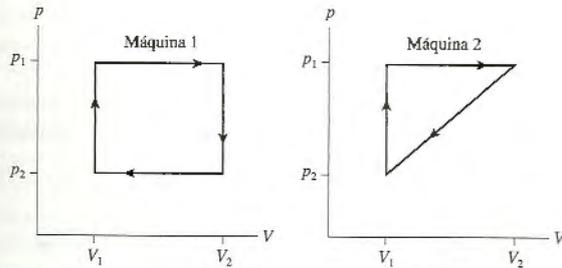


FIGURA Q19.6

- Uma máquina térmica satisfaz $W_{\text{saída}} = Q_{\text{res}}$. Por que não existe o termo ΔE_{term} na relação?
- Os diagramas de transferência de energia da FIGURA Q19.8 representam máquinas térmicas possíveis? Em caso negativo, o que há de errado?

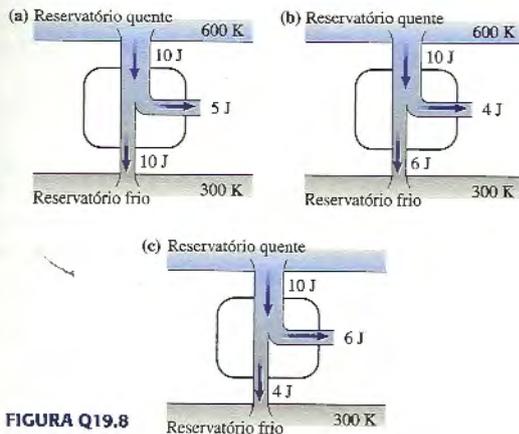


FIGURA Q19.8

- Os diagramas de transferência de energia da FIGURA Q19.9 representam refrigeradores possíveis? Em caso negativo, o que há de errado?

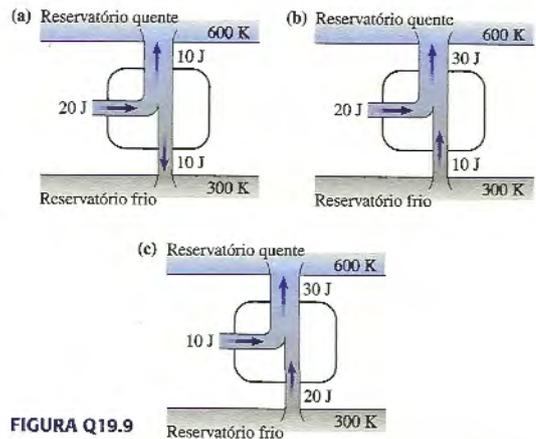


FIGURA Q19.9

- O seu apartamento costuma ficar muito quente. Pesquisando na internet, você descobre uma empresa que vende pequenos “condicionadores de ar ambiente”. Você coloca o condicionador de ar no chão, liga na tomada e – diz o anúncio – ele reduzirá a temperatura ambiente em até 10°F. Você deveria comprá-lo? Explique.
- A primeira e a segunda leis da termodinâmica, às vezes, são chamadas respectivamente de “lei do não se pode ganhar” e “lei do não se pode nem empatar”. Esses ditos caracterizam com precisão as leis da termodinâmica aplicadas a máquinas térmicas? Por que sim ou por que não?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 19.1 Transformação de calor em trabalho

Seção 19.2 Máquinas térmicas e refrigeradores

- Uma máquina térmica com rendimento térmico de 40% realiza 100 J de trabalho por ciclo. Quanto calor é (a) extraído do reservatório quente e (b) exaurido para o reservatório frio por ciclo?
- Uma máquina térmica realiza 20 J de trabalho por ciclo ao exaurir 30 J de calor residual. Qual é o rendimento térmico da máquina?
- Uma máquina térmica extrai 55 kJ de calor do reservatório quente a cada ciclo e exaure 40 kJ de calor. Quanto valem (a) o rendimento térmico e (b) o trabalho realizado por ciclo?
- Um refrigerador requer 20 J de trabalho e exaure 50 J de calor por ciclo. Qual é o coeficiente de desempenho do refrigerador?
- 50 J de trabalho são realizados por ciclo num refrigerador com coeficiente de desempenho de 4,0. Quanto calor é (a) extraído do reservatório frio e (b) exaurido para o reservatório quente por ciclo?
- A potência de saída de um motor de carro funcionando a 2400 rpm é de 500 kW. Quanto (a) trabalho é realizado e (b) calor é exaurido por ciclo se o rendimento térmico do motor for de 20%? Dê sua resposta em kJ.

- Uma usina de energia elétrica com 32% de rendimento produz 900 MW de energia elétrica e elimina calor residual na água do oceano a 20°C. Suponha que o calor residual pudesse ser utilizado para aquecer casas durante o inverno, ao invés de ser descartado no oceano. Uma casa típica nos EUA requer uma média de 20 kW para ser aquecida. Quantas casas poderiam ser aquecidas com o calor residual desta única usina de energia elétrica?
- 1,0 L de água a 20°C é colocado num refrigerador. O motor do refrigerador deve fornecer potência extra de 8,0 W para resfriar a água até atingir 5°C em 1,0 hora. Qual é o coeficiente de desempenho do refrigerador?

Seção 19.3 Máquinas térmicas que operam com gás ideal

Seção 19.4 Refrigeradores a gases ideais

- O ciclo da FIGURA EX19.9 consiste de quatro processos. Faça uma tabela com linhas de A a D e colunas contendo ΔE_{term} , W_s e Q . Preencha cada célula da tabela com +, - ou 0 para indicar se a quantidade aumenta, diminui ou permanece a mesma durante o processo.

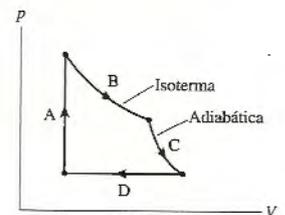


FIGURA EX19.9

10. II O ciclo da FIGURA EX19.10 consiste de três processos. Faça um gráfico com linhas de A a C e colunas contendo ΔE_{term} , W_s e Q . Preencha cada célula da tabela com +, - ou 0 para indicar se a quantidade aumenta, diminui ou permanece a mesma durante o processo.

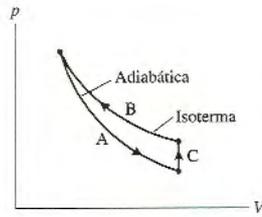


FIGURA EX19.10

11. I Quanto trabalho é realizado por ciclo por um gás seguindo a trajetória no plano pV da FIGURA EX19.11?

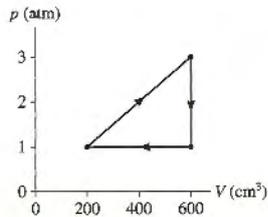


FIGURA EX19.11

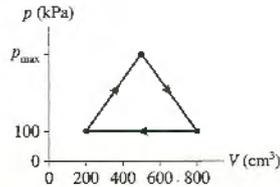


FIGURA EX19.12

12. II Um gás seguindo a trajetória pV da FIGURA EX19.12 realiza 60 J de trabalho por ciclo. Qual é a p_{max} ?
13. I Quais são (a) $W_{\text{saída}}$ e Q_f e (b) o rendimento térmico da máquina térmica mostrada na FIGURA EX19.13?

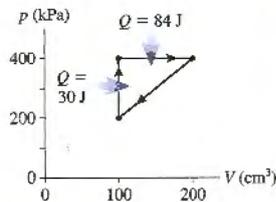


FIGURA EX19.13

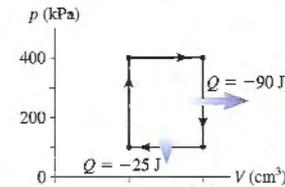


FIGURA EX19.14

14. I Quais são (a) $W_{\text{saída}}$ e Q_o e (b) o rendimento térmico da máquina térmica mostrada na FIGURA EX19.14?
15. II Quanto calor é exarido para o reservatório frio pela máquina térmica mostrada na FIGURA EX19.15?

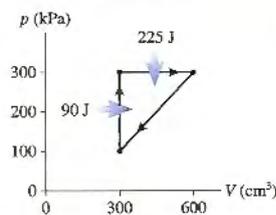


FIGURA EX19.15

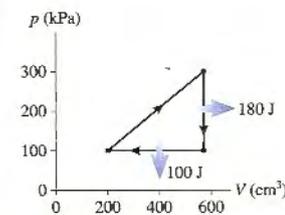


FIGURA EX19.16

16. II Quanto valem (a) o rendimento térmico e (b) o calor extraído do reservatório quente para a máquina térmica mostrada na FIGURA EX19.16?
17. I A qual razão de pressão uma máquina térmica operando em ciclo Brayton teria rendimento de 60%? Suponha que o gás seja diatômico.
18. II Uma máquina térmica usa um gás diatômico num ciclo Brayton. Qual é o rendimento térmico da máquina se o volume do gás for reduzido à metade durante a compressão?

Seção 19.5 Os limites do rendimento

Seção 19.6 O ciclo de Carnot

19. I Qual, se há alguma, das máquinas térmicas na FIGURA EX19.19 viola (a) a primeira lei da termodinâmica ou (b) a segunda lei da termodinâmica? Explique.

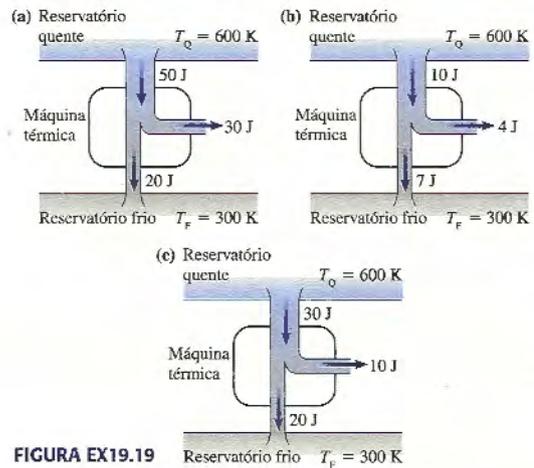


FIGURA EX19.19

20. I Qual, se há algum, dos refrigeradores na FIGURA EX19.20 viola (a) a primeira lei da termodinâmica ou (b) a segunda lei da termodinâmica? Explique.

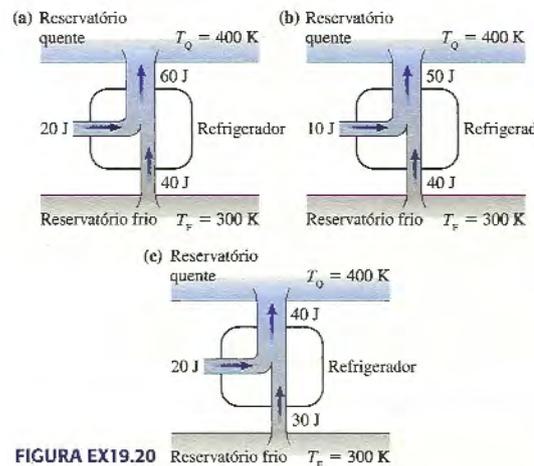


FIGURA EX19.20

21. I A que temperatura de reservatório frio (em °C) uma máquina de Carnot com temperatura de reservatório quente de 427°C teria rendimento de 60%?
22. II a. Uma máquina térmica realiza 200 J de trabalho por ciclo ao exaurir 600 J de calor ao reservatório frio. Qual é o rendimento térmico da máquina?
 b. Uma máquina de Carnot com temperatura do reservatório quente de 400°C tem o mesmo rendimento térmico. Qual é a temperatura do reservatório frio em °C?
23. II Uma máquina térmica realiza 10 J de trabalho por ciclo e exaure 15 J de calor residual durante cada ciclo.
 a. Qual é o rendimento térmico da máquina?
 b. Se a temperatura do reservatório frio é 20°C, qual é a temperatura mínima possível em °C do reservatório quente?

24. II Uma máquina de Carnot operando entre reservatórios de energia com temperaturas 300 K e 500 K produz uma potência de saída de 1000 W. Quanto valem (a) o rendimento térmico da máquina, (b) a taxa de entrada de calor na mesma, em W, e (c) a taxa de saída de calor da máquina, em W?
25. I Uma máquina de Carnot cuja temperatura do reservatório quente é 400°C tem rendimento térmico de 40%. Em quantos graus a temperatura do reservatório frio deve ser reduzida a fim de aumentar o rendimento da máquina para 60%?
26. II Uma máquina térmica que opera entre reservatórios de energia a 20°C e 600°C tem 30% do máximo rendimento possível. Que quantidade de energia esta máquina deve extrair do reservatório quente para realizar 1.000 J de trabalho?
27. I Um refrigerador de Carnot operando entre -20°C e $+20^{\circ}\text{C}$ extrai calor do reservatório frio a uma taxa de 200 J/s. Quais são (a) o coeficiente de desempenho deste refrigerador, (b) a taxa com que o trabalho é realizado no refrigerador e (c) a taxa com que o calor é exaurido para o lado quente?
28. II Uma máquina térmica operando entre um reservatório quente a 500°C e um reservatório frio a 0°C é 60% tão eficiente quanto uma máquina de Carnot. Se esta máquina térmica e a máquina de Carnot realizam a mesma quantidade de trabalho, qual é a razão $Q_C/(Q_C)_{\text{Carnot}}$?
29. II O coeficiente de desempenho de um refrigerador é 5,0. O compressor usa 10 J de energia por ciclo.
a. Quanta energia térmica é exaurida por ciclo?
b. Se a temperatura do reservatório quente é 27°C , qual é a temperatura mínima possível em $^{\circ}\text{C}$ do reservatório frio?
30. II Um refrigerador de Carnot com temperatura de reservatório frio de -13°C tem coeficiente de desempenho de 5,0. Para aumentar o coeficiente de desempenho para 10, a temperatura do reservatório quente deve ser aumentada ou reduzida, e em quanto? Explique.

Problemas

31. II O motor de um guindaste consome combustível a uma temperatura de ignição de 2000°C . Ele é refrigerado com ar a 20°C . O guindaste levanta uma viga de aço de 2000 kg a 30 m de altura. Que quantidade de energia térmica é transferida para o motor pela queima de combustível se ele é 40% tão eficiente quanto uma máquina de Carnot?
32. III Cem mililitros de água a 15°C são colocados no congelador de um refrigerador cujo coeficiente de desempenho é igual a 4,0. Que quantidade de energia térmica é rejeitada para a vizinhança quando a água é convertida em gelo a -15°C ?
33. II Prove que o trabalho realizado durante um processo adiabático $i \rightarrow f$ é $W_s = (p_f V_f - p_i V_i)/(1 - \gamma)$.
34. II O reservatório quente de uma máquina térmica consiste em vapor a 100°C , enquanto o reservatório frio é gelo a 0°C . Em 1,0 h de operação, 10 kg de vapor condensam e 55 kg de gelo derretem. Qual é a potência de saída da máquina?
35. II Prove que o coeficiente de desempenho de um refrigerador de Carnot é $K_{\text{Carnot}} = T_F/(T_Q - T_F)$.
36. II Uma máquina térmica de Carnot de rendimento térmico $\frac{1}{3}$ opera ao contrário, como um refrigerador de Carnot. Qual é o coeficiente de desempenho desse refrigerador?
37. II Um refrigerador ideal que usa um ciclo de Carnot opera entre 0°C e 25°C . Para transformar 10 kg de água líquida a 0°C em 10 kg de gelo a 0°C , (a) quanto calor será rejeitado para a vizinhança pelo refrigerador, e (b) que quantidade de energia deverá ser fornecida ao mesmo?
38. II Existe muito interesse em usar a imensa quantidade de energia térmica contida nos oceanos para acionar máquinas térmicas. Para

- funcionar, uma máquina térmica requer uma *diferença* de temperatura, um lado quente e um lado frio. Convenientemente, a água da superfície oceânica é mais quente do que a água profunda. Suponha que você construa uma usina de energia elétrica flutuante, na qual a temperatura da água superficial seja de $\approx 30^{\circ}\text{C}$. Isto seria o reservatório quente da máquina. Para o reservatório frio, a água seria bombeada do fundo do oceano, onde se encontra sempre a $\approx 5^{\circ}\text{C}$. Qual seria o máximo rendimento possível da usina elétrica?
39. II O gás ideal usado em uma máquina de Carnot extrai 1000 J de energia térmica durante a expansão isotérmica a 300°C . Que quantidade de energia térmica é rejeitada durante a compressão isotérmica a 50°C ?
40. I A temperatura do reservatório quente de uma máquina de Carnot, de rendimento igual a 25%, é 80°C mais elevada do que a temperatura do reservatório frio. Quais são as temperaturas dos reservatórios, em $^{\circ}\text{C}$?
41. II Uma máquina térmica de Carnot executa 98 ciclos para erguer 10 kg de massa a 10 m de altura. Ela rejeita 15 J de calor a cada ciclo para um reservatório frio a 0°C . Qual é a temperatura do reservatório quente?
42. II O calor rejeitado para o reservatório frio de uma máquina de Carnot corresponde a dois terços do calor extraído por ela do reservatório quente. Qual é a razão de temperaturas T_F/T_Q ?
43. II A FIGURA P19.43 mostra uma máquina térmica de Carnot que faz funcionar um refrigerador de Carnot.
a. Determine os valores de Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 .
b. O calor Q_3 é maior do que, menor do que ou igual a Q_1 ?
c. Quando operando juntos dessa maneira, estes dois dispositivos violam a segunda lei?

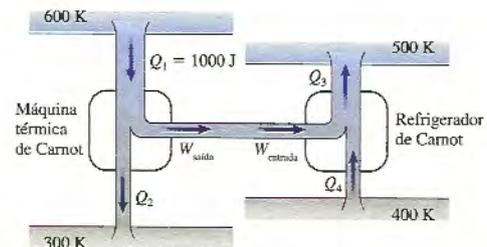


FIGURA P19.43

44. III Uma máquina térmica que funciona ao contrário é chamada de refrigerador porque seu propósito é extrair calor de um reservatório frio. A mesma máquina, funcionando ao contrário, é chamada de *bomba de calor* quando seu propósito é transferir ar quente para um reservatório quente. Bombas de calor são amplamente utilizadas no aquecimento de residências. Você pode considerá-la como um refrigerador que esfria o exterior que já se encontra frio e, com o calor rejeitado Q_C , aquece o interior. Talvez isto pareça um pouco tolo, mas considere o seguinte. A eletricidade pode ser usada diretamente para aquecer uma residência, quando uma corrente elétrica passa por uma resistência de aquecimento. Trata-se de uma conversão direta de 100% de trabalho em calor, ou seja, 15 kW de energia elétrica (gerada realizando-se trabalho a uma taxa de 15 kJ/s na usina geradora de energia elétrica) produzem energia térmica dentro da residência a uma taxa de 15 kJ/s. Suponha que a residência do vizinho disponha de uma bomba de calor com coeficiente de desempenho igual a 5,0, que é um valor realista.
a. Que potência elétrica (em kW) a bomba de calor utiliza para fornecer 15 kJ/s de energia térmica à residência?
b. Um preço médio para a eletricidade, nos EUA, é de aproximadamente um dólar por cada 40 MJ. Uma fôrnalha ou bomba de calor, tipicamente, funciona 200 horas por mês durante o inverno. Quanto custa por mês o aquecimento de uma residência com um aquecedor elétrico de 15 kW e o aquecimento da residência vizinha, que usa uma bomba de calor equivalente?

45. II Você e seu colega de quarto precisam de um novo refrigerador. Na loja de eletrodomésticos, o vendedor mostra a vocês a "Geladeira dos Sonhos". De acordo com a etiqueta do fabricante, essa geladeira utiliza meros 100 W de potência para retirar 100 kJ de calor por minuto de seu interior a 2°C. De acordo com o texto em letras miúdas da etiqueta, isto é verdadeiro apenas para uma cozinha que esteja a 22°C. Você deveria comprá-la? Explique.
46. II Três estudantes de engenharia enviam suas soluções para um problema no projeto que eles foram solicitados a fazer, de uma máquina que opere entre as temperaturas de 300 K e 500 K. A entrada/saída de calor e o trabalho realizado por suas máquinas projetadas estão mostrados na tabela abaixo:

Estudante	Q_Q	Q_F	$W_{\text{saída}}$
1	250 J	140 J	110 J
2	250 J	170 J	90 J
3	250 J	160 J	90 J

Critique os projetos. Eles são aceitáveis ou não? Algum deles é melhor do que os demais? Explique.

47. III Uma típica usina de energia termoelétrica queima 300 toneladas métricas de carvão mineral *por hora* para gerar 750 MW de eletricidade. Uma tonelada métrica equivale a 1000 kg. A densidade do carvão é 1500 kg/m³, e seu calor latente de combustão vale 28 MJ/kg. Suponha que *todo* o calor seja transferido do combustível para a caldeira e que *todo* o trabalho realizado para girar a turbina seja transformado em energia elétrica.
- Suponha que o carvão esteja empilhado em um recinto de 10 m × 10 m. Que altura deve ter a pilha a fim de operar a usina por um dia?
 - Qual é o rendimento térmico da usina?
48. II Uma usina nuclear de energia elétrica gera 2000 MW de energia térmica a partir de reações nucleares no núcleo do reator. Essa energia é usada para ferver água e produzir vapor em alta pressão a 300°C. O vapor, por sua vez, faz girar uma turbina que produz 700 MW de energia elétrica; depois, o vapor é condensado e a água é resfriada para 30°C antes de iniciar o ciclo novamente.
- Qual é o máximo rendimento térmico possível dessa usina?
 - Qual é o rendimento real da usina?
 - A água de refrigeração proveniente de um rio flui pelo condensador (o trocador de calor a baixa temperatura) a uma taxa de 1,2 × 10⁸ L/h. Se a água do rio entra no condensador a 18°C, qual é sua temperatura na saída?
49. II A potência elétrica gerada por uma usina de energia é de 750 MW. A água de refrigeração flui pela usina a uma taxa de 1,0 × 10⁸ L/h. A água de refrigeração entra na usina a 16°C e sai a 27°C. Qual é o rendimento térmico da usina?
50. II a. Uma grande usina nuclear de geração de energia elétrica gera uma potência de saída de 1000 MW. Em outras palavras, ela gera energia elétrica a uma taxa de 1000 MJ/s. Que quantidade de energia esta usina fornece durante um dia?
- Os oceanos são vastos. Que quantidade de energia poderia ser extraída de 1 km³ de água se sua temperatura fosse reduzida em 1°C? Para simplificar, suponha que a água seja potável.
 - Um amigo seu, que é inventor, aparece com uma idéia. Ele fez os cálculos que você acabou de efetuar nos itens a e b, e concluiu que alguns quilômetros cúbicos de água do oceano poderiam satisfazer a maior parte das necessidades de energia dos Estados Unidos. Trata-se de uma fração insignificante das águas costeiras americanas. Além disso, os oceanos são constantemente aquecidos pelo Sol, portanto a energia obtida do oceano é praticamente energia solar. Ele esboçou alguns planos

de projeto – altamente secretos, claro, pois não foram ainda patenteados – e agora precisa de alguns investidores que forneçam verbas para o desenvolvimento de um protótipo. Com um protótipo funcional, ele conseguirá a patente. Como investidor inicial, você receberá uma fração de todos os direitos autorais futuros. A questão do tempo é essencial porque um inventor rival está trabalhando na mesma idéia. Seu amigo inventor precisa de \$10.000 imediatamente, e você poderá ganhar milhões se o projeto der certo. Você investiria? Em caso afirmativo, explique a razão. Em caso negativo, por que não? Seja qual for sua decisão, a explicação deve estar baseada em princípios científicos. Esboços e diagramas constituem boa parte da explicação.

51. II Um condicionador de ar retira 5,0 × 10⁵ J/min de calor de uma residência e rejeita 8,0 × 10⁵ J/min para o exterior quente.
- De que quantidade de energia o compressor do condicionador de ar necessita?
 - Qual é o coeficiente de desempenho do condicionador de ar?
52. II Uma máquina térmica que usa 1,0 mol de um gás monoatômico descreve o ciclo mostrado na FIGURA P19.52. Uma quantidade de 3750 J de energia térmica é transferida para o gás durante o processo 1 → 2.
- Determine W , Q e ΔE_{term} para cada um dos quatro processos do ciclo. Apresente seus resultados em uma tabela.
 - Qual é o rendimento térmico dessa máquina térmica?

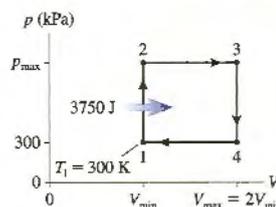


FIGURA P19.52

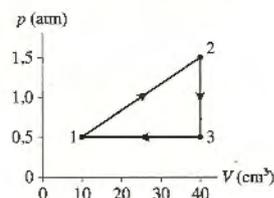


FIGURA P19.53

53. II Uma máquina térmica que usa um gás monoatômico descreve o ciclo mostrado na FIGURA P19.53. No ponto 1, sua temperatura é 20°C.
- Determine W , Q e ΔE_{term} para cada um dos três processos do ciclo. Apresente seus resultados em uma tabela.
 - Qual é o rendimento térmico dessa máquina térmica?
 - Qual é a potência de saída da máquina se ela funciona a 500 rpm?
54. II A FIGURA P19.54 mostra o ciclo de uma máquina térmica que usa um gás com $\gamma = 1,25$. A temperatura inicial é $T_1 = 300$ K, e a máquina opera a 20 ciclos por segundo.
- Qual é a potência de saída da máquina?
 - Qual é o rendimento térmico da máquina?

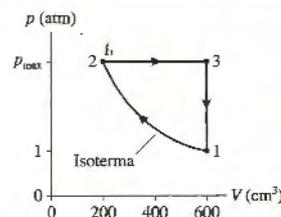


FIGURA P19.54

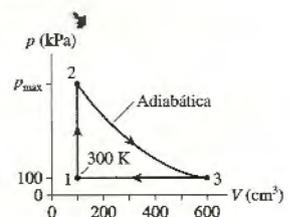


FIGURA P19.55

55. II Uma máquina térmica que usa um gás monoatômico descreve o ciclo representado na FIGURA P19.55.
- Determine W , Q e ΔE_{term} para cada processo do ciclo. Apresente seus resultados em uma tabela.
 - Qual é o rendimento térmico dessa máquina térmica?

56. II Uma máquina térmica que usa um gás diatômico descreve no plano pV o ciclo representado na FIGURA P19.56.
- Determine a pressão, o volume e a temperatura no ponto 2.
 - Determine ΔE_{term} , W_s e Q para cada um dos três processos. Apresente seus resultados em uma tabela para facilitar a leitura.
 - Quanto trabalho a máquina realiza a cada ciclo e qual é seu rendimento térmico?

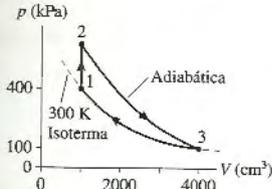


FIGURA P19.56

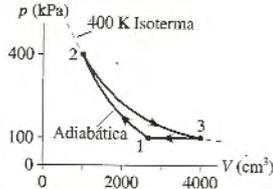


FIGURA P19.57

57. II Uma máquina térmica usa um gás diatômico e descreve no plano pV o ciclo representado na FIGURA P19.57.
- Determine a pressão, o volume e a temperatura no ponto 1.
 - Determine ΔE_{term} , W_s e Q para cada um dos três processos. Apresente seus resultados em uma tabela para facilitar a leitura.
 - Quanto trabalho a máquina realiza a cada ciclo e qual é seu rendimento térmico?
58. II Uma máquina térmica com ciclo Brayton descreve o ciclo representado na FIGURA P19.58. A entrada de calor proveniente da queima de combustível é de 2,0 MJ por ciclo. Determine o rendimento térmico da máquina calculando explicitamente o trabalho realizado a cada ciclo. Compare sua resposta com o valor do rendimento determinado a partir da Equação 19.21.

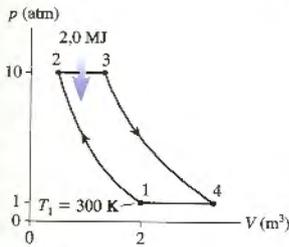


FIGURA P19.58

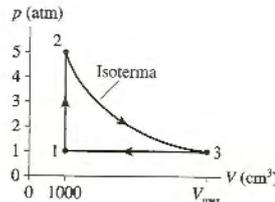


FIGURA P19.59

59. II Uma máquina térmica que usa 120 mg de hélio como substância de trabalho descreve o ciclo representado na FIGURA P19.59.
- Determine a pressão, a temperatura e o volume do gás nos pontos 1, 2 e 3.
 - Qual é a eficiência térmica da máquina?
 - Qual é o máximo rendimento possível para uma máquina térmica que opera entre T_{max} e T_{min} ?
60. II A máquina térmica cujo ciclo é representado na FIGURA P19.60 usa 2,0 mol de um gás monoatômico como substância de trabalho.
- Determine T_1 , T_2 e T_3 .
 - Crie uma tabela que apresente ΔE_{term} , W_s e Q para cada um dos três processos.
 - Qual é o rendimento térmico da máquina?

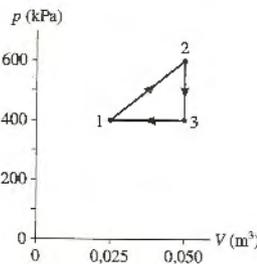


FIGURA P19.60

61. III A máquina térmica cujo ciclo é representado na FIGURA P19.61 usa 0,020 mol de um gás diatômico como substância de trabalho.
- Determine T_1 , T_2 e T_3 .
 - Crie uma tabela que apresente ΔE_{term} , W_s e Q para cada um dos três processos.
 - Qual é o rendimento térmico da máquina?

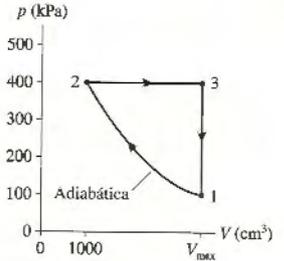


FIGURA P19.61

62. III Uma máquina térmica que usa 2,0 g de hélio gasoso encontra-se inicialmente nas CNTP. O gás descreve o seguinte ciclo fechado:
- Uma compressão isotérmica até que o volume se reduza à metade.
 - Uma expansão isobárica até que o volume seja restaurado ao valor inicial.
 - Um resfriamento isocórico até que a pressão seja restaurada ao valor inicial.
- Quanto trabalho a máquina realiza a cada ciclo e qual é seu rendimento térmico?
63. Uma máquina térmica que usa 0,20 mol de um gás ideal monoatômico preenche inicialmente um cilindro de 2000 cm³ a 600 K. O gás descreve o seguinte ciclo fechado:
- Uma expansão isotérmica a 4000 cm³.
 - Um resfriamento isocórico a 300 K.
 - Uma compressão isotérmica a 2000 cm³.
 - Um aquecimento isocórico a 600 K.
- Quanto trabalho a máquina realiza a cada ciclo e qual é seu rendimento térmico?

64. II A FIGURA P19.64 é o diagrama pV do Exemplo 19.2, mas agora o dispositivo funciona ao contrário.
- Durante quais processos o calor é transferido para o gás?
 - Isto é Q_Q , o calor extraído de um reservatório quente, ou Q_F , o calor rejeitado para um reservatório frio? Explique.
 - Determine os valores de Q_Q e Q_F .

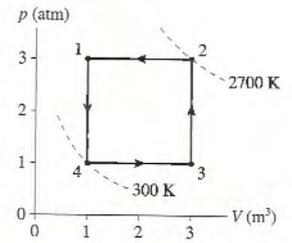


FIGURA P19.64

- Dica:** Os cálculos foram feitos no Exemplo 19.2 e não precisam ser repetidos. Em vez disso, agora você precisa determinar quais processos contribuem para Q_Q e para Q_F .
- A área dentro delimitada pela curva fechada é W_{entrada} ou W_{saida} ? Qual é o seu valor?
 - Mostre que a Figura 19.19 é o diagrama de transferência de energia deste dispositivo.
 - O dispositivo agora é operado em um ciclo anti-horário. Trata-se de um refrigerador? Explique.

- Nos Problemas de 65 a 68 você receberá uma ou mais equações para solucionar um problema. Em cada uma delas, você deverá:
- Redigir um problema realista para o qual esta(s) seja(m) a(s) equação(ões) correta(s).
 - Solucionar o problema proposto.
65. $0,80 = 1 - (0^\circ\text{C} + 273)/(T_Q + 273)$
66. $4,0 = Q_F/W_{\text{entrada}}$
 $Q_Q = 100 \text{ J}$
67. $0,20 = 1 - Q_F/Q_Q$
 $W_{\text{saida}} = Q_Q - Q_F = 20 \text{ J}$

$$68. 400 \text{ kJ} = \frac{1}{2} (p_{\text{max}} - 100 \text{ kPa})(3,0 \text{ m}^3 - 1,0 \text{ m}^3)$$

Problemas desafiadores

69. A FIGURA PD19.69 representa um ciclo de máquina térmica. O gás usado é diatômico. As massas são tais que mantêm o pistão parado quando o pino é retirado, nas etapas 3 e 6.

- Desenhe o diagrama pV para a máquina térmica.
- Quanto trabalho é realizado por ciclo?
- Qual é o rendimento térmico da máquina?

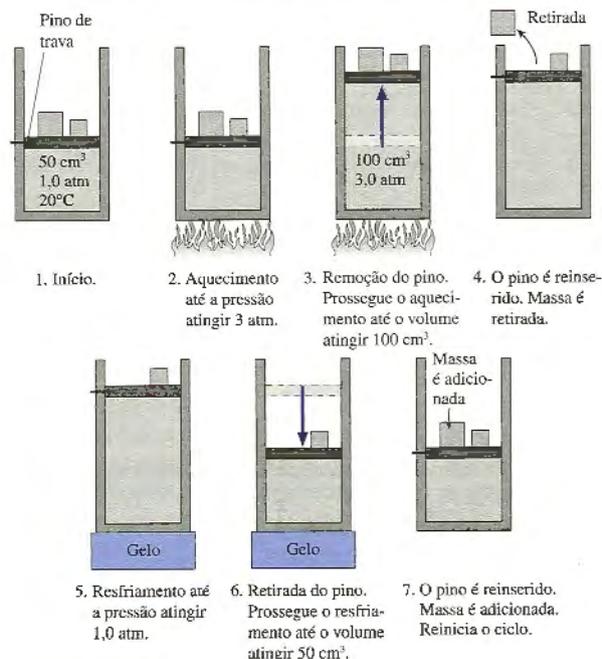


FIGURA PD19.69

70. A FIGURA PD19.70 mostra dois compartimentos isolados separados por uma fina parede. O lado esquerdo contém 0,060 mol de hélio à temperatura inicial de 600 K, e o direito contém 0,030 mol de hélio à temperatura inicial de 300 K. O compartimento à direita está soldado a um cilindro vertical, acima do qual a pressão do ar é 1,0 atm. Um pistão de 2,0 kg e 10 cm de diâmetro pode deslizar sem atrito para cima e para baixo dentro do cilindro. Não se conhece o diâmetro do cilindro nem os volumes dos compartimentos.

- Qual é a temperatura final do sistema?
- Quanto calor é transferido do lado esquerdo para o direito?
- A que altura o pistão é erguido devido à transferência de calor?
- Que fração do calor é convertida em trabalho?

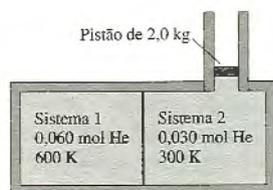


FIGURA PD 19.70

71. O funcionamento do motor a gasolina de seu carro pode ser tratado pelo modelo do ciclo Otto representado na FIGURA PD19.71. Uma mistura de combustível e ar é borrifada para dentro do cilindro, no ponto 1 do diagrama, quando o pistão está à máxima distância possível da vela de ignição. A mistura, então, é comprimida enquanto o pistão se move em direção à vela durante uma rápida compressão

adiabática. A vela de ignição gera a faísca, no ponto 2, liberando energia térmica armazenada na gasolina. O combustível queima tão rapidamente que o pistão não tem tempo de se mover, de modo que o aquecimento resultante é um processo isocórico. O gás quente e em alta pressão empurra, então, o pistão para fora, durante o curso de expansão. Finalmente, uma válvula de exaustão se abre, permitindo que a temperatura e a pressão do gás caiam até seus valores iniciais antes de reiniciar o ciclo.

a. Analise o ciclo Otto e demonstre que o trabalho realizado a cada ciclo é dado por

$$W_{\text{saida}} = \frac{nR}{1 - \gamma} (T_2 - T_1 + T_4 - T_3)$$

b. Use a relação entre T_1 e T_2 em um processo adiabático e, também, entre T_3 e T_4 , no mesmo tipo de processo, para demonstrar que o rendimento térmico do ciclo Otto é dado por

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{(\gamma-1)}}$$

onde $r = V_{\text{max}} / V_{\text{min}}$ é a razão de compressão.

c. Desenhe o gráfico de η versus r , desde zero até $r = 30$, para o caso de um gás diatômico.

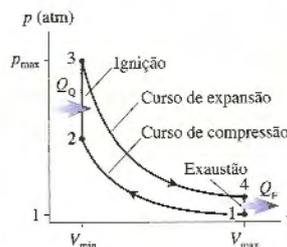


FIGURA PD19.71

72. A FIGURA PD19.72 representa o ciclo Diesel. Ele é semelhante ao ciclo Otto (ver Problema PD19.71), entretanto há duas diferenças importantes. Primeiro, o combustível não é admitido até que o ar seja completamente comprimido, no ponto 2. Devido à alta temperatura no término de uma compressão adiabática, o combustível começa a queimar espontaneamente. (Não existem velas de ignição em um motor a diesel!) Segundo, a combustão ocorre mais lentamente, enquanto o combustível continua sendo injetado. Isso torna o estágio da ignição um processo a pressão constante. O ciclo mostrado, para um cilindro de motor a diesel, possibilita a expansão $V_{\text{max}} - V_{\text{min}}$ de 1000 cm^3 e tem uma razão de compressão $r = V_{\text{max}} / V_{\text{min}} = 21$. Estes são valores típicos para um caminhão a diesel. O motor opera com entrada de ar ($\gamma = 1,40$) a 25°C e pressão de 1,0 atm. A quantidade de combustível injetada no cilindro tem calor de combustão de 1000 J.

- Determine p , V e T nos quatro vértices do ciclo. Apresente seus resultados em uma tabela.
- Qual é o trabalho resultante realizado pelo cilindro durante um ciclo completo?
- Qual é o rendimento térmico deste motor?
- Qual é a potência de saída, em kW e em hp (1 hp = 746 W), de um motor a diesel de oito cilindros que funciona a 2400 rpm?

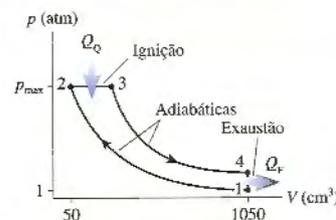


FIGURA PD19.72

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 19.1: $W_d > W_a = W_b > W_c$, $W_{saída} = Q_Q - Q_F$

Pare e Pense 19.2: b. A conservação da energia requer $Q_Q = Q_F + W_{entrada}$. O refrigerador irá rejeitar mais calor, por trás, do que remover, pela frente. Um refrigerador com uma porta aberta irá aquecer o recinto ao invés de resfriá-lo.

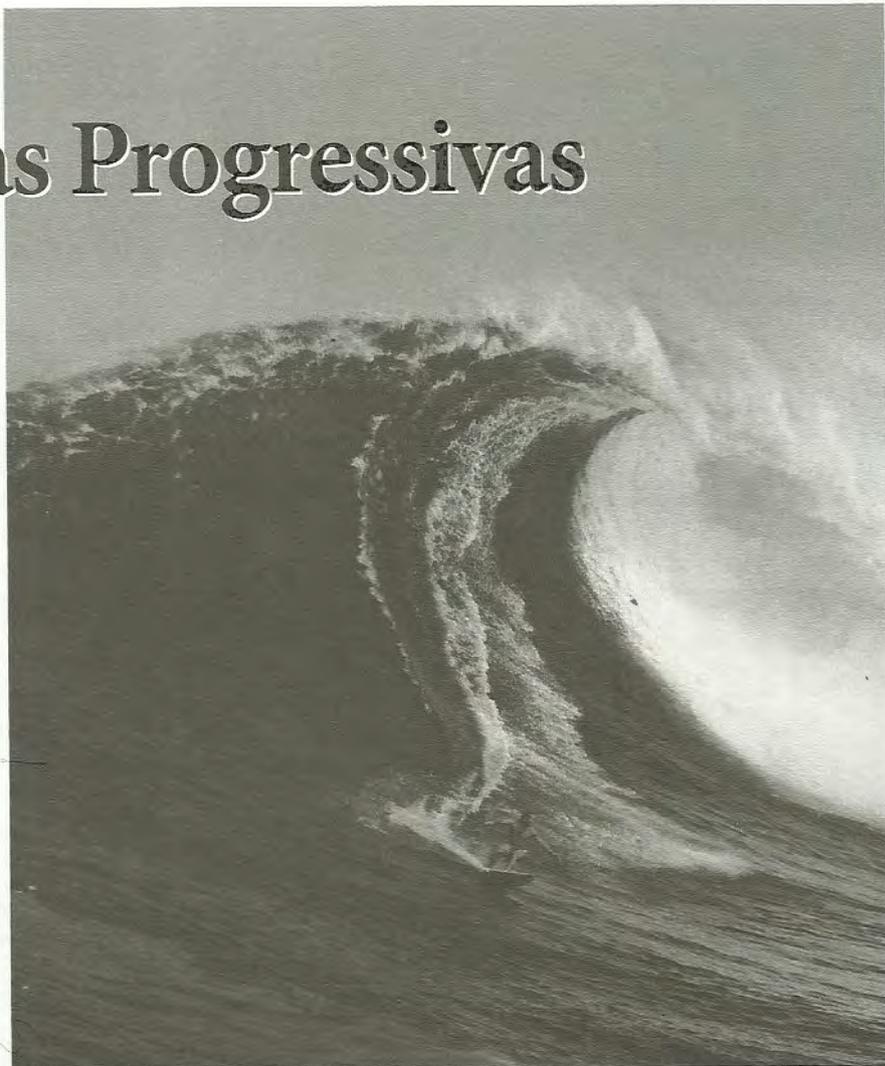
Pare e Pense 19.3: c. $W_{saída} = \text{área dentro do triângulo} = 1000 \text{ J}$. $\eta = W_{saída}/Q_Q = (1000 \text{ J})/(4000 \text{ J}) = 0,25$.

Pare e Pense 19.4: Para conservar energia, o calor Q_Q rejeitado para o reservatório quente precisa ser $Q_Q = Q_F + W_{saída} = 40 \text{ J} + 10 \text{ J} = 50 \text{ J}$. Os números mostrados na figura, com $Q_Q = Q_F + W_{saída}$, seriam apropriados para uma máquina térmica, e não, para um refrigerador.

Pare e Pense 19.5: b. O rendimento desta máquina térmica seria $\eta = W_{saída}/Q_Q = 0,6$. Isso excede o rendimento de Carnot, $\eta_{Carnot} = 1 - T_F/T_Q = 0,5$, portanto não é possível.

20 Ondas Progressivas

Este surfista está "pegando uma onda". Ao mesmo tempo, ele enxerga ondas luminosas e ouve ondas sonoras.



► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 20 é aprender as propriedades básicas das ondas progressivas. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Usar o modelo de onda e entender como ele difere do modelo de partícula.
- Compreender como uma onda se propaga através de um meio.
- Identificar as propriedades das ondas senoidais.
- Entender as características mais importantes das ondas sonoras e luminosas.
- Usar o efeito Doppler para determinar a velocidade das fontes de ondas e dos observadores das mesmas.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende do conceito de movimento harmônico simples. Revise:

- Seções 14.1 e 14.2 Propriedades do movimento harmônico simples

Pode ser que você não perceba, mas estamos cercados por ondas. A "ondulação" de uma onda na água é imediatamente aparente, desde as ondulações em nm lago até as ondas oceânicas suficientemente grandes para serem surfadas. Já não é tão óbvio que o som e a luz também sejam ondas, pois suas propriedades ondulatórias se revelam apenas em observações e experimentos cuidadosamente realizados. Quando chegarmos à escala microscópica de elétrons e átomos, descobriremos que até mesmo a matéria exibe um comportamento semelhante ao das ondas.

Nosso objetivo mais abrangente na Parte V é entender as propriedades e identificar as características que são comuns a todos os tipos de ondas. Em outras palavras, queremos descobrir qual é a essência de todas as ondas. Neste capítulo, iniciaremos com a idéia de *onda progressiva*. Quando um colega fala com você, uma onda sonora se propaga pelo ar até chegar ao seu ouvido. As ondas luminosas que incidem na Terra provêm do Sol. Uma fratura repentina da crosta terrestre envia uma onda de choque, como durante um terremoto, que é sentida em locais bem-distantes. Para compreender fenômenos como esses, precisamos de novos modelos e de uma nova ferramenta matemática.

20.1 O modelo de onda

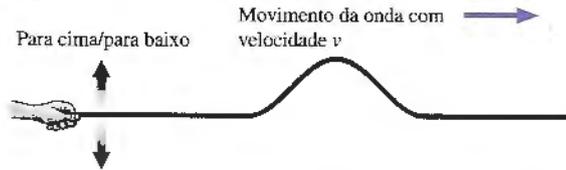
O *modelo de partícula* das Partes I-IV concentrou-se naqueles aspectos do movimento que são comuns a muitos sistemas distintos. Bolas, carros e foguetes são obviamente diferentes uns dos outros, mas as características gerais de seus movimentos são bem-descritas quando os tratamos como se fossem partículas. Na Parte V, exploraremos as propriedades básicas das ondas por meio de um **modelo de onda**, ou *modelo ondulatório*, em que são destacados os aspectos comuns ao comportamento de todas as ondas.

Embora as ondas que se propaguem na água, as ondas sonoras e as ondas luminosas sejam obviamente diferentes, o modelo ondulatório nos permitirá entender muitas de suas características importantes.

O modelo ondulatório é construído em torno da idéia de **onda progressiva**, um tipo de perturbação organizada que se desloca com uma velocidade de onda bem-definida. Iniciaremos nosso estudo das ondas progressivas analisando dois movimentos diferentes de onda.

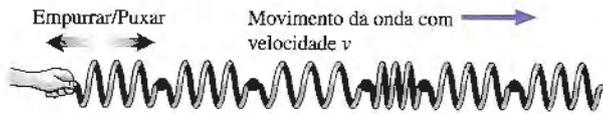
Dois tipos diferentes de ondas progressivas

Uma onda transversal



Uma **onda transversal** é aquela cujos os deslocamentos produzidos no meio são perpendiculares ao sentido de propagação da onda. Por exemplo, para uma onda que se propague horizontalmente ao longo de uma corda esticada na horizontal, as partículas que compõem a corda oscilam verticalmente. Ondas eletromagnéticas também são ondas transversais, pois os campos eletromagnéticos oscilam perpendicularmente ao sentido de propagação da onda.

Uma onda longitudinal



Numa onda longitudinal, as partículas do meio se movimentam paralelamente ao sentido de propagação da onda. Aqui podemos ver uma cadeia de massas conectadas por molas. Se você der um empurrão brusco na primeira massa da cadeia, uma perturbação se propagará através da cadeia, comprimindo e expandindo as molas ao passar por elas. Ondas sonoras que se propagam em gases e líquidos são os exemplos mais conhecidos de ondas longitudinais. O cone de um alto-falante em vibração comprime e expande o ar de forma semelhante ao que ocorre com as molas desta figura.

Outras ondas, como as ondas que se propagam na água, têm características tanto de onda transversal quanto de longitudinal. A superfície da água se move verticalmente para cima e para baixo, entretanto as moléculas individuais da água, na verdade, se movem perpendicular e paralelamente ao sentido da onda. Neste texto, não analisaremos esse tipo de ondas mais complexas.

Também podemos classificar as ondas com base no que está "ondulando":

1. **Ondas mecânicas** se propagam apenas através de um *meio* material, como o ar ou a água. Dois exemplos de ondas mecânicas muito conhecidas são as ondas sonoras e as ondas na água.
2. **Ondas eletromagnéticas**, desde as ondas de rádio à luz visível e aos raios X, são oscilações auto-sustentáveis de *campos eletromagnéticos*. As ondas eletromagnéticas não requerem um meio material e se propagam através do vácuo.
3. **Ondas de matéria** constituem a base da física quântica. Uma das descobertas mais significativas do século XX foi a de que as partículas de matéria, como os elétrons e os átomos, têm características semelhantes às das ondas. As ondas de matéria serão abordadas introdutoriamente no Capítulo 25.

O **meio de propagação** de uma onda mecânica é a substância através ou ao longo da qual a onda se move. Por exemplo, o meio de propagação de uma onda na água é a própria água, o meio de uma onda sonora é o ar e o meio de uma onda em uma corda esticada é a própria corda. Um meio de propagação deve ser *elástico*, ou seja, algum tipo de força restauradora tende a trazer o meio de volta ao equilíbrio após ele ter sido deslocado ou perturbado. A tensão em uma corda esticada puxa a corda de volta logo depois de você beliscá-la. A gravidade restaura a superfície de um lago ao seu nível normal depois que a onda gerada por um barco passa por ela.



O rastro deixado pelo barco é uma onda que se propaga ao longo da superfície do lago.



FIGURA 20.1 As ondulações em um lago constituem um exemplo de onda progressiva.

Quando uma onda atravessa um meio, os átomos do mesmo – que chamaremos, simplesmente, de partículas do meio – são deslocados de suas posições de equilíbrio. Isto é uma **perturbação** do meio. As ondulações da **FIGURA 20.1** constituem uma perturbação na superfície da água. Um pulso que se propaga em uma corda é uma perturbação, assim como o rastro deixado por um barco e o ruído sônico gerado por um jato que se move com velocidade maior do que a do som. **A perturbação que constitui uma onda é um movimento organizado das partículas do meio no qual ela se propaga**, em contraste com os movimentos moleculares *desorganizados* que correspondem à energia térmica.

Velocidade de onda

A perturbação de uma onda é criada por uma *fonte*. A fonte da onda poderia ser uma pedra jogada na água, a sua mão que dedilha um barbante esticado ou um cone de alto-falante que oscila, empurrando o ar. Uma vez criada, a perturbação se propaga para longe da fonte, através do meio, com uma **velocidade de onda** v . Trata-se da velocidade com que uma ondulação se move através da água ou com a qual um pulso se propaga em um barbante.

NOTA ▶ A perturbação se propaga pelo meio, mas **o meio, como um todo, não se move!** As ondulações em um lago (a perturbação) se movem a partir do ponto de impacto da pedra com a água, mas não existe um fluxo interior de água provocado pelo impacto. Da mesma forma, as partículas de um barbante oscilam para cima e para baixo, mas não se movem no sentido de um pulso que se propaga ao longo do barbante. **Uma onda transfere energia, mas ela não transfere qualquer material ou substância do meio externo à fonte.** ◀

Como ilustração, na Seção 20.3 provaremos que a velocidade de onda em uma corda esticada com tensão T_c é dada por

$$v_{\text{corda}} = \sqrt{\frac{T_c}{\mu}} \quad (\text{velocidade de onda em uma corda esticada}) \quad (20.1)$$

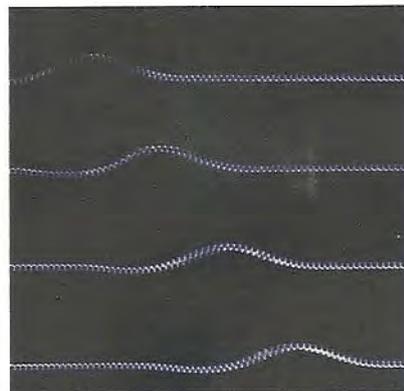
onde μ é a razão entre a massa e o comprimento da corda:

$$\mu = \frac{m}{L} \quad (20.2)$$

também chamada de **densidade linear**. A unidade do SI para a densidade linear é o kg/m. Uma corda grossa tem um valor de μ maior do que o de uma corda fina feita do mesmo material. Da mesma forma, um cabo de aço tem um valor de μ maior do que o de uma corda de plástico de mesmo diâmetro. Consideraremos que o cabo e a corda sejam *uniformes*, o que significa que sua densidade linear é a mesma em todos os pontos ao longo do comprimento do mesmo.

NOTA ▶ O subscrito c no símbolo T_c para a tensão da corda serve para distingui-lo do símbolo T usado também para o *período* de oscilação. ◀

A Equação 20.1 fornece o *módulo* da velocidade de propagação de uma onda, e não, sua velocidade de propagação, portanto v_{corda} tem sempre um valor positivo. Todos os pontos de uma onda se propagam com esta velocidade. Pode-se aumentar a velocidade de onda *aumentando-se* a tensão da corda (tornando-a mais apertada) ou *diminuindo* a densidade linear da corda (tornando-a mais fina). Examinaremos as implicações disso para os instrumentos musicais com corda no Capítulo 21.



Esta seqüência de fotografias mostra um pulso de onda que se propaga em uma mola.

EXEMPLO 20.1 A velocidade de um pulso de onda

Um barbante de 1,0 m de comprimento e massa de 4,0 g é amarrado a uma parede por uma das extremidades, esticado horizontalmente através de uma polia a 1,5 m de distância e, então, é amarrado a um livro de física de massa M , que fica pendurado pelo barbante. Experimentos revelam que um pulso de onda se propaga ao longo do barbante a 40 m/s. Qual é a massa do livro?

MODELO O pulso de onda é uma onda progressiva em um barbante esticado. O livro pendurado está em equilíbrio estático.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 20.2** é a representação pictórica da situação.

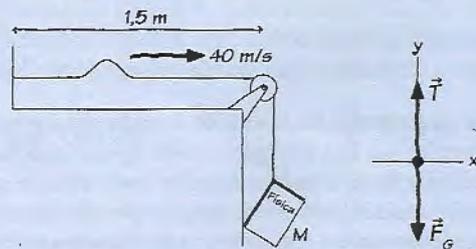


FIGURA 20.2 Um pulso de onda se propaga em um barbante.

RESOLUÇÃO O bloco encontra-se em equilíbrio estático; logo,

$$(F_{\text{res}})_y = T_b - Mg = 0$$

Portanto, a tensão no barbante é $T_b = Mg$. A densidade linear do barbante é $\mu = 0,0040 \text{ kg}/2,0 \text{ m} = 0,0020 \text{ kg}/\text{m}$. O comprimento do barbante entre a parede e a polia não é relevante neste caso. Elevando os dois lados da Equação 20.1 ao quadrado, obtemos

$$v^2 = \frac{T_b}{\mu} = \frac{Mg}{\mu}$$

de onde obtemos

$$M = \frac{\mu v^2}{g} = \frac{(0,0020 \text{ kg}/\text{m})(40 \text{ m}/\text{s})^2}{9,8 \text{ m}/\text{s}^2} = 0,33 \text{ kg} = 330 \text{ g}$$

AVALIAÇÃO Para ser preciso, 330 g é a massa conjunta do livro e do curto comprimento de barbante pendurado pela polia. Observe que a massa do barbante foi dada em gramas – o que é típico em problemas com barbantes –, mas convertimos μ para kg/m.

A velocidade de onda em uma corda é uma propriedade da corda – sua tensão e sua densidade linear. Em geral, **a velocidade de onda é uma propriedade do meio**. A velocidade de onda depende das forças restauradoras existentes no meio e, nunca, da forma ou do tamanho do pulso, de como ele foi gerado ou da distância que ele percorreu.



PARE E PENSE 20.1 Quais das seguintes ações fariam um pulso se propagar mais rapidamente em uma corda esticada? Mais de uma resposta podem estar corretas; neste caso, indique todas as corretas.

- Mover sua mão para cima e para baixo com maior frequência enquanto você gera o pulso.
- Mover sua mão para cima e para baixo através de uma distância maior enquanto você gera o pulso.
- Usar uma corda mais pesada, de mesmo comprimento, sob a mesma tensão.
- Usar uma corda mais leve, de mesmo comprimento, sob a mesma tensão.
- Esticar mais a corda a fim de aumentar a tensão.
- Afrouxar a corda a fim de diminuir a tensão.
- Exercer mais força para produzir a onda.

20.2 Ondas unidimensionais

Para compreender as ondas matematicamente, precisamos usar funções de *duas* variáveis. Até agora, estivemos envolvidos com grandezas que dependem apenas do tempo, como $x(t)$ ou $v(t)$. Funções da variável t são adequadas para descrever uma partícula, pois ela encontra-se em somente um lugar de cada vez, todavia uma onda não é localizada. Em cada instante de tempo, ela está espalhada pelo espaço. Descrever uma onda matematicamente exige o uso de uma função que especifique não apenas um instante de tempo (quando), mas também um ponto no espaço (onde).

Em vez de usar imediatamente a matemática, começaremos com um raciocínio gráfico sobre as ondas. Considere o pulso de onda em movimento, ao longo de uma corda esticada, mostrado na FIGURA 20.3. (Nesta seção, consideraremos pulsos um tanto artificiais, de formas triangulares e quadradas, para que fique claro onde se encontram as suas bordas.) O gráfico mostra o deslocamento da corda Δy em um instante determinado de tempo t_1 em função da posição x ao longo da corda. Trata-se de um “instantâneo” da onda, muito semelhante ao que se poderia obter com uma câmera fotográfica cujo obturador estivesse aberto brevemente em t_1 . Um gráfico que represente o deslocamento da onda como uma função da posição em um único instante de tempo será chamado de **gráfico-instantâneo**. Para uma onda em uma corda, o gráfico-instantâneo é, literalmente, uma figura da onda neste instante.

A FIGURA 20.4 mostra uma seqüência de gráficos-instantâneos quando a onda da Figura 20.3 continua a se mover. São como quadros sucessivos de um filme. Observe que o pulso de onda se move para a frente uma distância $\Delta x = v \Delta t$ durante o intervalo de tempo Δt , ou seja, a onda se propaga com uma velocidade constante.

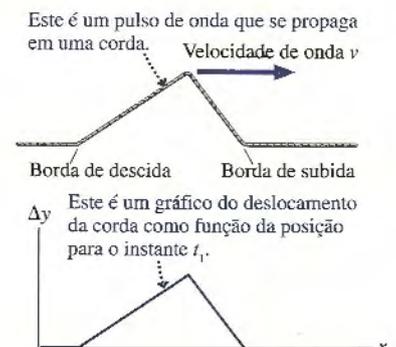


FIGURA 20.3 O gráfico-instantâneo de um pulso de onda em uma corda.

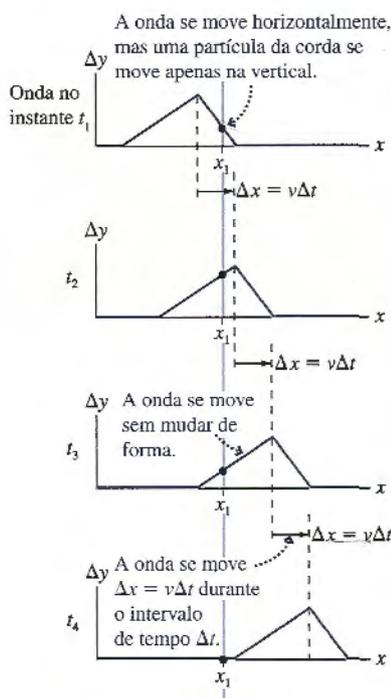


FIGURA 20.4 Uma seqüência de gráficos-instantâneos mostra a onda em movimento.

Um gráfico-instantâneo conta apenas metade da história. Ele nos diz *onde* a onda está e como ela varia com a posição, mas somente em um instante de tempo. Ele não nos dá informações sobre como a onda *se altera* com o transcorrer do tempo. Como uma maneira diferente de retratar a onda, suponhamos que acompanhamos o ponto marcado na corda da Figura 20.4 e que tracemos um gráfico que mostra como o deslocamento deste ponto se altera com o tempo. O resultado, mostrado na FIGURA 20.5, é um gráfico da velocidade versus tempo em uma única posição do espaço. Um gráfico que represente o deslocamento produzido pela onda como uma função do tempo em uma única posição do espaço será chamado de **gráfico-história**. Ele conta a história daquele determinado ponto do meio.

Talvez você pense que cometemos um erro aqui; o gráfico da Figura 20.5 é o contrário daquele da Figura 20.4. Não se trata de um erro, mas requer uma análise cuidadosa descobrir por quê. Conforme a onda passa pelo ponto, a *borda de subida* faz com que o mesmo suba rapidamente. No gráfico do deslocamento versus tempo, os instantes *anteriores* (valores menores de t) estão à *esquerda*, e os posteriores (t maiores), à direita. Assim, a borda frontal da onda encontra-se do lado esquerdo do gráfico-história da Figura 20.5. Conforme você se move para a direita na Figura 20.5, pode ver a *borda de descida* da onda cair lentamente, à medida que passa pelo ponto em tempos posteriores.

O gráfico-instantâneo da Figura 20.3 e o gráfico-história da Figura 20.5 representam informações complementares. O gráfico-instantâneo nos diz como as coisas se parecem através do espaço inteiro, mas somente em um instante de tempo. O gráfico-história nos diz como as coisas ocorrem em todos os instantes, mas somente em uma posição do espaço. Precisamos dos dois para conhecer a história completa da onda. Uma representação alternativa de uma onda é a série de gráficos da FIGURA 20.6, onde podemos ter uma idéia mais clara da onda em movimento. No entanto é praticamente impossível desenhar gráficos como esses a mão, de modo que é necessário alternar constantemente entre o gráfico-instantâneo e o gráfico-história da situação.

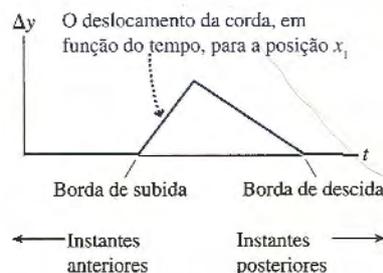


FIGURA 20.5 Um gráfico-história para o ponto da corda da Figura 20.4.

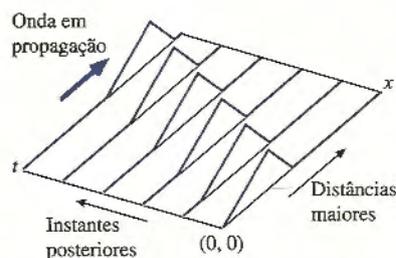


FIGURA 20.6 Um olhar alternativo sobre uma onda progressiva.

EXEMPLO 20.2 Obtendo o gráfico-história a partir do gráfico-instantâneo

A FIGURA 20.7 é o gráfico-instantâneo, para $t = 0$, de uma onda que se propaga para a direita com velocidade de 2,0 m/s. Desenhe um gráfico-história correspondente à posição $x = 8,0$ m.

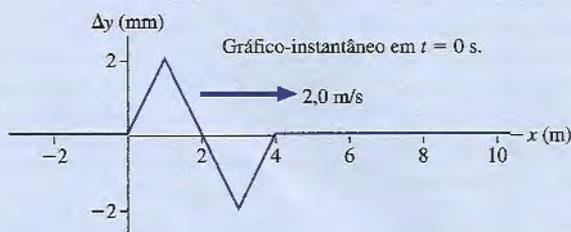


FIGURA 20.7 Um gráfico-instantâneo em $t = 0$ s.

MODELO Esta é uma onda que se propaga com velocidade constante. O pulso se desloca 2,0 m para a direita a cada segundo.

VISUALIZAÇÃO O gráfico-instantâneo da Figura 20.7 mostra a onda em todos os pontos do eixo x para $t = 0$ s. Pode-se verificar que nada ocorre em $x = 8,0$ m neste instante de tempo, pois a onda ainda não atingiu a posição $x = 8,0$ m. Na verdade, em $t = 0$ s a borda de subida da onda ainda está a 4,0 m de distância de $x = 8,0$ m. Como a onda se propaga a 2,0 m/s, levará 2 s para que a borda de subida atinja $x = 8,0$ m. Logo, o gráfico-história para $x = 8,0$ m será zero até $t = 2,0$ s. A primeira parte da onda desloca o meio *para baixo*; logo, imediatamente após $t = 2,0$ s, o deslocamento em $x = 8,0$ m será negativo. A porção negativa do pulso de onda tem 2,0 m de largura e leva 1,0 s para passar por $x = 8,0$ m, de modo que o ponto médio do pulso atingirá $x = 8,0$ m em $t = 3,0$ s.

A porção positiva leva mais de 1,0 s para passar pelo ponto, portanto a borda de descida do pulso chegará lá em $t = 4,0$ s. Você também pode observar que a borda de descida estava inicialmente a 8,0 m de distância de $x = 8,0$ m e devia percorrer tal distância a 2,0 m/s. Em $x = 8,0$ m, o deslocamento retorna a zero em $t = 4,0$ s e permanece nulo para todos os instantes posteriores. Essa informação está representada no gráfico-história da FIGURA 20.8.

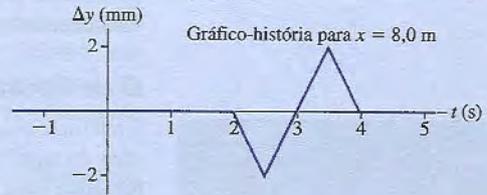
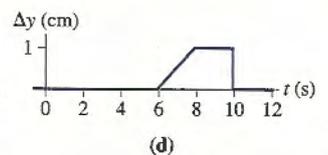
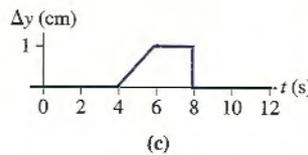
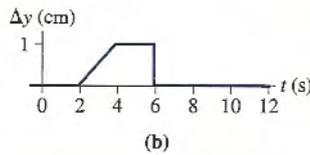
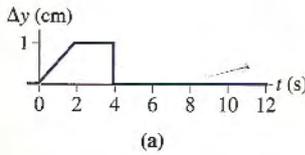
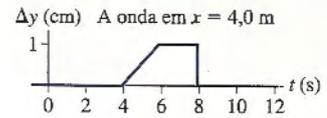


FIGURA 20.8 O gráfico-história correspondente a $x = 8,0$ m.

PAUSE E PENSE 7.2

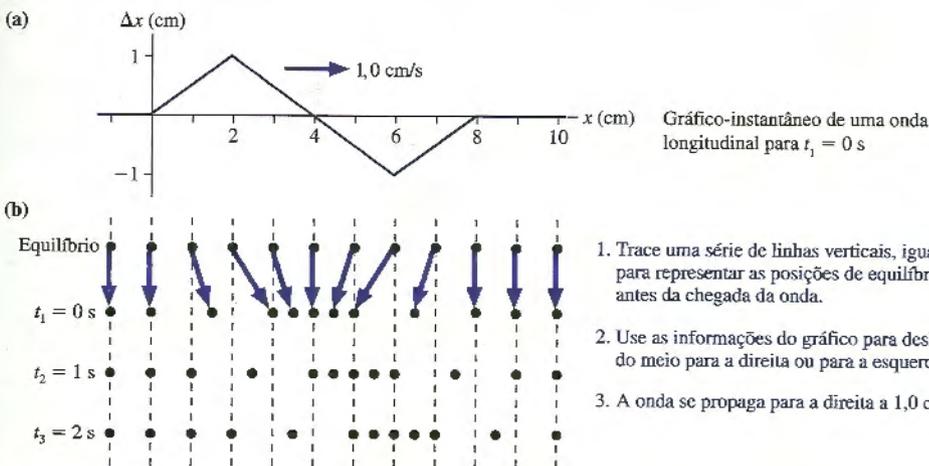
O gráfico à direita é o gráfico-história, para $x = 4,0$ m, de uma onda viajando para a direita com velocidade de 2,0 m/s. Qual é o gráfico-história desta onda para $x = 0$ m?



Ondas longitudinais

Para uma onda em uma corda, que é uma onda transversal, o gráfico-instantâneo é, literalmente, uma figura da onda. Não é assim para uma onda longitudinal, em que as partículas do meio são deslocadas paralelamente à direção de propagação da onda. Dessa forma, o deslocamento é Δx , em vez de Δy , e o gráfico-instantâneo correspondente é o gráfico de Δx versus x .

A FIGURA 20.9a é o gráfico-instantâneo de uma onda longitudinal, como uma onda sonora. Ele foi traçado propositalmente de maneira a ter a mesma forma da onda na corda do Exemplo 20.2. Sem a prática, não fica claro o que este gráfico nos diz sobre as partículas no meio.



1. Trace uma série de linhas verticais, igualmente espaçadas, para representar as posições de equilíbrio das partículas antes da chegada da onda.
2. Use as informações do gráfico para deslocar as partículas do meio para a direita ou para a esquerda.
3. A onda se propaga para a direita a 1,0 cm/s.

FIGURA 20.9 Visualização de uma onda longitudinal.

Para ajudá-lo a descobrir o que ele nos diz, a FIGURA 20.9b fornece uma ferramenta para a visualização de ondas longitudinais. Na segunda linha, usamos as informações do gráfico para deslocar as partículas do meio para a direita ou para a esquerda de suas posições de equilíbrio. Por exemplo, a partícula em $x = 1,0$ cm foi deslocada 0,5 cm para a direita porque o gráfico-instantâneo revela que $\Delta x = 0,5$ cm em $x = 1,0$ cm. Agora dispomos de uma figura do pulso de onda longitudinal para o instante $t_1 = 0$ s. Pode-se ver que, no centro do pulso, o meio é comprimido até uma densidade mais alta e, em compensação, é expandido até uma densidade mais baixa nas bordas de subida e



Provavelmente você já viu ou participou de uma "hola" durante um evento esportivo. A *hola* (onda, em espanhol) é uma onda que se propaga através da arquibancada do estádio, mas as pessoas (o meio) sofrem apenas pequenos deslocamentos em relação às suas posições de equilíbrio.

de descida. Outras duas linhas mostram o meio em $t_2 = 1$ s e $t_3 = 2$ s para que você possa visualizar a onda se propagando pelo meio a 1,0 cm/s.

O deslocamento

Uma onda progressiva faz com que as partículas do meio sejam deslocadas de suas posições de equilíbrio. Como um de nossos objetivos é desenvolver uma representação matemática para descrever todos os tipos de ondas, usaremos o símbolo genérico D para indicar o *deslocamento* produzido por uma onda de qualquer tipo. Mas o que queremos dizer por "partículas" do meio? O que acontece no caso das ondas eletromagnéticas, para as quais não há um meio de propagação?

No caso de uma corda, onde os átomos permanecem fixos uns em relação aos outros, pode-se pensar nos próprios átomos, ou em segmentos muito pequenos da corda, como sendo as partículas do meio. Desta forma, D é o deslocamento perpendicular Δy de um ponto na corda. Para uma onda sonora, D será o deslocamento longitudinal Δx de um pequeno volume do meio fluido. Para qualquer outra onda mecânica, D será algum tipo de deslocamento apropriado. Mesmo as ondas eletromagnéticas podem ser descritas com a mesma representação matemática desde que D seja interpretado como uma *intensidade de campo eletromagnético* ainda não-definida, ou seja, um "deslocamento" em um sentido mais abstrato, devido a uma onda eletromagnética que passa por uma região do espaço.

Como o deslocamento de uma partícula do meio depende de *onde* ela está (sua posição x) e de *quando* você a observa (o instante t), D deve ser uma função das duas variáveis x e t , ou seja,

$$D(x, t) = \text{o deslocamento de uma partícula na posição } x \text{ e no instante } t.$$

Os valores das *duas* variáveis – onde e quando – devem ser especificados para que você possa determinar o deslocamento D .

20.3 Ondas senoidais



Uma fonte de onda que oscila em movimento harmônico simples (MHS) gera uma **onda senoidal**. Por exemplo, o cone de um alto-falante que oscila em MHS emite uma onda sonora senoidal. As ondas eletromagnéticas senoidais transmitidas pelas estações de rádio FM e de televisão são geradas por elétrons que oscilam, em MHS, de um lado para o outro frente à haste de uma antena. **A frequência f da onda produzida é igual à frequência da fonte de oscilação.**

A **FIGURA 20.10** mostra uma onda senoidal se movendo por um meio. A fonte da onda, que descreve nm MHS, está localizada em $x = 0$. Note como as cristas da onda se movem com velocidade constante em direção a valores progressivamente maiores de x em instantes posteriores t .

A **FIGURA 20.11a** é o gráfico-história de uma onda senoidal que mostra o deslocamento do meio em um determinado ponto do espaço. Cada partícula do meio descreve um movimento harmônico simples com frequência f , de modo que este gráfico de MHS é idêntico aos gráficos com os quais você aprendeu a trabalhar no Capítulo 14. O *período* da onda, indicado no gráfico, é o intervalo de tempo necessário para completar um ciclo do movimento. O período está relacionado à frequência da onda f por

$$T = \frac{1}{f} \tag{20.3}$$

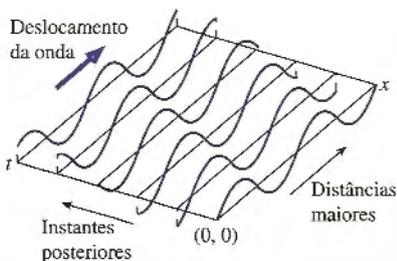
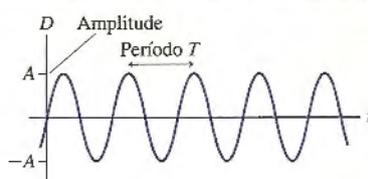


FIGURA 20.10 Uma onda senoidal que se propaga ao longo do eixo x .

exatamente da mesma maneira como no movimento harmônico simples.

(a) O gráfico-história para um ponto do espaço



(b) O gráfico-instantâneo para um instante do tempo

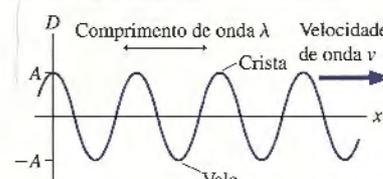


FIGURA 20.11 Gráfico-história e gráfico-instantâneo de uma onda senoidal.

O gráfico do deslocamento versus tempo corresponde apenas à metade da história. A FIGURA 20.11b mostra o gráfico-instantâneo para a mesma onda em um dado instante de tempo. Aqui, vemos a onda espalhada pelo espaço, movendo-se para a direita com velocidade v . A **amplitude** A da onda é o valor máximo atingido pelo deslocamento. As cristas da onda correspondem ao deslocamento $D_{\text{crista}} = A$, e os vales, ao deslocamento $D_{\text{vale}} = -A$.

Uma característica importante de toda onda senoidal é que ela é periódica tanto no espaço como no tempo. Conforme nos movemos da esquerda para a direita ao longo da onda “congelada” no gráfico-instantâneo da Figura 20.11b, a perturbação “congelada” se repete indefinidamente. A distância correspondente a um ciclo da onda é chamada de **comprimento de onda**. Ele é simbolizado por λ (a letra grega lambda minúsculo) e, como nm comprimento, é expresso em unidades de metros. O comprimento de onda é mostrado na Figura 20.11b como a distância entre duas cristas vizinhas, mas ele poderia igualmente ser a distância entre dois vales vizinhos.

NOTA ► O comprimento de onda é o análogo espacial do período. O período T é o tempo durante o qual a perturbação se repete em cada ponto do espaço. O comprimento de onda é a distância na qual a perturbação se repete para cada instante de tempo. ◀

A relação fundamental para as ondas senoidais

Há uma relação importante entre o comprimento de onda e o período de uma onda. A FIGURA 20.12 mostra esta relação por meio de cinco gráficos-instantâneos de uma onda senoidal, correspondendo cada um a um incremento de tempo de um quarto do período T . Um período completo decorre entre o primeiro e o último gráfico, o que você pode verificar observando o movimento em um ponto fixo qualquer do eixo x . O ponto central de cada gráfico descreve exatamente uma oscilação completa ao longo dos cinco gráficos.

A observação crucial é que a crista da onda marcada por uma seta se move um comprimento de onda completo entre o primeiro e o último gráfico, ou seja, **durante um intervalo de tempo correspondente exatamente a um período T , cada crista de uma onda senoidal propaga-se por uma distância exatamente igual a n comprimentos de onda λ** . Como a velocidade é a distância dividida pelo tempo, a velocidade da onda deve ser

$$v = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \frac{\lambda}{T} \quad (20.4)$$

Uma vez que $f = 1/T$, costuma-se escrever a Equação 20.4 na forma

$$v = \lambda f \quad (20.5)$$

Embora a Equação 20.5 não tenha um nome especial, ela é a relação fundamental para ondas periódicas. Ao usá-la, tenha em mente o significado físico de que **uma onda se propaga pela distância de um comprimento de onda durante um intervalo de tempo de um período**.

NOTA ► O comprimento de onda e o período foram definidos somente para ondas periódicas, portanto as Equações 20.4 e 20.5 se aplicam somente a este tipo de onda. Um pulso de onda tem sua velocidade de onda, mas não possui comprimento de onda nem período. Logo, as Equações 20.4 e 20.5 não podem ser usadas para pulsos de onda. ◀

Como a velocidade de onda é uma propriedade do meio, ao passo que a frequência de onda é uma propriedade da fonte, às vezes é útil escrever a Equação 20.5 na forma

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{\text{propriedade do meio}}{\text{propriedade da fonte}} \quad (20.6)$$

O comprimento de onda é uma consequência de uma onda de frequência f que se propaga em um meio com a velocidade de onda v .

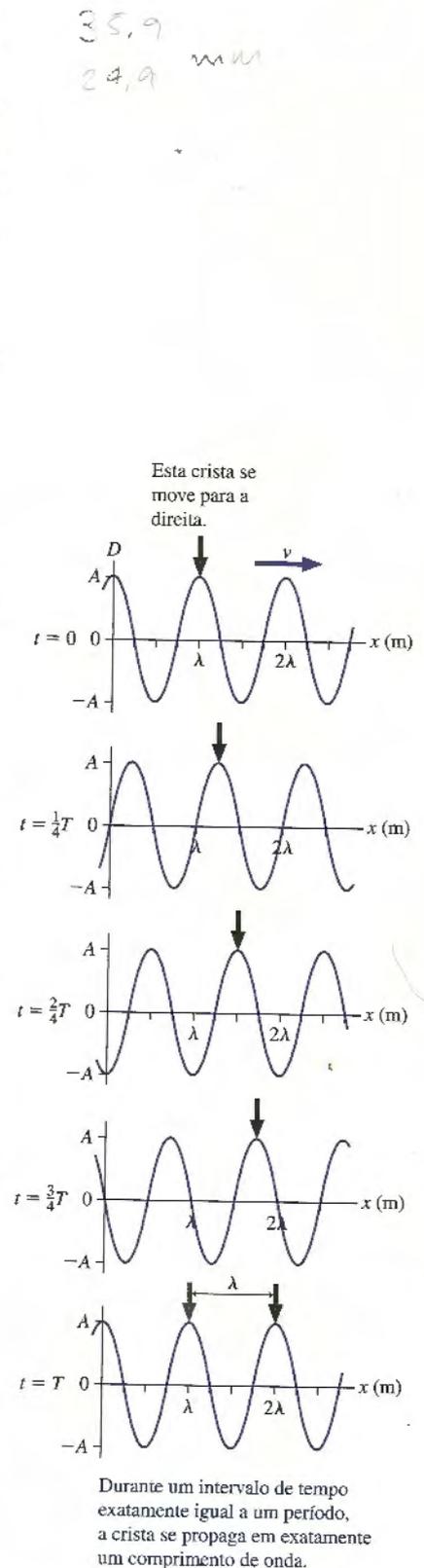
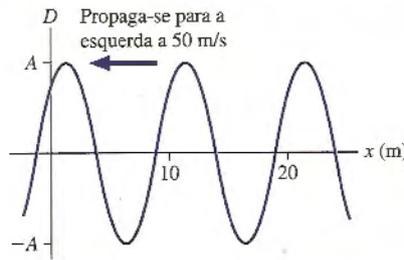


FIGURA 20.12 Uma série de gráficos-instantâneos para incrementos de tempo sucessivos de um quarto do período T .

PROBLEMA 20.7

Qual é a frequência desta onda progressiva?



- a. 0,1 Hz
- b. 0,2 Hz
- c. 2 Hz
- d. 5 Hz
- e. 10 Hz
- f. 500 Hz

A matemática das ondas senoidais

Na Seção 20.2, introduzimos a idéia de uma função $D(x, t)$ que fornece o deslocamento de uma partícula do meio em função da posição x e do tempo t . É relativamente fácil deduzir a função de deslocamento para o caso de uma onda senoidal.

A FIGURA 20.13 mostra um gráfico-instantâneo, para $t = 0$, de uma onda senoidal. A função senoidal que descreve o deslocamento da onda é

$$D(x, t = 0) = A \text{sen} \left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0 \right) \quad (20.7)$$

onde a notação $D(x, t = 0)$ significa que “congelamos” o tempo em $t = 0$ a fim de tornar o deslocamento uma função apenas de x . O termo ϕ_0 representa a *constante de fase* que caracteriza as condições iniciais. (Retornaremos ao tema da constante de fase mais adiante.)

A função da Equação 20.7 é periódica de período λ . Podemos verificar isso escrevendo

$$\begin{aligned} D(x + \lambda) &= A \text{sen} \left(2\pi \frac{(x + \lambda)}{\lambda} + \phi_0 \right) = A \text{sen} \left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0 + 2\pi \text{ rad} \right) \\ &= A \text{sen} \left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0 \right) = D(x) \end{aligned}$$

onde usamos o fato de que $\text{sen}(a + 2\pi \text{ rad}) = \text{sen} a$. Em outras palavras, a perturbação criada pela onda na posição $x + \lambda$ é exatamente a mesma perturbação da posição x .

Agora podemos pôr a onda em movimento, substituindo x na Equação 20.7 por $x - vt$. Para ver como isso funciona, lembre-se de que a onda percorre uma distância vt durante um tempo t . Em outras palavras, qualquer que seja o deslocamento do meio que a onda produza na posição x e no instante t , ela deve ter produzido um deslocamento igual do meio na posição $x - vt$ no instante anterior $t = 0$. Matematicamente, esta idéia pode ser incorporada em

$$D(x, t) = D(x - vt, t = 0) \quad (20.8)$$

Esteja certo de ter entendido de que maneira este enunciado descreve uma onda que se move no sentido positivo do eixo x com velocidade v .

Era isso o que estávamos procurando. A função $D(x, t)$ descreve a onda progressiva de maneira geral. Ela é obtida tomando-se a função que descreve a onda em $t = 0$ – ou seja, a função da Equação 20.7 – e substituindo, nela, x por $x - vt$. Dessa maneira, a equação do deslocamento do meio produzido por uma onda senoidal que se propaga no sentido positivo do eixo x com velocidade v é representado por

$$D(x, t) = A \text{sen} \left(2\pi \frac{x - vt}{\lambda} + \phi_0 \right) = A \text{sen} \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \phi_0 \right) \quad (20.9)$$

No último passo, usamos $v = \lambda f = \lambda/T$ para escrever $v/\lambda = 1/T$. A função da Equação 20.9 não é apenas periódica no espaço, com período espacial λ ; ela é periódica também no tempo, com período temporal T , ou seja, $D(x, t + T) = D(x, t)$.

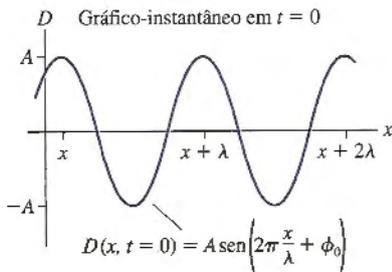


FIGURA 20.13 Uma onda senoidal “congelada” em $t = 0$.

Será útil introduzir duas novas grandezas. Primeiro, lembre-se da *freqüência angular* do movimento harmônico simples,

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (20.10)$$

A unidade de ω é o rad/s, embora muitos livros usem, simplesmente, o símbolo s^{-1} .

Pode-se ver que ω é igual a 2π vezes o inverso do período temporal. Isso sugere que definamos uma grandeza análoga, denominada **número de onda** k , que seja igual a 2π vezes o inverso do período no espaço:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (20.11)$$

A unidade de k é rad/m, embora muitos livros usem, simplesmente, o símbolo m^{-1} .

NOTA ► O número de onda k não é uma constante elástica, mesmo que usemos o mesmo símbolo para denotar essas duas grandezas. Trata-se de um uso muito infeliz dos símbolos, mas todos os principais livros e a tradição profissional, usam o mesmo símbolo k com esses dois significados bem-diferentes, de modo que não temos muita escolha a não ser seguir o padrão. ◀

Podemos usar a relação fundamental $v = \lambda f$ para obter uma relação análoga entre ω e k :

$$v = \lambda f = \frac{2\pi}{k} \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} \quad (20.12)$$

que é geralmente expressa como

$$\omega = vk \quad (20.13)$$

A Equação 20.13 não traz nenhuma informação nova. Ela é apenas uma variante da Equação 20.5, todavia trata-se de uma versão muito conveniente ao se trabalhar com k e ω .

Se usarmos as definições das Equações 20.10 e 20.11, a Equação 20.9 para o deslocamento do meio pode ser escrita como

$$D(x, t) = A \text{ sen}(kx - \omega t + \phi_0) \quad (20.14)$$

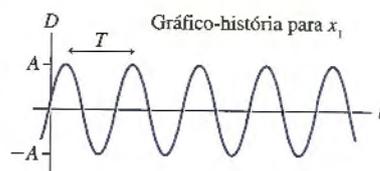
(onda senoidal propagando-se no sentido positivo do eixo x)

Uma onda senoidal que se propaga no sentido negativo do eixo x é representada por $A \text{ sen}(kx + \omega t + \phi_0)$. A Equação 20.14 é representada como um gráfico *versus* x e t na FIGURA 20.14.

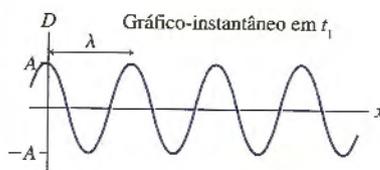
Assim como no caso do movimento harmônico simples, a constante de fase ϕ_0 caracteriza as condições iniciais. Em $(x, t) = (0 \text{ m}, 0 \text{ s})$, a Equação 20.14 se torna igual a

$$D(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = A \text{ sen } \phi_0 \quad \text{ou} \quad \phi_0 = \text{sen}^{-1} \left[\frac{D(0 \text{ m}, 0 \text{ s})}{A} \right] \quad (20.15)$$

Valores diferentes de ϕ_0 descrevem condições iniciais diferentes para a onda.



Se x for fixado, $D(x_1, t) = A \text{ sen}(kx_1 - \omega t + \phi_0)$ resulta num gráfico-história em um ponto do espaço, x_1 . Ele se repete a cada T s.



Se t for fixado, $D(x, t_1) = A \text{ sen}(kx - \omega t_1 + \phi_0)$ resulta num gráfico-instantâneo senoidal em um instante do tempo, t_1 . Ele se repete a cada λ m.

FIGURA 20.14 Interpretando a equação de uma onda progressiva senoidal.

EXEMPLO 20.3 Análise de uma onda senoidal

Uma onda senoidal com amplitude de 1,00 cm e freqüência de 100 Hz propaga-se a 200 m/s no sentido positivo do eixo x . Em $t = 0$ s, o ponto $x = 1,00$ m corresponde a uma crista da onda.

- Determine os valores de A , v , λ , k , f , ω , T e ϕ_0 da onda.
- Escreva a equação para o deslocamento do meio produzido pela onda durante sua propagação.
- Desenhe um gráfico-instantâneo da onda em $t = 0$ s.

VISUALIZAÇÃO O gráfico-instantâneo terá forma senoidal, mas devemos realizar uma análise numérica antes de saber como desenhá-lo.

RESOLUÇÃO a. Há diversos valores numéricos associados a uma onda progressiva senoidal, mas nem todos são independentes entre si. A partir do enunciado do problema, sabemos que

$$A = 1,00 \text{ cm} \quad v = 200 \text{ m/s} \quad f = 100 \text{ Hz}$$

Podemos então obter:

$$\lambda = v/f = 2,00 \text{ m}$$

$$k = 2\pi/\lambda = \pi \text{ rad/m ou } 3,14 \text{ rad/m}$$

Continua

$$\omega = 2\pi f = 628 \text{ rad/s}$$

$$T = 1/f = 0,0100 \text{ s} = 10,0 \text{ ms}$$

A constante de fase ϕ_0 é determinada pelas condições iniciais. Sabemos que uma crista de onda, correspondente ao deslocamento $D = A$, passa por $x_0 = 1,00 \text{ m}$ no instante $t_0 = 0 \text{ s}$. A Equação 20.14 em x_0 e t_0 é

$$D(x_0, t_0) = A = A \text{sen}(k(1,00 \text{ m}) + \phi_0)$$

Esta equação é verdadeira apenas se $\text{sen}(k(1,00 \text{ m}) + \phi_0) = 1$, o que requer que

$$k(1,00 \text{ m}) + \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Isolando a constante de fase, obtemos

$$\phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad} - (\pi \text{ rad/m})(1,00 \text{ m}) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

b. Com as informações obtidas no item a, o deslocamento produzido pela onda é

$$D(x, t) = 1,00 \text{ cm} \times \text{sen}[(3,14 \text{ rad/m})x - (628 \text{ rad/s})t - \pi/2 \text{ rad}]$$

Observe que incluímos unidades em A , k , ω e ϕ_0 .
 c. Sabemos que $x = 1,00 \text{ m}$ corresponde a uma crista de onda em $t = 0 \text{ s}$ e que o comprimento de onda é $\lambda = 2,00 \text{ m}$. Como a origem está a $\lambda/2$ de distância da crista localizada em $x = 1,00 \text{ m}$, esperamos encontrar um vale de onda em $x = 0$. Isso pode ser confirmado calculando-se $D(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = (1,00 \text{ cm}) \text{sen}(-\pi/2 \text{ rad}) = -1,00 \text{ cm}$. A FIGURA 20.15 é o gráfico-instantâneo que representa tal informação.

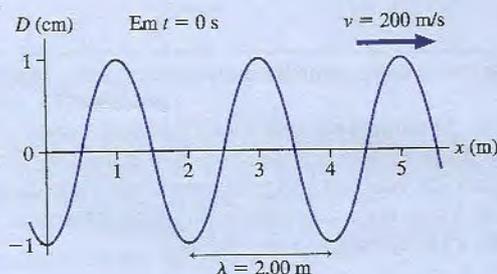


FIGURA 20.15 Um gráfico-instantâneo em $t = 0 \text{ s}$ para a onda senoidal do Exemplo 20.3.

Propagação ondulatória em uma corda

A equação para o deslocamento, Equação 20.14, permite-nos aprender mais sobre o movimento da onda em uma corda. À medida que a onda se propaga ao longo do eixo x , os pontos da corda oscilam para cima e para baixo na direção do eixo y . O deslocamento D de um ponto da corda é, simplesmente, a coordenada y desse ponto, portanto a Equação 20.14 para uma onda numa corda é escrita como

$$y(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t + \phi_0) \tag{20.16}$$

A velocidade de uma partícula da corda – que não é igual à velocidade da onda ao longo da corda – é a derivada do tempo da Equação 20.16:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -\omega A \cos(kx - \omega t + \phi_0) \tag{20.17}$$

A velocidade máxima de um pequeno segmento da corda é $v_{\text{max}} = \omega A$. É o mesmo resultado que encontramos para o movimento harmônico simples, pois as partículas da corda descrevem, todas, movimentos harmônicos simples. A FIGURA 20.16 representa os vetores velocidade das partículas em pontos diferentes de uma onda senoidal.

NOTA ► Criar uma onda de amplitude maior aumenta a velocidade das partículas do meio, mas não altera a velocidade da onda através do meio. ◀

Seguindo esta linha de raciocínio, podemos derivar uma expressão para a velocidade da onda em uma corda. A FIGURA 20.17 mostra um pequeno segmento da corda de comprimento $\Delta x \ll \lambda$ localizado exatamente em uma crista da onda. Pode-se ver que a tensão da corda exerce uma força orientada sobre este pedaço da corda, puxando-o de volta para a posição de equilíbrio. A segunda lei de Newton para este pequeno segmento da corda é

$$(F_{\text{res}})_y = ma_y = (\mu \Delta x)a_y \tag{20.18}$$

onde usamos a densidade linear da corda μ para representar a massa como $m = \mu \Delta x$.

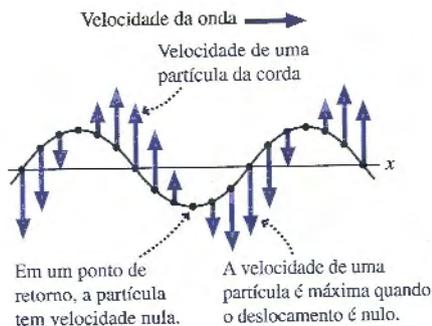


FIGURA 20.16 O gráfico-instantâneo para uma onda em uma corda, com vetores representando a velocidade da corda em vários pontos.

A partir do movimento harmônico simples, sabemos que o ponto de deslocamento máximo é também o ponto de aceleração máxima. A aceleração de um ponto da corda é a derivada do tempo da Equação 20.17:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t + \phi_0) \quad (20.19)$$

Dessa maneira, a aceleração na crista da onda é $a_y = -\omega^2 A$. No entanto, a frequência angular ω , com a qual as partículas da corda oscilam, está relacionada à velocidade de onda v na corda pela Equação 20.13, $\omega = vk$. Logo,

$$a_y = -\omega^2 A = -v^2 k^2 A \quad (20.20)$$

Uma grande velocidade de onda faz com que as partículas da corda oscilem mais rapidamente e, portanto, tenham uma aceleração maior.

Pode-se verificar na Figura 20.17 que o componente do eixo y da tensão é $T_c \sin \theta$, onde θ é o ângulo da corda em $x = \frac{1}{2}\Delta x$. O ângulo θ é *negativo* porque se encontra abaixo do eixo x . Este segmento da corda é puxado pelas duas extremidades, logo

$$(F_{\text{res}})_y = 2T_c \sin \theta \quad (20.21)$$

O ângulo θ é muito pequeno, pois $\Delta x \ll \lambda$, de modo que podemos usar a aproximação de ângulos pequenos ($\sin u \approx \text{tg } u$ se $u \ll 1$) para escrever

$$(F_{\text{res}})_y \approx 2T_c \text{tg } \theta \quad (20.22)$$

onde $\text{tg } \theta$ é a declividade da corda em $x = \frac{1}{2}\Delta x$.

Neste instante específico, com a crista da onda em $x = 0$, a equação de onda para a corda é

$$y = A \cos(kx)$$

A declividade da corda em $x = \frac{1}{2}\Delta x$ é a derivada calculada nesse ponto:

$$\text{tg } \theta = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\text{em } \Delta x/2} = -kA \sin(kx) \Big|_{\text{em } \Delta x/2} = -kA \sin\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)$$

Porém $\Delta x \ll \lambda$, de modo que $k\Delta x/2 = \pi\Delta x/\lambda \ll 1$. Assim, a aproximação de ângulos pequenos ($\sin u \approx u$ se $u \ll 1$) para a declividade resulta em

$$\text{tg } \theta \approx -kA \left(\frac{k\Delta x}{2}\right) = -\frac{k^2 A \Delta x}{2} \quad (20.23)$$

Substituindo essa expressão para $\text{tg } \theta$ na Equação 20.22, obtemos que a força resultante neste pequeno pedaço da corda é

$$(F_{\text{res}})_y = -k^2 A T_c \Delta x \quad (20.24)$$

Agora podemos usar a Equação 20.20 para a_y e a Equação 20.24 para $(F_{\text{res}})_y$ na segunda lei de Newton. Com as substituições, a Equação 20.18 assume a forma

$$(F_{\text{res}})_y = -k^2 A T_c \Delta x = (\mu \Delta x) a_y = -v^2 k^2 A \mu \Delta x \quad (20.25)$$

O termo $-k^2 A \Delta x$ se cancela, e ficamos com

$$v = \sqrt{\frac{T_c}{\mu}} \quad (20.26)$$

Este foi o resultado que enunciamos, sem prova, com a Equação 20.1. Embora tenhamos derivado a Equação 20.26 pressupondo que se trate de uma onda senoidal, a velocidade de onda não depende da forma da onda. Portanto, qualquer onda que se propague em uma corda esticada terá esta velocidade.

Um pequeno segmento da corda na crista da onda. Devido à curvatura da corda, as forças de tensão exercem uma força resultante orientada para baixo sobre o segmento.

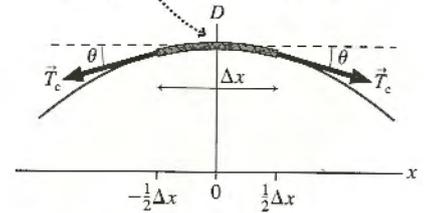


FIGURA 20.17 Um pequeno segmento da corda na crista de uma onda.

EXEMPLO 20.4 Geração de uma onda senoidal

Um barbante bastante comprido, com $\mu = 2,0 \text{ g/m}$, está esticado ao longo do eixo x com uma tensão de $5,0 \text{ N}$. Em $x = 0 \text{ m}$, ele está preso a um oscilador harmônico simples de 100 Hz , que vibra perpendicularmente ao barbante com amplitude de $2,0 \text{ mm}$. O oscilador atinge um máximo deslocamento positivo em $t = 0 \text{ s}$.

a. Escreva a equação do deslocamento produzido por uma onda progressiva no barbante.

b. Para $t = 5,0 \text{ ms}$, qual é o deslocamento do barbante em um ponto situado a $2,7 \text{ m}$ do oscilador?

MODELO O oscilador gera uma onda progressiva senoidal em um barbante. Os deslocamentos produzidos pela onda no barbante devem ser equivalentes aos deslocamentos produzidos pelo oscilador em $x = 0 \text{ m}$.

RESOLUÇÃO a. A equação para os deslocamentos é

$$D(x, t) = A \text{sen}(kx - \omega t + \phi_0)$$

em que A , k , ω e ϕ_0 devem ser determinados. A amplitude de onda é igual à amplitude do oscilador que produz a onda, portanto $A = 2,0 \text{ mm}$. O oscilador atinge um deslocamento máximo $y_{\text{osc}} = A = 2,0 \text{ mm}$ em $t = 0 \text{ s}$; logo,

$$D(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = A \text{sen}(\phi_0) = A$$

Isso exige que a constante de fase seja $\phi_0 = \pi/2 \text{ rad}$. A frequência da onda é $f = 100 \text{ Hz}$, a mesma frequência da fonte; portanto, a

frequência angular é $\omega = 2\pi f = 200 \pi \text{ rad/s}$. Ainda precisamos de $k = 2\pi/\lambda$, mas não conhecemos o comprimento de onda. Entretanto, dispomos de informações suficientes para determinar a velocidade de onda e podemos usar tanto a relação $\lambda = v/f$ quanto $k = \omega/v$. A velocidade é

$$v = \sqrt{\frac{T_c}{\mu}} = \sqrt{\frac{5,0 \text{ N}}{0,0020 \text{ kg/m}}} = 50 \text{ m/s}$$

Usando v , obtemos $\lambda = 0,50 \text{ m}$ e $k = 2\pi/\lambda$. Logo, o deslocamento da onda é:

$$D(x, t) = (2,0 \text{ mm}) \times \text{sen}[2\pi((2,0 \text{ m}^{-1})x - (100 \text{ s}^{-1})t) + \pi/2 \text{ rad}]$$

onde x está em m , e t , em s . Observe que pusemos em evidência 2π . Este passo não é essencial, mas em alguns problemas isso torna os passos subsequentes mais fáceis.

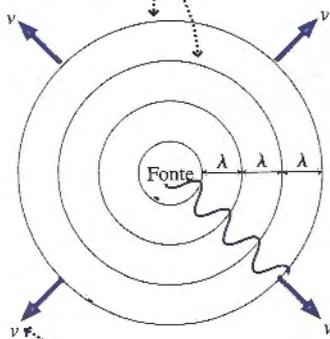
b. O deslocamento produzido pela onda em $t = 5,0 \text{ ms} = 0,0050 \text{ s}$ é

$$\begin{aligned} D(x, t = 5,0 \text{ ms}) &= (2,0 \text{ mm}) \text{sen}(4\pi x - \pi + \pi/2 \text{ rad}) \\ &= (2,0 \text{ mm}) \text{sen}(4\pi x - \pi/2 \text{ rad}) \end{aligned}$$

Em $x = 2,7 \text{ m}$ (calculadora ajustada para radianos!), o deslocamento é

$$D(2,7 \text{ m}, 5,0 \text{ ms}) = 1,6 \text{ mm}$$

(a)
As frentes de onda são as cristas da onda. Elas são separadas por um comprimento de onda.



As frentes de onda circulares se afastam da fonte com uma velocidade v .

(b)
Muito distantes da fonte, pequenas seções das frentes de onda parecem ser retas.

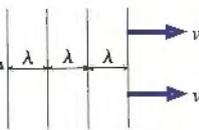


FIGURA 20.18 As frentes de onda de uma onda circular ou esférica.

20.4 Ondas em duas e três dimensões

Suponha que você tirasse uma fotografia das ondulações que se espalham em um lago. Se você marcasse o local das *cristas* na foto, a sua imagem seria parecida com a da **FIGURA 20.18a**. As linhas que localizam as cristas são chamadas de **frentes de onda** e estão espaçadas precisamente em um comprimento de onda. O diagrama mostra apenas um único instante de tempo, mas você pode imaginar um filme no qual você visse as frentes de onda se movendo para longe da fonte com velocidade v . Uma onda como esta é denominada **onda circular**. Trata-se de uma onda bidimensional que se propaga através de uma superfície.

Embora as frentes de onda sejam círculos, você dificilmente notaria a curvatura se observasse uma pequena seção da frente de onda a uma distância muito grande da fonte. As frentes de onda pareceriam ser linhas paralelas, espaçadas por um comprimento de onda, que se propagam com velocidade v . Um bom exemplo é o de uma onda oceânica quando atinge a praia. Essas ondas são geradas por tempestades e ventos em mar aberto, a centenas ou milhares de quilômetros da costa. Quando elas chegam à praia onde você está se bronzeando, as cristas parecem ser linhas retas. Uma vista aérea do oceano mostraria um diagrama de onda como o da **FIGURA 20.18b**.

Muitas ondas de interesse, como ondas sonoras ou ondas luminosas, propagam-se em três dimensões. Por exemplo, alto-falantes e lâmpadas emitem **ondas esféricas**, ou seja, as cristas da onda formam uma série de cascas esféricas concêntricas separadas pelo comprimento de onda λ . Em essência, as ondas são ondulações tridimensionais. Ainda será útil desenhar diagramas de frentes de onda como na Figura 20.18, mas agora os círculos serão fatias das conchas esféricas que localizam as cristas da onda.

Se você observar uma onda esférica a uma distância muito grande, o pequeno pedaço de frente de onda que você poderá ver será um pequeno retalho da superfície de uma esfera muito grande. Se o raio da esfera for suficientemente grande, você não notará a curvatura, e o pequeno retalho da frente de onda parecerá plano. A **FIGURA 20.19** ilustra a idéia de uma **onda plana**.

Para visualizar uma onda plana, imagine-se sobre o eixo x de frente para uma onda sonora que vem em sua direção a partir de um alto-falante bem distante. O som é uma onda longitudinal, de modo que as partículas do meio oscilam aproximando-se e afastando-se de você. Se localizasse todas as partículas que, em um dado instante de tempo, estão com o deslocamento máximo em sua direção, elas estariam em um plano perpendicular à direção de propagação da onda. Esta poderia ser uma das frentes de onda da Figura 20.19, e todas as partículas daquele plano estariam realizando exatamente a mesma coisa naquele instante de tempo. O plano de vibração move-se em sua direção à velocidade v . A um comprimento de onda atrás, onde as moléculas também estão com o deslocamento máximo, existe outro plano desses, e mais outro dois comprimentos de onda atrás da primeira e assim por diante.

Como o deslocamento de uma onda plana depende de x , mas não de y nem de z , a função deslocamento $D(x, t)$ descreve uma onda plana tanto quanto uma onda unidimensional. Uma vez que você especifique um valor para x , o deslocamento será o mesmo em todos os pontos no plano yz que cortam o eixo x neste valor (isto é, um dos planos mostrados na Figura 20.19).

NOTA ► Na natureza não existem ondas planas perfeitas, mas muitas ondas de interesse prático podem ser consideradas como planas. ◀

Podemos descrever uma onda circular ou uma onda esférica alterando a forma matemática de $D(x, t)$ para $D(r, t)$, onde r é a distância medida em relação à fonte. Dessa maneira, os deslocamentos do meio serão iguais em todos os pontos de uma superfície esférica. Em particular, uma onda esférica senoidal, com número de onda k e frequência angular ω , é representada por

$$D(r, t) = A(r) \text{sen}(kr - \omega t + \phi_0) \quad (20.27)$$

Exceto pela troca de x para r , a única diferença é que a amplitude, agora, é uma função de r . Uma onda unidimensional se propaga sem sofrer alteração em sua amplitude. No entanto, as ondas esféricas se propagam abarcando volumes cada vez maiores de espaço. A fim de conservar a energia, uma questão que analisaremos posteriormente neste capítulo, a amplitude da onda precisa diminuir à medida que a distância r aumenta. É por isso que o som e a luz diminuem de intensidade à medida que nos afastamos da fonte. Não precisamos especificar exatamente a maneira como a amplitude diminui com a distância, mas você deve ter consciência de que isso ocorre.

Fase e diferença de fase

A grandeza $(kx - \omega t + \phi_0)$ é denominada a **fase** da onda, e denotada por ϕ . A fase de uma onda será um conceito importante nos Capítulos 21 e 22, onde exploraremos as conseqüências de somar juntas várias ondas. Por enquanto, podemos verificar que as frentes de onda das Figuras 20.18 e 20.19 são “superfícies de fase constante”. Para isso, use a fase para representar o deslocamento como, simplesmente, $D(x, t) = A \text{sen} \phi$. Uma vez que cada ponto de uma frente de onda corresponde ao mesmo deslocamento do meio, a fase deve ser a mesma em todos aqueles pontos.

Será útil conhecer a *diferença de fase* $\Delta\phi$ entre dois pontos diferentes de uma onda senoidal. A FIGURA 20.20 mostra dois pontos de uma onda senoidal no instante t . A diferença de fase entre esses pontos é

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 = (kx_2 - \omega t + \phi_0) - (kx_1 - \omega t + \phi_0) \\ &= k(x_2 - x_1) = k\Delta x = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} \end{aligned} \quad (20.28)$$

Ou seja, a **diferença de fase entre dois pontos de uma onda depende apenas da razão da distância Δx entre os pontos e do comprimento de onda λ** . Por exemplo, dois pontos de uma onda que estejam separados por $\Delta x = \frac{1}{2}\lambda$ apresentam uma diferença de fase $\Delta\phi = \pi$ rad entre si.

Uma conseqüência importante da Equação 20.28 é que a **diferença de fase entre duas frentes de onda vizinhas é $\Delta\phi = 2\pi$** . Isso resulta do fato de que duas frentes de onda vizinhas estão separadas por $\Delta x = \lambda$. Trata-se de uma idéia importante. Passar de uma crista para outra corresponde a alterar a *distância* em λ e a alterar a *fase* em 2π rad.

A uma distância muito grande da fonte, trechos pequenos das frentes de onda esféricas parecem planos. Cada ponto desses planos pertence a uma crista.

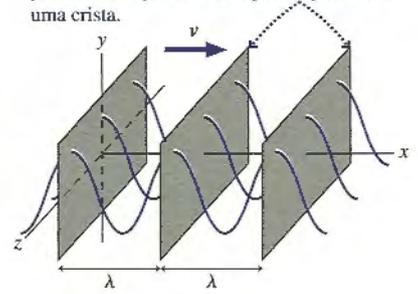


FIGURA 20.19 Uma onda plana.

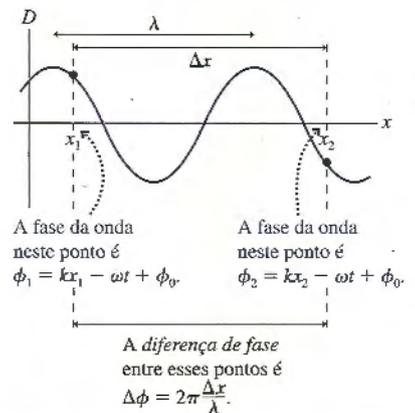


FIGURA 20.20 Diferença de fase entre dois pontos de uma onda.

EXEMPLO 20.5 Diferença de fase entre dois pontos de uma onda sonora

Uma onda sonora de 100 Hz se propaga com velocidade de onda de 343 m/s.

- a. Qual é a diferença de fase entre dois pontos separados por 60,0 cm ao longo da direção de propagação da onda?
- b. A que distância se situam dois pontos cujas fases diferem em 90°?

MODELO Considere a onda como uma onda plana que se propaga no sentido positivo do eixo *x*.

RESOLUÇÃO a. A diferença de fase entre dois pontos é

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Neste caso, $\Delta x = 60,0 \text{ cm} = 0,600 \text{ m}$. O comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{100 \text{ Hz}} = 3,43 \text{ m}$$

portanto,

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{0,600 \text{ m}}{3,43 \text{ m}} = 0,350\pi \text{ rad} = 63,0^\circ$$

- b. Uma diferença de fase $\Delta\phi = 90^\circ$ é igual a $\pi/2$. Esta será a diferença de fase entre dois pontos quando $\Delta x/\lambda = \frac{1}{4}$ ou quando $\Delta x = \lambda/4$. Aqui, para $\lambda = 3,43 \text{ m}$, temos $\Delta x = 85,8 \text{ cm}$.

AValiação A diferença de fase aumenta com o aumento de Δx , portanto esperamos que a resposta ao item b seja maior do que 60 cm.

PARE E PENSE/20.8

Qual é a diferença de fase entre a crista de uma onda e o vale adjacente da mesma?

- a. $-2\pi \text{ rad}$
- b. 0 rad
- c. $\pi/4 \text{ rad}$
- d. $\pi/2 \text{ rad}$
- e. $\pi \text{ rad}$
- f. $3\pi \text{ rad}$

20.5 Som e luz

Embora existam muitos tipos de ondas na natureza, dois deles são particularmente significativos para nós, seres humanos. Trata-se das ondas sonoras e das ondas luminosas, as bases da audição e da visão.

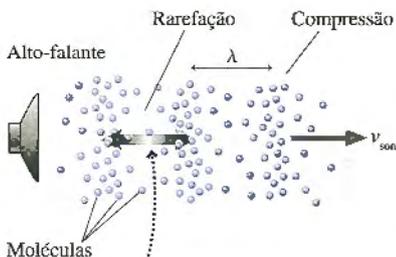
Ondas sonoras

Geralmente pensamos em ondas sonoras se propagando no ar, mas o som pode se propagar através de qualquer gás ou líquido, ou até mesmo através de sólidos. A **FIGURA 20.21** mostra o cone de um alto-falante vibrando para a frente e para trás em um fluido como o ar ou a água. Cada vez que o cone se move para a frente, ele colide com as moléculas do meio e as empurra, tornando-as mais próximas entre si. Meio ciclo mais tarde, quando o cone se move para trás, o fluido tem espaço para se expandir, e a densidade diminui um pouco. Essas regiões de maior e de menor densidade (e, portanto, de maior e de menor pressão) são chamadas respectivamente de zonas de **compressões** e de **rarefações**.

Tal seqüência periódica de compressões e rarefações se propaga externamente ao alto-falante como uma onda sonora longitudinal. Um tipo semelhante de onda sonora será produzido se você atingir a extremidade de um bastão de metal com um martelo, enviando um pulso de compressão através do metal.

NOTA ▶ Ondas sonoras em gases e líquidos são sempre longitudinais, mas as ondas sonoras em sólidos podem ser longitudinais ou transversais. Para que uma onda transversal se propague, um plano de moléculas que oscilem perpendicularmente ao sentido do movimento precisa ser capaz de “arrastar” os planos vizinhos de átomos junto consigo.

Em um gás ou um líquido, os planos vizinhos deslizarão, de maneira que meios como esses não permitirão a propagação de uma onda transversal. (Pense em como é mais fácil fazer sua mão escorregar lateralmente na água do que empurrá-la contra o líquido.) Porém as ligações moleculares mais fortes de um sólido sustentam a propagação de ondas sonoras transversais, às vezes chamadas de *ondas de cisalhamento*. Sua velocidade difere da velocidade das ondas sonoras longitudinais. Consideraremos aqui que todas as ondas sonoras sejam longitudinais, a menos que se mencione explicitamente o contrário. ◀



As moléculas individuais oscilam para a frente e para trás com deslocamento *D*. Enquanto o fazem, as compressões se propagam para a frente com velocidade v_{som} . Uma vez que as compressões são regiões de pressão mais alta do que o normal, uma onda sonora pode ser considerada como uma onda da pressão.

FIGURA 20.21 Uma onda sonora em um fluido é formada por uma seqüência de compressões e rarefações que se propagam para longe da fonte com velocidade v_{som} . A variação em densidade e a quantidade de movimento foram muito exageradas.



A velocidade das ondas sonoras depende das propriedades do meio. Uma análise termodinâmica das compressões e expansões revela que a velocidade da onda em um gás depende da temperatura e da massa molecular do mesmo. Para o ar à temperatura ambiente (20°C),

$$v_{\text{som}} = 343 \text{ m/s} \quad (\text{velocidade do som no ar a } 20^\circ\text{C})$$

A velocidade do som é um pouco menor a temperaturas mais baixas e um pouco maior a temperaturas mais altas. Líquidos e sólidos são menos compressíveis do que o ar, o que faz com que a velocidade do som nesses meios seja maior do que no ar. A Tabela 20.1 fornece a velocidade do som em diversas substâncias.

Uma velocidade de 343 m/s é alta, mas não extraordinariamente alta. Uma distância tão pequena quanto 100 m é suficiente para que se perceba um leve atraso entre o instante em que você vê algo, como uma pessoa que martela um prego, e o instante em que você a ouve. O tempo necessário para que o som viaje 1 km é $t = (1000 \text{ m})/(343 \text{ m/s}) \approx 3 \text{ s}$. Talvez você pode tenha aprendido a estimar a distância de um trovão determinando o número de segundos decorridos entre ver o raio e ouvir o trovão. Como o som leva 3 s para viajar 1 km, o tempo dividido por 3 fornecerá a distância em quilômetros, ou, em unidades inglesas, o tempo dividido por 5 dará a distância em milhas.

Seus ouvidos conseguem detectar ondas sonoras senoidais com frequências entre aproximadamente 20 Hz e 8.000 Hz, ou 20 kHz. Frequências baixas são percebidas como notas de “tons graves”, ao passo que frequências altas são ouvidas como notas de “tons agudos”. Sua faixa de audição nas frequências altas pode se deteriorar com a idade ou como resultado da exposição a sons muito intensos que causam danos ao ouvido.

Existem ondas sonoras com frequências bem acima de 20 kHz, embora os humanos não consigam ouvi-las. Tais frequências são chamadas de ultra-sônicas. Osciladores que vibram a frequências de muitos MHz geram as ondas ultra-sônicas usadas em imagens médicas por ultra-som. Uma frequência de 3 MHz que se propaga na água (que, basicamente, é do que seu corpo é feito) com uma velocidade de som de 1.480 m/s possui um comprimento da onda de aproximadamente 0,5 mm. É este comprimento de onda muito pequeno que permite, com ultra-som, que se obtenha imagens de objetos muito pequenos. Veremos a razão disso no Capítulo 22, quando estudarmos a *difração*.

TABELA 20.1 A velocidade do som

Meio	Velocidade (m/s)
Ar (0°)	331
Ar (20°)	343
Álcool etílico	1170
Água	1480
Granito	6000
Alumínio	6420



Esta imagem ultra-sônica é um exemplo do uso de ondas sonoras de alta frequência para “ver” dentro do corpo humano.

EXEMPLO 20.6 Comprimentos de onda do som

Quais são os comprimentos de onda das ondas sonoras nos limites da audição humana e na frequência média de 500 Hz? Notas cantadas por vozes humanas situam-se próximas a 500 Hz, bem como as notas tocadas pelas teclas próximas ao centro do teclado de um piano.

MODELO Considere uma temperatura ambiente de 20°C.

RESOLUÇÃO Podemos usar a relação fundamental $\lambda = v/f$ para determinar os comprimentos de onda para sons de várias frequências:

$$f = 20 \text{ Hz} \quad \lambda = \frac{343 \text{ m/s}}{20 \text{ Hz}} = 17 \text{ m}$$

$$f = 500 \text{ Hz} \quad \lambda = \frac{343 \text{ m/s}}{500 \text{ Hz}} = 0,69 \text{ m}$$

$$f = 20.000 \text{ Hz} \quad \lambda = \frac{343 \text{ m/s}}{20.000 \text{ Hz}} = 0,017 \text{ m} = 1,7 \text{ cm}$$

AValiação O comprimento de onda de uma nota de 20 kHz é de apenas 1,7 cm, enquanto, no outro extremo, uma nota de 20 Hz tem o comprimento de onda enorme de 17 m! Isso ocorre porque as ondas se propagam em um comprimento de onda durante o intervalo de tempo de um período, e uma onda viajando a 343 m/s pode se propagar por 17 m durante o tempo de um período $\frac{1}{20}$ s de uma nota de 20 Hz. O comprimento de onda de 69 cm de uma nota de 500 Hz tem mais a ver com a “escala humana”. Você pode notar que a maioria dos instrumentos musicais tem um metro ou menos de comprimento. Isto não é uma coincidência. No próximo capítulo, você verá como o comprimento de onda produzido por um instrumento musical está relacionado ao seu tamanho.

Ondas eletromagnéticas

Uma onda de luz é uma *onda eletromagnética*, uma oscilação do campo eletromagnético. Outras ondas eletromagnéticas, como as de rádio, as microondas e a luz ultravioleta, têm as mesmas características físicas das ondas luminosas, mesmo que não possamos senti-las através da visão. É fácil demonstrar que a luz atravessará inalterada um recipiente do qual todo o ar tenha sido removido e que a luz nos atinge, proveniente de estrelas distantes, propagando-se através do vácuo do espaço interestelar. Essas observações suscitam questões interessantes, porém difíceis de responder. Se a luz pode viajar através de uma região na qual não existe matéria, então qual é o *meio* de propagação de uma onda luminosa? Neste caso, o que, afinal, está ondulando?

Os cientistas levaram mais de 50 anos, a maior parte do século XIX, para responder tal questão. Examinaremos as respostas em maiores detalhes na Parte VI, após introduzirmos as idéias de campo elétrico e de campo magnético. Por ora, podemos dizer que as ondas de luz são uma “oscilação auto-sustentável do campo eletromagnético”, ou seja, o deslocamento D corresponde a um campo elétrico ou magnético. Ser auto-sustentável significa que as ondas eletromagnéticas não requerem um *meio material* para se propagar; logo, ondas eletromagnéticas não são ondas mecânicas. Felizmente, podemos aprender sobre as propriedades das ondas de luz sem precisar entender o que são campos eletromagnéticos. Na verdade, a descoberta de que a luz se propaga como uma onda foi feita 60 anos antes de se perceber que a luz é uma onda eletromagnética. Também conseguiremos aprender muito sobre a natureza das ondas luminosas sem ter de saber o que é que ondula neste caso.

No final do século XIX, foi previsto teoricamente, e posteriormente confirmado experimentalmente, sem grande precisão, que todas as ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com um mesmo valor de velocidade, chamado de *velocidade da luz*. O valor da velocidade da luz no vácuo é

$$v_{\text{luz}} = c = 299.792.458 \text{ m/s (velocidade de uma onda eletromagnética no vácuo)}$$

onde o símbolo especial c é usado para denotar a velocidade da luz. (Este é o c da famosa fórmula de Einstein, $E = mc^2$.) Agora isto está realmente se movendo – cerca de um milhão de vezes mais rápido do que a velocidade do som no ar! A tal velocidade, a luz poderia circular a Terra 7,5 vezes em um mero segundo – se houvesse um meio de fazê-la andar em círculos.

NOTA ► O valor $c = 3,00 \times 10^8$ m/s é o valor apropriado para uso em cálculos. ◀

Os comprimentos das ondas luminosas são extremamente pequenos. No Capítulo 22, você aprenderá como são determinados esses comprimentos de onda, mas, por ora, afirmaremos que a luz visível é uma onda eletromagnética com comprimento de onda (no ar) na faixa que vai de aproximadamente 400 nm (400×10^{-9} m) até 700 nm (700×10^{-9} m). Cada comprimento de onda é percebido como uma cor diferente, sendo os comprimentos de onda maiores vistos como luz laranja ou vermelha, e os mais curtos, como luz azul ou violeta. Um prisma é capaz de separar diferentes comprimentos de onda, de onde aprendemos que a “luz branca” é formada por todas as cores, ou comprimentos de onda, combinadas. As cores vistas com um prisma, ou espalhadas em um arco-íris, constituem o que se chama de *espectro visível*.

Se os comprimentos de onda forem incredivelmente pequenos, as frequências de oscilação serão incredivelmente grandes. Para um comprimento de onda luminoso (laranja) de 600 nm, a frequência será

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{600 \times 10^{-9} \text{ m}} = 5,00 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

As frequências das ondas luminosas são, aproximadamente, um trilhão (10^{12}) de vezes maiores do que as do som.

Existem ondas eletromagnéticas com muitas frequências além da faixa um tanto limitada que os nossos olhos detectam. Um dos maiores avanços tecnológicos do século XX foi aprender a gerar e a detectar ondas eletromagnéticas em muitas frequências, variando desde ondas de rádio de baixa frequência às frequências extraordinariamente altas dos raios X. A FIGURA 20.22 mostra que o espectro visível é uma pequena fatia do **espectro eletromagnético**, muito mais amplo.



Ao passar por um prisma, a luz branca é decomposta em uma banda de cores chamada de *espectro visível*.

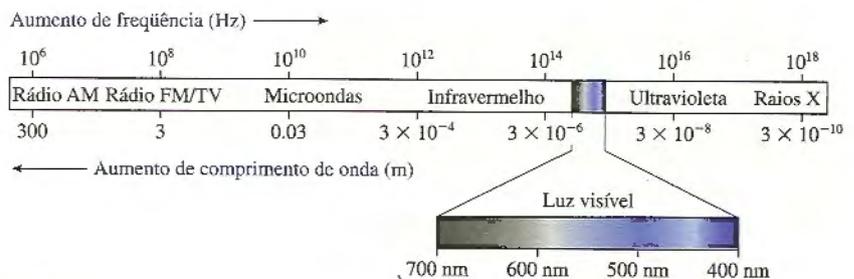


FIGURA 20.22 O espectro eletromagnético desde 10^6 Hz até 10^{18} Hz.

EXEMPLO 20.7 Viajando na velocidade da luz

Um satélite exploratório de Júpiter transmite dados para a Terra por uma onda de rádio com frequência de 200 MHz. Qual é o comprimento da onda eletromagnética e quanto tempo leva para que o sinal percorra os 800 milhões de quilômetros de Júpiter até a Terra?

RESOLUÇÃO As ondas de rádio são ondas eletromagnéticas senoidais que se propagam com velocidade c . Logo,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{2,00 \times 10^8 \text{ Hz}} = 1,5 \text{ m}$$

O tempo necessário para percorrer $800 \times 10^6 \text{ km} = 8,0 \times 10^{11} \text{ m}$ é

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{8,0 \times 10^{11} \text{ m}}{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 2700 \text{ s} = 45 \text{ min}$$

O índice de refração

As ondas de luz se propagam com velocidade c no vácuo, no entanto elas reduzem a velocidade ao atravessar materiais transparentes, como água, vidro ou, em extensões muito pequenas, até mesmo o ar. A desaceleração é consequência das interações entre o campo eletromagnético da onda e os elétrons do material. A velocidade da luz em um meio material é caracterizada pelo índice de refração n do material, definido como

$$n = \frac{\text{velocidade da luz no vácuo}}{\text{velocidade da luz no material}} = \frac{c}{v} \tag{20.29}$$

O índice de refração de um material é sempre maior do que 1 porque $v < c$. O vácuo corresponde exatamente a $n = 1$. A Tabela 20.2 traz os valores dos índices de refração de diversos materiais. Pode-se verificar que os líquidos e os sólidos possuem índices de refração maiores do que o dos gases.

NOTA ► Um valor preciso para o índice de refração do ar é relevante apenas em medições muito precisas. Neste livro, iremos sempre supor que $n_{\text{ar}} = 1,00$. ◀

Se a velocidade de uma onda luminosa varia conforme o material transparente no qual penetra, como o vidro, o que acontece com a frequência e o comprimento de onda da luz? Uma vez que $v = \lambda f$, λ on f , ou ambos, precisam sofrer variação quando v é alterado.

Como analogia, considere uma onda sonora no ar que colide com a superfície de uma piscina com água. Como o ar oscila para a frente e para trás, ele exerce periodicamente uma pressão sobre a superfície da água. Esses empurrões geram as compressões da onda sonora que continua na água. Uma vez que cada empurrão do ar causa uma compressão da água, a frequência da onda sonora na água deve ser *exatamente a mesma* frequência da onda sonora que se propaga no ar. Em outras palavras, **a frequência de uma onda é a frequência da fonte. Ela não se altera quando a onda passa de um meio para outro.**

O mesmo é verdadeiro para as ondas eletromagnéticas; a frequência não se altera quando a onda passa de um material para outro.

A FIGURA 20.23 mostra uma onda de luz atravessando um material transparente com índice de refração n . Enquanto a onda se propaga no vácuo, ela tem um comprimento de onda λ_{vac} e uma frequência f_{vac} , de forma que $\lambda_{\text{vac}} f_{\text{vac}} = c$. No material, $\lambda_{\text{mat}} f_{\text{mat}} = v = c/n$. A frequência não se altera quando a onda entra no novo meio ($f_{\text{mat}} = f_{\text{vac}}$), portanto o comprimento de onda deve se alterar. No material, o comprimento de onda é

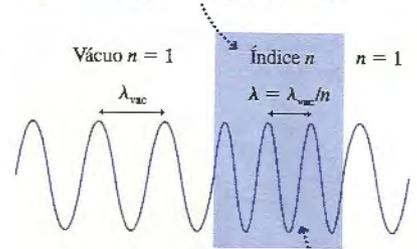
$$\lambda_{\text{mat}} = \frac{v}{f_{\text{mat}}} = \frac{c}{n f_{\text{mat}}} = \frac{c}{n f_{\text{vac}}} = \frac{\lambda_{\text{vac}}}{n} \tag{20.30}$$

O comprimento de onda em um material transparente é menor do que o comprimento de onda no vácuo. Isso faz sentido. Suponha que uma banda de música marche a um passo por segundo com uma velocidade de 1 m/s. De repente, eles reduzem suas velocidades para $\frac{1}{2}$ m/s, mas mantêm sua marcha de um passo por segundo. A única maneira de ir mais devagar e marchar no mesmo ritmo é dar *passos menores*. Quando uma onda de luz entra em um material, a única maneira de que ela dispõe para ir mais devagar, oscilando com a mesma frequência, é tendo um *comprimento de onda menor*.

TABELA 20.2 Índices de refração típicos

Material	Índice de refração
Vácuo	Exatamente 1
Ar	1,0003
Água	1,33
Vidro	1,50
Diamante	2,42

Um material transparente no qual a luz se propaga mais lentamente, com velocidade $v = c/n$



O comprimento de onda dentro do material diminui, mas a frequência não se altera.

FIGURA 20.23 A luz atravessa um material transparente com índice de refração n .

EXEMPLO 20.8 Luz viajando no vidro

Luz laranja, de comprimento de onda igual a 600 nm, incide sobre uma lâmina de vidro de um microscópio com 1,00 mm de espessura.

- a. Qual é a velocidade da luz no vidro?
b. Quantos comprimentos de onda de luz cabem dentro da lâmina?

RESOLUÇÃO a. Da Tabela 20.2, podemos ver que o índice de refração do vidro é $n_{\text{vidro}} = 1,50$. Assim, a velocidade da luz neste meio é

$$v_{\text{vidro}} = \frac{c}{n_{\text{vidro}}} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

- b. O comprimento de onda dentro do vidro é

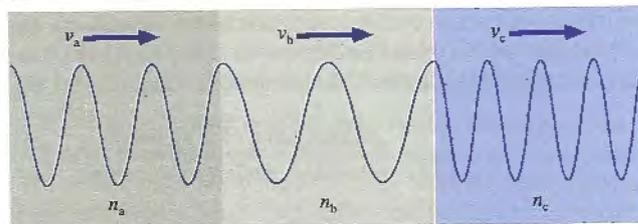
$$\lambda_{\text{vidro}} = \frac{\lambda_{\text{vac}}}{n_{\text{vidro}}} = \frac{600 \text{ nm}}{1,50} = 400 \text{ nm} = 4,00 \times 10^{-7} \text{ m}$$

N comprimentos de onda constituem uma distância $d = N\lambda$, portanto o número de comprimentos de onda em $d = 1,00 \text{ mm}$ é

$$N = \frac{d}{\lambda} = \frac{1,00 \times 10^{-3} \text{ m}}{4,00 \times 10^{-7} \text{ m}} = 2500$$

AVALIAÇÃO O fato de que 2500 comprimentos de onda cabem em 1 mm mostra quão pequenos são os comprimentos de onda da luz.

PAUSE E PENSE 20.5 Uma onda luminosa se propaga em três materiais transparentes e de mesma espessura. Ordene em seqüência decrescente os índices de refração n_a , n_b e n_c .



Captar a energia proveniente do Sol é uma maneira prática e eficiente de aquecer a água, como fazem estes painéis solares.

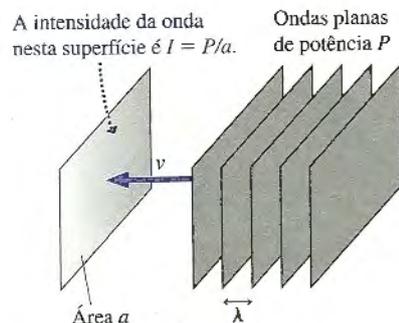


FIGURA 20.24 Ondas planas de potência P incidem sobre a área a com intensidade $I = P/a$.

20.6 Potência, intensidade e decibels

Uma onda progressiva transfere energia de um ponto a outro. A onda sonora produzida por um alto-falante coloca o seu tímpano em movimento. As ondas luminosas do Sol aquecem a Terra. A *potência* de uma onda é a taxa, em joules por segundo, pela qual a onda transfere energia. Como você aprendeu no Capítulo 11, a potência é medida em watts. Um alto-falante que emita 2 W de potência irradia energia na forma de ondas sonoras à taxa de 2 joules por segundo. Uma lâmpada pode emitir 5 W, ou 5 J/s, de luz visível. (Na verdade, isso vale para uma lâmpada de 100 watts, pois os outros 95 W de potência são emitidos como calor, ou radiação infravermelha, em vez de luz visível.)

Imagine-se realizando dois experimentos com uma lâmpada que emita 5 W de luz visível. No primeiro, você pendura a lâmpada no centro de uma sala e permite que a luz ilumine as paredes. No segundo, você usa espelhos e lentes para “capturar” a luz da lâmpada, direcionando-a para um pequeno ponto de uma parede. É isso o que faz um projetor de computador. Nos dois casos, uma mesma quantidade de energia é emitida pela lâmpada, mas, como você sabe, a luz é muito mais brilhante quando direcionada para uma pequena área. Dizemos que a luz direcionada é mais *intensa* do que a luz difusa que vai em todas as direções. Da mesma forma, um alto-falante que emita seu som para a frente, em uma pequena área, produzirá um som mais alto nesta área do que um alto-falante de mesma potência que irradia o som em todas as direções. Grandezas como brilho e volume não dependem apenas da taxa de transferência de energia, ou potência, mas também da *área* sobre a qual incide essa potência.

A **FIGURA 20.24** representa uma onda que incide sobre uma superfície de área a . A superfície é perpendicular à direção de propagação da onda. A superfície poderia ser real, física, como o tímpano ou uma célula fotovoltaica, mas também poderia ser uma superfície matemática e imaginária no espaço, através da qual a onda passa. Se a onda tiver potência uma P , definimos a **intensidade** I da onda como

$$I = \frac{P}{a} = \text{razão entre potência e área} \quad (20.31)$$

A unidade do SI para a intensidade é o W/m^2 . Como a intensidade é a razão entre uma potência e uma área, uma onda direcionada para uma área pequena produzirá ali uma intensidade maior do que uma onda de mesma potência que for espalhada por uma área grande.

EXEMPLO 20.9 A intensidade de um feixe de laser

Um laser de hélio-néônio, do tipo que emite a luz vermelha conhecida das apresentações em sala de aula e de leitoras ópticas das caixas de supermercado, emite 1,0 mW de potência luminosa em um feixe de laser com 1,0 mm de diâmetro. Qual é a intensidade do feixe de laser?

MODELO O feixe de laser é uma onda luminosa.

RESOLUÇÃO As ondas luminosas do feixe de laser atravessam uma superfície matemática em forma de um círculo com 1,0 mm de diâmetro. A intensidade do feixe de laser é

$$I = \frac{P}{a} = \frac{P}{\pi r^2} = \frac{0,0010 \text{ W}}{\pi(0,00050 \text{ m})^2} = 1300 \text{ W/m}^2$$

AValiação Esta é a intensidade aproximada da luz solar ao meio-dia de um dia de verão. A diferença entre o Sol e o pequeno laser não está em suas intensidades, que são praticamente as mesmas, mas em suas potências. O laser tem uma potência pequena de 1 mW. Ele pode produzir uma onda muito intensa somente porque a área na qual incide a onda é muito pequena. O Sol, ao contrário, irradia uma potência total $P_{\text{Sol}} \approx 4 \times 10^{26} \text{ W}$. Essa imensa potência espalha-se por *todo* o espaço, produzindo uma intensidade de 1400 W/m^2 a uma distância de $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$, o raio da órbita terrestre.

Se uma fonte de ondas esféricas irradia uniformemente em todas as direções, então, como mostra a **FIGURA 20.25**, a potência à distância r encontra-se espalhada uniformemente sobre a superfície de uma esfera de raio r . A área superficial de uma esfera é $a = 4\pi r^2$, de modo que a intensidade de uma onda esférica uniforme a essa distância é

$$I = \frac{P_{\text{fonte}}}{4\pi r^2} \quad (\text{intensidade produzida por uma fonte esférica uniforme}) \quad (20.32)$$

A dependência com o inverso do quadrado de r é, na verdade, apenas um enunciado alternativo da conservação da energia. A fonte emite energia a uma taxa de P joules por segundo. A energia espalha-se por uma área cada vez maior à medida que a onda se propaga para longe da fonte. Conseqüentemente, a energia *por unidade de área* diminui proporcionalmente à área superficial de uma esfera.

Se a intensidade à distância r_1 é $I_1 = P_{\text{fonte}}/4\pi r_1^2$, e à distância r_2 é $I_2 = P_{\text{fonte}}/4\pi r_2^2$, você pode verificar que a *razão* entre as intensidades é

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (20.33)$$

Pode-se usar a Equação 20.33 para comparar as intensidades produzidas por uma fonte a duas distâncias diferentes sem precisar conhecer a potência da fonte.

NOTA ► As intensidades das ondas são fortemente afetadas por reflexões e absorções. As Equações 20.32 e 20.33 se aplicam a situações como a da luz proveniente de uma estrela ou do som emitido por um fogo de artifício explodindo alto no ar. Em ambientes fechados, os sons *não* obedecem a uma lei simples do inverso do quadrado por causa das várias superfícies refletoras. ◀

No caso de uma onda senoidal, cada partícula do meio oscila de um lado para o outro em movimento harmônico simples. No Capítulo 14, você aprendeu que uma partícula em MHS com amplitude A possui uma energia $E = \frac{1}{2}kA^2$, onde k é a constante elástica do meio, e não o número de onda. É esta energia oscilatória do meio que é transferida, partícula a partícula, à medida que a onda se move através do meio.

Uma vez que a intensidade de uma onda é proporcional à taxa pela qual a energia é transferida através do meio, e como a energia oscilatória do meio é proporcional ao *quadrado* da amplitude de oscilação, podemos inferir que, para *qualquer* onda,

$$I = cA^2 \quad (20.34)$$

onde c é uma constante de proporcionalidade que depende do tipo particular de onda, ou seja, a **intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude**. Se dobrarmos a amplitude de uma onda, aumentamos sua intensidade por um fator de 4.

A audição humana cobre uma faixa extremamente grande de intensidades, que vai do *limiar de audição*, em $\approx 1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$ (em frequências médias), ao *limiar de dor*, em $\approx 10 \text{ W/m}^2$. Se quisermos definir uma escala de volume, é conveniente e lógico con-

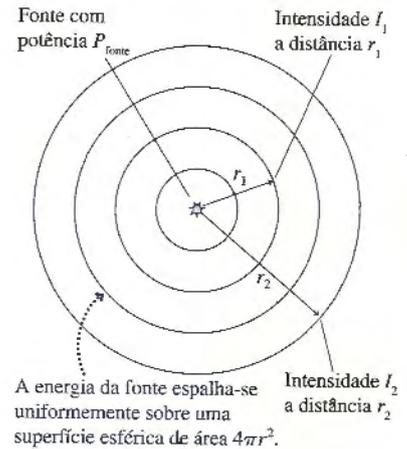


FIGURA 20.25 Uma fonte que emite ondas esféricas uniformes.

siderar o zero de nossa escala como correspondente ao limiar de audição. Para fazer isso, definimos o **nível de intensidade sonora**, expresso em **decibels (dB)**, como

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (20.35)$$

onde $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2$. O símbolo β é a letra grega beta. Observe que β é calculado com nm logaritmo de base 10, e não, com nm logaritmo natural.

O termo decibel é uma homenagem a Alexander Graham Bell, o inventor do telefone. O nível de intensidade sonora, ua verdade, não tem dimensão, pois é formado a partir da razão entre duas intensidades, de modo que decibel é apenas nm *nome* que serve para nos lembrar de que estamos lidando com um *nível* de intensidade em vez de uma intensidade real.

Exatamente no limiar de audição, onde $I = I_0$, o nível de intensidade sonora é

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_0} \right) = (10 \text{ dB}) \log_{10}(1) = 0 \text{ dB}$$

Observe que 0 dB não significa ausência de som; significa apenas que, para a maioria das pessoas, nenhum som é ouvido. Os cães têm audição mais sensível do que a dos humanos, e a maioria deles pode facilmente perceber nm som de 0 dB. O nível de intensidade sonora no limiar de dor é

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log_{10} \left(\frac{10 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = (10 \text{ dB}) \log_{10}(10^{13}) = 130 \text{ dB}$$

O aspecto principal a ser observado é que o nível de intensidade sonora aumenta em 10 dB cada vez que a intensidade real aumenta por um *fator* de 10. Por exemplo, o nível de intensidade sonora anmenta de 70 dB para 80 dB quando a intensidade sonora aumenta de 10^{-5} W/m^2 para 10^{-4} W/m^2 . Experimentos de percepção revelaram que o som é percebido como sendo “duas vezes mais alto” quando a intensidade anmenta por um fator de 10. Em termos de decibels, podemos dizer que o volume de um som dobra a cada aumento do nível de intensidade sonora em 10 dB.

A Tabela 20.3 mostra os níveis de intensidade sonora para uma série de sons. Embora 130 dB seja o limiar de dor, sons mais baixos também podem danificar sua audição. Uma exposição relativamente curta a 120 dB pode causar danos às células ciliares do ouvido, porém uma exposição mais demorada a níveis de intensidade sonora superiores a 85 dB também pode produzir danos.

TABELA 20.3 Níveis de intensidade sonora de sons comuns

Som	$\beta(\text{dB})$
Limiar de audição	0
Pessoa respirando a 3 m	10
Sussurro a 1 m	20
Ambiente silencioso	30
Ao ar livre, sem tráfego	40
Restaurante silencioso	50
Conversa normal a 1 m	60
Tráfego intenso	70
Aspirador de pó, para o usuário	80
Cataratas do Niágara, do observatório	90
Britadeira a 2 m	100
Som estéreo no volume máximo	110
Show de rock	120
Limiar de dor	130

EXEMPLO 20.10 Ruído do liquidificador

Ao fazer um *milk shake*, o liquidificador produz um nível de intensidade sonora de 83 dB. Qual é a intensidade do som? Qual será o nível de intensidade sonora se um segundo liquidificador for ligado simultaneamente?

RESOLUÇÃO Podemos isolar a intensidade sonora a partir da Equação 20.35, obtendo $I = I_0 \times 10^{\beta/10 \text{ dB}}$. Aqui usamos o fato de que 10 elevado a uma potência é um “antilogaritmo”. Neste caso,

$$I = (1,0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2) \times 10^{8,3} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

Um segundo liquidificador ligado dobrará a potência do som e, portanto, aumentará a intensidade para $I = 4,0 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2$. O novo nível de intensidade sonora é

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log_{10} \left(\frac{4,0 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2}{1,0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 86 \text{ dB}$$

AValiação Em geral, dobrar a intensidade sonora real aumenta o nível de decibels em 3 dB.

PARA PENSAR 20.6

Quatro trompetistas tocam a mesma nota. Se três deles pararem subitamente de tocar, o nível de intensidade sonora diminuirá em:

- a. 40 dB b. 12 dB c. 6 dB d. 4 dB

20.7 O efeito Doppler

Nosso tópico final deste capítulo é sobre um efeito interessante que ocorre quando se está em movimento em relação a uma fonte de onda. Este efeito é chamado de *efeito Doppler*. Provavelmente você já percebeu que a altura do som emitido pela sirene de uma ambulância sofre uma redução depois que o veículo passa por você. Um som mais alto, de repente, torna-se um som mais baixo. Por quê?



10.8, 10.9

A FIGURA 20.26a mostra uma fonte de ondas sonoras que se afasta de Pablo e se aproxima de Nancy com uma velocidade constante v_F . O subscrito indica que se trata da velocidade da fonte, e não, da velocidade das ondas. A fonte emite ondas sonoras de frequência f_0 enquanto se desloca. A figura é um diagrama de movimento que mostra a posição da fonte nos instantes $t = 0, T, 2T$ e $3T$, onde $T = 1/f_0$ é o período das ondas.

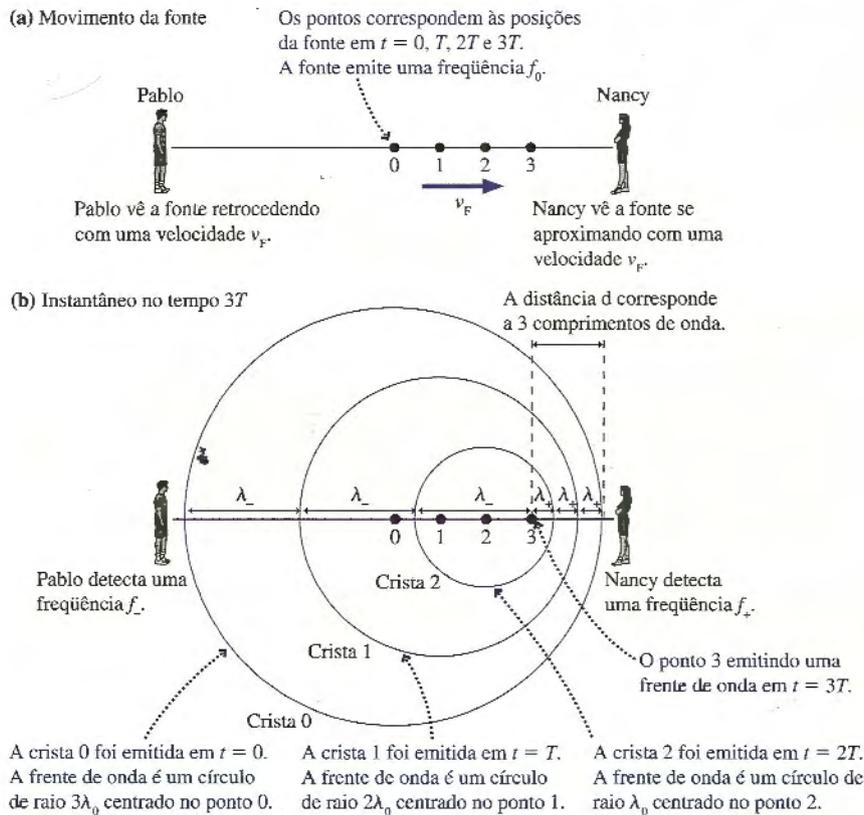
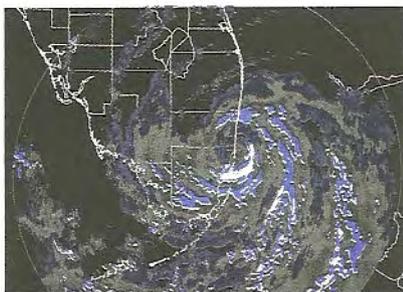


FIGURA 20.26 Um diagrama de movimento mostrando as frentes de onda emitidas por uma fonte enquanto ela se move para a direita com velocidade v_F .

Nancy mede a frequência da onda emitida pela fonte que se aproxima e obtém um valor f_+ . Simultaneamente, Pablo mede a frequência da onda emitida pela fonte que se afasta dele e obtém um valor f_- . Nossa tarefa agora é relacionar f_+ e f_- à frequência da fonte f_0 e à velocidade v_F . Depois que uma crista da onda deixa a fonte, seu movimento é governado pelas propriedades do meio, ou seja, o movimento da fonte não pode mais afetar uma onda que já foi emitida. Logo, cada frente de onda circular da FIGURA 20.26b está centrada no ponto do qual foi emitida. A crista de onda do ponto 3 foi emitida assim que esta figura foi feita, mas ainda não teve tempo de percorrer distância alguma.

As cristas de onda se aglomeram na direção em que a fonte está se movendo e se tornam mais afastadas uma das outras por trás da fonte em movimento. A distância entre uma crista e a próxima é de um comprimento de onda, portanto o comprimento de onda λ_+ que Nancy mede é menor do que o comprimento de onda $\lambda_0 = v/f_0$ que seria medido se a fonte estivesse em repouso. De forma semelhante, atrás da fonte λ_- é maior do que λ_0 .

Essas cristas se movem através do meio com a velocidade de onda v . Conseqüentemente, a frequência $f_+ = v/\lambda_+$ detectada pelo observador do qual a fonte se aproxima é



Um radar meteorológico Doppler usa o efeito Doppler em sinais de radar refletidos para medir as velocidades dos ventos e, assim, avaliar com maior precisão o perigo envolvido em uma tempestade.

maior do que a frequência f_0 emitida pela fonte. Da mesma forma, $f_- = v/\lambda_-$ detectada por trás da fonte em movimento, é menor do que a frequência f_0 . Essas alterações de frequência quando a fonte se move em relação a um observador é chamada de **efeito Doppler**.

O comprimento de onda detectado por Nancy é $\lambda_+ = d/3$, onde d é a diferença entre a distância percorrida pela onda e a distância percorrida pela fonte durante o tempo $t = 3T$. Estas distâncias são

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{onda}} &= vt = 3vT \\ \Delta x_{\text{fonte}} &= v_F t = 3v_F T\end{aligned}\quad (20.36)$$

Conseqüentemente, o comprimento de onda emitido pela fonte que se aproxima é

$$\lambda_+ = \frac{d}{3} = \frac{\Delta x_{\text{onda}} - \Delta x_{\text{fonte}}}{3} = \frac{3vT - 3v_F T}{3} = (v - v_F)T \quad (20.37)$$

Pode-se ver que nossa escolha arbitrária dos três períodos não foi relevante porque os 3 se cancelam. A frequência detectada no sentido de Nancy é:

$$f_+ = \frac{v}{\lambda_+} = \frac{v}{(v - v_F)T} = \frac{v}{(v - v_F)} f_0 \quad (20.38)$$

onde $f_0 = 1/T$ é a frequência da fonte e a frequência que ela detectaria se a fonte estivesse em repouso. É conveniente representar a frequência detectada como

$$\begin{aligned}f_+ &= \frac{f_0}{1 - v_F/v} && \text{(efeito Doppler para uma fonte em aproximação)} \\ f_- &= \frac{f_0}{1 + v_F/v} && \text{(efeito Doppler para uma fonte em afastamento)}\end{aligned}\quad (20.39)$$

A prova da segunda equação, para a frequência f_- de uma fonte que se afasta, será deixada como problema para casa. Pode-se ver que $f_+ > f_0$ à frente da fonte, pois o denominador é menor do que 1, e que $f_- < f_0$ atrás da fonte.

EXEMPLO 20.11 Com que velocidade a polícia está viajando?

A sirene de uma viatura da polícia emite som com frequência de 550 Hz à medida que o veículo se aproxima de você e de 450 Hz após ter passado por você e estar se afastando. Com que velocidade a polícia trafega? A temperatura é de 20°C.

MODELO A frequência da sirene é alterada pelo efeito Doppler. A frequência é f_+ quando a viatura se aproxima do observador e f_- à medida que se afasta dele.

RESOLUÇÃO Para determinar v_F , reescrevemos as Equações 20.39 na forma

$$\begin{aligned}f_0 &= (1 + v_F/v)f_- \\ f_0 &= (1 - v_F/v)f_+\end{aligned}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, obtemos

$$0 = f_- - f_+ + \frac{v_F}{v}(f_- + f_+)$$

A velocidade v_F é isolada facilmente, e obtemos

$$v_F = \frac{f_+ - f_-}{f_+ + f_-} v = \frac{100 \text{ Hz}}{1.000 \text{ Hz}} \cdot 343 \text{ m/s} = 34,3 \text{ m/s}$$

AValiação Se calcular agora a frequência da sirene em repouso com esta fórmula, você obterá $f_0 = 495$ Hz. Surpreendentemente, a frequência em repouso não tem um valor intermediário a f_- e f_+ .

NOTA ► A frequência de uma fonte que se aproxima é deslocada para um valor mais alto, de f_0 para f_+ , mas a frequência *não se altera* enquanto a fonte se aproxima. É comum dizer que a frequência *aumenta* conforme a fonte se aproxima, mas você pode verificar que este não é o caso. O que aumenta é a intensidade, ou volume, do som. É interessante notar que, muitas vezes, um som de frequência constante e com volume aumentado é *percebido* como se tivesse uma frequência mais alta. Você pode perceber que a altura do som de uma ambulância que se aproxima está aumentando, mas as medições revelariam que a frequência permanece constante enquanto a intensidade aumenta. ◀

Fonte estacionária e observador em movimento

Suponha que a viatura do Exemplo 20.11 esteja em repouso enquanto você dirige seu carro a 34,3 m/s em direção a ela. Você poderia pensar que isso equivale à situação em que a viatura se aproxima de você a 34,3 m/s, mas não é. As ondas mecânicas se movem em um meio, e o efeito Doppler não depende apenas de como a fonte e o observador se movem um em relação ao outro, mas também de como eles se movem em relação ao meio. Omitiremos a prova, mas não é difícil demonstrar que as frequências ouvidas por um observador que se move com velocidade v_o em relação a uma fonte estacionária que emite som de frequência f_0 são dadas por

$$\begin{aligned} f_+ &= (1 + v/v) f_0 \quad (\text{observador se aproximando de uma fonte}) \\ f_- &= (1 - v_o/v) f_0 \quad (\text{observador se afastando de uma fonte}) \end{aligned} \quad (20.40)$$

Um cálculo rápido revela que a frequência da sirene de polícia é de 545 Hz quando você se aproxima dela a 34,3 m/s, e não 550 Hz que você ouviria se ela se aproximasse de você a 34,3 m/s.

O efeito Doppler para ondas luminosas

O efeito Doppler é observado em todos os tipos de ondas, não apenas em ondas sonoras. Se uma fonte luminosa está se afastando, o comprimento de onda λ_- que você medirá para a radiação é maior do que o comprimento de onda λ_0 emitido pela fonte.

Embora a razão de ocorrência do efeito Doppler para a luz seja a mesma para as ondas sonoras, existe uma diferença fundamental. Derivamos a Equação 20.39 para o desvio de frequência Doppler expressando a velocidade de onda v em relação ao meio. Para ondas eletromagnéticas que se propagam no vácuo, não existe um meio de propagação. Conseqüentemente, precisamos usar a teoria da relatividade de Einstein para determinar a frequência das ondas luminosas emitidas por uma fonte em movimento. O resultado, para o qual não forneceremos uma prova, é

$$\begin{aligned} \lambda_- &= \sqrt{\frac{1 + v_F/c}{1 - v_F/c}} \lambda_0 \\ (\text{Efeito Doppler para a luz de uma fonte que se afasta}) \\ \lambda_+ &= \sqrt{\frac{1 - v_F/c}{1 + v_F/c}} \lambda_0 \\ (\text{Efeito Doppler para a luz de uma fonte que se aproxima}) \end{aligned} \quad (20.41)$$

Aqui, v_F é a velocidade da fonte *em relação ao* observador.

As ondas luminosas emitidas por uma fonte em afastamento têm seus comprimentos de onda aumentados ($\lambda_- > \lambda_0$). Uma vez que comprimentos de onda visíveis maiores são percebidos como a cor vermelha, a luz emitida por uma fonte que esteja se afastando sofre um **desvio para o vermelho**. Isso *não* equivale a dizer que a luz seja vermelha, mas, simplesmente, que seu comprimento de onda é desviado em direção à extremidade vermelha do espectro. Se a luz de comprimento de onda $\lambda_0 = 470$ nm (azul) fosse emitida por uma fonte que se afasta rapidamente, e detectada com $\lambda_- = 520$ nm (verde), diríamos que a luz sofreu um desvio para o vermelho. Da mesma forma, a luz de uma fonte que se aproxima sofre um **desvio para o azul**, o que significa que os comprimentos de onda detectados são menores do que os comprimentos de onda emitidos ($\lambda_+ < \lambda_0$) e, assim, sofreram um desvio para a extremidade azul do espectro.

EXEMPLO 20.12 Medição da velocidade de uma galáxia

Os átomos de hidrogênio em um laboratório emitem luz vermelha com comprimento de onda de 656 nm. Na luz de uma galáxia muito distante, esta “linha espectral” é observada com 691 nm. Qual é a velocidade da galáxia em relação à Terra?

MODELO O comprimento de onda observado é maior do que o comprimento de onda emitido pelos átomos em repouso com relação ao observador (isto é, sofre um desvio para o vermelho), de modo que a luz captada revela que a galáxia está se afastando de nós.

RESOLUÇÃO Elevando ao quadrado a Equação 20.41 para λ_+ e isolando v_p , obtemos

$$\begin{aligned} v_p &= \frac{(\lambda_+/\lambda_0)^2 - 1}{(\lambda_+/\lambda_0)^2 + 1} c \\ &= \frac{(691 \text{ nm}/656 \text{ nm})^2 - 1}{(691 \text{ nm}/656 \text{ nm})^2 + 1} c \\ &= 0,052c = 1,56 \times 10^7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

AValiação A galáxia está se distanciando da Terra com aproximadamente 5% da velocidade da luz!



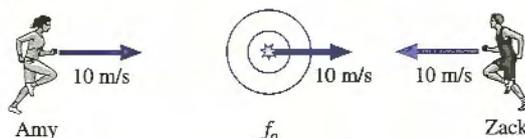
FIGURA 20.27 Imagem de um quasar feita pelo telescópio espacial Hubble.

Na década de 1920, a análise dos desvios para o vermelho de várias galáxias levou o astrônomo Edwin Hubble a concluir que *todas* as galáxias do universo estão se afastando umas das outras. Extrapolando para trás no tempo, chegaríamos a um ponto em que toda a matéria do universo – até mesmo o próprio espaço, de acordo com a teoria da relatividade – começou a irromper de uma bola de fogo primordial. Muitas observações e medições feitas desde então têm dado sustentação à idéia de que o universo começou com um *Big Bang* cerca de 14 bilhões de anos atrás.

Como exemplo, a **FIGURA 20.27** traz a imagem feita pelo telescópio espacial Hubble de um *quasar*, abreviatura de *objeto quase estelar* (do inglês *quasistellar object*). Os quasares são fontes extraordinariamente poderosas de ondas de luz e de rádio. A luz que nos atinge proveniente de quasares apresenta um grande desvio para o vermelho (na figura, a parte central em branco), correspondendo, em alguns casos, a objetos que estão se afastando de nós com mais de 90% da velocidade da luz. Astrônomos determinaram que alguns quasares estão situados entre 10 a 12 *bilhões* de anos-luz de distância da Terra, de modo que sua luz que vemos agora foi emitida quando o universo tinha apenas 25% de sua idade atual. Hoje, os desvios para o vermelho de quasares e supernovas (explosões de estrelas) distantes estão sendo usados para aperfeiçoar nossa compreensão da estrutura e da evolução do universo.

PAUSE E PENSE 20.7 Amy e Zack estão ouvindo uma fonte sonora que se move para a direita. Compare as frequências que cada um ouve.

- $f_{\text{Amy}} > f_{\text{Zack}}$
- $f_{\text{Amy}} = f_{\text{Zack}}$
- $f_{\text{Amy}} < f_{\text{Zack}}$



RESUMO

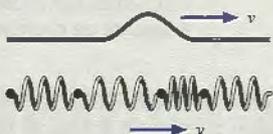
O objetivo do Capítulo 20 foi aprender as propriedades básicas das ondas progressivas.

Princípios gerais

O modelo de onda

Este modelo baseia-se na ideia de onda progressiva, uma perturbação organizada que se propaga com uma velocidade de onda v bem-definida.

- Em ondas transversais, o deslocamento ocorrido no meio é perpendicular à direção de propagação da onda.
- Em ondas longitudinais, as partículas do meio se movimentam paralelamente à direção de propagação da onda.



Toda onda transporta **energia** consigo, mas nenhum material ou substância é transferido de um lugar para outro se afastando da fonte.

Três tipos básicos de ondas:

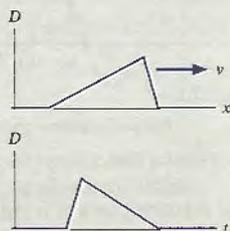
- As ondas mecânicas, que se propagam através de um meio material, como o ar ou a água.
- As ondas eletromagnéticas, que não requerem um meio material e podem se propagar através do vácuo.
- As ondas de matéria, que descrevem as características ondulatórias de partículas em nível atômico.

Para ondas mecânicas, a velocidade de onda é uma propriedade do meio. A velocidade de onda não depende do tamanho ou da forma da onda.

Conceitos importantes

O **deslocamento** D do meio de propagação de uma onda é uma função da posição (onde) e do tempo (quando).

- O gráfico-instantâneo representa o deslocamento do meio, como uma função da posição, para um único instante de tempo.
- O gráfico-história representa o deslocamento do meio, como uma função do tempo, em uma única posição no espaço.

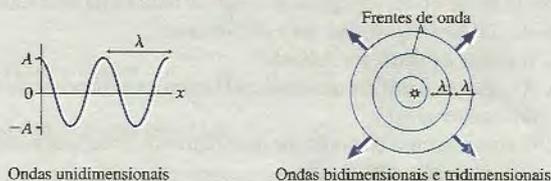


Para uma onda transversal em uma corda, o gráfico-instantâneo é uma figura da onda. Os deslocamentos produzidos por uma onda longitudinal são paralelos à direção de movimento; portanto, o gráfico-instantâneo de uma onda sonora longitudinal **não** é uma figura da onda.

As ondas senoidais são periódicas no tempo (com período T) e no espaço (com comprimento de onda λ):

$$D(x, t) = A \sin[2\pi(x/\lambda - t/T) + \phi_0] \\ = A \sin(kx - \omega t + \phi_0)$$

onde A é a **amplitude**, $k = 2\pi/\lambda$ é o **número de onda**, $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ é a **frequência angular** e ϕ_0 é a **constante de fase**, que descreve as condições iniciais.



A relação fundamental para qualquer onda senoidal é $v = \lambda f$.

Aplicações

- **Corda** (transversal): $v = \sqrt{T_c/\mu}$
- **Som** (longitudinal): $v = 343$ m/s no ar a 20°C
- **Luz** (transversal): $v = c/n$, onde $c = 3,00 \times 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo, e n , o **índice de refração** do material onde se dá a propagação.

A **intensidade** da onda é a razão entre a potência da onda e a área de incidência: $I = P/A$

Para uma onda circular ou esférica: $I = P_{\text{fonte}}/4\pi r^2$.

O nível de intensidade sonora é

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log_{10}(I/1,0 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2)$$

O efeito Doppler ocorre quando uma fonte e um detector de onda estão se movendo um em relação ao outro: a frequência detectada difere da frequência f_0 emitida.

Fonte em aproximação Observador em aproximação de uma fonte

$$f_+ = \frac{f_0}{1 - v_e/v} \qquad f_+ = (1 + v_o/v)f_0$$

Fonte em afastamento Observador em afastamento de uma fonte

$$f_- = \frac{f_0}{1 + v_e/v} \qquad f_- = (1 - v_o/v)f_0$$

No caso da luz, a fórmula correspondente para o efeito Doppler é derivada da teoria da relatividade.

Termos e notação

modelo de onda
 onda progressiva
 onda transversal
 onda longitudinal
 ondas mecânicas
 ondas eletromagnéticas
 ondas de matéria
 meio

perturbação
 velocidade de onda, v
 densidade linear, μ
 gráfico-instantâneo
 gráfico-história
 onda senoidal
 amplitude, A
 comprimento de onda, λ

número de onda, k
 frente de onda
 onda circular
 onda esférica
 onda plana
 fase, ϕ
 compressão
 rarefação

espectro eletromagnético
 índice de refração, n
 intensidade, I
 nível de intensidade sonora, β
 decibels
 efeito Doppler
 desvio para o vermelho
 desvio para o azul



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

1. Os três pulsos de onda mostrados na **FIGURA Q20.1** propagam-se ao longo de uma mesma corda esticada. Ordene em seqüência decrescente as correspondentes velocidades de onda v_a , v_b e v_c . Explique.

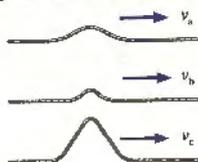


FIGURA Q20.1

2. Um pulso de onda propaga-se ao longo de uma corda com velocidade de 200 cm/s. Qual será sua velocidade se:
 a. A tensão da corda for dobrada?
 b. A massa da corda for quadruplicada (com seu comprimento mantido inalterado)?
 c. O comprimento da corda for quadruplicado (mas sua massa for mantida inalterada)?

Nota: Cada item é independente dos demais e se refere a alterações feitas na corda original.

3. A **FIGURA Q20.3** é um gráfico-história que representa o deslocamento produzido no meio, como uma função do tempo, em um dado ponto de uma corda. Neste ponto, o deslocamento do meio atinge o valor máximo de 2 mm *antes* ou *depois* do intervalo de tempo durante o qual o deslocamento é constante e igual a 1 mm?

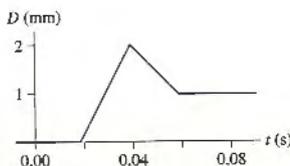


FIGURA Q20.3

4. A **FIGURA Q20.4** mostra o gráfico-instantâneo e o gráfico-história para um pulso de onda que se propaga em uma corda esticada. Os gráficos descrevem a mesma onda sob diferentes perspectivas.
 a. Em que sentido a onda se propaga? Explique.
 b. Qual é a velocidade da onda?

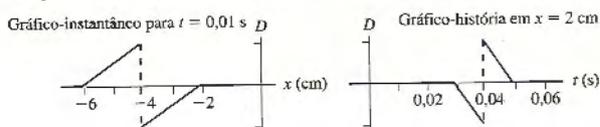


FIGURA Q20.4

5. Quais são a amplitude, o comprimento de onda, a freqüência e a constante de fase da onda progressiva da **FIGURA Q20.5**?

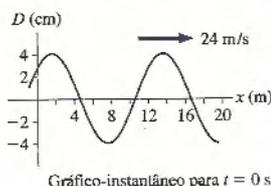


FIGURA Q20.5

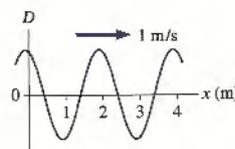


FIGURA Q20.6

6. A **FIGURA 20.6** é o gráfico-instantâneo de uma onda senoidal no instante $t = 1.0$ s. Qual é a constante de fase da onda?
 7. A **FIGURA Q20.7** mostra as frentes de onda de uma onda circular. Qual é a diferença de fase entre os pontos A e B, (b) C e D e (c) E e F?

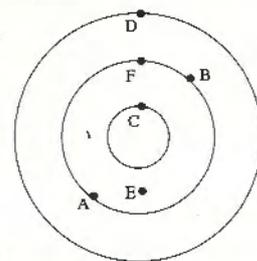


FIGURA Q20.7

8. Ordene em seqüência decrescente os comprimentos de onda λ_a , λ_b e λ_c para ondas sonoras com freqüências respectivamente iguais a $f_a = 100$ Hz, $f_b = 1000$ Hz e $f_c = 10.000$ Hz. Explique.
 9. Uma onda sonora com comprimento de onda λ_0 e freqüência f_0 passa para um novo meio no qual a velocidade do som é $v_1 = 2v_0$. Quais são o novo comprimento de onda λ_1 e a nova freqüência f_1 ? Explique.
 10. Uma onda sonora A fornece 2 J de energia em 2 s. Uma onda sonora B fornece 10 J de energia em 5 s. E uma onda sonora C fornece 2 mJ de energia em 1 ms. Ordene em seqüência decrescente as potências sonoras P_A , P_B e P_C dessas três ondas sonoras. Explique.
 11. Ao falar, um professor de física produz um nível de intensidade sonora de 52 dB. Embora se trate de uma situação aterrorizante, qual seria o nível de intensidade sonora produzido por 100 professores de física que falassem simultaneamente?

12. Você está parado em $x = 0$ m ouvindo um som que é emitido com frequência f_0 . O gráfico da FIGURA Q20.12 representa a frequência ouvida durante um intervalo de 4 segundos. Qual das alternativas abaixo descreve a fonte sonora? Explique a sua escolha.

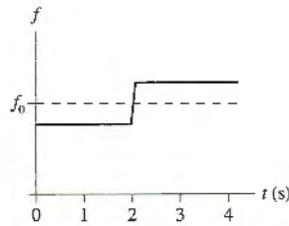


FIGURA Q20.12

- A fonte se move da esquerda para a direita e passa por você em $t = 2$ s.
- A fonte se move da direita para a esquerda e passa por você em $t = 2$ s.
- A fonte se move em sua direção, mas não o alcança. Depois, ela inverte seu sentido de propagação em $t = 2$ s.

d. Ela se distancia de você até $t = 2$ s. Depois, inverte seu sentido de propagação e passa a se mover em sua direção, mas não o alcança.

13. Você está parado em $x = 0$ m, ouvindo cinco fontes sonoras idênticas. Em $t = 0$ s, todas as cinco encontram-se em $x = 343$ m, movendo-se conforme mostra a FIGURA Q20.13. O som emitido pelas cinco fontes atinge seus ouvidos em $t = 1$ s. Ordene em seqüência decrescente as cinco frequências, de f_2 até f_1 , que você escuta em $t = 1$ s. Explique.

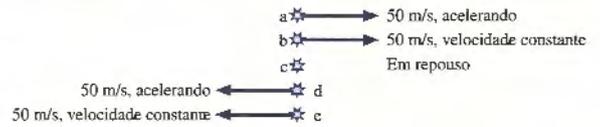


FIGURA Q20.13

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 20.1 O modelo de onda

- A velocidade de onda em uma corda sob tensão é 200 m/s. Qual será a velocidade se a tensão for dobrada?
- A velocidade de onda em uma corda é 150 m/s quando a tensão é 75 N. Que tensão resultará em uma velocidade de 180 m/s?
- Uma corda de 2,0 m de comprimento está sob 20 N de tensão. Um pulso percorre o comprimento inteiro da corda em 50 ms. Qual é a massa da corda?

Seção 20.2 Ondas unidimensionais

- Desenhe o gráfico-história correspondente a $D(x = 5,0 \text{ m}, t)$, com $x = 5,0$ m, para a onda representada na FIGURA EX20.4.

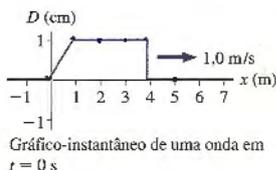


FIGURA EX20.4

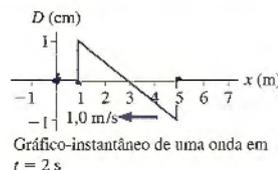


FIGURA EX20.5

- Desenhe o gráfico-história correspondente a $D(x = 0 \text{ m}, t)$, com $x = 0$ m, para a onda representada na FIGURA EX20.5.
- Desenhe o gráfico instantâneo correspondente a $D(x, t = 1,0 \text{ s})$, no instante $t = 1,0$ s, para a onda representada na FIGURA EX20.6.

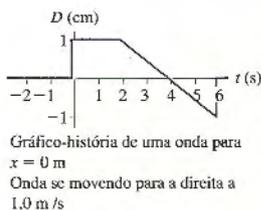


FIGURA EX20.6

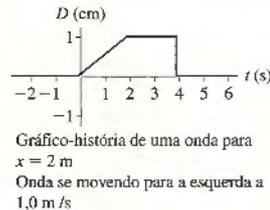


FIGURA EX20.7

- Desenhe o gráfico instantâneo correspondente a $D(x, t = 0 \text{ s})$, no instante $t = 0$ s, para a onda representada na FIGURA EX20.7.

8. A FIGURA EX20.8 é o gráfico instantâneo de uma onda longitudinal no instante $t = 0$ s. Desenhe a figura correspondente das posições das partículas do meio, como feito na Figura 20.9. Use um espaçamento de 1,0 cm entre as posições de equilíbrio das partículas.

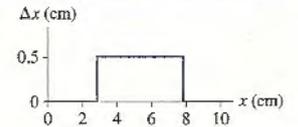


FIGURA EX20.8

9. A FIGURA EX20.9 é um desenho de algumas partículas do meio em que uma onda longitudinal se propaga correspondente a $t = 0$ s. O espaçamento de equilíbrio entre as partículas é de 1,0 cm. Desenhe o gráfico instantâneo $D(x, t = 0 \text{ s})$ correspondente a essa onda em $t = 0$ s.

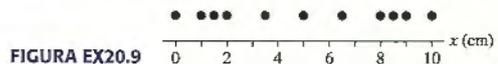


FIGURA EX20.9

Seção 20.3 Ondas senoidais

- Uma onda tem frequência angular de 30 rad/s e comprimento de onda de 2,0 m. Quanto valem (a) seu número de onda e (b) sua velocidade de onda?
- Uma onda se propaga a 200 m/s. Seu número de onda é 1,5 rad/m. Quais são (a) seu comprimento de onda e (b) sua frequência?
- O deslocamento de uma onda que se propaga no sentido positivo do eixo x é $D(x, t) = (3,5 \text{ cm}) \sin(2,7x - 124t)$, onde x está em m, e t , em s. Quais são (a) a frequência, (b) o comprimento de onda e (c) a velocidade da onda?
- O deslocamento de uma onda que se propaga, no sentido negativo do eixo y é $D(y, t) = (5,2 \text{ cm}) \sin(5,5y + 72t)$, onde y está em m, e t , em s. Quais são (a) a frequência, (b) o comprimento de onda e (c) a velocidade da onda?
- Quais são a frequência, o comprimento de onda e a amplitude da onda representada na FIGURA EX20.14?

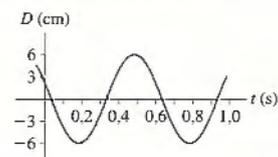


Gráfico-história para $x = 0$ m. Onda que se propaga para a esquerda a 2,0 m/s

FIGURA EX20.14

Seção 20.4 Ondas em duas e três dimensões

15. I Uma onda circular se propaga para longe de sua fonte. Em um dado instante de tempo, em $r_1 = 20$ cm, a fase da onda vale 0 rad, e em $r_2 = 80$ cm, 3π rad. Quanto vale o comprimento de onda?
16. I Uma onda esférica com 2,0 cm de comprimento de onda é emitida a partir da origem de um sistema de coordenadas. Em um dado instante de tempo, a fase em $r = 4,0$ m vale π rad. Neste instante, qual é o valor da fase em $r = 3,5$ m e em $r = 4,5$ m?
17. I Um alto-falante localizado na origem de um sistema de coordenadas (x, y) emite ondas sonoras em um dia quando a velocidade do som é de 340 m/s. Uma crista de onda atinge simultaneamente dois ouvintes que estão parados nas coordenadas (40 m, 0 m) e (0 m, 30 m). Quais são as duas menores frequências possíveis do som ouvido?
18. I Uma fonte sonora está localizada em alguma posição do eixo x . Experimentos revelam que uma mesma frente de onda atinge simultaneamente dois ouvintes posicionados em $x = -7,0$ m e $x = +3,0$ m.
a. Qual é a coordenada do eixo x onde se encontra a fonte?
b. Um terceiro ouvinte está posicionado ao longo do semi-eixo positivo de y . Qual é a sua coordenada no eixo y se ele, simultaneamente, é atingido pela frente de onda que atinge os dois primeiros ouvintes?

Seção 20.5 Som e luz

19. II Um martelo atinge a extremidade de uma barra metálica com 4,0 m de comprimento à temperatura ambiente. Na outra extremidade da barra, um microfone capta dois pulsos de onda, um que se propagou pelo metal, e outro, pelo ar. Os pulsos estão separados no tempo por 11,0 ms. Quanto vale a velocidade do som no metal?
20. II a. Qual é o comprimento de uma onda de ultra-som de 2,0 MHz ao se propagar pelo alumínio?
b. Que frequência de onda eletromagnética teria o mesmo comprimento de onda do ultra-som do item anterior?
21. I a. A 20°C, qual é a frequência de uma onda sonora que, propagando-se no ar, tem um comprimento de onda de 20 cm?
b. Qual é a frequência de uma onda eletromagnética com um comprimento de onda de 20 cm?
c. Qual seria o comprimento de uma onda sonora propagando-se na água com a mesma frequência da onda eletromagnética do item anterior?
22. I a. Qual é a frequência de luz azul que possui um comprimento de onda de 450 nm?
b. Qual é a frequência de luz vermelha que possui um comprimento de onda de 650 nm?
c. Qual é o índice de refração de um material no qual o comprimento de onda da luz vermelha é de 450 nm?
23. II a. Sinais telefônicos muitas vezes são transmitidos através de longas distâncias em frequências de microondas. Qual é a frequência da radiação de microondas com um comprimento de onda de 3,0 cm?
b. Sinais de microondas são emitidos entre os topos de duas montanhas distantes 50 km uma da outra. Quanto tempo transcorre para que um sinal se propague de um topo ao outro?
24. I a. Uma estação de rádio FM transmite na frequência de 101,3 MHz. Qual é o comprimento de onda da emissora?
b. Qual é a frequência de uma fonte sonora que emite o mesmo comprimento de onda no ar a 20°C?
25. II a. Quanto tempo transcorre para que a luz atravesse um pedaço de vidro de janela com 3,0 mm de espessura?
b. Que espessura de água a luz percorre neste mesmo intervalo de tempo?

26. I Uma onda de luz apresenta um comprimento de onda de 670 nm no ar. Seu comprimento de onda em um sólido transparente é de 420 nm.
a. Qual é a velocidade da luz no sólido?
b. Qual é a frequência da luz no sólido?
27. II As conversas telefônicas por celulares são transmitidas como ondas de rádio de alta frequência. Suponha que o sinal de seu celular tenha um comprimento de onda de 35 cm ao se propagar no ar. Quais serão (a) a frequência e (b) o comprimento de onda quando o sinal se propagar através do vidro da janela de seu quarto, que tem 3 mm de espessura?

Seção 20.6 Potência, intensidade e decibels

28. II Uma onda sonora com intensidade de $2,0 \times 10^{-3}$ W/m² é percebida como sendo modestamente intensa. O seu tímpano tem 6,00 mm de diâmetro. Que quantidade de energia será transferida para seu tímpano se ouvir este som durante 1,0 min?
29. II A intensidade das ondas eletromagnéticas provenientes do Sol é 1,4 kW/m² logo acima da atmosfera terrestre. Oitenta por cento disso atinge a superfície terrestre, ao meio-dia, em um dia ensolarado de verão. Suponha que suas costas equivalham a um retângulo de 30 cm \times 50 cm. Quantos joules de energia solar incidem sobre suas costas ao se bronzear por 1,0 h?
30. I A intensidade sonora produzida por uma perfuratriz a 2,0 m do ponto de impacto, ao quebrar o concreto, é 2,0 W/m². O som é suficientemente intenso para causar danos permanentes à audição se o operador não usar proteção auricular. Qual é a intensidade sonora para uma pessoa que escute a perfuratriz a 50 m de distância?
31. I Um alto-falante de um show, suspenso a grande altura do solo, emite 35 W de potência sonora. Um pequeno microfone com área de 1,0 cm² encontra-se a 50 m do alto-falante.
a. Qual é a intensidade sonora na posição do microfone?
b. Que quantidade de energia sonora incide sobre o microfone a cada segundo?
32. I O Sol emite ondas eletromagnéticas com potência de $4,0 \times 10^{26}$ W. Determine a intensidade das ondas eletromagnéticas do Sol logo acima da atmosfera de Vênus, da Terra e de Marte.
33. I Quais são os níveis de intensidade sonora de ondas sonoras com intensidades de (a) $5,0 \times 10^{-8}$ W/m² e (b) $5,0 \times 10^{-2}$ W/m²?
34. I Quais são as intensidades de ondas sonoras correspondentes aos níveis de intensidade sonora de (a) 36 dB e (b) 96 dB?
35. II Um alto-falante, posicionado sobre um poste alto, emite ondas sonoras igualmente em todas as direções. Se a potência do som na saída do alto-falante é 5,0 W, a que distância dele o nível de intensidade sonora é de 90 dB?

Seção 20.7 O efeito Doppler

36. I Um cantor de ópera emite uma nota musical a 600 Hz enquanto viaja em um conversível a 90 km/h. Qual é a frequência ouvida por:
a. Uma pessoa parada ao lado da estrada, à frente do carro?
b. Uma pessoa parada no solo, atrás do carro?
37. I Num dia em que a velocidade do som é 340 m/s, um amigo seu canta em voz alta, emitindo uma única nota de 400 Hz enquanto corre em sua direção a 25,0 m/s.
a. Que frequência você escuta?
b. Que frequência o seu amigo ouviria se você subitamente começasse também a emitir uma nota musical de 400 Hz?

38. | Um apito que você usa para chamar seu cão de caça emite uma frequência de 21 kHz, mas seu cão o ignora. Você suspeita que o apito possa estar com defeito, porém não é capaz de escutar sons acima de 20 kHz. Para testá-lo, você pede que um amigo assopre o apito, e então você sobe na sua bicicleta. Em que sentido você deve pedalar (na direção de seu amigo ou dele se afastando) e com que rapidez mínima deverá estar se movendo a fim de saber se o apito está funcionando?
39. | Uma fêmea de falcão emite um som agudo enquanto mergulha em sua direção. Você se lembra, das aulas de biologia, que as fêmeas de falcão emitem um som de 800 Hz, todavia escuta o som emitido pela ave como sendo de 900 Hz. Qual é a velocidade de aproximação do falcão?

Problemas

40. || Os deslocamentos produzidos por uma onda progressiva em um meio são dados por

$$D(x, t) = \begin{cases} 1 \text{ cm} & \text{se } |x - 3t| \leq 1 \\ 0 \text{ cm} & \text{se } |x - 3t| > 1 \end{cases}$$

onde x está em m, e t , em s.

- a. Desenhe gráficos de deslocamento versus posição a intervalos de 1 s, desde $t = 0$ s até $t = 3$ s. Use uma escala para o eixo x que vá de -2 a 12 m. Disponha os quatro gráficos verticalmente.
- b. Determine a velocidade de onda em cada gráfico. Explique como você fez isso.
- c. Determine a velocidade de onda a partir da equação para $D(x, t)$. Ela é equivalente à resposta do item anterior?
41. || A FIGURA P20.41 é um gráfico-história, para $x = 0$ m, de uma onda propagando-se a 4,0 m/s no sentido positivo do eixo x .
- a. Qual é o comprimento de onda correspondente?
- b. Qual é a constante de fase da onda?
- c. Escreva a equação para os deslocamentos produzidos no meio por esta onda.

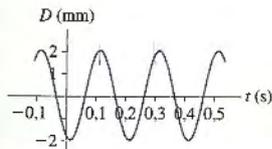


Gráfico-história para $x = 0$ m
Onda propagando-se para a direita a 4,0 m/s

FIGURA P20.41

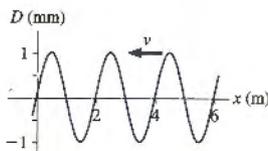


Gráfico-instantâneo para $t = 0$ s

FIGURA P20.42

42. || A FIGURA P20.42 é um gráfico-instantâneo, para $t = 0$, de uma onda de 5,0 Hz que se propaga para a esquerda.
- a. Qual é a velocidade da onda?
- b. Qual é a sua constante de fase?
- c. Escreva a equação para os deslocamentos produzidos no meio por esta onda.
43. || Uma unidade de ultra-som envia uma onda sonora de 2,4 MHz através de um tubo de 25 cm de comprimento repleto de um líquido desconhecido. Um pequeno microfone bem ao lado do gerador ultra-sônico detecta a onda transmitida e a onda sonora que refletiu na extremidade oposta do tubo. Os dois pulsos de som estão separados por 4,4 divisões da escala de um osciloscópio para o qual a varredura horizontal está ajustada em 100 μ s/divisão. Qual é a velocidade do som no líquido?
44. || Uma onda se propaga ao longo de uma corda com uma velocidade de 280 m/s. Qual será a velocidade da onda se a corda for substituída por outra, feita do mesmo material e esticada à mesma tensão, mas com um raio duas vezes maior?

45. || O barbante 1 da FIGURA P20.45 possui densidade linear de 2,0 g/m, e o barbante 2, densidade linear de 4,0 g/m. Um estudante emite pulsos nos dois sentidos, puxando rapidamente o nó para cima e soltando-o em seguida. Quais são os comprimentos L_1 e L_2 ao longo da corda se os pulsos atingem as extremidades dos barbantes simultaneamente?

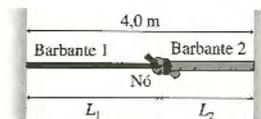


FIGURA P20.45

46. || Os navios medem a distância até o fundo do oceano por meio de um sonar. Um pulso de ondas sonoras é direcionado para o fundo do oceano, e microfones sensíveis captam o eco. O gráfico representa o tempo de espera como uma função da posição do navio enquanto ele percorre 60 km do oceano. Faça um esboço do fundo do oceano. Defina a superfície do oceano como $y = 0$, com os pontos do fundo do oceano assumindo valores negativos de y . Com isso, seu gráfico será um esboço do perfil do fundo do oceano. A velocidade do som na água do oceano varia ligeiramente com a temperatura, mas você pode usar 1500 m/s como um valor médio.

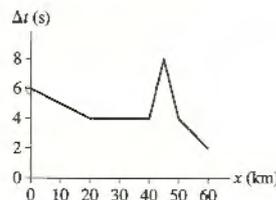


FIGURA P20.46

47. || Exploradores de petróleo disparam explosivos para produzir sons intensos e, depois, escutam os ecos provenientes de depósitos subterrâneos de petróleo. Geólogos suspeitam que exista petróleo a 500 m de profundidade do Lago Física. Sabe-se que o Lago Física encontra-se sobre uma depressão de granito. Os exploradores detectam um eco fraco 0,94 s após explodirem dinamite na superfície do lago. Se for realmente petróleo, que espessura de granito deve ser perfurada para alcançá-lo?
48. || Um indício usado que seu sistema auditivo usa para localizar um som (isto é, para indicar de onde provém o som) é a leve diferença nos tempos de chegada do som aos ouvidos. Seus ouvidos estão distanciados um do outro por aproximadamente 20 cm. Considere uma fonte sonora a 5,0 m do centro de sua cabeça, ao longo de uma linha inclinada em 45° para sua direita. Qual será a diferença nos tempos de chegada? Expresse a resposta em microssegundos. Dica: Você deve determinar a diferença entre dois números que são quase iguais. O que implica esta quase igualdade a respeito da precisão necessária durante estágios intermediários do cálculo?
49. || Um feixe de laser de hélio-neônio tem um comprimento de onda no ar igual a 633 nm. Transcorrem 1,38 ns para que a luz atravesse 30 cm de um líquido desconhecido. Qual é o comprimento de onda da luz do laser no líquido?
50. || Uma onda sonora de 256 Hz no ar a 20°C propaga-se na água de uma piscina. Quais são as razões entre suas frequências, velocidades e comprimentos de onda dentro da água e no ar?
51. || Basicamente, os terremotos são ondas sonoras que se propagam através da Terra. Elas são chamadas de ondas sísmicas. Como a Terra é sólida, ela permite a propagação de ondas sísmicas longitudinais e transversais. Essas ondas se propagam com velocidades diferentes. A velocidade das ondas longitudinais, chamadas de ondas P, é 8000 m/s. As ondas transversais, chamadas de ondas S, se propagam com uma velocidade menor: 4500 m/s. Um sismógrafo registra as duas ondas provenientes de um terremoto distante. Se a onda S chega 2,0 min após a onda P, a que distância do aparelho ocorreu o terremoto? Pode-se considerar que as ondas se propaguem em linhas retas, embora as ondas sísmicas reais sigam rotas mais complexas.

52. || Uma onda sonora é descrita pela função $D(y, t) = (0,0200 \text{ mm}) \times \sin[(8,96 \text{ rad/m})y + (3140 \text{ rad/s})t + \pi/4 \text{ rad}]$, onde y está m, e t , em s.
- Em que sentido a onda se propaga?
 - Ao longo de que eixo oscilam as partículas do ar?
 - Quais são os valores do comprimento de onda, da velocidade de onda e do período de oscilação?
 - Desenhe o gráfico da velocidade versus tempo correspondente a $D(y = 1,00 \text{ m}, t)$, para $y = 1,00 \text{ m}$, desde $t = 0 \text{ s}$ até $t = 4,00 \text{ ms}$.
53. || Uma onda em uma corda é descrita pela função $D(x, t) = (3,0 \text{ cm}) \times \sin[2\pi(x/(2,4 \text{ m}) + t/(0,20 \text{ s}) + 1)]$, onde x está m, e t , em s.
- Em que sentido esta onda se propaga?
 - Quais são os valores de sua velocidade, sua frequência e seu número de onda?
 - Para $t = 0,50 \text{ s}$, qual é o deslocamento da corda na posição $x = 0,20 \text{ m}$?
54. || Uma onda em uma corda é descrita pela função $D(x, t) = (2,00 \text{ cm}) \times \sin[(12,57 \text{ rad/m})x - (638 \text{ rad/s})t]$, onde x está m, e t , em s. A densidade linear do barbante é $5,60 \text{ g/m}$. Quanto vale:
- A tensão do barbante?
 - O deslocamento máximo de um ponto qualquer do barbante?
 - A velocidade máxima de um ponto qualquer do barbante?
55. || Escreva a equação do deslocamento produzido no meio por uma onda senoidal propagando-se no sentido negativo do eixo y com um comprimento de onda de 50 cm , uma velocidade de $4,0 \text{ m/s}$ e uma amplitude de $5,0 \text{ cm}$. Suponha que $\phi_0 = 0$.
56. || Escreva a equação do deslocamento produzido no meio por uma onda senoidal propagando-se no sentido positivo do eixo x com uma frequência de 200 Hz , uma velocidade de 400 m/s , uma amplitude de $0,010 \text{ cm}$ e uma constante de fase $\pi/2 \text{ rad}$.
57. || Demonstre que $D(x, t + T) = D(x, t)$ para uma onda progressiva senoidal. Isto significa que a onda é periódica com período T .
58. || Uma fonte de ondas sonoras esféricas localizada na origem de um sistema de coordenadas emite som com frequência de 13.100 Hz e velocidade de onda de 346 m/s . Qual é a diferença de fase, em graus e em radianos, existente entre dois pontos cujas coordenadas (x, y, z) são $(1,00 \text{ cm}, 3,00 \text{ cm}, 2,00 \text{ cm})$ e $(-1,00 \text{ cm}, 1,50 \text{ cm}, 2,50 \text{ cm})$?
59. || Um barbante com densidade linear de $2,0 \text{ g/m}$ está esticado ao longo do semi-eixo positivo de x sob uma tensão de 20 N . Uma das extremidades do barbante, em $x = 0 \text{ m}$, é amarrada a um gancho que oscila para cima e para baixo com frequência de 100 Hz , efetuando deslocamentos máximos de $1,0 \text{ mm}$. No instante $t = 0 \text{ s}$, o gancho está em seu ponto mais baixo.
- Quanto valem a velocidade e o comprimento de onda no barbante?
 - Quanto valem a amplitude e a constante de fase da onda?
 - Escreva a equação para o deslocamento $D(x, t)$ produzido no meio pela propagação da onda progressiva.
 - Qual é o deslocamento de um ponto do barbante na posição $x = 0,50 \text{ m}$ e no instante $t = 15 \text{ ms}$?
60. || A FIGURA P20.60 mostra o gráfico-instantâneo de uma onda que se propaga para a direita, ao longo de uma corda, a 45 m/s . Neste instante, qual é a velocidade dos pontos 1, 2 e 3 da corda?

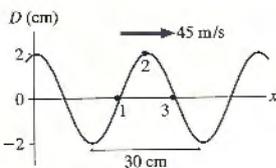


FIGURA P20.60

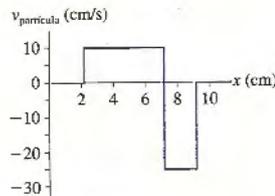


FIGURA P20.61

61. || A FIGURA P20.61 é o gráfico-instantâneo da velocidade instantânea $v_{particula}$ das partículas de uma corda. A onda se propaga para a esquerda a 50 cm/s . Desenhe um gráfico-instantâneo do deslocamento produzido pela onda em cada ponto da corda neste instante de tempo.
62. || Um barbante esticado sob $50,0 \text{ N}$ de tensão tem densidade linear igual a $5,0 \text{ g/m}$. Uma onda senoidal com amplitude de $3,0 \text{ cm}$ e comprimento de onda de $2,0 \text{ m}$ propaga-se no barbante. Qual é a velocidade máxima de uma partícula qualquer do barbante?
63. || Uma onda senoidal propaga-se em uma corda esticada. Uma partícula da corda tem velocidade máxima de $2,0 \text{ m/s}$ e uma aceleração máxima de 200 m/s^2 . Quais são a frequência e a amplitude da onda?
64. || a. Uma lâmpada de 100 W produz $5,0 \text{ W}$ de luz visível. (Os outros 95 W são dissipados como calor e radiação infravermelha.) Qual é a intensidade de luz sobre uma parede a $2,0 \text{ m}$ de distância da lâmpada?
- b. Um laser de criptônio produz um feixe vermelho e cilíndrico com $2,0 \text{ mm}$ de diâmetro e $5,0 \text{ W}$ de potência. Qual é a intensidade da luz sobre uma parede a $2,0 \text{ m}$ de distância do laser?
65. || Uma estação de rádio AM transmite com potência de 25 kW em uma frequência de 920 kHz . Estime a intensidade da onda de rádio em um ponto a 10 km da antena de transmissão.
66. || Lasers podem ser usados para perfurar ou cortar materiais. Um laser gera uma série de pulsos de alta intensidade, ao invés de um feixe contínuo de luz. Cada pulso contém 500 mJ de energia e dura 10 ns . O laser dispara 10 desses pulsos por segundo.
- Qual é a potência de pico da luz do laser? A potência de pico é a saída de potência durante um dos pulsos de 10 ns .
 - Qual é a potência média de saída do laser? A potência média é a energia total emitida por segundo.
 - Uma lente foca o feixe de laser em um círculo de $10 \mu\text{m}$ de diâmetro de um alvo. Durante um pulso do laser, qual é a intensidade de luz sobre o alvo?
 - A intensidade da luz solar ao meio-dia é, aproximadamente, 1100 W/m^2 . Qual é a razão entre a intensidade do laser sobre o alvo e a intensidade do Sol ao meio-dia?
67. || A intensidade do som a 50 m de uma sirene de alerta contra tornados é de $0,10 \text{ W/m}^2$.
- Qual é a intensidade a 1000 m ?
 - A intensidade mais fraca que provavelmente será ouvida acima do ruído de fundo é de $\approx 1 \mu\text{W/m}^2$. Estime a distância máxima na qual a sirene pode ser ouvida.
68. || O nível de intensidade sonora a $5,0 \text{ m}$ de uma grande serra elétrica é de 100 dB . A que distância o volume do som será 80 dB , um volume mais tolerável?
69. || Dois alto-falantes posicionados em plataformas elevadas encontram-se nas extremidades opostas de um campo. Cada um emite som igualmente em todas as direções. O nível de intensidade sonora em um ponto intermediário entre os alto-falantes é de $75,0 \text{ dB}$. Qual é o nível de intensidade sonora em um ponto quatro vezes mais próximo de um dos alto-falantes do que do outro, ao longo da linha que os une?
70. || Um médico louco acredita que a calvície pode ser curada esquentando-se o couro cabeludo com ondas sonoras. Seus pacientes sentam-se embaixo de alto-falantes Calvo-Matic, onde suas cabeças são banhadas por 93 dB de suaves ondas sonoras a 800 Hz . Suponha que uma cabeça calva possa ser considerada como um hemisfério de 16 cm de diâmetro. Se $0,10 \text{ J}$ de energia sonora fosse uma "dose" apropriada, quantos minutos deveria durar cada sessão dessa terapia?
71. || O morcego localiza animais emitindo "guinchos" ultra-sônicos, escutando, a seguir, os ecos produzidos pelos insetos. Suponha que o som de um guincho de morcego tenha frequência de 25 kHz . A que velocidade o morcego teria de voar, e em que sentido, a fim de que você mal pudesse escutar o guincho a 20 kHz ?

72. || Um professor de física demonstra o efeito Doppler amarrando um gerador de som de 600 Hz a uma corda de 1,0 m de comprimento e girando-a sobre sua cabeça, em um círculo horizontal, a 100 rpm. Qual é a menor e qual é a maior frequência ouvida por um aluno na sala de aula?
73. || Demonstre que a frequência Doppler f_- de uma fonte que se afasta é dada por $f_- = f_0 / (1 + v_F/v)$.
74. || Uma nave espacial aproxima-se de seu planeta natal a uma velocidade de $0,1c$. Quando ela se encontra a 54×10^6 km de distância, usa seu laser de luz verde ($\lambda = 540$ nm) para sinalizar sua abordagem.
 a. Quanto tempo transcorre para que o sinal chegue ao planeta natal?
 b. Com que comprimento de onda o sinal é detectado no planeta natal?
75. || Você está fazendo um cruzeiro a Júpiter, à velocidade limite registrada de $0,1c$, quando, de repente, um homem audacioso passa por você, no mesmo sentido do seu movimento, a $0,3c$. Com que comprimento de onda o detector de luz de seu foguete capta a luz vermelha emitida pelas luzes de sinalização traseiras da nave mais veloz? Este comprimento de onda corresponde à luz ultravioleta, visível ou infravermelha? Use o valor de 650 nm para o comprimento de onda da luz vermelha.
76. || Os comprimentos de onda da luz proveniente de uma galáxia distante são $0,5\%$ mais longos do que os comprimentos de onda correspondentes, medidos em um laboratório terrestre. A galáxia está se aproximando ou se afastando da Terra? Com que valor de velocidade?
77. || Você acaba de ser parado por ultrapassar um sinal vermelho, e o policial lhe diz que a multa será de R\$ 250,00. Desesperado, você se lembra de repente de uma idéia que seu professor de física discutiu em aula. Usando um tom mais calmo, você diz ao policial que as leis da física o impediram de saber que o semáforo estava vermelho. De fato, enquanto você dirigia em direção ao semáforo, a luz sofreu um desvio Doppler para parecer estar verde naquele momento. "Tudo bem", diz o policial, "então vou te multar por excesso de velocidade. A multa será de R\$ 1,00 para cada 1 km/h acima do limite de velocidade, que é de 50 km/h". Qual será o valor da multa? Use 650 nm como o comprimento de onda da luz vermelha e 540 nm como o comprimento de onda da luz verde.

Problemas desafiadores

78. A FIGURA PD20.78 mostra duas massas suspensas por um fio de aço. A massa do fio é $60,0$ g. Um pulso de onda percorre o fio, do ponto 1 para o ponto 2, em $24,0$ ms. Qual é o valor da massa m ?

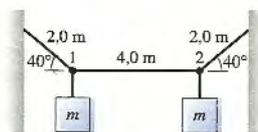


FIGURA PD20.78

79. Uma maneira de monitorar o aquecimento global é medir a temperatura média do oceano. Os pesquisadores fazem isso medindo o tempo que leva para que pulsos de onda se propaguem dentro d'água ao longo de grandes distâncias. A uma profundidade de 1000 m, onde a temperatura do oceano se mantém estável e próxima de 4°C , a velocidade média do som é 1480 m/s. A partir de medidas de laboratório, sabe-se que a velocidade do som aumenta $4,0$ m/s para cada $1,0^\circ\text{C}$ de aumento da temperatura. Em um experimento, onde os sons gerados próximo à Califórnia são detectados no Pacífico Sul, as ondas sonoras percorrem 8000 km. Se a menor alteração de tempo que pode ser detectada com confiança for de $1,0$ s, qual será a menor alteração da temperatura média possível de ser medida?
80. Um fio é feito soldando-se dois metais com densidades diferentes. A FIGURA PD20.80 mostra uma seção de $2,00$ m de comprimento do fio, centrada na junção, mas o fio se estende muito além do que é mostrado, nos dois sentidos. Ele é esticado sob uma tensão de 2250 N, e depois, uma onda de 1500 Hz, com uma amplitude de $3,00$ mm, é produzida no fio. Quantos comprimentos de onda (ciclos completos) dessa onda cabem nesta seção do fio com $2,00$ m de comprimento?
81. Uma corda de massa m e comprimento L está pendurada no teto de uma casa.
 a. Demonstre que a velocidade de onda na corda, a uma distância y acima da extremidade inferior, é $v = \sqrt{gy}$.
 b. Demonstre que o tempo para que um pulso percorra o comprimento da corda é $\Delta t = 2\sqrt{L/g}$.

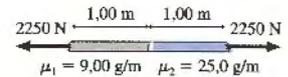


FIGURA PD20.80

82. Alguns dispositivos ópticos modernos são feitos de um vidro cujo índice de refração se altera com a distância da superfície frontal. A FIGURA PD20.82 mostra o índice de refração, como uma função da distância, de uma placa de vidro de espessura L . O índice de refração aumenta linearmente de n_1 na superfície frontal, para n_2 na superfície traseira.
 a. Obtenha uma expressão do tempo decorrido para que a luz atravessasse este pedaço de vidro.
 b. Avalie a sua expressão no caso de um pedaço de vidro com $1,0$ cm de espessura para o qual $n_1 = 1,50$ e $n_2 = 1,60$.

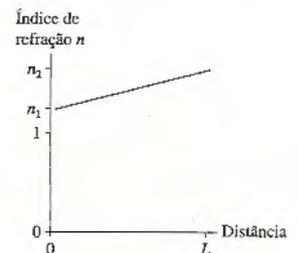


FIGURA PD20.82

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 20.1: d e e. A velocidade de onda depende das propriedades do meio, e não da maneira como a onda é gerada. Para uma corda, $v = \sqrt{T/\mu}$. Aumentar a tensão ou diminuir a densidade linear (corda mais leve) aumentará a velocidade de onda.

Pare e Pense 20.2: b. A onda se propaga para a direita a $2,0$ m/s, portanto cada ponto da onda passa por $x = 0$ m, o ponto de interesse, $2,0$ s antes de atingir a posição $x = 4,0$ m. O gráfico possui a mesma forma, mas tudo ocorre $2,0$ s antes.

Pare e Pense 20.3: d. O comprimento de onda – a distância entre duas cristas – é de 10 m. A frequência é $f = v/\lambda = (50 \text{ m/s})/(10 \text{ m}) = 5$ Hz.

Pare e Pense 20.4: e. Uma crista e um vale vizinhos estão separados por $\lambda/2$. Isto corresponde a uma diferença de fase de π rad.

Pare e Pense 20.5: $n_c > n_a > n_b$, $\lambda = \lambda_{\text{vac}}/n$; logo, um comprimento de onda mais curto corresponde a um índice de refração maior.

Pare e Pense 20.6: c. Qualquer variação da intensidade por um fator de 2 altera o nível de intensidade sonora em 3 dB. Apenas um trompete tocando corresponde a $\frac{1}{4}$ da intensidade original, portanto ela diminuiu por dois fatores de 2.

Pare e Pense 20.7: c. Zack escuta uma frequência maior, uma vez que ele e a fonte se aproximam. Amy está se movendo com a fonte, de modo que $f_{\text{Amy}} = f_0$.

21

Superposição

As cores em redemoinho se devem a uma fina camada de óleo. O óleo é transparente; as cores surgem da interferência entre ondas luminosas refletidas pelo óleo.

► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 21 é compreender e aplicar o conceito de superposição. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Aplicar o princípio da superposição.
- Compreender como ondas estacionárias são geradas.
- Calcular os comprimentos de onda e as frequências permitidas para ondas estacionárias.
- Compreender como as ondas produzem interferência construtiva e destrutiva.
- Calcular a frequência de batimento entre duas ondas de frequências praticamente iguais.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende de várias propriedades das ondas progressivas que foram introduzidas no Capítulo 20. Revise:

- Seções 20.2–20.4 As propriedades básicas das ondas progressivas
- Seção 20.5 Ondas sonoras e ondas luminosas



O que as cores de uma película de óleo ou de uma bolha de sabão têm em comum com o som de um trombone? Surpreendentemente, as propriedades de ambos se devem à combinação de *duas* ondas progressivas.

À combinação de duas ou mais ondas denomina-se *superposição* de ondas. Neste capítulo, exploraremos de que maneira as ondas se superpõem e aprenderemos que a superposição é importante em aplicações que variam de instrumentos musicais a lasers. Este capítulo também estabelece as bases de nosso estudo da óptica ondulatória, no Capítulo 22.

21.1 O princípio da superposição

A **FIGURA 21.1a** mostra dois jogadores de beisebol, Alan e Bill, praticando com tacos de beisebol. Desafortunadamente, alguém ligou as máquinas de lançar bolas de maneira que a máquina A lance bolas em direção a Bill, enquanto a máquina B lança bolas em direção a Alan. Se duas bolas forem lançadas ao mesmo tempo e com mesma velocidade elas colidirão no ponto de intersecção das linhas tracejadas e se afastarão uma da outra. Duas partículas não podem ocupar o mesmo ponto do espaço ao mesmo tempo.

Entretanto as ondas, diferente das partículas, podem passar uma através da outra. Na **FIGURA 21.1b**, Alan e Bill escutam som estéreo no vestiário após o treino. Uma vez que ambos escutam a música muito bem, sem distorção ou ausência de sons, uma onda sonora que sai do alto-falante A, em direção a Bill, deverá passar pela onda proveniente do alto-falante B, que se propaga em direção a Alan. O que acontece com o meio em um ponto onde duas ondas estão presentes ao mesmo tempo?

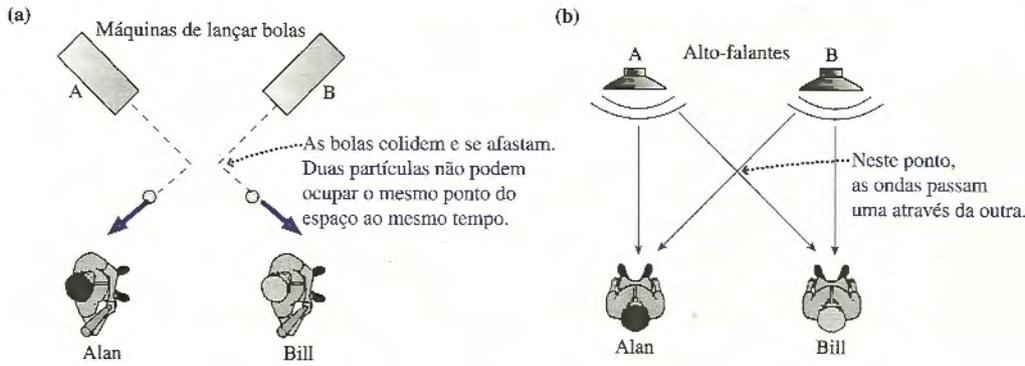


FIGURA 21.1 Diferentemente das partículas, duas ondas podem passar diretamente uma através da outra.

Se a onda 1 desloca uma partícula do meio em D_1 , e a onda 2, *simultaneamente*, desloca esta partícula em D_2 , o deslocamento resultante da partícula será, simplesmente, $D_1 + D_2$. Esta idéia é muito importante, pois ela nos diz como combinar ondas. Ela é conhecida como *princípio da superposição*.

PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO Quando duas ou mais ondas estão presentes simultaneamente em um mesmo ponto do espaço, o deslocamento do meio neste ponto é a soma dos deslocamentos que seriam produzidos por cada onda separadamente.

Quando objetos diferentes são postos um sobre o outro, dizemos que eles estão *sobrepostos*. Quando uma onda é “posta” sobre outra, temos uma superposição de ondas. Matematicamente, o deslocamento resultante de uma partícula do meio é expresso como

$$D_{res} = D_1 + D_2 + \dots = \sum_i D_i \quad (21.1)$$

onde D_i é o deslocamento que seria causado se apenas a onda i estivesse presente. Faremos a hipótese simplificadora de que os deslocamentos produzidos individualmente pelas ondas estejam ao longo de uma mesma linha, de modo que possamos adicionar deslocamentos como somamos escalares, em vez de vetores.

Para usar o princípio da superposição, você deve conhecer o deslocamento causado por cada onda se estivesse se propagando sozinha no meio. Para determinar o deslocamento resultante no meio de propagação, você deve, então, em *cada ponto* do meio, adicionar os deslocamentos causados separadamente por cada onda *naquele ponto*. O resultado será diferente em cada um dos pontos do meio de propagação, uma vez que os deslocamentos são diferentes em cada ponto.

Para ilustrar a idéia, a FIGURA 21.2 mostra gráficos-*instantâneos*, feitos a intervalos de 1 s, de duas ondas que se propagam à mesma velocidade (1 m/s), em sentidos opostos, ao longo de uma corda. O princípio da superposição entra em jogo sempre que ondas se sobrepõem. A linha contínua representa a soma, *para cada ponto*, dos dois deslocamentos produzidos individualmente naquele ponto. Este é o deslocamento que você, de fato, observaria à medida que duas ondas passassem uma através da outra.

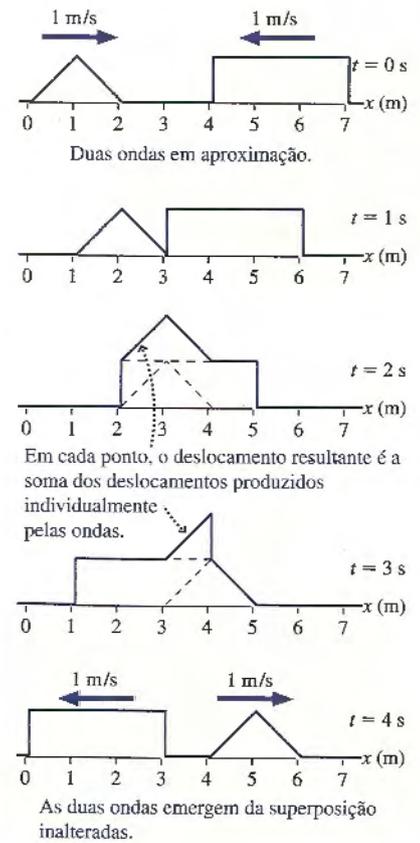
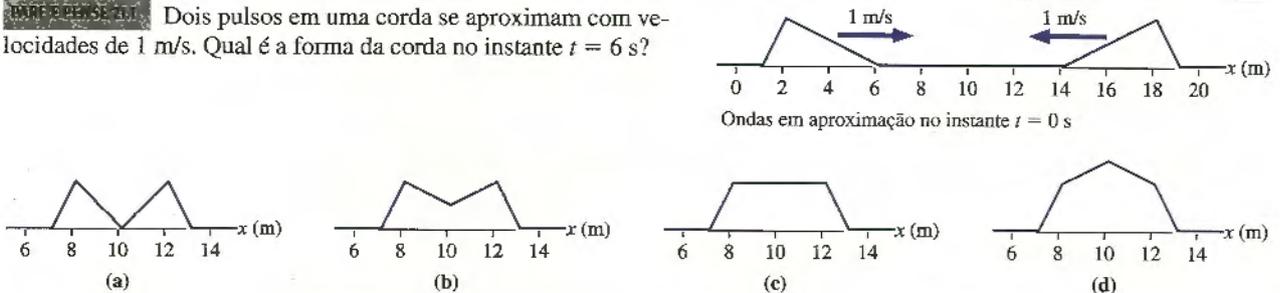


FIGURA 21.2 Superposição de duas ondas em uma corda, ao se atravessarem.

EXERCÍCIO 21.1 Dois pulsos em uma corda se aproximam com velocidades de 1 m/s. Qual é a forma da corda no instante $t = 6$ s?



21.2 Ondas estacionárias

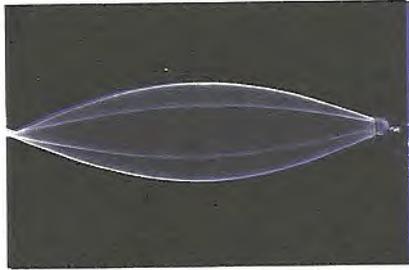


FIGURA 21.3 Uma corda em vibração é um exemplo de onda estacionária.

A **FIGURA 21.3** é a fotografia de uma *onda estacionária* em uma corda em vibração, tirada com o obturador da máquina aberto por um período de tempo relativamente longo. Não é óbvio na fotografia, mas, de fato, uma onda estacionária é a superposição de duas ondas progressivas. Para entender isso, vamos começar refletindo acerca de duas ondas seuícais que se propaguem em sentidos opostos através de um meio. Por exemplo, suponha que você dispõe de dois alto-falantes, cada qual de frente um para o outro, ou que você está sacudindo as extremidades de uma corda esticada muito longa. Através desta seção, **presumiremos que as duas ondas envolvidas no fenômeno tenham a mesma frequência, o mesmo comprimento de onda e a mesma amplitude.** Em outras palavras, trata-se de ondas idênticas, exceto pelo fato de que uma viaja para a direita, e outra, para a esquerda. O que acontece quando as duas ondas se atravessam?

A **FIGURA 21.4a** mostra nove gráficos-instantâneos de duas ondas progressivas, correspondentes a instantes separados por intervalos de $\frac{1}{8}T$. Os pontos identificam duas das cristas para ajudá-lo a perceber que a onda vermelha se propaga para a direita, e a verde, para a esquerda. Em *cada ponto*, o deslocamento resultante do meio é determinado adicionando-se o deslocamento vermelho ao deslocamento verde. A onda azul, a resultante, é a superposição das duas ondas progressivas.

A Figura 21.4a é um tanto complicada, por isso a **FIGURA 21.4b** mostra, em azul escuro, apenas a onda resultante da superposição das duas ondas progressivas. Esta é a onda que você realmente observaria. É interessante notar que o ponto azul escuro revela que a onda azul escuro não se move para a direita nem para a esquerda. Trata-se de uma onda, mas não de uma onda progressiva. A onda representada na Figura 21.4 é chamada de **onda estacionária**, pois suas cristas e seus vales “ficam imóveis” à medida que a onda oscila.

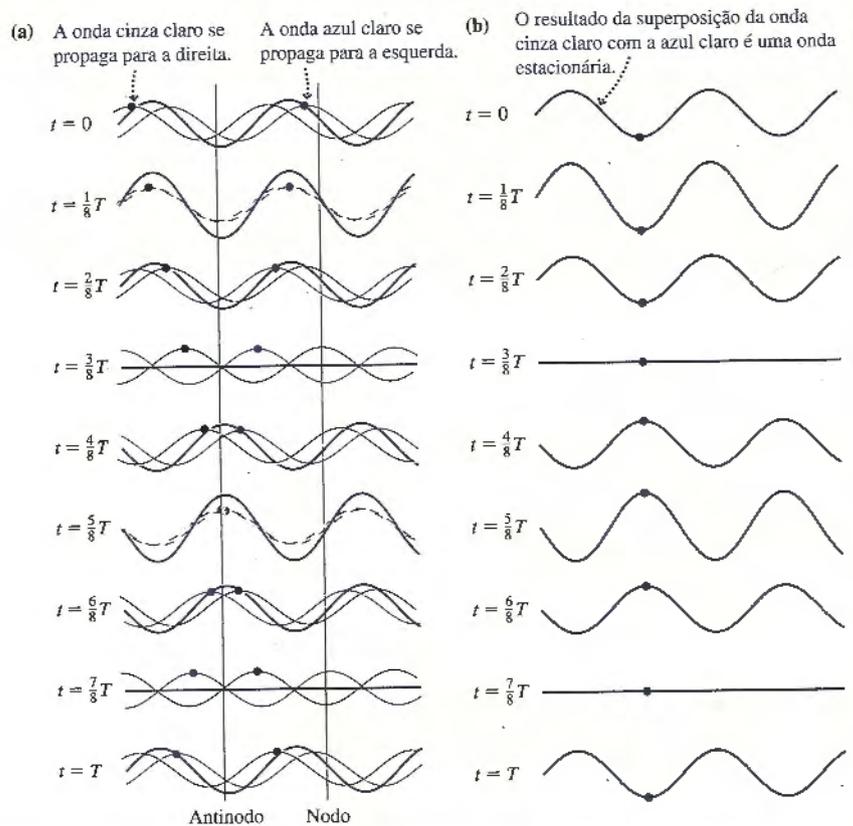


FIGURA 21.4 A superposição de duas ondas progressivas senoidais que se propagam em sentidos opostos.

Nodos e antinodos

A **FIGURA 21.5** resume os nove gráficos da Figura 21.4b em uma única representação gráfica da onda estacionária. Compare esta figura com a fotografia da Figura 21.3, de uma

corda em vibração, e você poderá verificar que a corda em vibração constitui uma onda estacionária. Uma característica marcante de um padrão de onda estacionária é a existência de **nodos**, ou **nós**, aqueles pontos que *nunca se movem!*

Dois nodos adjacentes estão situados a uma distância $\lambda/2$ um do outro. No ponto intermediário entre os nodos vizinhos situam-se aqueles pontos onde as partículas do meio oscilam com máximo deslocamento. Esses pontos de amplitude máxima são chamados de **antinodos**, e você pode verificar que eles também estão espaçados por $\lambda/2$.

Parece surpreendente e contra-intuitivo que algumas partículas do meio não tenham qualquer movimento. Para entender por que isso ocorre, examine cuidadosamente as duas ondas progressivas da Figura 21.4a. Você verá que os nodos ocorrem em pontos onde, a *qualquer instante* de tempo, os deslocamentos produzidos no meio pelas duas ondas progressivas têm o mesmo módulo, mas *sinais opostos*. Portanto, a superposição dos deslocamentos produzidos individualmente nesses pontos resulta sempre em zero. Os antinodos correspondem aos pontos onde os dois deslocamentos produzidos no meio têm módulos e *sinais iguais* em todos os instantes.

Dizemos que duas ondas 1 e 2 estão *em fase* em um ponto quando D_1 for sempre igual a D_2 naquele ponto. Nele, a superposição resulta em uma onda cuja amplitude é duas vezes maior do que a das ondas progressivas individuais. Trata-se de um ponto de *interferência construtiva*. Os antinodos de uma onda estacionária correspondem aos pontos de interferência construtiva entre duas ondas progressivas.

Em contraste, dizemos que duas ondas estão *fora de fase* naqueles pontos onde D_1 for sempre igual a $-D_2$. A superposição das duas ondas progressivas resulta em uma onda com amplitude nula naquele ponto – nenhuma oscilação! Trata-se de um ponto de *interferência destrutiva*. Os nodos de uma onda estacionária correspondem aos pontos de interferência destrutiva. Adiante, neste capítulo, a principal discussão sobre interferência construtiva e destrutiva, e então você reconhecerá que está vendo interferência construtiva e destrutiva nos antinodos e nos nodos de uma onda estacionária.

No Capítulo 20, você aprendeu que a *intensidade* de uma onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude: $I \propto A^2$. Na **FIGURA 21.6**, pode-se ver que os pontos de intensidade máxima ocorrem onde a onda estacionária oscila com máxima amplitude (ou seja, nos antinodos) e que a intensidade é nula nos nodos. Se se tratar de uma onda sonora, o volume de som será máximo nos antinodos e nulo nos nodos. A idéia central é que a **intensidade é máxima nos pontos de interferência construtiva e nula (se as ondas tiverem a mesma amplitude) nos pontos de interferência destrutiva.**

A matemática das ondas estacionárias

Uma onda senoidal que se propaga para a direita ao longo do eixo x , com frequência angular $\omega = 2\pi f$, número de onda $k = 2\pi/\lambda$ e amplitude a é representada por

$$D_D = a \text{sen}(kx - \omega t) \tag{21.2}$$

Uma onda equivalente que se propaga para a esquerda é representada por

$$D_E = a \text{sen}(kx + \omega t) \tag{21.3}$$

Anteriormente, usamos o símbolo A para representar a amplitude de onda, mas aqui usaremos a letra minúscula a para denotar a amplitude de cada onda individual, reservando A para a amplitude da onda resultante.

De acordo com o princípio da superposição, o deslocamento resultante do meio quando as duas ondas se propagam simultaneamente é a soma de D_D e D_E :

$$D(x, t) = D_D + D_E = a \text{sen}(kx - \omega t) + a \text{sen}(kx + \omega t) \tag{21.4}$$

Podemos simplificar a Equação 21.4 usando a identidade trigonométrica

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen} \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \text{sen} \beta$$

Disso resulta

$$\begin{aligned} D(x, t) &= a(\text{sen} kx \cos \omega t - \cos kx \text{sen} \omega t) + a(\text{sen} kx \cos \omega t + \cos kx \text{sen} \omega t) \\ &= (2a \text{sen} kx) \cos \omega t \end{aligned} \tag{21.5}$$

É útil representar a Equação 21.5 na forma

$$D(x, t) = A(x) \cos \omega t \tag{21.6}$$

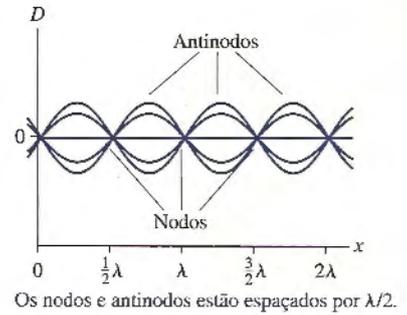


FIGURA 21.5 Muitas vezes, as ondas estacionárias são representadas como seriam vistas em uma seqüência de fotos tiradas a iguais intervalos de tempo.

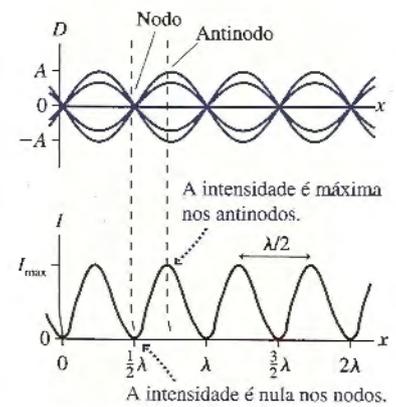


FIGURA 21.6 A intensidade de uma onda estacionária é máxima nos antinodos e nula nos nodos.



Esta fotografia mostra a ponte pênsil Tacoma Narrows no dia de 1940 em que ela sofreu uma catastrófica oscilação de onda estacionária que a levou ao colapso. Forças aerodinâmicas fizeram com que a amplitude de um particular modo ressonante da ponte aumentasse drasticamente até a ponte entrar em colapso. Na foto, a linha cinza indica a pista de rodagem original da ponte. Você pode ver claramente a grande amplitude da oscilação e o nodo no centro da abertura do arco.

onde a **função de amplitude** $A(x)$ é definida como

$$A(x) = 2a \text{ sen } kx \quad (21.7)$$

A amplitude atinge um valor máximo $A_{\text{max}} = 2a$ nos pontos em que $\text{sen } kx = 1$.

O deslocamento $D(x, t)$, dado pela Equação 21.6, não é função de $x - vt$ nem de $x + vt$; portanto, *não* se trata de uma onda progressiva. Pelo contrário, o termo $\cos \omega t$ na Equação 21.6 descreve um meio no qual cada ponto oscila em movimento harmônico simples com frequência $f = \omega/2\pi$. A função $A(x) = 2a \text{ sen } kx$ fornece a amplitude da oscilação para uma partícula na posição x .

A **FIGURA 21.7** representa graficamente a Equação 21.6 em diversos instantes diferentes de tempo. Observe que os gráficos são idênticos aos da Figura 21.5, mostrando que a Equação 21.6 é a descrição matemática de uma onda estacionária. Pode-se ver que a amplitude de oscilação, dada por $A(x)$, varia de ponto a ponto através do meio.

Os nodos da onda estacionária são os pontos nos quais a amplitude é nula. Eles estão localizados nas posições x para as quais

$$A(x) = 2a \text{ sen } kx = 0 \quad (21.8)$$

A Equação 21.8 será verdadeira se

$$kx_m = \frac{2\pi x_m}{\lambda} = m\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (21.9)$$

Logo, a posição x_m do nodo de ordem m é

$$x_m = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (21.10)$$

onde m é um número inteiro. Pode-se verificar que o espaçamento entre dois nodos adjacentes é de $\lambda/2$, em concordância com a Figura 21.6. Os nodos *não* estão espaçados por λ , como você deve ter esperado.

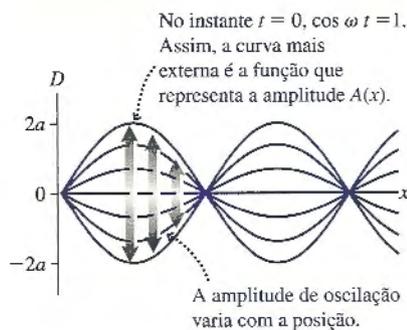


FIGURA 21.7 O deslocamento resultante de duas ondas progressivas senoidais propagando-se em sentidos contrários.

EXEMPLO 21.1 Espaçamento de nodos em uma corda

Uma corda bastante comprida tem densidade linear de $5,0 \text{ g/m}$ e está esticada sob tensão de $8,0 \text{ N}$. Ondas de 100 Hz , com amplitudes de $2,0 \text{ mm}$, são geradas nas extremidades da corda.

- Qual é o espaçamento dos nodos da onda estacionária resultante?
- Qual é o deslocamento máximo da corda?

MODELO Duas ondas progressivas de mesma frequência e com sentidos contrários produzem uma onda estacionária.

VISUALIZAÇÃO A onda estacionária terá a aparência mostrada na Figura 21.5.

RESOLUÇÃO a. A velocidade das ondas na corda é

$$v = \sqrt{\frac{T_c}{\mu}} = \sqrt{\frac{8,0 \text{ N}}{0,0050 \text{ kg/m}}} = 40 \text{ m/s}$$

e, portanto, o comprimento de onda vale

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{40 \text{ m/s}}{100 \text{ Hz}} = 0,40 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

Assim, o espaçamento entre nodos adjacentes é $\lambda/2 = 20 \text{ cm}$.

b. O deslocamento máximo, nos antinodos, é

$$A_{\text{max}} = 2a = 4,0 \text{ mm}$$

21.3 Ondas estacionárias transversais

10.4, 10.6



Sacudir as duas extremidades de uma corda bastante comprida não é uma maneira muito prática de gerar ondas estacionárias. Ao contrário, como mostrado na fotografia da Figura 21.3, ondas estacionárias são geralmente vistas em cordas fixadas pelas duas extremidades. Para entender por que esta condição causa ondas estacionárias, precisamos examinar o que ocorre quando uma onda progressiva encontra uma descontinuidade entre dois meios diferentes.

A **FIGURA 21.8a** mostra uma *descontinuidade* entre uma corda com grande densidade linear e outra com densidade linear menor. A tensão é a mesma nas duas cordas, portanto a velocidade de onda é menor na parte esquerda e maior, na direita. Sempre que uma onda encontra uma descontinuidade, parte de sua energia é *transmitida* para a frente e parte é *refletida* de volta.

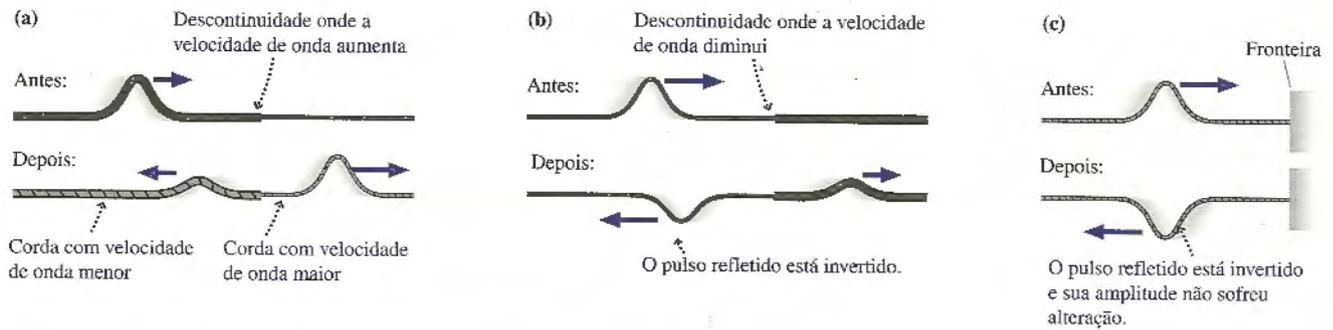


FIGURA 21.8 Uma onda se reflete ao encontrar uma descontinuidade ou uma fronteira.

As ondas luminosas exibem um comportamento semelhante quando encontram um pedaço de vidro. A maior parte da energia da onda luminosa é transmitida através do vidro, e por isso o vidro é transparente, todavia uma pequena quantidade da energia é refletida. Dessa forma você enxerga seu fraco reflexo na vitrine de uma loja.

Na FIGURA 21.8b, uma onda incidente encontra uma descontinuidade na qual sua velocidade de onda diminui. Neste caso, o pulso refletido está *invertido*. Um deslocamento positivo do meio produzido pela onda incidente torna-se um deslocamento negativo no caso da onda refletida. Como $\sin(\phi + \pi) = -\sin\phi$, dizemos que a onda refletida sofre uma *mudança de fase de π ao ser refletida*. Essa reflexão será importante posteriormente neste capítulo, quando estudarmos a interferência entre as ondas luminosas.

A onda da FIGURA 21.8c é refletida em uma *fronteira*. Pode-se pensar nisso como se, na Figura 21.8b, a corda à direita do nó se tornasse infinitamente pesada. Assim, a reflexão na Figura 21.8c se parece com aquela da Figura 21.8b, com uma exceção: uma vez que não existe uma onda transmitida, *toda* a energia da onda é refletida de volta. Logo, **a amplitude de uma onda refletida por uma fronteira não sofre alteração**. A FIGURA 21.9 é uma seqüência de fotos estroboscópicas nas quais se vê um pulso em uma mola tipo corda refletir-se em uma fronteira à direita da foto. O pulso refletido está invertido, mas não ocorreram outras alterações.

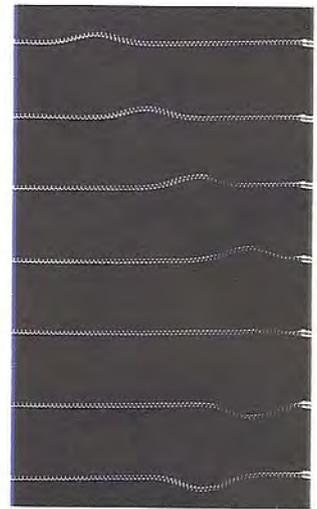


FIGURA 21.9 Foto estroboscópica de um pulso que se propaga em uma corda tipo mola.

Ondas estacionárias em uma corda

A FIGURA 21.10 mostra uma corda de comprimento L presa em $x = 0$ e em $x = L$. Se você sacudir a corda pelo meio, ondas senoidais se propagarão na corda nos dois sentidos e logo atingirão as fronteiras. Como o módulo da velocidade de uma onda refletida não sofre alteração, **o comprimento e a frequência de uma onda senoidal refletida não são alterados**. Conseqüentemente, as reflexões nas duas extremidades da corda fazem com que duas ondas de *mesma amplitude e comprimento de onda* se propaguem em sentidos opostos ao longo da corda. Como acabamos de ver, essas são precisamente as condições sob as quais se produz uma onda estacionária!

Para relacionar a análise matemática das ondas estacionárias feita na Seção 21.2 com a realidade física de uma corda amarrada pelas extremidades, precisamos impor *condições de contorno*. Uma **condição de contorno** é um enunciado matemático impondo alguma restrição que *deve* ser obedecida no contorno ou na borda de um meio. Uma vez que a corda está amarrada pelas extremidades, os deslocamentos de suas partículas localizadas em $x = 0$ e em $x = L$ devem ser nulos em todos os instantes. Assim, as condições de contorno para ondas estacionárias são expressas como $D(x = 0, t) = 0$ e $D(x = L, t) = 0$. Dito de outra forma, é preciso que existam nós nas duas extremidades da corda.

Já aprendemos que os deslocamentos produzidos no meio por uma onda estacionária são representados por $D(x, t) = (2a \sin kx) \cos \omega t$. Esta equação já satisfaz a condição de contorno $D(x = 0, t) = 0$, ou seja, a origem está localizado num nó. A segunda condição de contorno, na fronteira em $x = L$, requer que $D(x = L, t) = 0$. Esta condição será satisfeita em todos os instantes de tempo se

$$2a \sin kL = 0 \quad (\text{condição de contorno em } x = L) \quad (21.11)$$

A Equação 21.11 será verdadeira se $\sin kL = 0$, o que, por sua vez, requer que

$$kL = \frac{2\pi L}{\lambda} = m\pi \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (21.12)$$

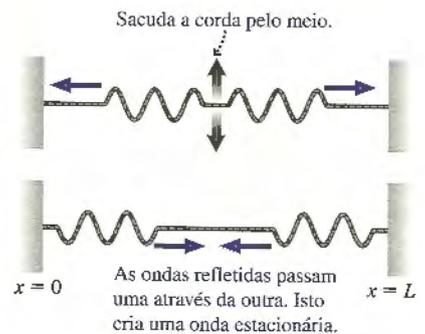


FIGURA 21.10 Reflexões nas duas fronteiras resultam em uma onda estacionária na corda.

Ou seja, kL deve ser um múltiplo de $m\pi$, todavia o caso $m = 0$ é excluído porque L não pode ser nulo.

Para uma corda de comprimento fixo L , a única grandeza na Equação 21.12 que pode variar é λ , ou seja, a condição de contorno será satisfeita apenas se o comprimento de onda tiver um dos valores

$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (21.13)$$

Uma onda estacionária pode existir na corda apenas se seu comprimento de onda for um dos valores dados pela Equação 21.13. O comprimento de onda possível de ordem m , $\lambda_m = 2L/m$, é o tamanho exato necessário para que seu nodo de ordem m esteja localizado na extremidade da corda (em $x = L$).

NOTA ▶ Outros comprimentos de onda, que seriam perfeitamente aceitáveis para uma onda progressiva, não podem ocorrer em uma *onda estacionária* de comprimento L , já que as condições de contorno não podem ser satisfeitas, neste caso, pois requerem que exista um nodo em cada extremidade da corda. ◀

Se a formação de ondas estacionárias só é possível para certos valores de comprimentos de onda, então somente algumas poucas frequências de oscilação serão permitidas. Como $\lambda f = v$ para uma onda senoidal, a frequência de oscilação correspondente ao comprimento de onda λ_m é

$$f_m = \frac{v}{\lambda_m} = \frac{v}{2L/m} = m \frac{v}{2L} \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (21.14)$$

A menor frequência permitida,

$$f_1 = \frac{v}{2L} \quad (\text{frequência fundamental}) \quad (21.15)$$

que corresponde ao comprimento de onda $\lambda_1 = 2L$, é chamada de **frequência fundamental** da corda. As frequências permitidas podem ser escritas em função da frequência fundamental como

$$f_m = m f_1 \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (21.16)$$

As frequências permitidas para ondas estacionárias em uma corda são todos múltiplos inteiros da frequência fundamental. As ondas estacionárias de maior frequência são chamadas de **harmônicos**, com a onda correspondente a $m = 2$, com frequência f_2 , chamada de *segundo harmônico*; a onda de ordem $m = 3$, de *terceiro harmônico*; e assim por diante.

A FIGURA 21.11 representa graficamente as primeiras quatro ondas estacionárias possíveis em uma corda de comprimento fixo L . Tais ondas estacionárias são chamadas de **modos normais** da corda. Cada modo, indicado pelo número inteiro m , tem comprimento de onda e frequência próprios. Não esqueça de que esses desenhos mostram, simplesmente, a *envoltória*, ou seja, as extremidades exteriores das oscilações. A corda está continuamente oscilando em todas as posições entre essas bordas, conforme demonstramos em detalhe na Figura 21.5.

Há três coisas que devem ser observadas nos modos normais de uma corda.

1. O valor de m é o número de *antinodos* de uma onda estacionária, e não, o número de nodos. Pode-se dizer qual é o modo de oscilação de uma corda contando-se o número de antinodos.
2. O *modo fundamental*, para $m = 1$, corresponde a $\lambda_1 = 2L$, e não, a $\lambda_1 = L$. Somente metade de um comprimento de onda cabe na distância entre as fronteiras, uma consequência direta do fato de que o espaçamento entre os nodos é de $\lambda/2$.
3. As frequências dos modos normais formam uma série: $f_1, 2f_1, 3f_1, 4f_1, \dots$. A frequência fundamental f_1 pode ser determinada pela *diferença* entre as frequências de quaisquer dois modos vizinhos. Ou seja, $f_1 = \Delta f = f_{m+1} - f_m$.

A FIGURA 21.12 é uma foto tirada com um tempo de exposição relativamente grande da onda estacionária em uma corda correspondente a $m = 4$. Os nodos e antinodos são bem diferentes. A corda vibra com rapidez quatro vezes maior no modo $m = 4$ do que no modo fundamental $m = 1$.

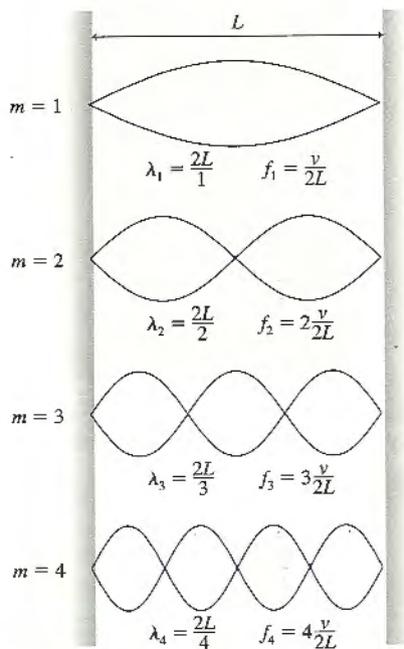


FIGURA 21.11 Os primeiros quatro modos normais de ondas estacionárias em uma corda de comprimento L .



FIGURA 21.12 Fotografia tirada com grande tempo de exposição da onda estacionária em uma corda esticada correspondente a $m = 4$.

EXEMPLO 21.2 Uma onda estacionária em uma corda

Uma corda com 2,50 m de comprimento vibra como uma onda estacionária de 100 Hz, com dois nodos a 1,00 m e 1,50 m de uma das extremidades da corda e nenhum outro entre estes dois. Que harmônico é este e qual é a frequência fundamental da corda?

MODELO Os nodos adjacentes de onda estacionária estão espaçados por uma distância igual a $\lambda/2$.

VISUALIZAÇÃO A onda estacionária se parece com a da Figura 21.5.

RESOLUÇÃO Se não existem nodos entre os dois situados a 1,0 m e 1,5 m da extremidade, então o espaçamento entre nodos adjacentes é de $\lambda/2 = 0,50$ m. O número de segmentos com 0,50 m de comprimento que cabem em um comprimento de 2,50 m é cinco, portanto trata-se do modo $m = 5$, e 100 Hz corresponde ao quinto harmônico. As frequências dos harmônicos são dadas pela relação $f_m = mf_1$; assim, a frequência fundamental é

$$f_1 = \frac{f_5}{5} = \frac{100 \text{ Hz}}{5} = 20 \text{ Hz}$$

PAUSE E PENSE 21.2 Uma onda estacionária em uma corda vibra como mostrado na figura. Suponha que, então, a tensão da corda seja quadruplicada, enquanto a frequência e o comprimento da corda são mantidos constantes. Qual é o padrão de onda estacionária produzido?



Onda estacionária original

Ondas estacionárias eletromagnéticas

Uma corda em vibração constitui apenas um exemplo de onda estacionária transversal. Outro exemplo de onda transversal é uma onda eletromagnética. Ondas estacionárias eletromagnéticas podem ser estabelecidas entre dois espelhos paralelos que refletem luz para um lado e para outro. Os espelhos são fronteiras, análogos às fronteiras nas extremidades de uma corda esticada. De fato, é exatamente assim que opera um laser. Os dois espelhos da FIGURA 21.13, um de frente para o outro, formam o que se denomina *cavidade ressonante do laser*.

Uma vez que os espelhos se comportam de maneira análoga aos pontos onde uma corda é amarrada, a onda luminosa deve ter um nodo na superfície de cada espelho. Um dos espelhos, porém, reflete a luz de forma apenas parcial, permitindo que alguma luz escape e forme o feixe do laser, mas isso não afeta a condição de contorno.

Se as condições de contorno são as mesmas, as Equações 21.13 e 21.14 para λ_m e f_m se aplicam a um laser da mesma forma como se aplicam a uma corda vibrante. A diferença fundamental é o tamanho do comprimento de onda. Uma cavidade de laser típica tem um comprimento $L \approx 30$ cm, e a luz visível, um comprimento de onda $\lambda \approx 600$ nm. A onda luminosa estacionária na cavidade do laser tem um número m de modo que é igual aproximadamente a

$$m = \frac{2L}{\lambda} \approx \frac{2 \times 0,30 \text{ m}}{6,00 \times 10^{-7} \text{ m}} = 1.000.000$$

Em outras palavras, a onda luminosa estacionária na cavidade de um laser tem aproximadamente um milhão de antinodos! Isto é uma consequência do curtíssimo comprimento de onda da luz.

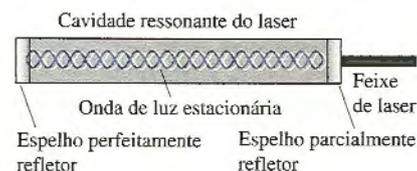


FIGURA 21.13 Um laser opera com uma onda de luz estacionária formada entre dois espelhos paralelos.

EXEMPLO 21.3 A onda luminosa estacionária dentro de um laser

São lasers de hélio-neônio que geralmente emitem a luz vermelha usada em apresentações em sala de aula e em leitoras ópticas de caixas de supermercado. Um laser de hélio-neônio opera em um comprimento de onda de exatamente 632,9924 nm quando a distância entre os espelhos é de 310,372 mm.

- Em qual modo este laser opera?
- Qual é o próximo comprimento de onda mais longo de uma onda estacionária nesta cavidade do laser?

MODELO A onda luminosa forma uma onda estacionária entre os dois espelhos.

VISUALIZAÇÃO A onda estacionária se parece com a da Figura 21.13.

RESOLUÇÃO a. Podemos usar $\lambda_m = 2L/m$ para determinar a ordem m (do modo):

$$m = \frac{2L}{\lambda_m} = \frac{2 \times 0,310372 \text{ m}}{6,329924 \times 10^{-7} \text{ m}} = 980.650$$

Há 980.650 antinodos na onda luminosa estacionária.

- O próximo comprimento de onda mais longo que se encaixa na cavidade do laser terá um nodo a menos. Será o modo de ordem $m = 980.649$, e seu comprimento de onda vale

$$\lambda = \frac{2L}{m} = \frac{2(0,310372 \text{ m})}{980.649} = 632,9930 \text{ nm}$$

AValiação Quando o número de modos diminui em 1, o comprimento de onda aumenta apenas em 0,0006 nm.

Microondas, com comprimento de onda de alguns centímetros, também podem gerar ondas estacionárias. Isto, porém, nem sempre é desejado. Se as microondas de um forno de microondas formam uma onda estacionária, há nodos onde a intensidade do campo eletromagnético é sempre nula. Esses nodos resultam em pontos frios, onde o alimento não aquece. Embora os projetistas de fornos de microondas tentem impedir a formação de ondas estacionárias, normalmente os fornos apresentam “pontos frios” separados por distâncias de $\lambda/2$, correspondentes aos nodos no campo de microondas. A plataforma giratória do forno de microondas mantém o alimento em movimento, de forma que nenhuma parte de seu jantar permaneça fixa em um nodo.

EXEMPLO 21.4 Pontos frios num forno de microondas

Os pontos frios de um forno de microondas estão separados por 6,0 cm. Qual é a frequência das microondas?

MODELO Uma onda estacionária é criada pelas microondas que se refletem nas paredes.

RESOLUÇÃO Os pontos frios correspondem a nodos da microonda estacionária. Os nodos estão separados por $\lambda/2$, de modo que o comprimento de onda da radiação de microondas deve ser $\lambda = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$. A velocidade das microondas é a velocidade da luz, $v = c$, logo sua frequência é

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{0,12 \text{ m}} = 2,5 \times 10^9 \text{ Hz} = 2,5 \text{ GHz}$$

21.4 Ondas estacionárias sonoras e acústica musical

Em uma longa coluna de ar estreita, como o ar em um tubo ou cano, pode-se formar uma onda sonora estacionária *longitudinal*. De certa forma, as ondas longitudinais são mais complicadas do que as ondas em uma corda, pois o gráfico daquele tipo de onda – representando o deslocamento do meio *paralelamente* ao tubo – não é uma figura da onda.

Para ilustrar as idéias, a **FIGURA 21.14** apresenta uma série de três gráficos e figuras que ilustram a onda estacionária de grau $m = 2$ dentro de uma coluna de ar fechada nas duas extremidades. Chamamos isso de *tubo fechado-fechado*. Nas extremidades fechadas, o ar não pode oscilar porque suas moléculas são pressionadas contra a parede e incapazes de se mover; portanto, **toda extremidade fechada de uma coluna de ar deve corresponder a um nodo de deslocamento**. Assim, as condições de contorno – nodos nas extremidades – são as mesmas para ondas estacionárias em uma corda.

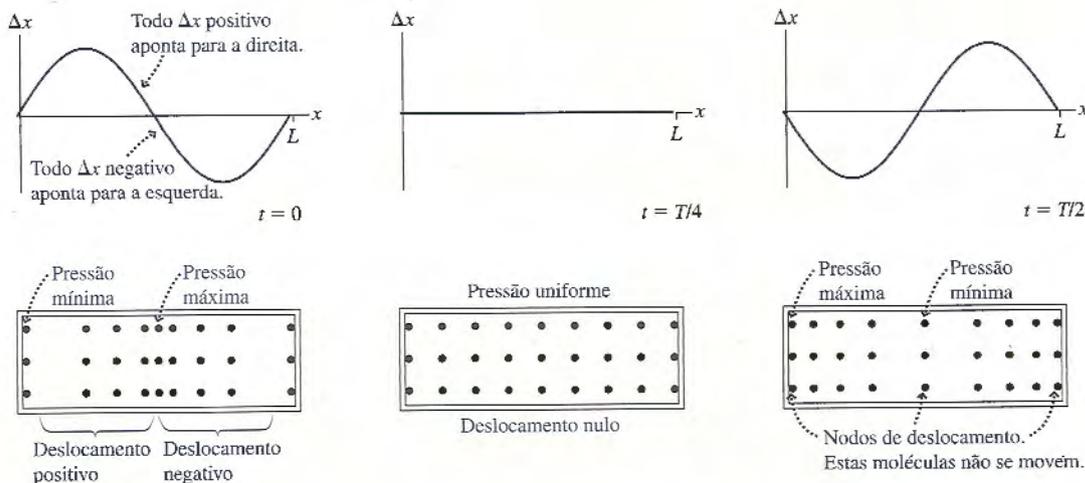


FIGURA 21.14 Esta seqüência temporal de gráficos e figuras ilustra a onda sonora estacionária no modo correspondente $m = 2$ estabelecida em um tubo fechado-fechado.

Embora o gráfico pareça familiar, trata-se de um gráfico do deslocamento *longitudinal* do meio. Em $t = 0$, os deslocamentos positivos ocorridos na metade esquerda e os deslocamentos negativos ocorridos na metade direita fazem todas as moléculas de ar

convergir para o centro do tubo. Ali, a densidade e a pressão aumentam, enquanto nas extremidades elas diminuem – respectivamente, uma *compressão* e uma *rarefação* na terminologia do Capítulo 20. Meio ciclo mais tarde, as moléculas se precipitam para as extremidades do tubo. Agora, a pressão é máxima nas extremidades e mínima no centro. Tente visualizar as moléculas de ar se agitando para a frente e para trás desta forma.

A FIGURA 21.15 combina essas ilustrações em uma única figura, mostrando onde as moléculas oscilam (antinodos) e onde elas não se encontram (nodos). Um gráfico do deslocamento Δx se parece com o gráfico de uma onda estacionária em uma corda para $m = 2$. Como as condições de contorno são as mesmas, os comprimentos de onda e as frequências possíveis para ondas estacionárias no ar em um tubo fechado-fechado são iguais aos de uma corda de mesmo comprimento.

Muitas vezes é útil pensar no som como uma *onda de pressão* em vez de como uma *onda de deslocamento*, e o gráfico inferior da Figura 21.15 representa a onda estacionária de pressão para $m = 2$ em um tubo fechado-fechado. Observe que a pressão oscila em torno do valor p_{atm} , seu valor de equilíbrio. Os **nodos e antinodos da onda de pressão são intercambiáveis com aqueles da onda de deslocamento**, e um estudo cuidadoso da Figura 21.14 revela o porquê. As moléculas de gás são empurradas alternadamente contra as extremidades do tubo, fazendo com que a pressão nas extremidades fechadas oscile com amplitude máxima – em cada uma existe um antinodo.

EXEMPLO 21.5 Cantando no chuveiro

A altura do boxe de um chuveiro é de 2,45 m. Para que frequências menores do que 500 Hz existem ondas sonoras estacionárias no boxe do chuveiro?

MODELO O boxe de chuveiro, em primeira aproximação, é uma coluna de ar de 2,45 m de comprimento. Ele é fechado nas extremidades pelo teto e pelo chão. Suponha uma velocidade do som no ar a 20°C.

VISUALIZAÇÃO Uma onda sonora estacionária terá nodos no teto e no chão. O modo $m = 2$ terá a aparência da Figura 21.15 girada em 90°.

RESOLUÇÃO A frequência fundamental de uma onda sonora estacionária nesta coluna de ar é

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2(2,45 \text{ m})} = 70 \text{ Hz}$$

As frequências possíveis para as ondas estacionárias são todas múltiplas inteiras da frequência fundamental. São elas: 70 Hz, 140 Hz, 210 Hz, 280 Hz, 350 Hz, 420 Hz e 490 Hz.

AVALIAÇÃO Os muitos modos possíveis de ondas estacionárias em um boxe de chuveiro fazem com que o som *reverbere*, o que explica por que algumas pessoas gostam tanto de cantar no chuveiro. Nossa aproximação do boxe do chuveiro como sendo um tubo unidimensional é, na verdade, um pouco simplista demais. Uma análise tridimensional revelaria a existência de outros modos não-previstos nesta análise simplificada, tornando o “espectro do som” ainda mais rico.

Colunas de ar fechadas nas duas extremidades são de pouco interesse a menos que, como no Exemplo 21.5, você esteja dentro da coluna. Colunas de ar que *emitem* som são abertas em uma extremidade ou nas duas. Muitos instrumentos musicais se encaixam nesta descrição. Por exemplo, uma flauta é um tubo aberto nas duas extremidades. O flautista sopra por uma extremidade para criar uma onda estacionária dentro do tubo, e uma nota dessa frequência é emitida pelas duas extremidades da flauta. (A extremidade soprada de uma flauta possui uma abertura lateral em vez de ao longo do tubo. Isso é necessário em razão da maneira como as flautas são tocadas, mas de uma perspectiva física esta é a “extremidade” do tubo porque ela abre o tubo para a atmosfera.) Um trompete, no entanto, é aberto na extremidade da campana, mas *fechado* pelos lábios do trompetista na outra extremidade.

Já vimos anteriormente que, ao chegar a uma descontinuidade, uma onda é parcialmente transmitida e parcialmente refletida na mesma. Quando uma onda sonora se propaga em um tubo e atinge uma extremidade aberta, parte da energia é transmitida para fora do tubo, com o som que você escuta, e parte da onda é refletida de volta para o tubo. Essa reflexão, análoga à de uma onda em uma corda ao atingir uma fronteira, permite que ondas sonoras estacionárias se formem dentro de um tubo aberto em uma ou nas duas extremidades.

Não é de se surpreender que a *condição de contorno* numa extremidade aberta de uma coluna de ar não seja a mesma condição de contorno de uma extremidade fechada. A pressão do ar na extremidade aberta de um tubo é restringida porque deve se igualar

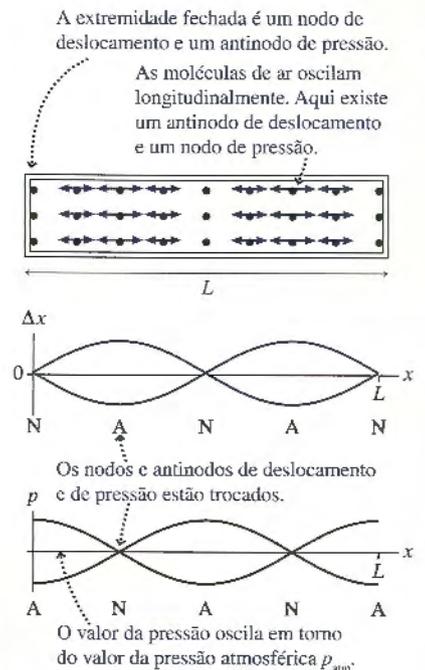


FIGURA 21.15 A onda estacionária longitudinal com $m = 2$ pode ser representada como uma onda de deslocamento ou como uma onda de pressão.

à pressão atmosférica do ar externo. Conseqüentemente, na extremidade aberta de um tubo deve haver um nodo de pressão. Uma vez que os nodos e antinodos de uma onda de pressão correspondem, respectivamente, aos antinodos e nodos da onda de deslocamento correspondente, concluímos que **em uma extremidade aberta de uma coluna de ar deve haver um antinodo de deslocamento**. (Uma análise cuidadosa mostra que o antinodo está, na verdade, quase fora da extremidade aberta, mas para nossos propósitos presumiremos que o antinodo está exatamente na extremidade aberta.)

A FIGURA 21.16 mostra o gráfico do deslocamento e o gráfico da pressão dos primeiros três modos de onda estacionária em um tubo fechado nas duas extremidades (um tubo fechado-fechado), em um tubo aberto nas duas extremidades (um tubo aberto-aberto) e em um tubo aberto apenas em uma extremidade (um tubo aberto-fechado), todos com o mesmo comprimento L . Observe as condições de contorno para a pressão e para o deslocamento. A onda estacionária no tubo aberto-aberto se parece com a que existe no tubo fechado-fechado, exceto pelo fato de que as posições dos nodos e dos antinodos estão trocadas. Nos dois casos, existem m meios-comprimentos de onda entre as extremidades; portanto, os comprimentos de onda e as freqüências em um tubo aberto-aberto e em um tubo fechado-fechado são iguais às de uma corda amarrada nas duas extremidades:

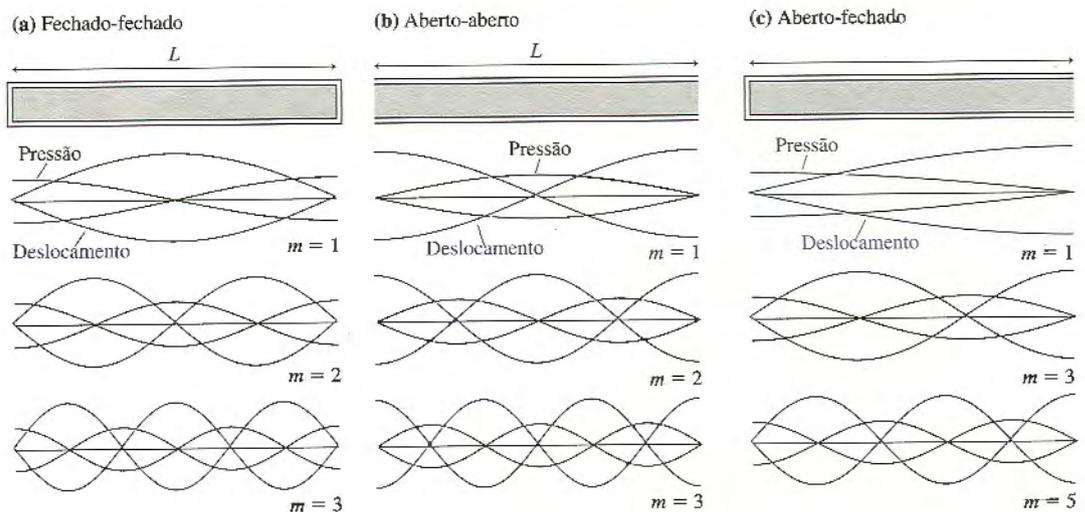


FIGURA 21.16 Os primeiros três modos de onda sonora estacionária em colunas de ar com diferentes condições de contorno.

$$\begin{cases} \lambda_m = \frac{2L}{m} \\ f_m = m \frac{v}{2L} = mf_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} m = 1, 2, 3, 4, \dots \\ \text{(tubo aberto-aberto ou fechado-fechado)} \end{matrix} \quad (21.17)$$

Com o tubo aberto-fechado é diferente. O modo fundamental tem apenas um quarto de comprimento de onda em um tubo de comprimento L ; logo, o comprimento de onda correspondente a $m = 1$ é $\lambda_1 = 4L$. Isto é duas vezes maior que o comprimento de onda λ_1 em um tubo aberto-aberto ou fechado-fechado. Conseqüentemente, **o valor da freqüência fundamental em um tubo aberto-fechado é metade do valor da freqüência fundamental de um tubo aberto-aberto ou fechado-fechado de mesmo comprimento**. Um problema para casa é demonstrar que os comprimentos de onda e as freqüências possíveis em um tubo aberto-fechado de comprimento L são dados por

$$\begin{cases} \lambda_m = \frac{4L}{m} \\ f_m = m \frac{v}{4L} = mf_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} m = 1, 3, 5, 7, \dots \\ \text{(tubo aberto-fechado)} \end{matrix} \quad (21.18)$$

Observe que, na Equação 21.18, m assume somente valores ímpares.

EXEMPLO 21.6 O comprimento de um tubo de órgão

Um tubo de órgão aberto nas duas extremidades emite seu segundo harmônico com uma frequência de 523 Hz. (Musicalmente, trata-se da nota que está uma oitava acima da nota dó central de um piano.) Qual é o comprimento do tubo?

MODELO Um tubo de órgão, analogamente a uma flauta, possui um *orifício sonoro* por onde o ar comprimido é soprado ao longo da extremidade correspondente do tubo. Esta é uma das extremidades de um tubo aberto-aberto, sendo a outra a extremidade “real” do tubo. Suponha a velocidade do som à temperatura ambiente (20°C).

RESOLUÇÃO O segundo harmônico é o modo $m = 2$, o qual, para um tubo aberto-aberto, tem frequência

$$f_2 = 2 \frac{v}{2L}$$

Assim, o comprimento do tubo de órgão é

$$L = \frac{v}{f_2} = \frac{343 \text{ m/s}}{523 \text{ Hz}} = 0,656 \text{ m} = 65,6 \text{ cm}$$

AVALIAÇÃO Trata-se de um comprimento típico de um tubo de órgão.

PAUSE E PENSE 21.3 Um tubo aberto-aberto sustenta ondas estacionárias com frequências de 300 Hz e 400 Hz, com nenhuma frequência entre as duas. O segundo harmônico deste tubo tem frequência de

- a. 100 Hz b. 200 Hz c. 400 Hz d. 600 Hz e. 800 Hz

Instrumentos musicais

Uma aplicação importante das ondas estacionárias são os instrumentos musicais. Pense nos instrumentos de corda, como o violão, o piano ou o violino. Todos esses instrumentos possuem cordas fixas nas duas extremidades, bem-esticadas e apertadas para criar tensão alta. Uma perturbação gerada na corda por um puxão, uma batida ou um arco criará uma onda estacionária na corda.

A frequência fundamental de uma corda em vibração é

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T_c}{\mu}}$$

onde T_c é a tensão na corda e μ é sua densidade linear. A frequência fundamental é a nota musical que você ouve quando a corda é tocada. Aumentar a tensão da corda aumentará a frequência fundamental, um fato conhecido por qualquer pessoa que já tenha afinado um instrumento de corda.

NOTA ► O símbolo v representa a velocidade de onda *na corda*, e não, a velocidade do som no ar. ◀

Para instrumentos como o violão ou o violino, todas as cordas têm o mesmo comprimento e estão aproximadamente sob a mesma tensão. Se não fosse assim, o braço do instrumento tenderia a dobrar para o lado onde fosse maior a tensão. Nestes instrumentos, as cordas emitem frequências diferentes porque elas possuem densidades lineares diferentes. As cordas de sons graves são grossas, ao passo que as cordas de sons mais agudos são “fininhas”. Essa diferença altera a frequência através da alteração da velocidade de onda na corda. Pequenos ajustes de tensão são feitos para deixar cada corda na frequência exata desejada. Uma vez que o instrumento estiver afinado, você o tocará usando a ponta de seus dedos esquerdos (se for destro) a fim de alterar o comprimento efetivo da corda. Quando você encurta o comprimento de uma corda, a frequência e a altura do som emitido aumentam.



10.5



As cordas de uma harpa vibram como ondas estacionárias. Suas frequências determinam as notas que você escuta.

Um piano cobre uma gama de frequências muito maior do que um violão ou um violino. Uma gama de tal extensão não poderia ser produzida alterando-se apenas as densidades lineares das cordas. Se fosse assim, as teclas das notas altas do teclado de um piano acionariam cordas finas demais para serem percutidas sem se romperem, enquanto as teclas de notas baixas acionariam barras sólidas, ao invés de cordas flexíveis! Por isso, as cordas de um piano produzem tal variedade de notas por meio de uma combinação de alterações da densidade linear e do comprimento das cordas. As cordas das notas baixas, além de serem mais grossas, são também mais longas.

No caso de um instrumento de sopro, soprar no bocal cria uma onda sonora estacionária dentro de um tubo. O músico altera as notas emitidas usando seus dedos para cobrir certos orifícios ou abrir determinadas válvulas, o que altera o comprimento do tubo e, portanto, sua frequência fundamental. Como se pode notar em uma flauta, o fato de os orifícios se situarem ao lado do tubo faz pouca diferença. O primeiro orifício aberto se torna um antinodo, pois o ar ali é livre para oscilar para dentro e para fora da abertura.

De acordo com as Equações 21.17 e 21.18, a frequência de um instrumento de sopro depende da velocidade do som *dentro* do instrumento. A velocidade do som, todavia, depende da temperatura do ar. Quando um músico sopra pela primeira vez no instrumento, a temperatura do ar interior começa a aumentar. Isto causa um aumento na velocidade do som, o que, por sua vez, aumenta a frequência do instrumento para cada nota, e isso ocorre até que a temperatura do ar atinja um valor constante. Conseqüentemente, músicos que tocam instrumentos de sopro “aquecem” seus instrumentos antes de afiná-los. Para instrumentos de corda, a velocidade na Equação 21.17 é a velocidade de onda na corda, determinada pela tensão, e não, a velocidade do som no ar.

Muitos instrumentos de sopro possuem uma espécie de “campainha” em uma das extremidades do tubo, como uma palheta vibratória no caso de um saxofone ou os lábios em vibração do músico no caso de um trombone. Campainhas geram uma gama contínua de frequências, em vez de notas discretas, e é por isso que tais instrumentos emitem um “guincho” quando você sopra somente no bocal, sem o resto do instrumento presente. Quando a campainha é conectada ao corpo do instrumento, a maioria dessas frequências não afeta as moléculas do ar. Entretanto, se a frequência da campainha for igual à frequência fundamental do instrumento, uma resposta de grande amplitude se desenvolverá exatamente naquela frequência – ou seja, uma ressonância de onda estacionária. Esta é a entrada de energia que gera e que sustenta a emissão da nota musical.

EXEMPLO 21.7 As notas de uma clarineta

Uma clarineta tem 66,0 cm de comprimento. A velocidade do som no ar quente é 350 m/s. Qual é a menor frequência emitida pela clarineta e qual é a frequência do próximo harmônico?

MODELO Uma clarineta pode ser considerada um tubo aberto-fechado porque os lábios do músico e a palheta selam uma das extremidades do tubo.

RESOLUÇÃO A menor frequência é a frequência fundamental. Para um tubo aberto-fechado, a frequência fundamental é

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{350 \text{ m/s}}{4(0,660 \text{ m})} = 133 \text{ Hz}$$

Um tubo aberto-fechado possui apenas harmônicos *ímpares*. O próximo harmônico corresponde a $m = 3$, com frequência $f_3 = 3f_1 = 399 \text{ Hz}$.

Exceto em situações incomuns, uma corda em vibração emite apenas a nota musical correspondente à frequência fundamental f_1 . Assim, os instrumentos de corda devem possuir várias cordas a fim de obter uma gama razoável de notas. Em contraste, os instrumentos de sopro podem emitir também o segundo ou o terceiro harmônicos do tubo correspondente (f_2 ou f_3). Essas frequências maiores são obtidas por meio de uma técnica denominada *overblow* (em flautas e certos instrumentos de metal), que consiste em soprar com força redobrada a fim de que o instrumento emita harmônicos mais altos ou sons uma oitava acima da nota fundamental ou em usar *chaves de registro* especiais que abrem pequenos orifícios na lateral do instrumento a fim de promover a formação de um antinodo naquele ponto (em clarinetas e saxofones). A emissão sob controle desses harmônicos maiores proporciona aos instrumentos de sopro a emissão de uma ampla variedade de notas.

21.5 Interferência em uma dimensão

Uma das características mais básicas das ondas é o fato de que duas ondas se combinam formando uma única onda cujo deslocamento produzido no meio é dado pelo princípio da superposição. O padrão resultante da superposição de duas ondas é muitas vezes chamado de **padrão de interferência**. Uma onda estacionária é o padrão de interferência produzido quando duas ondas de mesma frequência se propagam em sentidos opostos em um meio. Nesta seção, analisaremos a interferência de duas ondas que se propagam no *mesmo* sentido.

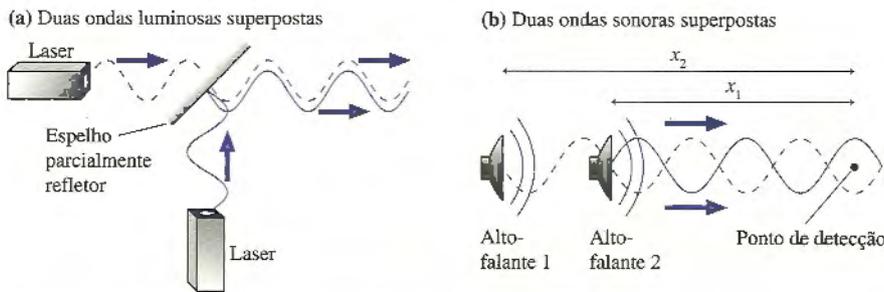


FIGURA 21.17 Duas ondas superpostas se propagam ao longo do eixo x .

A FIGURA 21.17a mostra duas ondas luminosas incidindo sobre um espelho parcialmente refletor. Esse espelho transmite parcialmente e reflete parcialmente cada onda que nele incide, fazendo com que duas ondas luminosas se propaguem *superpostas* ao longo do eixo x , à direita do espelho. Ou considere os dois alto-falantes da FIGURA 21.17b. A onda sonora emitida pelo alto-falante 2 passa pelo lado do alto-falante 1, e, assim, duas ondas sonoras se propagam superpostas para a direita ao longo do eixo x . Desejamos descobrir o que ocorre quando duas ondas se propagam superpostas ao longo do mesmo eixo e no mesmo sentido.

A Figura 21.17b mostra um ponto do eixo x onde as ondas superpostas são detectadas, por seu ouvido ou por um microfone. Com relação a este ponto, x_1 é a distância do alto-falante 1, e x_2 , a do alto-falante 2. (Consideraremos alto-falantes e ondas sonoras na maioria de nossos exemplos, mas a análise que fazemos é válida para qualquer tipo de onda.) Qual é a amplitude das ondas combinadas neste ponto?

Nesta seção, **presumiremos que as ondas sejam senoidais, tenham a mesma frequência e a mesma amplitude e se propaguem para a direita ao longo do eixo x** . Assim, podemos representar os deslocamentos produzidos simultaneamente no meio pelas duas ondas por

$$\begin{aligned} D_1(x_1, t) &= a \operatorname{sen}(kx_1 - \omega t + \phi_{10}) = a \operatorname{sen} \phi_1 \\ D_2(x_2, t) &= a \operatorname{sen}(kx_2 - \omega t + \phi_{20}) = a \operatorname{sen} \phi_2 \end{aligned} \quad (21.19)$$

onde ϕ_1 e ϕ_2 são as *fases* das respectivas ondas. Elas têm o mesmo número de onda $k = 2\pi/\lambda$ e a mesma frequência angular $\omega = 2\pi f$.

As constantes de fase ϕ_{10} e ϕ_{20} são características *das fontes*, e não, do meio. A FIGURA 21.18 mostra os gráficos-instantâneos, para $t = 0$, das ondas emitidas por três fontes com constantes de fase $\phi_0 = 0$ rad, $\phi_0 = \pi/2$ rad e $\phi_0 = \pi$ rad. Pode-se ver que a **constante de fase nos diz o que a fonte faz no instante $t = 0$** . Por exemplo, um alto-falante na posição central, que se mova para a frente em $t = 0$ corresponde a $\phi_0 = 0$ rad. Examinando novamente a Figura 21.17b, pode-se verificar que a constante de fase do alto-falante 1 é $\phi_{10} = 0$ rad e que a do alto-falante 2 é $\phi_{20} = \pi$ rad.

NOTA ► Muitas vezes consideraremos *fontes idênticas*, ou seja, com $\phi_{20} = \phi_{10}$. ◀

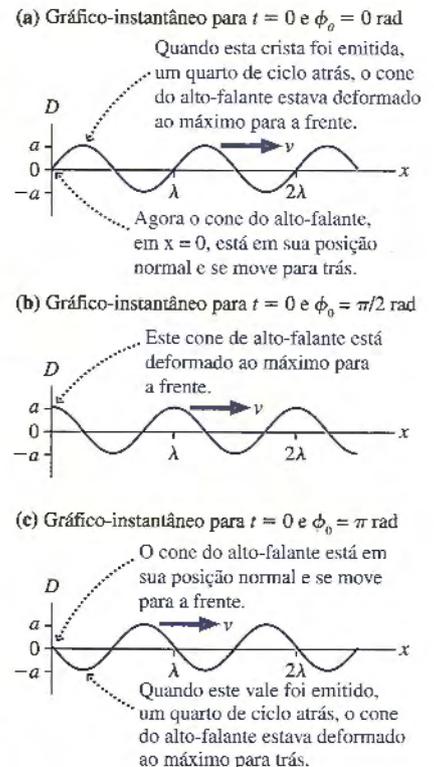
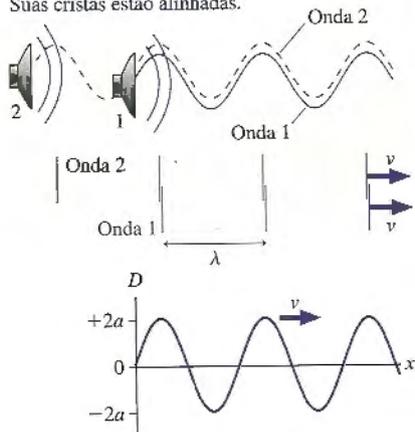


FIGURA 21.18 Ondas emitidas por três fontes com constantes de fase $\phi_0 = 0$ rad, $\phi_0 = \pi/2$ rad e $\phi_0 = \pi$ rad.

(a) Interferência construtiva

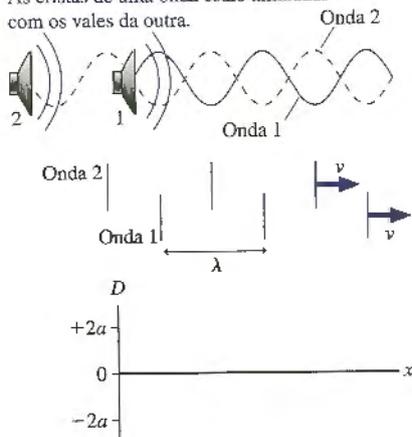
Estas duas ondas estão em fase. Suas cristas estão alinhadas.



Sua superposição produz uma onda progressiva que se propaga para a direita com amplitude $2a$. Neste caso, a interferência é totalmente construtiva.

(b) Interferência destrutiva

Estas duas ondas estão fora de fase. As cristas de uma onda estão alinhadas com os vales da outra.



Sua superposição produz uma onda com amplitude nula. Neste caso, a interferência é totalmente destrutiva.

FIGURA 21.19 Interferência construtiva e destrutiva de duas ondas que se propagam ao longo do eixo x .

Vamos examinar as ondas superpostas graficamente antes de entrar na matemática envolvida. A **FIGURA 21.19** mostra duas situações importantes. Na parte a, as cristas das duas ondas se mantêm alinhadas enquanto elas se propagam ao longo do eixo x . Na parte b, as cristas de uma onda se alinham com os vales da outra onda enquanto se propagam. Os gráficos e as frentes de onda estão levemente deslocados um em relação ao outro para que você possa visualizar o que cada onda causa ao meio, mas na *situação física real* correspondente às figuras as ondas se propagam *superpostas*. Lembre-se, do Capítulo 20, de que as frentes de onda mostradas na parte central das figuras indicam a localização das cristas das ondas.

As duas ondas da **FIGURA 21.19a** causam o mesmo deslocamento em todos os pontos do meio: $D_1(x) = D_2(x)$. Conseqüentemente, elas devem ter a mesma fase, ou seja, $\phi_1 = \phi_2$ ou, mais precisamente, $\phi_1 = \phi_2 \pm 2\pi m$, onde m é um número inteiro. Dizemos que duas ondas alinhadas crista a crista e vale a vale estão **em fase**. Ondas que estão em fase “marcham juntas no mesmo passo”.

Quando combinamos duas ondas em fase, usando o princípio da superposição, o deslocamento resultante em cada ponto do meio é duas vezes maior do que o deslocamento produzido individualmente por cada onda da combinação. À superposição de duas ondas, formando uma onda progressiva com amplitude maior do que a de cada onda individual, denomina-se **interferência construtiva**. Quando as duas ondas estão exatamente em fase, resultando em $A = 2a$, temos **interferência totalmente construtiva**.

Na **FIGURA 21.19b**, onde as cristas de uma onda se alinham com os vales da outra, é como se as ondas “marchassem fora do passo”, com $D_1(x) = -D_2(x)$ em cada ponto do meio. Dizemos, então, que duas ondas em que cada crista de uma está alinhada com um vale da outra estão **180° fora de fase** ou, simplesmente, **fora de fase**. À superposição de duas ondas, formando uma onda progressiva com amplitude menor do que a de cada onda individual, denomina-se **interferência destrutiva**. Neste caso, como $D_1 = -D_2$, o deslocamento resultante é nulo em todos os pontos do meio ao longo do eixo. A combinação de duas ondas que se anulam mutuamente, resultando em onda nenhuma, é chamada de **interferência totalmente destrutiva**.

NOTA ▶ A interferência totalmente destrutiva ocorrerá apenas se as duas ondas tiverem o mesmo comprimento de onda e a mesma amplitude, que é o que estamos presumindo. Duas ondas de amplitudes desiguais podem interferir destrutivamente, mas o cancelamento mútuo não será total. ◀

Diferença de fase

Para compreender a interferência, precisamos nos concentrar nas *fases* das duas ondas, que são, respectivamente,

$$\phi_1 = kx_1 - \omega t + \phi_{10} \tag{21.20}$$

$$\phi_2 = kx_2 - \omega t + \phi_{20}$$

A diferença entre as fases ϕ_1 e ϕ_2 , chamada de **diferença de fase** e denotada por ϕ , é

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 = (kx_2 - \omega t + \phi_{20}) - (kx_1 - \omega t + \phi_{10}) \\ &= k(x_2 - x_1) + (\phi_{20} - \phi_{10}) \\ &= 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 \end{aligned} \tag{21.21}$$

Portanto, pode-se ver na equação acima que existem duas contribuições para a diferença de fase. Uma delas deve-se à $\Delta x = x_2 - x_1$, a distância entre as duas fontes, que é chamada de **diferença de caminho**. Trata-se da distância extra percorrida pela onda 2 para chegar ao ponto onde se combina com a onda 1. Já o termo $\Delta\phi_0 = \phi_{20} - \phi_{10}$, a outra contribuição, é a **diferença de fase inerente** entre as fontes.

A condição de estar em fase, quando cristas estão alinhadas com cristas e vales com vales, é dada por $\Delta\phi = 0, 2\pi$ ou qualquer múltiplo inteiro de 2π . Assim, a condição para interferência totalmente construtiva é

Interferência totalmente construtiva: (21.22)

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 = m \cdot 2\pi \text{ rad} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Para fontes idênticas, caso em que $\Delta\phi_0 = 0$ rad, a interferência totalmente construtiva ocorre quando $\Delta x = m\lambda$, ou seja, **duas fontes idênticas produzirão interferência totalmente construtiva quando a diferença de caminho entre elas for igual a um número inteiro de comprimentos de onda.**

A FIGURA 21.20 mostra duas fontes idênticas (ou seja, os dois alto-falantes fazem a mesma coisa ao mesmo tempo), de modo que $\Delta\phi_0 = 0$ rad. A diferença de caminho Δx é a distância extra percorrida pela onda emitida pelo alto-falante 2, em relação à onda emitida pelo alto-falante 1, para chegar ao ponto onde as duas ondas se superpõem. Neste caso, $\Delta x = \lambda$. Uma vez que toda onda percorre uma distância de um comprimento de onda durante um período de oscilação, o alto-falante 1 emite uma crista exatamente quando uma crista da outra onda está passando por ele. As duas ondas, então, “incharam no mesmo passo”, com $\Delta\phi = 2\pi$ rad, de modo que elas interferem construtivamente para formar uma onda de amplitude $2a$.

A interferência totalmente destrutiva, quando as cristas de uma onda estão alinhadas com os vales da outra, ocorre quando as ondas estão *fora de fase*, o que significa que $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi$ ou qualquer outro múltiplo ímpar de π . Assim, a condição para interferência totalmente destrutiva pode ser expressa como

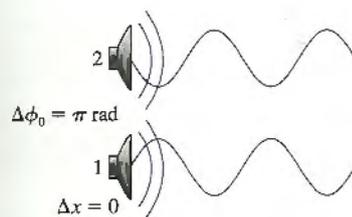
Interferência totalmente destrutiva:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi \text{ rad} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (21.23)$$

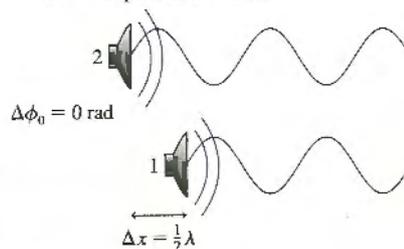
Para fontes idênticas, as quais têm $\Delta\phi_0 = 0$ rad, a interferência totalmente destrutiva em um dado ponto ocorrerá quando $\Delta x = (m + \frac{1}{2})\lambda$, ou seja, **duas fontes idênticas produzirão interferência totalmente destrutiva em um ponto quando a diferença de caminho for um número semi-inteiro de comprimentos de onda.**

As ondas podem estar fora de fase porque as fontes estão localizadas em posições diferentes, ou porque as próprias fontes estão fora de fase, ou devido a uma combinação dessas duas razões. A FIGURA 21.21 ilustra essas idéias mostrando três maneiras diferentes com as quais duas ondas interferem destrutivamente. Cada um dos três arranjos gera ondas com $\Delta\phi = \pi$ rad.

(a) As fontes estão fora de fase.



(b) Fontes idênticas estão separadas por meio comprimento de onda.



(c) As fontes estão separadas e parcialmente fora de fase.

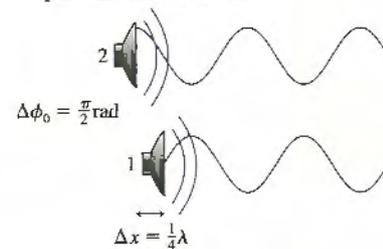


FIGURA 21.21 Três formas de interferência destrutiva.

NOTA ▶ Não confunda a diferença de fase entre as ondas ($\Delta\phi$) com a diferença de fase entre as fontes ($\Delta\phi_0$). É $\Delta\phi$, a diferença de fase entre as ondas, que governa a interferência. ◀

EXEMPLO 21.8 Interferência entre duas ondas sonoras

Você está parado em frente a dois alto-falantes que emitem, lado a lado, sons de mesma frequência. Inicialmente, quase não se escuta som algum. Então um dos alto-falantes é lentamente afastado de você. A intensidade sonora aumenta à medida que a separação entre os alto-falantes aumenta, atingindo um valor máximo quando os alto-falantes estão separados por 0,75 m. Depois, enquanto o alto-falante continua a se mover, o som

começa a diminuir. Qual será a distância entre os alto-falantes quando a intensidade sonora atingir novamente um valor mínimo?

MODELO A variação da intensidade sonora se deve à interferência entre as duas ondas sonoras superpostas.

VISUALIZAÇÃO Mover um alto-falante em relação ao outro altera a diferença de fase entre as ondas que atingem você.

Continua

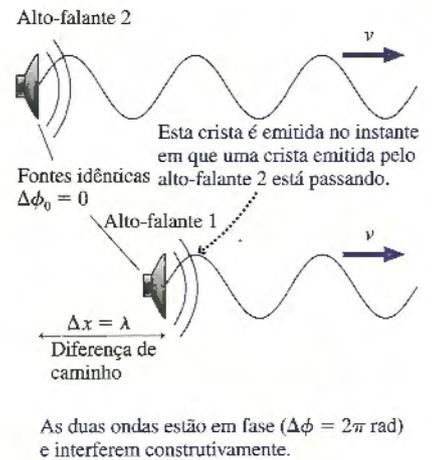


FIGURA 21.20 Duas fontes idênticas separadas por um comprimento de onda.

RESOLUÇÃO Um mínimo de intensidade sonora significa que as duas ondas sonoras interferem destrutivamente na posição onde você se encontra. Inicialmente, os alto-falantes estão lado a lado; logo, a situação é a mostrada na **FIGURA 21.21a**, com $\Delta x = 0$ e $\Delta\phi_0 = \pi$ rad, ou seja, os próprios alto-falantes estão fora de fase. Mover um dos alto-falantes não altera $\Delta\phi_0$, mas altera a diferença de caminho Δx e, portanto, aumenta a diferença de fase total $\Delta\phi$. A interferência totalmente construtiva, que produz uma intensidade máxima do som, é atingida quando

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \pi = 2\pi \text{ rad}$$

onde usamos $m = 1$, pois se trata do primeiro valor de separação que resulta em interferência construtiva. A separação entre os alto-falantes para a qual isso ocorre é $\Delta x = \lambda/2$. Esta situação é mostrada na **FIGURA 21.22**.

Como $\Delta x = 0,75$ m é igual a $\lambda/2$, o comprimento de onda do som é $\lambda = 1,50$ m. O próximo ponto de interferência destrutiva, para $m = 1$, ocorre quando

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \pi = 3\pi \text{ rad}$$

Logo, a distância entre os alto-falantes quando a intensidade sonora atinge novamente um valor mínimo é

$$\Delta x = \lambda = 1,50 \text{ m}$$

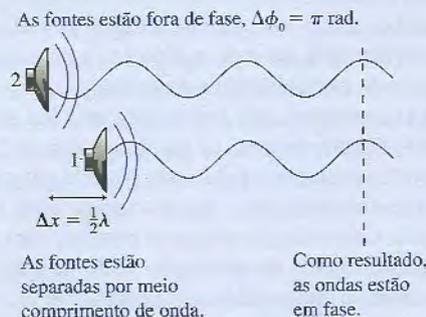
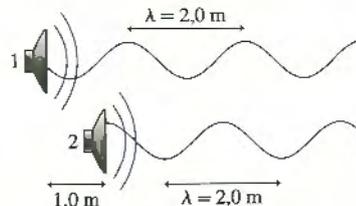


FIGURA 21.22 Duas fontes fora de fase geram ondas que estarão em fase se as fontes estiverem separadas por meio comprimento de onda.

AVALIAÇÃO Uma separação igual a λ resulta em interferência construtiva para dois alto-falantes *idênticos* ($\Delta\phi_0 = 0$). Aqui, a diferença de fase de π rad entre os alto-falantes (a membrana de um vai para a frente enquanto a do outro vai para trás) resulta em interferência destrutiva para esta separação.

PARA PENSAR 21.4 Dois alto-falantes emitem ondas com $\lambda = 2,0$ m. O alto-falante 2 está 1,0 m à frente do alto-falante 1. O que se pode fazer, se é que algo pode ser feito, para causar interferência construtiva entre as duas ondas?

- Mover o alto-falante 1 para a frente (para a direita) em 1,0 m.
- Mover o alto-falante 1 para a frente (para a direita) em 0,5 m.
- Mover o alto-falante 1 para trás (para a esquerda) em 0,5 m.
- Mover o alto-falante 1 para trás (para a esquerda) em 1,0 m.
- Nada. A situação mostrada já causa interferência construtiva.
- É impossível ter interferência construtiva para qualquer que seja a disposição dos alto-falantes.



21.6 A matemática da interferência

Vamos analisar com maior atenção a superposição de duas ondas. Enquanto duas ondas de mesma amplitude e mesma frequência se propagam simultaneamente ao longo do eixo x , os deslocamentos resultantes do meio são dados por

$$D = D_1 + D_2 = a \text{sen}(kx_1 - \omega t + \phi_{10}) + a \text{sen}(kx_2 - \omega t + \phi_{20}) = a \text{sen}\phi_1 + a \text{sen}\phi_2 \quad (21.24)$$

onde as fases ϕ_1 e ϕ_2 foram definidas pela Equação 21.20.

Uma identidade trigonométrica útil aqui é

$$\text{sen}\alpha + \text{sen}\beta = 2 \cos\left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta)\right] \text{sen}\left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\right] \quad (21.25)$$

Trata-se de uma identidade que certamente não é óbvia, embora seja fácil demonstrá-la fazendo o caminho contrário, partindo do lado direito para o esquerdo da mesma. Podemos usar essa identidade para escrever o deslocamento resultante representado pela Equação 21.24 na forma

$$D = \left[2a \cos\frac{\Delta\phi}{2}\right] \text{sen}(kx_{\text{med}} - \omega t + (\phi_0)_{\text{med}}) \quad (21.26)$$

onde $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ é a diferença de fase entre as duas ondas, exatamente como na Equação 21.21. A grandeza $x_{\text{med}} = (x_1 + x_2)/2$ é a distância média das duas fontes, e $(\phi_0)_{\text{med}} = (\phi_{10} + \phi_{20})/2$ é a constante de fase média das fontes.

O termo contendo a função seno revela que a superposição das duas ondas progressivas ainda resulta em uma onda progressiva. Um observador veria uma onda senoidal se movendo ao longo do eixo x com comprimento de onda e frequência *iguais* às ondas originais.

No entanto qual é o *tamanho* desta onda comparado ao das duas ondas originais? Cada uma delas tinha amplitude a , mas a amplitude de sua superposição é

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \quad (21.27)$$

onde usamos a notação de valor absoluto porque as amplitudes devem sempre ser positivas. Dependendo da diferença de fase entre as duas ondas, o valor da amplitude de sua superposição pode estar em qualquer lugar entre zero (interferência totalmente destrutiva) e $2a$ (interferência totalmente construtiva).

A amplitude atingirá o valor máximo $A = 2a$ se $\cos(\Delta\phi/2) = \pm 1$. Isto ocorre quando

$$\Delta\phi = m \cdot 2\pi \quad (\text{amplitude máxima } A = 2a) \quad (21.28)$$

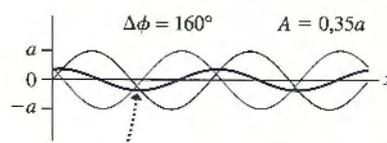
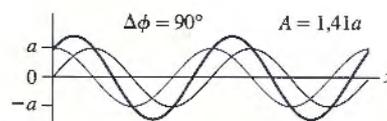
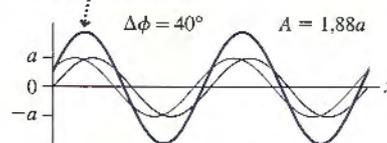
onde m é um número inteiro. Da mesma forma, a amplitude será nula se $\cos(\Delta\phi/2) = 0$, o que ocorre quando

$$\Delta\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi \quad (\text{amplitude mínima } A = 0) \quad (21.29)$$

As Equações 21.28 e 21.29 são idênticas às condições representadas pelas Equações 21.22 e 21.23 para interferência construtiva e destrutiva. Inicialmente, obtivemos essas condições considerando o alinhamento das cristas e vales. Agora tivemos sua confirmação a partir de uma soma algébrica de ondas.

É inteiramente possível, claro, que as duas ondas não estejam exatamente em fase nem exatamente fora de fase. A Equação 21.27 nos permite calcular a amplitude da superposição para qualquer valor da diferença de fase. Como exemplo, a FIGURA 21.23 mostra a interferência determinada entre duas ondas que diferem em fase por 40° , 90° e 160° .

Para $\Delta\phi = 40^\circ$, a interferência é construtiva, mas não totalmente.



Para $\Delta\phi = 160^\circ$, a interferência é destrutiva, mas não totalmente.

FIGURA 21.23 A interferência entre duas ondas para três valores diferentes da diferença de fase.

EXEMPLO 21.9 Mais interferência de ondas sonoras

Dois alto-falantes emitem ondas sonoras de 500 Hz com amplitudes de 0,10 mm. O alto-falante 2 encontra-se 1,00 m atrás do alto-falante 1, e a diferença de fase entre eles é de 90° . Qual é a amplitude da onda sonora escutada em um ponto 2,00 m à frente do alto-falante 1?

MODELO A amplitude é determinada pela interferência entre as duas ondas. Suponha que a velocidade do som seja de 343 m/s à temperatura ambiente (20°C).

RESOLUÇÃO A amplitude da onda sonora é

$$A = |2a \cos(\Delta\phi/2)|$$

onde $a = 0,10$ mm, e a diferença de fase entre as ondas é

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0$$

O comprimento de onda do som é igual a

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{343 \text{ m/s}}{500 \text{ Hz}} = 0,686 \text{ m}$$

As distâncias $x_1 = 2,0$ m e $x_2 = 3,0$ m são medidas a partir do correspondente alto-falante, de modo que a diferença de caminho é $\Delta x = 1,00$ m. Sabemos que a diferença de fase inerente entre os alto-falantes é $\Delta\phi_0 = \pi/2$ rad. Assim, a diferença de fase no ponto de observação é igual a

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_0 = 2\pi \frac{1,00 \text{ m}}{0,686 \text{ m}} + \frac{\pi}{2} \text{ rad} = 10,73 \text{ rad}$$

e a amplitude da onda neste ponto é

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| = (0,200 \text{ mm}) \cos\left(\frac{10,73}{2}\right) = 0,121 \text{ mm}$$

AVALIAÇÃO A interferência é construtiva porque $A > a$, mas menor do que a interferência totalmente construtiva.

Aplicação: Revestimentos ópticos com película delgada

As cores cintilantes das bolhas de sabão e das manchas de óleo, como vistas na foto de abertura do capítulo, se devem à interferência entre ondas luminosas. De fato, a ideia de interferência entre ondas luminosas em uma dimensão tem uma importante aplicação na indústria óptica, a saber, o uso de **revestimentos ópticos com películas delgadas**. Tais películas, com espessuras menores do que $1 \mu\text{m}$ (10^{-6} m), são colocadas sobre superfícies de vidro, como a das lentes, para controlar a reflexão da luz no vidro. Os revesti-

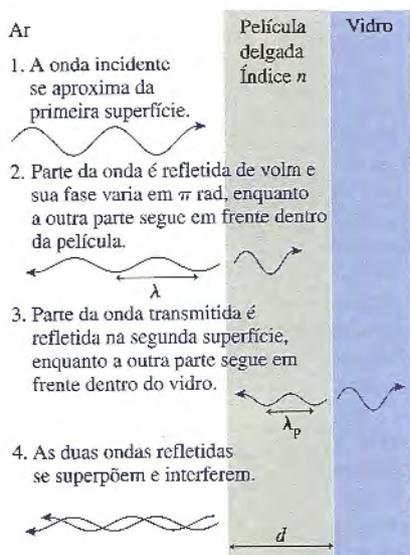


FIGURA 21.24 As ondas provenientes das duas reflexões, uma no revestimento e outra no vidro, interferem uma com a outra.

mentos anti-refletivos das lentes de câmeras fotográficas, dos microscópicos e de outros equipamentos ópticos são exemplos de revestimentos com película delgada.

A **FIGURA 21.24** mostra uma onda luminosa de comprimento de onda λ que se aproxima de um pedaço de vidro revestido com uma película delgada transparente, cujo índice de refração é n . A espessura d da película está muito exagerada na figura. O limite ar-película constitui uma descontinuidade na qual a velocidade de onda diminui repentinamente, e você já viu anteriormente, na **Figura 21.8** que uma descontinuidade sempre causa reflexão. A maior parte da luz é transmitida para a película, mas um pouco dela é refletida.

Além disso, na **Figura 21.8** você viu que a onda refletida em uma descontinuidade na qual a velocidade diminui está *invertida* com relação à onda incidente. Para uma onda senoidal, o tipo de onda que estamos considerando agora, a inversão é representada matematicamente como uma mudança de fase igual a π rad. A velocidade de uma onda luminosa diminui quando ela penetra em um material com índice de refração *maior*. Portanto, **a onda luminosa refletida em um limite no qual o índice de refração aumenta sofre uma variação de fase de π rad.** Não ocorre variação de fase para a reflexão em um limite onde o índice de refração sofre diminuição. A reflexão mostrada na **Figura 21.24** é no limite entre o ar ($n_{\text{ar}} = 1,00$) e uma película delgada transparente com $n_{\text{película}} > n_{\text{ar}}$, de modo que a onda refletida está invertida devido à variação de fase de π rad.

Quando a onda transmitida atinge o vidro, a maior parte da mesma penetra no vidro e segue em frente, mas uma parte da onda é refletida de volta para a esquerda. Consideraremos que o índice de refração do vidro seja maior do que o da película, $n_{\text{vidro}} > n_{\text{película}}$, de modo que essa reflexão também produz uma variação de fase de π rad. A onda proveniente desta segunda reflexão, após atravessar de volta a película, passa de volta para o ar. Agora existem *duas* ondas de mesma frequência que se propagam para a esquerda, e elas irão interferir uma com a outra. Se as duas ondas refletidas estiverem *em fase*, irão interferir construtivamente para causar um *reflexo forte*. Se as duas ondas refletidas estiverem *fora de fase*, irão interferir destrutivamente para causar um *reflexo fraco*, se suas amplitudes forem exatamente iguais, *nenhum reflexo*.

Isso sugere usos práticos em revestimento óptico com película delgada. Os reflexos provenientes de superfícies de vidro, mesmo quando fracos, muitas vezes são indesejáveis. Por exemplo, os reflexos degradam o desempenho dos equipamentos ópticos. Eles podem ser eliminados revestindo-se o vidro com uma película cuja espessura é escolhida para causar interferência *destrutiva* entre as duas ondas refletidas. É o que se chama de *revestimento anti-refletivo*.

A amplitude da luz refletida depende da diferença de fase entre as duas ondas refletidas. Essa diferença de fase é dada por

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 = (kx_2 + \phi_{20} + \pi \text{ rad}) - (kx_1 + \phi_{10} + \pi \text{ rad}) \\ &= 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda_p} - \Delta\phi_0 \end{aligned} \quad (21.30)$$

onde, explicitamente, incluímos a variação de fase causada pela reflexão de cada onda. Neste caso, como as *duas* ondas sofreram uma variação de fase igual a π rad, as variações de fase na reflexão se cancelam.

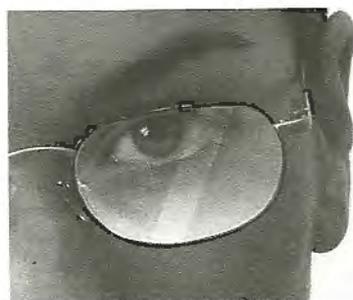
O comprimento de onda λ_p é o comprimento de onda da luz *no interior da película*, pois é aí que se origina a diferença de caminho Δx . No Capítulo 20 você aprendeu que o comprimento de onda em um material transparente com índice de refração n é $\lambda_p = \lambda/n$, onde o λ sem subscrito representa o comprimento de onda no vácuo ou no ar, ou seja, λ é o comprimento de onda que medimos a partir do lado da interface ar-película em que “estamos”.

A diferença de caminho entre as duas ondas é $\Delta x = 2d$ porque a onda 2 atravessa a película *duas vezes* antes de se juntar novamente à onda 1. As duas ondas têm uma origem comum – a divisão inicial da onda incidente na superfície frontal da película –, de modo que a diferença de fase inerente é $\Delta\phi_0 = 0$. Assim, a diferença de fase entre as duas ondas refletidas é

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{2d}{\lambda/n} = 2\pi \frac{2nd}{\lambda} \quad (21.31)$$

A interferência será construtiva, causando um reflexo forte, se $\Delta\phi = m\pi$. Ela ocorre para comprimentos de onda dados pela relação

$$\lambda_c = \frac{2nd}{m} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{interferência construtiva}) \quad (21.32)$$



Revestimentos anti-refletivos usam a interferência entre ondas luminosas para eliminar parcialmente reflexos provenientes de superfícies de vidro.

Você observará que m deve iniciar com o valor 1, em vez de 0, para que os resultados decorrentes façam sentido. A interferência destrutiva, para mínima reflexão, requer que $\Delta\phi = (m - \frac{1}{2}) \cdot 2\pi$ rad. Isso ocorre para comprimentos de onda dados por

$$\lambda_D = \frac{2nd}{m - \frac{1}{2}} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{interferência destrutiva}) \quad (21.33)$$

Usamos $m - \frac{1}{2}$ em vez de $m + \frac{1}{2}$ para que m inicie com o valor 1, equivalendo à condição para interferência construtiva.

NOTA ► A condição exata para interferência destrutiva ou construtiva é satisfeita por apenas uns poucos comprimentos de onda discretos λ . Por isso, as reflexões são fortemente intensificadas (o que corresponde praticamente à interferência construtiva) em uma variedade de comprimentos de onda com valores próximos a λ_C . Da mesma forma, há uma variedade de comprimentos de onda próximos a λ_D para os quais a reflexão é praticamente anulada. ◀

EXEMPLO 21.10 Projeto de um revestimento anti-refletivo

O fluoreto de magnésio (MgF_2) é usado como revestimento anti-refletivo para lentes. O índice de refração do MgF_2 é 1,39. Qual é a película mais fina de MgF_2 que funciona como um revestimento anti-refletivo em $\lambda = 510$ nm, próximo ao centro do espectro visível?

MODELO A reflexão é minimizada se as duas ondas refletidas interferem destrutivamente.

RESOLUÇÃO As espessuras da película que causam interferência destrutiva em comprimento de onda λ são dadas por

$$d = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}$$

A película mais fina corresponde a $m = 1$. Sua espessura é

$$d = \frac{\lambda}{4n} = \frac{510 \text{ nm}}{4(1,39)} = 92 \text{ nm}$$

A espessura da película é significativamente menor do que o comprimento de onda da luz visível!

AVALIAÇÃO A luz refletida será completamente eliminada (interferência totalmente destrutiva) apenas se as duas ondas refletidas tiverem a mesma amplitude. Na prática, elas não têm. Apesar disso, a reflexão é reduzida de $\approx 4\%$ da intensidade incidente, no caso de “vidro nu”, para bem abaixo de 1%. Além disso, a intensidade da luz refletida é fortemente reduzida em grande parte do espectro visível (400–700 nm), mesmo que a diferença de fase difira cada vez mais de π rad à medida que o comprimento de onda se distancia de 510 nm. É o aumento de reflexão nas extremidades do espectro visível ($\lambda \approx 400$ nm e $\lambda \approx 700$ nm), onde $\Delta\phi$ é significativamente diferente de π rad, que resulta em uma tonalidade roxo-avermelhada vista nas lentes de câmeras e binóculos com revestimento. Os problemas da seção de exercícios permitirão a você explorar situações em que apenas uma das duas reflexões tem uma mudança de fase, na reflexão, igual a π rad.

21.7 Interferência em duas e três dimensões

As ondulações em um lago se propagam em duas dimensões. O brilho de uma lâmpada se espalha para longe da fonte como uma onda esférica. Ondas esféricas ou circulares podem ser representadas por

$$D(r, t) = a \text{ sen}(kr - \omega t + \phi_0) \quad (21.34)$$

onde r é a distância medida em relação à fonte. A Equação 21.34 é nossa conhecida equação de onda, com a coordenada unidimensional x substituída por uma coordenada radial mais genérica r . Estritamente falando, a amplitude a de uma onda circular ou esférica diminui com o aumento de r . Entretanto, consideraremos que a permanece praticamente constante na região em que estudamos a onda. A FIGURA 21.25 mostra o diagrama de frentes de onda para uma onda circular ou esférica. Lembre-se de que as frentes de onda representam as *cristas* da onda e estão espaçadas pelo comprimento de onda λ .

O que ocorre quando duas ondas circulares ou esféricas se superpõem? Por exemplo, imagine duas pás que oscilam para cima e para baixo na superfície de um lago. Vamos considerar que as duas pás oscilem com a mesma frequência e a mesma amplitude e que estejam em fase. A FIGURA 21.26 representa as frentes de onda das duas ondas. As ondulações se superpõem enquanto se propagam e, como no caso unidimensional, isso causa interferência. Interferência construtiva, correspondente a $A = 2a$, ocorre quando duas cristas ou dois vales se alinham um com o outro. Vários locais de interferência construtiva estão indicados na Figura 21.26. A interseção entre duas frentes de onda corresponde aos pontos onde duas cristas estão alinhadas uma com a

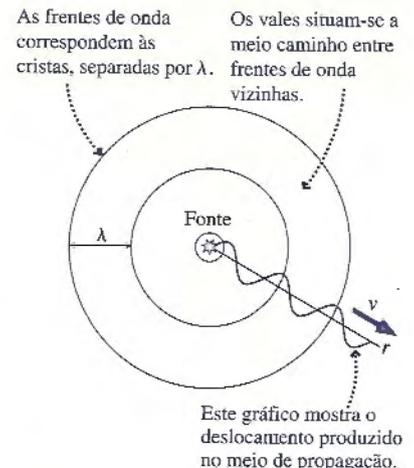
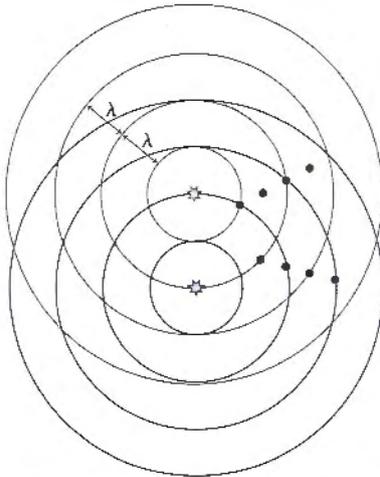


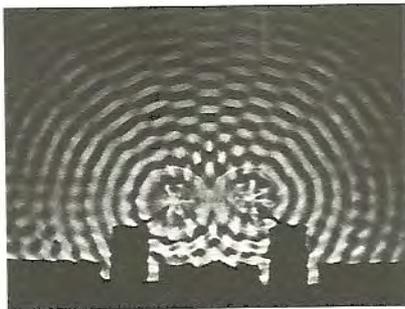
FIGURA 21.25 Propagação de uma onda esférica ou circular.

Duas fontes em fase emitem ondas esféricas ou circulares.



- Pontos de interferência construtiva. Cada crista de uma onda está alinhada com uma crista da outra, ou cada vale com outro vale.
- Pontos de interferência destrutiva. Cada crista de uma onda está alinhada com um vale da outra onda.

FIGURA 21.26 Padrões das ondulações superpostas emitidas por duas fontes. Estão indicados alguns pontos de interferência destrutiva e construtiva.



Duas ondas propagando-se na água se superpõem e criam um padrão de interferência.

outra. É um pouco difícil visualizar, mas dois vales estão alinhados quando um ponto intermediário entre as duas frentes de onda de uma das ondas está sobreposto a outro ponto intermediário entre as duas frentes de onda da outra onda. A interferência destrutiva, correspondente a $A = 0$, ocorre quando cada crista de uma onda se alinha com um vale da outra. Diversos pontos de interferência destrutiva também estão indicados na Figura 21.26.

Uma figura em uma página é estática, mas as frentes de onda se movem. Tente imaginar as frentes de onda da Figura 21.26 expandindo-se para longe da fonte à medida que novos anéis circulares saem das fontes. As ondas se propagarão para a frente em meio comprimento de onda durante cada meio período, o que faz com que as cristas da Figura 21.26 se tornem vales ao mesmo tempo em que os vales se tornam cristas.

O aspecto importante a ser notado é que o movimento das ondas não afeta as localizações dos pontos onde se dão a interferência construtiva e a destrutiva. Os pontos da figura em que duas cristas se superpõem se tornarão pontos em que dois vales se superpõem, mas tal superposição ainda gera interferência construtiva. Da mesma forma, os pontos da figura onde uma crista e um vale se superpõem se tornarão pontos em que um vale e uma crista se superpõem – ainda interferência destrutiva.

A descrição matemática da interferência em duas ou três dimensões é muito semelhante àquela da interferência unidimensional. O deslocamento resultante de uma partícula do meio é dado por

$$D = D_1 + D_2 = a \text{sen}(kr_1 - \omega t + \phi_{10}) + a \text{sen}(kr_2 - \omega t + \phi_{20}) \quad (21.35)$$

A única diferença entre a Equação 21.35 e a Equação unidimensional 21.24 é que as coordenadas lineares x_1 e x_2 foram substituídas pelas coordenadas r_1 e r_2 . Assim, nossas conclusões mantêm-se inalteradas. A superposição das duas ondas resulta em uma onda que se propaga com amplitude

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \quad (21.36)$$

onde a diferença de fase, com x substituído por r , agora é dada por

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 \quad (21.37)$$

O termo $2\pi(\Delta r/\lambda)$ é a diferença de fase que surge quando as ondas percorrem distâncias diferentes entre as fontes e o ponto no qual se combinam. O próprio Δr é a diferença de caminho correspondente. Como antes, $\Delta\phi_0$ é a diferença de fase inerente entre as fontes.

A interferência totalmente construtiva, correspondente a $A = 2a$, assim como em uma dimensão, ocorre naqueles pontos onde $\cos(\Delta\phi/2) = \pm 1$. Da mesma forma, a interferência totalmente destrutiva ocorre naqueles pontos onde $\cos(\Delta\phi/2) = 0$. As condições para interferência destrutiva e construtiva são

Interferência totalmente construtiva:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = m \cdot 2\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (21.38)$$

Interferência totalmente destrutiva:

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi$$

Para duas fontes idênticas (isto é, que oscilam em fase, com $\Delta\phi_0 = 0$), as condições para interferência destrutiva e construtiva são simples:

$$\begin{aligned} \text{Construtiva: } \Delta r &= m\lambda \\ \text{Destrutiva: } \Delta r &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{aligned} \quad (\text{fontes idênticas}) \quad (21.39)$$

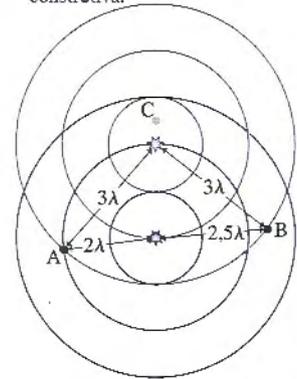
As ondas emitidas por duas fontes idênticas interferem construtivamente nos pontos onde a diferença de caminho é um número inteiro de comprimentos de onda porque, para esses valores de Δr , as cristas de uma onda se alinham com as cristas da outra, e os vales de uma com os vales da outra. As ondas interferem destrutivamente onde a diferença de caminho é um número inteiro de comprimentos de onda porque, para tais valores de Δr , as cristas de uma onda se alinham com os vales da outra. Esses dois enunciados expressam a essência da interferência.

NOTA ► A Equação 21.39 se aplica somente se as fontes estiverem em fase. Se elas não estiverem em fase, você deverá usar a Equação 21.38, mais geral, para localizar os pontos de interferência construtiva e destrutiva. ◀

As frentes de onda estão separadas por distâncias de exatamente um comprimento de onda; portanto, podemos medir as distâncias r_1 e r_2 simplesmente contando os anéis no padrão de frentes de onda. Na FIGURA 21.27, baseada na Figura 21.26, o ponto A encontra-se à distância $r_1 = 3\lambda$ da primeira fonte e $r_2 = 2\lambda$ da segunda. A diferença de caminho, portanto, é $\Delta r_A = \lambda$, condição para a interferência totalmente construtiva de fontes idênticas. O ponto B corresponde a $\Delta r_B = \frac{1}{2}\lambda$; logo, ele é um ponto de interferência totalmente destrutiva.

NOTA ► A interferência é determinada por Δr , a diferença de caminho, e não, por r_1 ou r_2 separadamente. ◀

• Em A, $\Delta r_A = \lambda$, portanto se trata de um ponto de interferência construtiva.



• Em B, $\Delta r_B = \frac{1}{2}\lambda$, portanto se trata de um ponto de interferência destrutiva.

FIGURA 21.27 A diferença de caminho Δr determina se a interferência em um determinado ponto é construtiva ou destrutiva.

PARA PENSAR 21.3 No ponto C na Figura 21.27, a interferência é

- a. Totalmente construtiva.
- b. Construtiva, mas não máxima.
- c. Totalmente destrutiva.
- d. Destrutiva, mas não total.
- e. Não há interferência no ponto C.

Agora podemos localizar os pontos de interferência totalmente construtiva, para os quais $\Delta r = m\lambda$, desenhando uma linha que passe através de todos os pontos para os quais $\Delta r = 0$, outra linha através de todos os pontos para os quais $\Delta r = \lambda$, e assim por diante. Essas linhas, mostradas em cinza escuro na FIGURA 21.28, são chamadas de **linhas antinodais**. Elas são análogas aos antinodos de uma onda estacionária, daí seu nome. Um antinodo é um *ponto* de interferência totalmente construtiva; para ondas circulares, a oscilação na amplitude máxima ocorre ao longo de uma *linha* contínua. Da mesma forma, a interferência destrutiva ocorre ao longo de linhas denominadas **linhas nodais**. O deslocamento do meio é *sempre nulo* ao longo dessas linhas, assim como em um nodo de um padrão de onda estacionária.

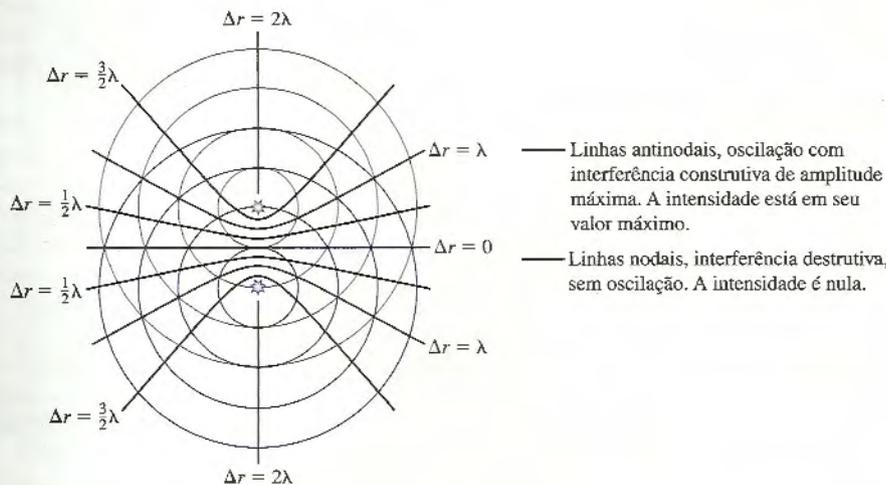


FIGURA 21.28 Os pontos de interferência construtiva e destrutiva situam-se ao longo de linhas nodais e antinodais.

Uma estratégia para resolução de problemas sobre interferência

As informações desta seção serão a base de uma estratégia para resolução de problemas sobre interferência. A estratégia se aplica igualmente bem à interferência unidimensional se você usar Δx em lugar de Δr .

ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 21.1

Interferência entre duas ondas



MODELO Formule hipóteses simplificadoras, como considerar que as ondas sejam circulares e de mesma amplitude.

VISUALIZAÇÃO Desenhe uma figura que represente as fontes das ondas e o ponto onde as ondas interferem. Indique as dimensões relevantes. Identifique as distâncias r_1 e r_2 entre as fontes e o ponto considerado. Leve em conta qualquer diferença de fase $\Delta\phi_0$ entre as duas fontes.

RESOLUÇÃO A interferência depende da diferença de caminho $\Delta r = r_2 - r_1$ e da diferença de fase $\Delta\phi_0$ entre as fontes.

Construtiva: $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = m \cdot 2\pi$

Destrutiva: $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi$ $m = 0, 1, 2, \dots$

Para fontes idênticas ($\Delta\phi_0 = 0$), a interferência será totalmente construtiva se $\Delta r = n\lambda$ e totalmente destrutiva se $\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

AVALIAÇÃO Verifique se o resultado obtido está expresso nas unidades corretas, se é plausível e se responde à questão.

EXEMPLO 21.11 Interferência bidimensional entre dois alto-falantes

Dois alto-falantes posicionados em um plano estão separados por 2,0 m e em fase um com o outro. Ambos emitem ondas sonoras de 700 Hz em um ambiente onde a velocidade do som é 341 m/s. Um ouvinte encontra-se parado 5,0 m à frente dos alto-falantes e a 2,0 m da reta perpendicular ao plano onde estão os alto-falantes e que passa pelo ponto médio entre os mesmos. Neste ponto, a interferência é totalmente construtiva, totalmente destrutiva ou intermediária? Como mudará a situação se os alto-falantes estiverem fora de fase?

MODELO Os dois alto-falantes são fontes de ondas circulares e em fase. A superposição das ondas causa interferência.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 21.29 mostra os alto-falantes e define as distâncias r_1 e r_2 até o ponto de observação. A figura inclui dimensões e indica que $\Delta\phi_0 = 0$ rad.

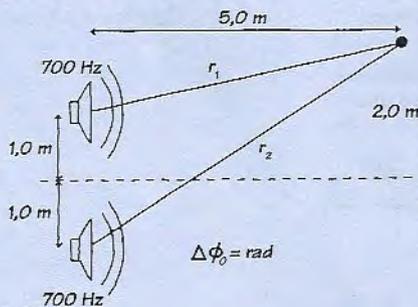


FIGURA 21.29 Representação pictórica da interferência entre os dois alto-falantes.

RESOLUÇÃO Não são os valores de r_1 e r_2 que importam, e sim, a diferença Δr entre os mesmos. Da geometria da figura, podemos obter os resultados

$$r_1 = \sqrt{(5,0 \text{ m})^2 + (1,0 \text{ m})^2} = 5,10 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{(5,0 \text{ m})^2 + (3,0 \text{ m})^2} = 5,83 \text{ m}$$

Assim, a diferença de caminho é $\Delta r = r_2 - r_1 = 0,73 \text{ m}$. O comprimento de onda das ondas sonoras é

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{341 \text{ m/s}}{700 \text{ Hz}} = 0,487 \text{ m}$$

Em termos de comprimentos de onda, a diferença de caminho é $\Delta r/\lambda = 1,50$ ou

$$\Delta r = \frac{3}{2} \lambda$$

Uma vez que as fontes estão em fase ($\Delta\phi_0 = 0$), esta é a condição para interferência destrutiva. Se as fontes estivessem fora de fase ($\Delta\phi_0 = \pi$ rad), então a diferença de fase das ondas na posição do ouvinte seria

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = 2\pi \left(\frac{3}{2}\right) + \pi \text{ rad} = 4\pi \text{ rad}$$

Isto é um múltiplo inteiro de 2π rad, portanto, neste caso, a interferência seria construtiva.

AVALIAÇÃO Tanto a diferença de caminho quanto qualquer diferença de fase inerente entre as fontes devem ser levadas em conta ao se avaliar a interferência.

Representando a interferência graficamente

A *mapa de contorno* é uma maneira útil de visualização de um padrão de interferência. A FIGURA 21.30a mostra a superposição das ondas emitidas por duas fontes idênticas ($\Delta\phi = 0$) que emitem ondas com $\lambda = 1$ m. As fontes, indicadas por pontos pretos, distam entre si dois comprimentos de onda, estando localizadas em $y = \pm 1$ m. Deslocamentos positivos do meio são mostrados em cinza claro, com o cinza mais escuro representando o deslocamento máximo produzido pela onda naquele instante de tempo. Esses são os pontos onde as cristas das ondas individuais interferem construtivamente, resultando em $D = 2a$. Deslocamentos negativos são representados em tons de cinza, sendo que o cinza mais escuro corresponde ao deslocamento mais negativo produzido pela onda. Esses também são pontos de interferência construtiva, com dois vales se superpondo para resultar em $D = -2a$.

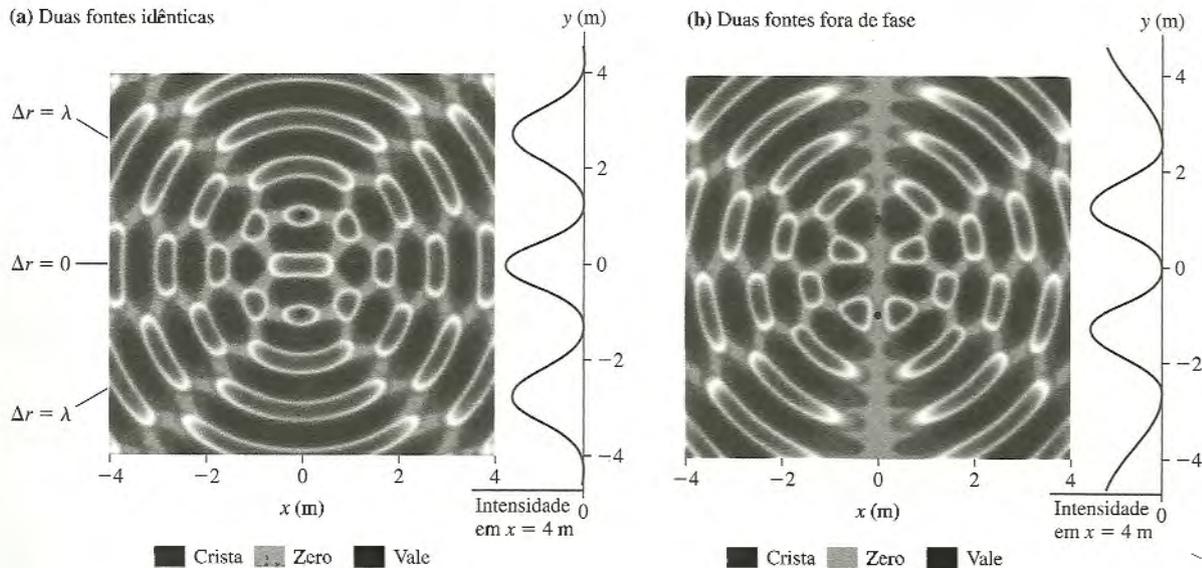


FIGURA 21.30 Um mapa de contorno do padrão de interferência entre duas fontes. O gráfico do lado direito de cada figura mostra a intensidade de onda ao longo de uma linha vertical localizada em $x = 4$ m.

Para compreender esta figura, tente visualizar as ondas se expandindo para longe de sua fonte a partir do centro de cada figura. O padrão cinza escuro-preto-cinza escuro-preto... de cristas e vales se move para longe da fonte, ao longo das linhas antinodais, como uma *onda progressiva* de amplitude $A = 2a$. Nada ocorre ao longo das linhas nodais, onde a amplitude é sempre nula.

Suponha que você observe a *intensidade* da onda enquanto ela cruza a linha vertical em $x = 4$ m da borda direita da figura. Por exemplo, se as ondas fossem sonoras, você poderia ouvir (ou medir com um microfone) a intensidade sonora à medida que você caminha de $(x, y) = (4 \text{ m}, -4 \text{ m})$, na parte inferior da figura, para $(x, y) = (4 \text{ m}, 4 \text{ m})$, no topo. A intensidade é nula quando você cruza as linhas nodais localizadas em $y \approx \pm 1$ m ($\Delta r = \frac{1}{2}\lambda$). A intensidade é máxima nas linhas antinodais em $y = 0$ ($\Delta r = 0$) e $y \approx \pm 2,5$ m ($\Delta r = \lambda$), onde uma onda de amplitude máxima se espalha a partir das fontes.

A intensidade é mostrada no gráfico um tanto incomum no lado direito da Figura 21.30a. Incomum no sentido de que a intensidade, a grandeza relevante, é representada no gráfico à esquerda. Os picos correspondem aos pontos de interferência construtiva, onde você mediria uma amplitude máxima. Os zeros indicam os pontos de interferência destrutiva, onde a intensidade é nula.

A FIGURA 21.30b é o mapa de contorno correspondente ao padrão de interferência produzido pelas duas mesmas fontes, mas que agora estão fora de fase ($\Delta\phi_0 = \pi$ rad). Deixaremos a exploração dessa figura para você, mas note que as linhas nodais e antinodais estão trocadas em relação àquelas da Figura 21.30a.

EXEMPLO 21.12 A intensidade produzida por dois alto-falantes em interferência

Dois alto-falantes posicionados em um plano estão separados por 6,0 m de distância e em fase. Ambos emitem ondas sonoras de mesma amplitude e comprimento de onda de 1,0 m. Cada alto-falante emite um som de intensidade I_0 . Um observador parado no ponto A encontra-se 10 m à frente do plano que contém os dois alto-falantes, centralizado em relação aos mesmos. Um segundo observador, parado no ponto B, encontra-se 10 m diretamente à frente de um dos alto-falantes. Em função de I_0 , quais são a intensidade I_A no ponto A e a intensidade I_B no ponto B?

MODELO Os dois alto-falantes emitem ondas em fase. A superposição dessas ondas causa interferência.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 21.31 representa os dois alto-falantes e os dois pontos de observação. As distâncias r_1 e r_2 estão definidas para o ponto B.

RESOLUÇÃO Suponha que a amplitude da onda emitida por cada alto-falante seja a . A intensidade de toda onda é proporcional ao quadrado de sua amplitude, de modo que a intensidade emitida por cada alto-falante é $I_0 = ca^2$, onde c é uma constante de proporcionalidade desconhecida. O ponto A é um ponto de interferência construtiva, pois os alto-falantes estão em fase ($\Delta\phi_0 = 0$) ali, e a diferença de caminho até o ponto A é $\Delta r = 0$. Neste ponto, a amplitude é determinada pela Equação 21.36:

$$A_A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| = 2a \cos(0) = 2a$$

Conseqüentemente, a intensidade neste ponto é

$$I_A = cA_A^2 = c(2a)^2 = 4ca^2 = 4I_0$$

A intensidade no ponto A é quatro vezes maior do que a de qualquer um dos alto-falantes quando apenas ele emite som. No ponto B, a diferença de caminho é

$$\Delta r = \sqrt{(10,0 \text{ m})^2 + (6,0 \text{ m})^2} - 10,0 \text{ m} = 1,662 \text{ m}$$

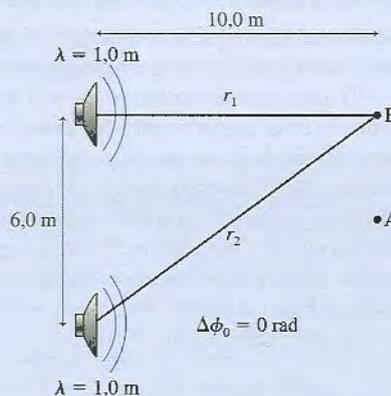


FIGURA 21.31 Representação pictórica da interferência entre dois alto-falantes.

A diferença de fase das ondas neste ponto é

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = 2\pi \frac{1,662 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = 10,44 \text{ rad}$$

Conseqüentemente, a amplitude no ponto B é

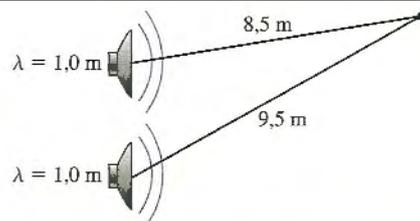
$$A_B = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| = \left| 2a \cos(5,22 \text{ rad}) \right| = 0,972a$$

Logo, a intensidade neste ponto é

$$I_B = cA_B^2 = c(0,972a)^2 = 0,95ca^2 = 0,95I_0$$

AVALIAÇÃO Embora o ponto B esteja diretamente à frente de um dos alto-falantes, a superposição das duas ondas resulta em uma intensidade menor do que quando este alto-falante emite som sozinho.

PARE E PENSE 21.6 Os dois alto-falantes da figura abaixo estão em fase. Eles emitem ondas sonoras de mesma amplitude e comprimento de onda de 1,0 m. No ponto indicado, a interferência é totalmente construtiva, totalmente destrutiva ou intermediária?



21.8 Batimentos



10.7

Até então analisamos a superposição de ondas emitidas por fontes com mesmo comprimento de onda e mesma frequência. Também podemos usar o princípio da superposição para analisar um fenômeno que pode ser facilmente demonstrado com duas fontes de frequências ligeiramente diferentes.

Se você escutar simultaneamente dois sons de frequências muito diferentes, como uma nota alta e outra baixa, escutará dois tons bem distintos. Todavia, se a diferença de frequência for muito pequena, de apenas um ou dois hertz, por exemplo, você escutará um único tom cuja intensidade é *modulada* uma ou duas vezes, respectivamente, a cada seguudo, ou seja, o volume do som aumenta e diminui alternadamente, de alto para baixo, de baixo para alto, ..., criando um padrão sonoro diferente, chamado de **batimentos**.

Considere duas ondas senoidais que se propagam ao longo do eixo x com frequências angulares $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$. As duas ondas são representadas por

$$\begin{aligned} D_1 &= a \operatorname{sen}(k_1 x - \omega_1 t + \phi_{10}) \\ D_2 &= a \operatorname{sen}(k_2 x - \omega_2 t + \phi_{20}) \end{aligned} \quad (21.40)$$

onde os subscritos 1 e 2 indicam que as frequências, os números de onda e as constantes de fase das duas ondas podem ser diferentes.

Para simplificar a análise, vamos propor uma série de hipóteses:

1. As duas ondas têm a mesma amplitude a .
2. Um detector, como o seu ouvido, está localizado na origem ($x = 0$).
3. As duas fontes estão em fase ($\phi_{10} = \phi_{20}$).
4. As fases das fontes são $\phi_{10} = \phi_{20} = \pi$ rad.

Nenhuma dessas hipóteses é essencial para o resultado. Todas poderiam ser diferentes e ainda chegaríamos à mesma conclusão, mas a matemática envolvida seria muito mais complicada. Com tais hipóteses, podemos dar destaque à física usando a mínima quantidade de matemática.

De acordo com essas hipóteses, as duas ondas, quando atingem o detector em $x = 0$, são representadas matematicamente por

$$\begin{aligned} D_1 &= a \operatorname{sen}(-\omega_1 t + \pi) = a \operatorname{sen} \omega_1 t \\ D_2 &= a \operatorname{sen}(-\omega_2 t + \pi) = a \operatorname{sen} \omega_2 t \end{aligned} \quad (21.41)$$

onde fizemos uso da identidade trigonométrica $\operatorname{sen}(\pi - \theta) = \operatorname{sen} \theta$. O princípio da superposição nos diz que o deslocamento *resultante* do meio onde se encontra o detector é igual à soma dos deslocamentos produzidos individualmente pelas ondas. Portanto,

$$D = D_1 + D_2 = a(\operatorname{sen} \omega_1 t + \operatorname{sen} \omega_2 t) \quad (21.42)$$

Anteriormente, no caso da interferência, fizemos uso da identidade trigonométrica

$$\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta = 2 \cos \left[\frac{1}{2}(\alpha - \beta) \right] \operatorname{sen} \left[\frac{1}{2}(\alpha + \beta) \right]$$

Podemos usar esta identidade novamente para escrever a Equação 21.42 como

$$\begin{aligned} D &= 2a \cos \left[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \right] \operatorname{sen} \left[\frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right] \\ &= [2a \cos(\omega_{\text{mod}} t)] \operatorname{sen}(\omega_{\text{med}} t) \end{aligned} \quad (21.43)$$

onde $\omega_{\text{med}} = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ é a frequência angular *média* e $\omega_{\text{mod}} = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ é chamada de *frequência de modulação*.

Estamos interessados na situação em que as duas frequências são praticamente iguais: $\omega_1 \approx \omega_2$. Neste caso, ω_{med} se diferencia pouco de ω_1 ou ω_2 , ao passo que ω_{mod} é muito próxima daquele valor, mas não exatamente igual a zero. Quando ω_{mod} é muito pequena, o termo $(\omega_{\text{mod}} t)$ oscila *muito* lentamente. Agrupamos esse termo junto com o termo $2a$ porque, juntos, eles fornecem uma “amplitude” que muda lentamente com o tempo quando comparada com a rápida oscilação de frequência ω_{med} .

A FIGURA 21.32 é um gráfico-história da onda que chega ao detector (em $x = 0$). Ela representa a oscilação do ar contra seu tímpano, com frequência $f_{\text{med}} = \omega_{\text{med}}/2\pi = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$. Esta oscilação determina a nota que você escuta; ela difere pouco das duas notas de frequências f_1 e f_2 . Nós estamos agora particularmente interessados na dependência da amplitude com o tempo, representada pela linha tracejada, e que é determinada pelo termo $2a \cos(\omega_{\text{mod}} t)$. Essa amplitude com variação periódica é chamada de **modulação** da onda, a razão para que ω_{mod} tenha seu subscrito.

À medida que a amplitude aumenta e diminui, o volume do som, correspondentemente, alterna entre alto e baixo, baixo e alto e assim por diante. Mas é precisamente isso o que você escuta quando escuta batimentos! O som alternadamente alto e baixo surge das duas ondas, que estão, alternadamente, em fase e fora de fase, causando interferência construtiva e, em seguida, destrutiva.

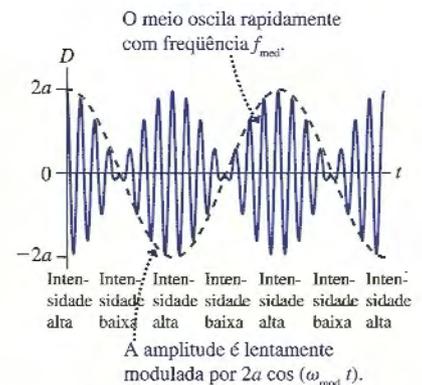


FIGURA 21.32 Os batimentos são causados pela superposição de duas ondas de frequências quase idênticas.

Imagine duas pessoas que caminham lado a lado com ritmos de passada levemente diferentes. Inicialmente os dois pés direitos batem juntos no chão, mas após um tempo eles já estão fora de compasso. Um pouco mais tarde eles voltam a ficar sincronizados, e o processo prossegue alternadamente. As ondas sonoras fazem algo análogo. Inicialmente, as cristas de cada onda, de amplitude a , chegam em sincronia ao seu ouvido e o deslocamento resultante no meio é dobrado para $2a$. Mas após um tempo, por terem frequências ligeiramente diferentes, elas saem de sincronia, e pouco tempo depois cada crista de uma onda está chegando junto com um vale da outra. Quando isso acontece, as duas ondas se cancelam, com deslocamento resultante nulo. O processo segue alternadamente, volume alto de som seguido de volume baixo.

Observe, na figura, que a intensidade sonora aumenta e diminui *duas vezes* durante cada ciclo da envoltória de modulação. Cada ciclo de volume “alto-baixo-alto” equivale a um batimento, de modo que a **frequência de batimento**, f_{bat} , que é o número de batimentos por segundo, é duas vezes maior do que a frequência de modulação $f_{\text{mod}} = \omega_{\text{mod}}/2\pi$. Baseada na definição de ω_{mod} acima, a frequência de batimento é:

$$f_{\text{bat}} = 2f_{\text{mod}} = 2 \frac{\omega_{\text{mod}}}{2\pi} = 2 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} \right) = f_1 - f_2 \quad (21.44)$$

onde, para evitar que f_{bat} seja de valor negativo, sempre consideraremos f_1 como a maior das duas frequências. A frequência de batimento é simplesmente a *diferença* entre as duas frequências individuais.

EXEMPLO 21.13 Escutando batimentos

Um flautista toca a nota de 510 Hz enquanto um segundo flautista toca a nota de 512 Hz. Que frequência você escuta? Qual é a frequência de batimento?

RESOLUÇÃO Você ouve uma nota de frequência $f_{\text{mod}} = 511$ Hz. A frequência de batimento é

$$f_{\text{bat}} = f_1 - f_2 = 2 \text{ Hz}$$

Você (e eles) escutaria(m) dois batimentos por segundo.

AValiação Se uma nota de 510 Hz, e outra, de 512 Hz, fossem tocadas separadamente, você não conseguiria perceber a pequena diferença de frequência entre elas. Porém, quando as duas são tocadas juntas, os batimentos evidenciam que as frequências são ligeiramente diferentes. Os músicos costumam fazer constantes pequenos ajustes na afinação dos instrumentos à medida que tocam, a fim de eliminar os batimentos entre o som de um instrumento e aqueles emitidos pelos outros.

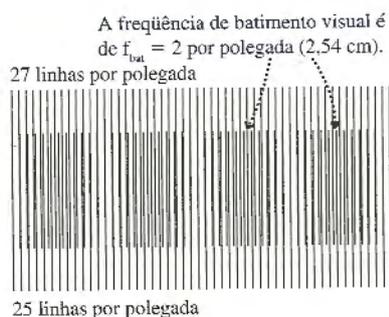


FIGURA 21.33 Um exemplo gráfico de batimentos.

Os batimentos não se limitam a ondas sonoras. A FIGURA 21.33 mostra um exemplo gráfico de batimentos. As “cercas múltiplas” com espaçamentos (ou seja, frequências) levemente diferentes estão superpostas. A diferença entre as duas frequências é de duas linhas por polegada (2,54 cm). Você pode comprovar isso com uma régua, e também que a figura representa dois “batimentos”, em concordância com a Equação 21.44.

Os batimentos são importantes em muitas outras situações. Por exemplo, provavelmente já viu filmes em que rodas de carroça parecem girar lentamente para trás. Por que isso acontece? Suponha que a câmera de cinema esteja filmando a 30 quadros por segundo, enquanto a roda gira 32 vezes por segundo. A combinação dessas duas frequências produz um “batimento” de 2 Hz, o que significa que a roda parece girar apenas duas vezes por segundo. O mesmo será verdadeiro se a roda estiver girando 28 vezes por segundo, todavia neste caso, em que a frequência da roda é ligeiramente menor do que a da câmera, a roda parece girar *ao contrário* duas vezes por segundo!

PAUSE E PENSE 21.13 Você escuta três batimentos por segundo quando dois tons musicais são tocados simultaneamente. A frequência de um tom é 610 Hz. A frequência do outro é

- a. 604 Hz b. 607 Hz c. 613 Hz
d. 616 Hz e. a ou d. f. b ou c.

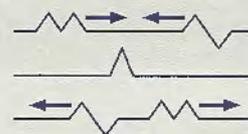
RESUMO

O objetivo do Capítulo 21 foi compreender e aplicar a idéia de superposição.

Princípios gerais

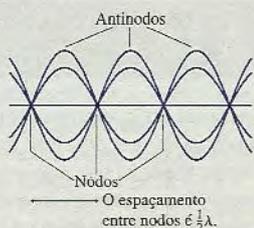
Princípio da superposição

O deslocamento produzido em um meio quando mais de uma onda nele se propagam é a soma dos deslocamentos devidos a cada onda individual.



Conceitos importantes

As ondas estacionárias se devem à superposição de duas ondas progressivas que se propagam em sentidos opostos.

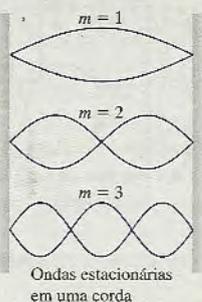


A amplitude da oscilação na posição x é

$$A(x) = 2a \sin kx$$

onde a é a amplitude de cada onda interferente.

As condições de contorno determinam que frequências e comprimentos de onda estacionária são permitidos. As ondas estacionárias permitidas são os **modos** do sistema.



Interferência

Em geral, a superposição de duas ou mais ondas para formar uma única onda é chamada de interferência.

A **interferência totalmente construtiva** ocorre onde as cristas de uma onda se alinham com as cristas da outra, e os vales de uma com os da outra. Essas ondas estão em fase. O deslocamento máximo é $A = 2a$.

A **interferência totalmente destrutiva** ocorre onde as cristas de uma onda se alinham com os vales da outra. Essas ondas estão fora de fase. A amplitude é $A = 0$.

A interferência depende da **diferença de fase** $\Delta\phi$ entre as duas ondas.

Construtiva: $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = m \cdot 2\pi$

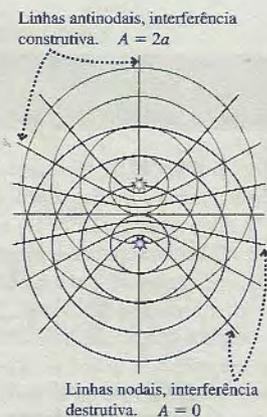
Destrutiva: $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} + \Delta\phi_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\pi$

A grandeza Δr é a diferença de caminho entre as duas ondas, e $\Delta\phi_0$ é uma diferença de fase qualquer entre as fontes. Para fontes idênticas (em fase, $\Delta\phi_0 = 0$):

A interferência é construtiva se a diferença de caminho for $\Delta r = m\lambda$.

A interferência é destrutiva se a diferença de caminho for $\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$.

Em um ponto do meio onde a diferença de fase é $\Delta\phi$, a amplitude é $A = \left| 2a \cos \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \right|$.



Aplicações

Condições de contorno

Ondas em cordas, ondas eletromagnéticas e ondas sonoras em tubos fechado-fechado devem ter nodos nas duas extremidades:

$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \quad f_m = m \frac{v}{2L} = mf_1$$

onde $m = 1, 2, 3, \dots$

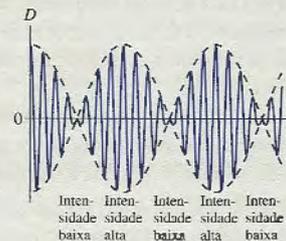
Essas são também as frequências e os comprimentos de onda de uma onda sonora em um tubo aberto-aberto, que possui antinodos nas duas extremidades.

Uma onda sonora em um tubo aberto-fechado deve possuir um nodo na extremidade fechada e um antinodo na extremidade aberta. Disso concluímos que

$$\lambda_m = \frac{4L}{m} \quad f_m = m \frac{v}{4L} = mf_1$$

onde $m = 1, 3, 5, 7, \dots$

Batimentos (modulações da intensidade, alternadamente, de alta para baixa e vice-versa) ocorrem quando duas ondas de frequências ligeiramente diferentes são superpostas.



A frequência de batimento entre duas ondas de frequências f_1 e f_2 é dada por

$$f_{\text{bat}} = f_1 - f_2$$

Termos e notação

princípio da superposição
onda estacionária
nodo
antinodo
função da amplitude, $A(x)$
condição de contorno
frequência fundamental, f_1
harmônico

modo normal
interferência
em fase
interferência construtiva
fora de fase
interferência destrutiva
diferença de fase, $\Delta\phi$
diferença de caminho, Δx ou Δr

revestimento ótico com película fina
linha antinodal
linha nodal
batimentos
modulação
frequência de batimento, f_{bat}



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

- A FIGURA Q21.1 representa uma onda estacionária que oscila em uma corda com frequência f_0 .
 - Que modo (valor de m) é este?
 - Quantos antinodos haverá se a frequência for dobrada para $2f_0$?

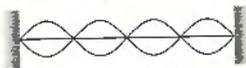


FIGURA Q21.1

- Se você tirar fotografias de uma onda estacionária em uma corda verá que, em certos instantes, a corda está totalmente reta. O que aconteceu com a energia da onda nesses instantes?
- A FIGURA Q21.3 mostra o deslocamento produzido por uma onda sonora estacionária em um tubo horizontal com 32 cm de comprimento, aberto nas duas extremidades.
 - Que modo (valor de m) é este?
 - As moléculas do ar estão se movendo na horizontal ou na vertical? Explique.
 - A que distâncias da extremidade esquerda do tubo as moléculas oscilam com amplitude máxima?
 - A que distâncias da extremidade esquerda do tubo a pressão do ar oscila com amplitude máxima?

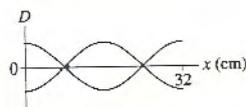


FIGURA Q21.3

- O tubo de um órgão está afinado em exatamente 384 Hz quando a temperatura ambiente é 20°C . Se a temperatura ambiente subir para 22°C , a frequência do tubo aumentará, diminuirá ou se manterá inalterada? Explique.
- Se você derramar líquido dentro de um recipiente alto e estreito feito de vidro, poderá ouvir o som a uma altura gradativamente mais alta. Qual é a fonte do som? E por que a sua altura aumenta à medida que o recipiente se enche?

- Em música, diz-se que duas notas estão a uma oitava de distância uma da outra quando a frequência de uma das notas for exatamente o dobro da frequência da outra. Suponha que uma corda de violão emita um som de frequência f_0 . Para aumentar a frequência em uma oitava, dobrando para $2f_0$, por qual fator você teria de (a) aumentar a tensão ou (b) diminuir o comprimento da corda?

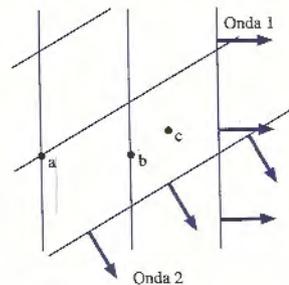


FIGURA Q21.8

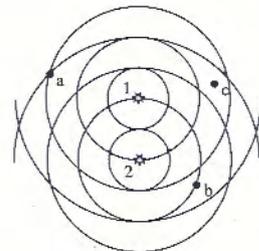


FIGURA Q21.9

- Uma flauta cheia de hélio emite notas com um volume de som muito maior do que o normal, até que o hélio escape. Por quê?
- A FIGURA Q21.8 é o gráfico instantâneo de duas ondas planas que se propagam em uma região do espaço. Cada onda tem 2,0 mm de amplitude e mesmo comprimento de onda. Qual é o deslocamento resultante do meio nos pontos a, b e c?
- A FIGURA Q21.9 representa ondas circulares emitidas por duas fontes em fase. Os pontos a, b e c são de interferência totalmente construtiva ou de interferência totalmente destrutiva? Explique.
- Um trompetista escuta 3 batimentos por segundo quando toca uma nota e, simultaneamente, faz soar um diapasão de 440 Hz. Após puxar a válvula de afinação para aumentar levemente o comprimento do trompete, ele passa a escutar 5 batimentos por segundo com o mesmo diapasão. A sua frequência inicial era igual a 437 Hz ou a 443 Hz? Explique.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 21.1 O princípio da superposição

1. I A FIGURA EX21.1 é o gráfico-instantâneo para $t = 0$ s de duas ondas que se aproximam uma da outra a $1,0$ m/s. Desenhe seis gráficos-instantâneos, dispostos verticalmente, que representem a corda a intervalos de 1 s, desde $t = 1$ s até $t = 6$ s.

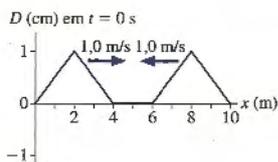


FIGURA EX21.1

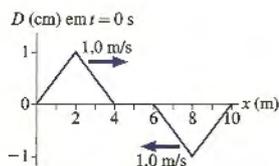


FIGURA EX21.2

2. I A FIGURA EX21.2 é o gráfico-instantâneo para $t = 0$ s de duas ondas que se aproximam uma da outra a $1,0$ m/s. Desenhe seis gráficos-instantâneos, dispostos verticalmente, que representem a corda a intervalos de 1 s, desde $t = 1$ s até $t = 6$ s.
3. I A FIGURA EX21.3 é o gráfico-instantâneo para $t = 0$ s de duas ondas que se aproximam uma da outra a $1,0$ m/s. Desenhe quatro gráficos-instantâneos, dispostos verticalmente, que representem a corda nos instantes $t = 2, 4, 6$ e 8 s.

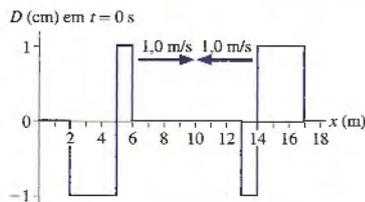


FIGURA EX21.3

4. II A FIGURA EX21.4a é um gráfico-instantâneo para $t = 0$ s de duas ondas que se aproximam uma da outra a $1,0$ m/s.
- a. A que instante de tempo corresponde o gráfico-instantâneo da FIGURA EX21.4b?
- b. Desenhe o gráfico-história da corda para $x = 5,0$ m desde $t = 0$ s até $t = 6$ s.

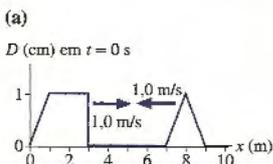
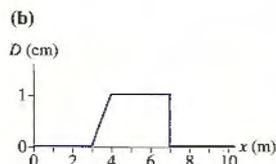


FIGURA EX21.4



Seção 21.2 Ondas estacionárias

Seção 21.3 Ondas estacionárias transversais

5. I A FIGURA EX21.5 é um gráfico-instantâneo para $t = 0$ s de duas ondas que se propagam para a direita a $1,0$ m/s. A corda está presa em $x = 8,0$ m. Desenhe quatro gráficos-instantâneos, dispostos verticalmente, que representem a corda nos instantes $t = 2, 4, 6$ e 8 s.

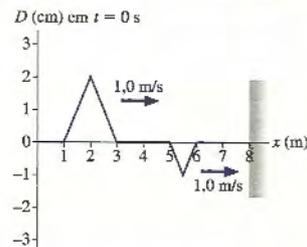


FIGURA EX21.5

6. I Uma corda de $2,0$ m de comprimento está presa pelas duas extremidades e foi esticada até que a velocidade de onda fosse de 40 m/s. Qual é a frequência da onda estacionária representada na FIGURA EX21.6?

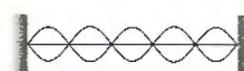


FIGURA EX21.6

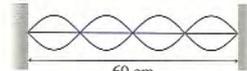


FIGURA EX21.7

7. I A FIGURA EX21.7 representa uma onda estacionária que oscila em uma corda a 100 Hz. Qual é a velocidade de propagação da onda?
8. II A FIGURA EX21.8 representa uma onda estacionária que oscila com frequência f_0 .
- a. Quantos antinodos haverá se a frequência for dobrada para $2f_0$? Explique.
- b. Se a tensão na corda for aumentada por um fator de quatro, para que frequência, em função de f_0 , a corda continuará a oscilar como uma onda estacionária de três antinodos?
9. II Ondas estacionárias em uma corda de $1,0$ m de comprimento, fixada nas duas extremidades, são observadas com frequências sucessivas de 24 Hz e de 36 Hz.
- a. Quanto valem a frequência fundamental e a velocidade da onda?
- b. Desenhe o padrão de onda estacionária correspondente à situação em que a corda oscila a 36 Hz.
10. II a. Quais são os três maiores comprimentos de onda para ondas estacionárias em uma corda de 240 cm de comprimento que está presa pelas duas extremidades?
- b. Se a frequência do segundo maior comprimento de onda estacionária for 50 Hz, qual será a frequência correspondente ao terceiro maior comprimento de onda?
11. II Uma corda de 121 cm de comprimento e $4,0$ g de massa oscila no modo $m = 3$ com frequência de 180 Hz e amplitude máxima de $5,0$ mm. Quanto valem (a) o comprimento de onda e (b) a tensão na corda?
12. I Um pedaço pesado de escultura está suspenso por um fio de aço de 90 cm de comprimento e $5,0$ g. Quando o vento sopra com força, o fio emite um zumbido em sua frequência fundamental de 80 Hz. Qual é a massa da escultura?
13. I Um laser de dióxido de carbono é um laser infravermelho. Um laser de CO_2 com comprimento de cavidade de $53,00$ cm oscila no modo $m = 100.000$. Quais são o comprimento de onda e a frequência do feixe de laser?

Seção 21.4 Ondas estacionárias sonoras e acústica musical

14. I Quais são os três maiores comprimentos de onda para ondas sonoras estacionárias em um tubo de 121 cm de comprimento (a) aberto nas duas extremidades e (b) aberto numa extremidade e fechado na outra?

15. I A FIGURA EX21.15 representa uma onda sonora estacionária em um tubo de 80 cm de comprimento. O tubo está cheio com um gás desconhecido. Qual é a velocidade do som no gás?

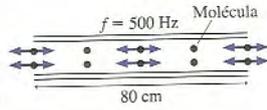


FIGURA EX21.15

16. II A frequência fundamental de um tubo aberto-aberto é 1500 Hz quando ele está cheio com hélio a 0°C. Qual será a frequência quando o tubo estiver cheio com ar a 0°C?
17. I A nota de pedal mais baixa de um grande órgão de tubos tem frequência fundamental de 16,4 Hz. Essa nota baixa extrema, quatro oitavas abaixo do dó central, é sentida mais como um tremor do que escutada com os ouvidos. Qual é o comprimento do tubo entre o orifício sonoro e a extremidade aberta?
18. I A nota mais baixa de um piano de cauda tem frequência de 27,5 Hz. A corda que a emite tem 2,00 m de comprimento e massa de 400 g. O comprimento em vibração da corda tem 1,90 m de comprimento. Que tensão é necessária para afinar esta corda adequadamente?
19. II Uma corda de violino tem 30 cm de comprimento. Ela emite a nota musical A (Lá, de 440 Hz) quando tocada solta, sem estar apertada por nm dedo. A que distância da extremidade dessa corda você deveria apertá-la com seu dedo a fim de fazê-la emitir a nota C (Dó, de 523 Hz)?

Seção 21.5 Interferência em uma dimensão

Seção 21.6 A matemática da interferência

20. II Dois alto-falantes emitem ondas sonoras no mesmo sentido ao longo do eixo x. O som tem intensidade máxima quando os alto-falantes estão separados por 20 cm. A intensidade sonora diminui à medida que a distância entre os alto-falantes é aumentada, atingindo zero para uma separação de 60 cm.
- Qual é o comprimento de onda do som?
 - Se a distância entre os alto-falantes continuar aumentando, para que separação a intensidade sonora terá novamente um valor máximo?
21. II Dois alto-falantes, em um ambiente a 20°C, emitem ondas sonoras de 686 Hz no mesmo sentido ao longo do eixo x.
- Se os alto-falantes estiverem em fase, qual será a menor distância entre eles para a qual a interferência das ondas sonoras é totalmente destrutiva?
 - Se os alto-falantes estiverem fora de fase, qual será a menor distância entre eles para a qual a interferência das ondas sonoras é totalmente construtiva?
22. II Dois alto-falantes em fase, separados por uma distância d, emitem ondas sonoras de 170 Hz de mesmo sentido ao longo do eixo x. Conforme você caminha ao longo do eixo, afastando-se dos alto-falantes, não escuta nada, mesmo que os alto-falantes estejam ligados. Quais são os três valores possíveis para d? Suponha uma velocidade do som de 340 m/s.
23. I Qual é a película mais fina de MgF₂ (n = 1,39) sobre o vidro que produz uma forte reflexão da luz laranja de comprimento de onda de 600 nm?
24. II Uma película muito delgada de óleo (n = 1,25) flutua sobre a água (n = 1,33). Qual é a película mais fina de óleo que produz uma forte reflexão da luz verde de comprimento de onda de 500 nm?

Seção 21.7 Interferência em duas e três dimensões

25. II A FIGURA EX21.25 representa as frentes de onda circular emitidas por duas fontes de onda.
- As fontes emitem em fase ou fora de fase? Explique.
 - Construa uma tabela com linhas P, Q e R e colunas r₁, r₂, Δr e C/D. Preencha a tabela para os pontos P, Q e R, registrando as distâncias como múltiplos de λ e indicando, com um C ou um D, se a interferência nesse ponto é construtiva ou destrutiva.

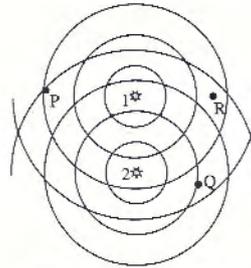


FIGURA EX21.25

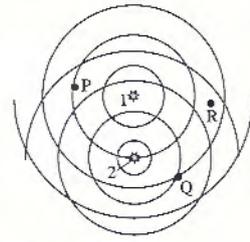


FIGURA EX21.26

26. II A FIGURA EX21.26 representa as frentes de onda circulares emitidas por duas fontes de onda.
- As fontes emitem em fase ou fora de fase? Explique.
 - Construa uma tabela com linhas P, Q e R e colunas r₁, r₂, Δr e C/D. Preencha a tabela para os pontos P, Q e R registrando as distâncias como múltiplos de λ e indicando, com um C ou um D, se a interferência nesse ponto é construtiva ou destrutiva.
27. II Dois alto-falantes separados por 2,0 m de distância emitem, em fase, ondas sonoras de 1800 Hz para um ambiente onde a velocidade do som é 340 m/s. Em um ponto 4,0 m à frente de um dos alto-falantes, na direção perpendicular ao plano dos alto-falantes, ocorre interferência totalmente construtiva, interferência totalmente destrutiva ou algo intermediário?
28. II Duas antenas de rádio localizadas em x = ± 300 m emitem, fora de fase, ondas de rádio de 3,0 MHz. O ponto (x, y) = (300 m, 800 m) é um ponto de interferência totalmente construtiva, interferência totalmente destrutiva ou algo intermediário?

Seção 21.8 Batimentos

29. I Duas cordas estão ajustadas para vibrar a precisamente 200 Hz. A seguir, a tensão numa das cordas sofre um ligeiro aumento. Após isso, três batimentos por segundo são ouvidos quando as cordas vibram ao mesmo tempo. Qual é a nova frequência da corda que foi apertada?
30. I Um flautista escuta quatro batimentos por segundo quando compara a sua nota com a nota emitida por um diapasão de 523 Hz (o que corresponde à nota Dó). Ele consegue igualar sua frequência à frequência do diapasão puxando o “bocal de afinação” de modo a aumentar ligeiramente o comprimento da flauta. Qual era a frequência inicial emitida pela flauta?
31. I Dois lasers que emitem praticamente no mesmo comprimento de onda podem gerar uma frequência de batimento se os dois feixes emitidos por eles incidirem em um fotodetector de resposta muito rápida. Em um determinado experimento, um comprimento de onda de laser se estabiliza em 780,54510 nm. Um segundo laser começa emitindo um comprimento de onda maior e vai lentamente diminuindo sua frequência de emissão até que a frequência de batimentos entre os dois feixes seja de 98,5 MHz. Qual é o comprimento de onda do segundo laser?

Problemas

32. II Duas ondas se propagam em uma corda a 100 m/s em sentidos opostos. A FIGURA P21.32 mostra o gráfico-instantâneo da corda para t = 0 s, quando as duas ondas estão superpostas, e um gráfico-instantâneo da onda se propagando para a esquerda correspondente ao instante t = 0,050 s. Desenhe o gráfico-instantâneo da onda que se propaga para a direita para t = 0,050 s.

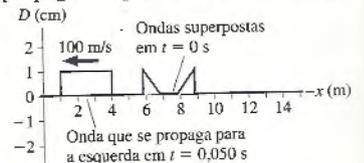


FIGURA P21.32

33. || Uma corda com 2,0 m de comprimento oscila na frequência do segundo harmônico com amplitude máxima de 2,0 cm. Uma das extremidades da corda está presa em $x = 0$ cm. Encontre a amplitude de oscilação em $x = 10, 20, 30, 40$ e 50 cm.
34. || Uma corda vibra na frequência de seu segundo harmônico. Em um ponto situado a 30 cm de uma extremidade, a amplitude equivale à metade da amplitude máxima. Qual é o comprimento da corda?
35. || Uma corda de comprimento L vibra na frequência fundamental. Em um ponto $\frac{1}{4}L$ de uma extremidade, a amplitude é de 2,0 cm. Qual é a amplitude de cada uma das ondas progressivas que formam esta onda estacionária?
36. || Duas ondas senoidais de mesmo comprimento de onda se propagam em sentidos opostos, ao longo de uma corda, a 3,0 m/s. O tempo entre dois instantes sucessivos em que os antinodos se encontram a uma altura máxima é de 0,25 s. Qual é o comprimento de onda?
37. || Uma nota particularmente bela que chega ao seu ouvido, proveniente de um raro violino Stradivarius, tem comprimento de onda de 39,1 cm. O ambiente está levemente aquecido, de modo que a velocidade do som é 344 m/s. Se a densidade linear da corda for de 0,600 g/m, e a tensão, de 150 N, qual será o comprimento do segmento de corda em vibração no violino?
38. || Um violinista coloca seu dedo de forma que o comprimento em vibração de uma corda de 1,0 g/m seja de 30 cm e, depois, desliza o arco sobre a corda. Um ouvinte que se encontra próximo, em um ambiente a 20°C, escuta a nota com um comprimento de onda de 40 cm. Qual é a tensão na corda?
39. || Uma corda de violão com densidade linear de 2,0 g/m está esticada entre suportes separados por 60 cm. Observa-se que a corda forma uma onda estacionária com três antinodos quando é tocada e emite uma frequência de 420 Hz. Quais são (a) a frequência do quinto harmônico da corda e (b) a tensão na mesma?
40. || Quando uma massa M é amarrada à extremidade de um barbante longo e fino, suspenso pelo teto, a frequência do segundo harmônico do barbante é 200 Hz. Acrescentando-se uma carga adicional de 1,0 kg à massa pendurada, a frequência do segundo harmônico aumenta para 245 Hz. Qual é o valor de M ?
41. || Astronautas que visitam o Planeta X dispõem de uma corda de 2,5 m de comprimento com massa de 5,0 g. Eles amarram a corda a um suporte, esticando-a horizontalmente sobre uma polia a 2,0 m de distância da extremidade amarrada, e penduram uma massa de 1,0 kg na extremidade livre. A seguir, os astronautas começam a gerar ondas estacionárias na corda. Seus dados mostram que as ondas estacionárias ocorrem nas frequências de 64 Hz e 80 Hz, mas em nenhuma frequência intermediária a esses valores. Qual é o valor de g , a aceleração de queda livre, no Planeta X?
42. || Uma corda de *bungee jump* de 75 g tem comprimento de equilíbrio de 1,20 m. A corda é esticada até atingir um comprimento de 1,80 m, depois é posta a vibrar a 20 Hz. Isso produz uma onda estacionária com dois antinodos. Quanto vale a constante elástica da corda de *bungee jump*?
43. || Um fio de cobre de 22 cm de comprimento e 1,00 mm de diâmetro é suavemente preso a um fio de alumínio com 60 cm de comprimento e 1,0 mm de diâmetro. O fio resultante é esticado com 20 N de tensão entre suportes fixos separados por 82 cm. As densidades do cobre e do alumínio são 8920 kg/m^3 e 2700 kg/m^3 , respectivamente.
a. Qual é a onda estacionária de menor frequência para a qual há um nodo na junção entre os dois metais?
b. Nessa frequência, quantos antinodos existem no fio de alumínio?
44. || Em um experimento no laboratório de uma escola, uma das extremidades de uma corda horizontal está presa a um suporte, enquanto a outra passa por uma polia livre de atrito e é amarrada a uma esfera de 1,5 kg. Os estudantes determinam as frequências das ondas estacionárias no segmento horizontal da corda, depois posicionam um recipiente contendo água de modo que a esfera de 1,5 kg fique completamente submersa. A frequência do quinto harmônico, quando

a esfera está submersa, é exatamente igual à frequência do terceiro harmônico emitido pela corda antes da esfera ser submersa. Qual é o diâmetro da esfera?

45. || Qual é a frequência fundamental do fio de aço da FIGURA P21.45?

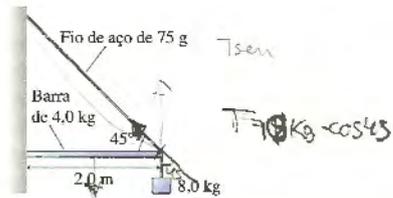


FIGURA P21.45

46. || As duas cordas na FIGURA P21.46 têm mesmo comprimento e são acionadas com a mesma frequência. A densidade linear da corda da esquerda é 2,0 g/m. Qual é a densidade linear da corda da direita?

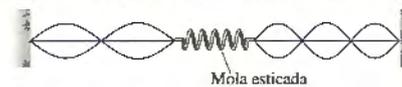


FIGURA P21.46

47. || O gerador de microondas da FIGURA P21.47 pode produzir microondas em qualquer frequência na faixa que vai de 10 GHz a 20 GHz. Através de um pequeno orifício, as microondas são enviadas para uma "cavidade ressonante" que consiste de um cilindro de 10 cm de comprimento com extremidades refletivas.

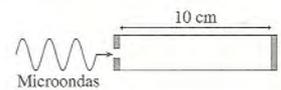


FIGURA P21.47

- a. Que frequências criarão ondas estacionárias na cavidade de ressonância?
b. Para quais dessas frequências o ponto intermediário da cavidade será um antinodo?
48. || Um tubo aberto-aberto de um órgão tem 78,0 cm de comprimento. Outro tubo aberto-fechado tem frequência fundamental igual à do terceiro harmônico do tubo aberto-aberto. Qual é o comprimento do tubo aberto-fechado?
49. || Em uma coluna estreita de ar a 20°C existem ondas estacionárias com frequências de 390 Hz, 520 Hz e 650 Hz e com nenhuma outra frequência intermediária entre as três citadas. Não se sabe qual é o comportamento do tubo em frequências menores do que 390 Hz ou maiores do que 650 Hz.
a. O tubo é do tipo aberto-aberto ou aberto-fechado? Explique.
b. Qual é o comprimento do tubo?
c. Desenhe um gráfico do deslocamento produzido no ar dentro do tubo pela onda estacionária de 520 Hz.
d. O ar dentro do tubo é substituído por dióxido de carbono, onde a velocidade do som vale 280 m/s. Quais serão as novas frequências desses três modos?
50. || Em 1866, o cientista alemão Adolph Kundt desenvolveu uma técnica para medir com precisão a velocidade do som em vários gases. Um longo tubo de vidro, hoje conhecido como tubo de Kundt, dispõe de um pistão vibratório em uma das extremidades, mas é fechado na outra. Partículas de cortiça moidas bem-finas são salpicadas no fundo do tubo antes do pistão ser inserido nele. À medida que o pistão vibratório é movido lentamente para a frente, verifica-se que existem algumas posições do pistão para as quais as partículas de cortiça se acumulam em pequenos montes regularmente espaçados ao longo do fundo do tubo. A FIGURA P21.50 mostra um experimento no qual se encheu o tubo com oxigênio puro e o pistão foi colocado a vibrar a 400 Hz. Qual é a velocidade do som no oxigênio?

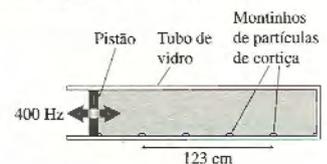


FIGURA P21.50

51. II Um tubo de 40 cm de comprimento possui outro tubo de 40 cm de comprimento encaixado nele e que pode ser empurrado para dentro ou puxado para fora. Um diapasão é colocado, em vibração, ao lado do tubo. À medida que o tubo encaixado é puxado para fora, o som do diapasão gera ondas estacionárias dentro do tubo quando o comprimento total L do tubo é de 42,5 cm, 56,7 cm e 70,9 cm. Qual é a frequência do diapasão? Use $v_{\text{som}} = 343$ m/s.

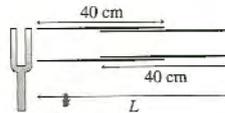


FIGURA P21.51

52. II Um tubo vertical de 1,0 m de altura é preenchido com água a 20°C. Um diapasão que vibra a 580 Hz é colocado sobre a parte superior do tubo e a água é lentamente drenada pelo fundo. Para que valores de altura da água, medidas a partir da base do tubo, haverá uma onda sonora estacionária na parte do tubo que está acima da água?
53. II Um fio com 50 cm de comprimento, massa de 1,0 g e sob uma tensão de 440 N passa pela extremidade aberta de um tubo aberto-fechado. O fio, que é fixado nas duas extremidades, é arqueado pelo centro a fim de ser colocado a vibrar com sua frequência fundamental, gerando assim uma onda sonora. A seguir, o comprimento do tubo é ajustado até que seja ouvida a sua frequência fundamental. Quanto vale o comprimento do tubo? Considere que $v_{\text{som}} = 340$ m/s.
54. II Um fio com 25 cm de comprimento e densidade linear de 20 g/m é esticado através da extremidade aberta de um tubo aberto-fechado com 85 cm de comprimento. Quando o fio, que está preso pelas duas extremidades, vibra em sua frequência fundamental, a onda sonora que ele emite excita o segundo modo vibracional do tubo. Qual é a tensão no fio? Considere que $v_{\text{som}} = 340$ m/s.
55. II Um tubo vertical, aberto nas duas extremidades, é imerso em um tanque com água até ficar parcialmente preenchido com o líquido. A porção superior do tubo, acima da água, contém um gás que, por ser mais denso do que o ar, permanece dentro do tubo. Um fio horizontal, com 50,0 cm de comprimento e 1,00 g, é esticado logo acima da parte superior do tubo, sob uma tensão de 440 N. Arquear o fio pelo centro e soltá-lo faz com que ele vibre em sua frequência fundamental. O nível de água no tubo é ajustado até que o som do fio em vibração produza uma onda sonora estacionária no gás. Depois se diminui o nível da água em 30,5 cm para que a próxima onda sonora estacionária se forme. Use essas informações para determinar a velocidade do som no gás.
56. II Uma onda estacionária longitudinal pode ser criada batendo-se com os dedos bem-secos em uma barra de alumínio longa e fina. Isso, muitas vezes é feito como uma demonstração de física, produzindo um chiado de alta frequência e muito irritante. De um ponto de vista ondulatório, a onda estacionária produzida equivale a uma onda sonora estacionária em um tubo aberto-aberto. Em especial, as duas extremidades do bastão correspondem a antinodos. Qual é a frequência fundamental para o caso de uma barra com 2,0 m de comprimento?



FIGURA P21.56

57. II Um antigo túnel de mineração desaparece na encosta de uma colina. Você gostaria de saber qual é o comprimento do túnel, mas é muito perigoso entrar no lugar. Lembrando-se de sua recente aula de física, você decide tentar criar ressonâncias de ondas estacionárias dentro do túnel. Usando um amplificador subsônico e um alto-falante, você encontra ressonâncias nas frequências de 4,5 Hz e 6,3 Hz e em nenhuma outra frequência intermediária a estas. Está bastante frio dentro do túnel, de modo que você estima a velocidade do som como igual a 335 m/s. Com base nas medições realizadas, qual é a distância até o fim do túnel?

58. II Analise as ondas sonoras estacionárias num tubo aberto-fechado para demonstrar que os comprimentos e as frequências de onda possíveis são determinados pela Equação 21.18.
59. II Dois alto-falantes emitem em fase ondas sonoras idênticas de 1.000 Hz, que se propagam ao longo do eixo x . A que distância deve se posicionar um alto-falante atrás do outro, ao longo do eixo x , a fim de que o som produzido tenha uma amplitude 1,5 vezes maior do que a do som de cada alto-falante isoladamente?
60. II Dois alto-falantes sobre o eixo x emitem ondas sonoras de mesma frequência no mesmo sentido ao longo do eixo. A amplitude de cada onda é a . A intensidade sonora é mínima quando o alto-falante 2 encontra-se 10 cm atrás do alto-falante 1. A intensidade aumenta à medida que o alto-falante 2 é movido para a frente e atinge um valor máximo, pela primeira vez, de amplitude $2a$, quando se encontra 30 cm à frente do alto-falante 1. Qual é:
- O comprimento de onda do som?
 - A diferença de fase entre os dois alto-falantes?
 - A amplitude do som (como um múltiplo de a) se os alto-falantes forem colocados lado a lado?
61. III Dois alto-falantes sobre o eixo x emitem ondas sonoras de mesmo sentido ao longo do eixo. Um ouvinte posicionado à frente dos dois alto-falantes escuta uma intensidade sonora máxima quando o alto-falante 2 está na origem, e o alto-falante 1 em $x = 0,50$ m. Quando o alto-falante 1 é movido lentamente para a frente, a intensidade sonora inicialmente diminui e, depois, passa a aumentar, atingindo outro valor máximo quando o alto-falante encontra-se em $x = 0,90$ m.
- Qual é a frequência do som? Considere que $v_{\text{som}} = 340$ m/s.
 - Qual é a diferença de fase entre os alto-falantes?
62. II Dois alto-falantes sobre o eixo x emitem ondas sonoras de mesmo sentido ao longo do eixo. O alto-falante 2 está 2,0 m atrás do alto-falante 1. Os dois alto-falantes estão conectados ao mesmo gerador de sinal, que oscila a 340 Hz, mas o fio que o liga ao alto-falante 1 passa por uma caixa contendo um dispositivo eletrônico que atrasa o sinal em 1,47 ms. Ao longo do eixo x , a interferência é totalmente construtiva, totalmente destrutiva ou algo intermediário? Considere que $v_{\text{som}} = 340$ m/s.
63. II Uma lâmina de vidro é revestida por uma camada de óleo de 500 nm de espessura ($n = 1,42$).
- Para que valores de comprimento de onda de luz visível as ondas refletidas interferem construtivamente?
 - Para que valores de comprimento de onda de luz visível as ondas refletidas interferem destrutivamente?
 - Qual é a cor predominante da luz refletida? Qual é a cor predominante da luz transmitida?
64. II O Exemplo 21.10 mostrou que um revestimento de MgF_2 com 92 nm de espessura ($n = 1,39$) sobre o vidro comporta-se como revestimento anti-refletivo de luz de comprimento de onda de 510 nm. Sem o revestimento, a intensidade da onda refletida é $I_0 = ca^2$, onde a é a amplitude da onda de luz refletida e c é uma constante de proporcionalidade desconhecida.
- Seja I_λ a intensidade da luz de comprimento de onda λ que foi refletida pelo vidro. Obtenha uma expressão para a razão I_λ/I_0 como uma função do comprimento de onda λ . Essa razão representa a intensidade do reflexo do vidro revestido em relação à intensidade do reflexo do mesmo vidro quando não-revestido. Se essa razão tem valor menor do que 1, isso significa que o revestimento reduz a intensidade do reflexo.
- Dica:** A amplitude da superposição de duas ondas depende da diferença de fase entre elas. Embora não seja completamente preciso, suponha que as duas ondas refletidas tenham amplitude a .
- Calcule o valor de I_λ/I_0 para $\lambda = 400, 450, 500, 550, 600, 650$ e 700 nm. Estes comprimentos de onda cobrem toda a faixa de luz visível.
 - Desenhe um gráfico de I_λ/I_0 versus λ .

65. II Uma fábrica contratou a empresa em que você trabalha, a Acústica Consultoria, para auxiliar na solução de um problema. Os funcionários da empresa reclamam do zumbido irritante de uma máquina. Usando um freqüencímetro, você rapidamente descobre que a máquina emite um som de 1.200 Hz em alto volume. Depois de alguma investigação, você diz ao proprietário que não pode resolver o problema completamente, mas pode ao menos melhorar a situação eliminando as reflexões sofridas por este som nas paredes. Você propõe realizar isso instalando telas de nylon em frente às paredes. Uma parte do som será refletida pela tela; o restante atravessará a tela e se refletirá na parede. A que distância da parede deverá ser colocada a tela a fim de que sua idéia surta efeito?
66. II Uma bolha de sabão é, essencialmente, uma película muito fina de água ($n = 1,33$) circundada por ar. As cores que você enxerga nas bolhas de sabão são produzidas por interferência, de maneira muito semelhante à como são produzidas as cores do vidro dicróico.
- a. Derive uma expressão para os comprimentos de onda λ_c nos quais a interferência construtiva causa uma forte reflexão em uma bolha de sabão de espessura d .
- Dica:** Pense nas variações de fase sofridas em uma reflexão nas duas interfaces da película.
- b. Que comprimentos de onda de luz visível são fortemente refletidos em uma bolha de sabão com 390 nm de espessura? Que cor a bolha de sabão pareceria ter?
67. III Duas antenas de rádio estão separadas por 2,0 m. Ambas transmitem ondas idênticas de 750 MHz. Se você caminhar em torno das antenas segurando um rádio, descrevendo um círculo com 10 m de raio, quantos valores máximos poderá perceber no som?
68. II Você está parado 2,5 m diretamente à frente de um dos alto-falantes mostrados na FIGURA P21.68. Eles estão afastados por 3,0 m de distância e emitem, em fase, um tom de 686 Hz. À medida que você se afasta perpendicularmente ao alto-falante, a que distâncias do alto-falante você escuta um *mínimo* de intensidade sonora? A temperatura ambiente é 20°C.

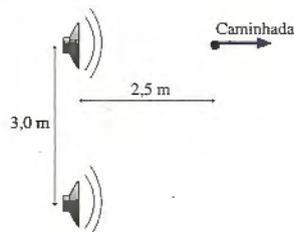


FIGURA P21.68

69. II Dois alto-falantes em um mesmo plano, separados por 5,0 m de distância, emitem a mesma freqüência. Quando você fica parado 12,0 m à frente do plano dos alto-falantes, diretamente à frente do ponto médio entre eles, escuta um som de intensidade máxima. À medida que caminha paralelamente ao plano dos alto-falantes, mantendo-se sempre 12,0 m à frente do plano, você primeiro percebe um mínimo de intensidade sonora quando está diretamente à frente de um dos alto-falantes.
- a. Qual é a freqüência do som emitido? Suponha uma velocidade de 340 m/s para o som.
- b. Se você ficar 12,0 m diretamente à frente de um dos alto-falantes, para que outros valores de freqüências, entre 100 Hz e 1000 Hz, ocorrerá um mínimo de intensidade sonora no ponto onde você se encontra?
70. II Dois alto-falantes, emitindo em fase, estão localizados nas coordenadas (x, y) dadas por $(-3,0 \text{ m}, +2,0 \text{ m})$ e $(-3,0 \text{ m}, -2,0 \text{ m})$. Eles emitem ondas sonoras idênticas com comprimento de onda de 2,0 m e amplitude a . Determine a amplitude do som escutado nas
- cinco posições no eixo y ($x = 0$), correspondentes a $y = 0,0 \text{ m}, 0,5 \text{ m}, 1,0 \text{ m}, 1,5 \text{ m}$ e $2,0 \text{ m}$.
71. II A empresa onde você trabalha foi contratada para projetar um sistema que permita aos pilotos de avião fazer aterrissagens, guiadas por instrumentos, na chuva ou na presença de neblina. Você, então, decide posicionar dois transmissores de rádio a uma distância de 50 m um do outro, cada qual em um dos lados da pista. Os dois rádios transmitem a mesma freqüência, mas fora de fase um com o outro. Isso fará com que exista uma linha nodal que se estende diretamente à frente dos emissores de rádio, em direção ao final da pista (veja a FIGURA 21.30b). Assim, se o receptor do avião mantêm-se silencioso, o piloto sabe que o avião está se movimentado alinhado com a pista. Se ele desviar-se para um lado, o rádio irá captar um sinal e disparar um alerta sonoro. Para ter precisão suficiente, os primeiros pontos de máximos de intensidade precisam estar situados a 60 m dos dois lados da linha nodal ao longo de uma distância de 3,0 km. Que freqüência você deveria especificar para os transmissores?
72. II Duas antenas de rádio estão a 100 m de distância uma da outra, ao longo da direção norte-sul. Elas transmitem ondas de rádio idênticas com freqüência de 3,0 MHz. O seu trabalho consiste em monitorar a intensidade do sinal por meio de um receptor portátil. Para chegar a seu primeiro ponto de medição, você caminha 800 m a partir do ponto central entre as antenas e, depois, mais 600 m para o norte.
- a. Qual é a diferença de fase entre as ondas no ponto final de sua caminhada?
- b. Neste ponto, a interferência é totalmente construtiva, totalmente destrutiva ou intermediária? Explique.
- c. Se, então, você começar a caminhar mais em direção ao norte, a intensidade do sinal aumentará, diminuirá ou se manterá inalterada? Explique.
73. II Os três alto-falantes idênticos da FIGURA P21.73 emitem um tom de 170 Hz em um ambiente onde a velocidade do som é 340 m/s. Você está parado 4,0 m à frente do alto-falante central. Neste ponto, a amplitude da onda proveniente de cada alto-falante é a .
- a. Qual é a amplitude neste ponto?
- b. Ao longo de que distância o alto-falante 2 deve ser movimentado para a esquerda a fim de que você perceba um máximo da amplitude no ponto em que se encontra?
- c. Quando a amplitude for máxima, por qual fator a intensidade sonora será maior do que a intensidade sonora de um único dos dois alto-falantes?
74. I Os afinadores de piano costumam afinar os instrumentos procurando ouvir os batimentos entre os harmônicos de duas cordas diferentes. Quando afinada adequadamente, a nota A (Lá) deve ter uma freqüência de 440 Hz, e a nota E (Mi), de 659 Hz.
- a. Qual é a diferença de freqüência entre o terceiro harmônico de A e o segundo harmônico de E?
- b. Um afinador consegue afinar a corda A com grande precisão comparando o som emitido por ela com o de um diapasão de 440 Hz. A seguir, ele toca as cordas A e E simultaneamente e escuta os batimentos entre os harmônicos. Que freqüência de batimento indica que a corda E está corretamente afinada?
- c. O afinador inicia com a tensão na corda E um pouco baixa e, depois, começa a apertar a corda. Qual é a freqüência da corda E quando o afinador escuta quatro batimentos por segundo?
75. II Um flautista monta sua flauta em um ambiente onde a velocidade do som é 342 m/s. Quando ele toca a nota A, ela está perfeita afinada com um diapasão de 440 Hz. Após alguns minutos, o ar dentro da flauta se aqueceu e a velocidade do som aumentou para 346 m/s.

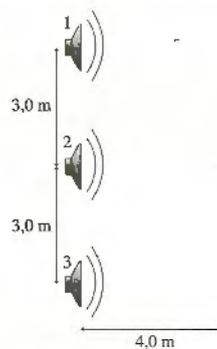


FIGURA P21.73

- a. Quantos batimentos por segundo ele ouvirá agora se tocar a nota A simultaneamente com o diapasão?
- b. A que distância ele precisa estender o “bocal de afinação” da flauta para estar em sintonia com o diapasão?

76. || Dois alto-falantes estão posicionados em paredes opostas de uma sala, voltados um para o outro. Ambos emitem exatamente a mesma frequência, gerando assim uma onda estacionária com distância $\lambda/2$ entre os antinodos. Suponha que λ seja muito menor do que a largura da sala, de modo que existam muitos antinodos.

- a. Yvette parte de um dos alto-falantes e corre em direção ao outro com velocidade v_y . Enquanto corre, ela ouve uma modulação da intensidade sonora do tipo alta-baixa-alta. De seu ponto de vista, enquanto você está sentado descansando na sala, Yvette passa correndo através dos nodos e antinodos de uma onda estacionária. Obtenha uma expressão para o número de valores de máximos de intensidade sonora que ela escuta por segundo.
- b. Do ponto de vista de Yvette, as duas ondas sonoras sofrem um deslocamento Doppler. Para ela, as ondas não são de mesma frequência e por isso não produzem uma onda estacionária. Ao contrário, Yvette ouve uma modulação da intensidade sonora do tipo alta-baixa-alta causada pelos batimentos. Obtenha uma expressão para a frequência de batimentos que Yvette escuta.
- c. Suas respostas aos itens a e b são iguais ou diferentes? Elas *deveriam* ser iguais ou diferentes?

77. || Dois alto-falantes emitem notas de 400 Hz. Um deles se encontra no chão. O outro, na traseira de uma caminhonete. Você escuta oito batimentos por segundo enquanto a caminhonete se afasta de você. Qual é a velocidade da caminhonete?

Problemas desafiadores

78. a. A frequência de uma onda estacionária em uma corda é f quando a tensão na mesma é T . Se a tensão na corda for alterada por uma pequena quantidade ΔT , sem que o comprimento varie, mostre que a frequência sofrerá uma variação Δf tal que

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2} \frac{\Delta T}{T}$$

b. Dnas cordas idênticas oscilam a 500 Hz quando esticadas com a mesma tensão. Que aumento percentual da tensão em uma das cordas produzirá cinco batimentos por segundo quando as duas cordas vibrarem simultaneamente?

79. Uma onda sonora de 280 Hz é direcionada para uma das extremidades da vara de um trombone, enquanto um microfone é posicionado na outra extremidade a fim de registrar a intensidade das ondas sonoras transmitidas pelo tubo. Os lados retos da vara têm 80 cm de comprimento e estão afastados 10 cm um do outro, com uma curva semicircular ligando os dois lados. Para que extensões s da vara o microfone detectará um valor máximo de intensidade sonora?

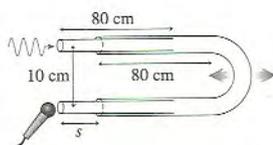


FIGURA PD21.79

- 80.** Por ser o capitão de uma equipe científica enviada ao Planeta Física, uma de suas tarefas é medir o valor de g . Você dispõe de um fio comprido e fino, cuja etiqueta indica uma densidade linear de 1,00 g/m e um peso de 1,25 kg. Você dispõe também de um cronômetro de precisão de cadete espacial, todavia, infelizmente, parece ter se esquecido de levar uma trena para medição de comprimentos. Sem se deixar desanimar, você encontra primeiro o ponto central do fio, dobrando-o ao meio. Depois prende uma das extremidades do fio à parede de seu laboratório, o estica horizontalmente, passando-o por uma polia no ponto central do fio

c, a seguir, amarra um peso de 1,25 kg na extremidade que está suspensa pela polia. Fazendo o fio oscilar e medindo o tempo de oscilação com seu cronômetro, você verifica que a frequência do segundo harmônico do fio é 100 Hz. A seguir, com o peso de 1,25 kg ainda amarrado na extremidade do fio, você prende a outra extremidade ao teto, de modo a ter um pêndulo. Você verifica, então, que o pêndulo requer 314 s para completar 100 oscilações. Usando sua calculadora, você começa a trabalhar. Que valor de g você transmitirá ao centro de operações?

81. Um fio de aço é usado para esticar uma mola. Um campo magnético oscilante faz o fio de aço ir para a frente e para trás. Uma onda estacionária com três antinodos é criada quando a mola é esticada em 8,0 cm. Em quanto a mola deve ser esticada a fim de produzir uma onda estacionária com dois antinodos?



FIGURA PD21.81

82. O ultra-som tem muitas aplicações médicas, nma das quais é monitorar os batimentos cardíacos de fetos fazendo com que o ultra-som seja refletido pelo feto dentro do útero.

- a. Considere um objeto que se move com velocidade v_o em direção a uma fonte sonora, em repouso, que emite ondas sonoras de frequência f_0 . Demonstre que a onda refletida (isto é, o eco) que retorna à fonte tem um desvio Doppler de frequência dado por

$$f_{eco} = \left(\frac{v + v_o}{v - v_o} \right) f_0$$

onde v é a velocidade do som no meio.

- b. Suponha que a velocidade do objeto seja muito menor do que a velocidade de onda: $v_o \ll v$. Então $f_{eco} \approx f_0$, e um microfone que seja sensível a essas frequências detectará uma frequência de batimento se captar f_0 e f_{eco} simultaneamente. Use a aproximação binomial e outras aproximações apropriadas para demonstrar que a frequência de batimento é $f_{bat} \approx (2v_o/v)f_0$.
- c. A reflexão de ondas ultra-sônicas de 2,40 MHz na superfície do coração batendo de um feto combina-se com a onda de 2,40 MHz refletida para produzir uma frequência de batimento que atinge um máximo de 65 Hz. Qual é a velocidade máxima da superfície do coração? A velocidade das ondas ultra-sônicas dentro do corpo é 1540 m/s.
- d. Suponha que a superfície do coração se mova em movimento harmônico simples a 90 batimentos/min. Qual é a amplitude do batimento cardíaco, em mm?
- 83.** Uma onda que se propaga na água é chamada de *onda profunda* se a profundidade da água for maior do que um quarto do comprimento de onda. Diferente das ondas consideradas neste capítulo, a velocidade de uma onda profunda na água depende de seu comprimento de onda:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

Comprimentos de onda maiores se propagam mais rapidamente. Vamos aplicar este fato para ondas estacionárias. Considere uma piscina de mergulho com 5,0 m de profundidade e 10,0 m de largura. Ondas estacionárias podem ser criadas na água e se propagar no sentido da largura da piscina. Como a água se agita para cima e para baixo nas laterais da piscina, as condições de contorno requerem antinodos em $x = 0$ e $x = L$. Assim, nma onda estacionária na água se assemelha a uma onda sonora estacionária em um mbo aberto-aberto.

- a. Quais são os comprimentos de onda dos primeiros três modos de onda estacionária para a água da piscina? Eles satisfazem a con-

- dição para serem considerados ondas profundas? Desenhe um gráfico para cada um dos modos.
- Quais são as velocidades de onda de cada uma dessas ondas?
 - Derive uma expressão geral para as frequências f_m das possíveis ondas estacionárias. A expressão deve ser uma função de m , de g e de L .
 - Quais são os períodos de oscilação dos três primeiros modos de onda estacionária?
- 84.** A antena de transmissão de uma estação de rádio AM está localizada na periferia da cidade. Os proprietários da estação gostariam de emitir toda a energia para a cidade e nenhuma para as cidades do interior, entretanto uma única antena irradiaria energia igualmente em todas as direções. A FIGURA PD21.84 mostra duas antenas paralelas separadas pela distância L . As duas transmitem um sinal com comprimento de onda λ , todavia a antena 2 pode atrasar sua transmissão, em relação à antena 1, por um intervalo de tempo Δt , a fim de criar uma diferença de fase $\Delta\phi_0$ entre as fontes. O objetivo é determinar os valores de L e de Δt que produzam interferência construtiva no lado voltado para a cidade e destrutiva no lado voltado para o interior.

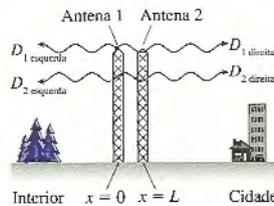


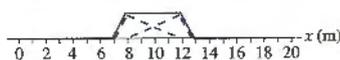
FIGURA PD21.84 Interior $x = 0$ $x = L$ Cidade

- Considere que a antena 1 esteja em $x = 0$. A onda que se propaga para a direita é representada por $asen[2\pi(x/\lambda - t/T)]$. A onda que se propaga para a esquerda é dada por $asen[2\pi(-x/\lambda - t/T)]$. (Deve ser assim, em vez de $asen[2\pi(x/\lambda + t/T)]$, para que as duas ondas sejam iguais em $x = 0$.) A antena 2 está localizada em $x = L$. Ela transmite uma onda representada por $asen[2\pi(x - L)/\lambda - t/T] + \phi_{20}$, que se propaga para a direita, e outra onda dada por $asen[2\pi(-(x - L)/\lambda - t/T) + \phi_{20}]$, propagando-se para a esquerda.
- Qual é o menor valor de L para o qual você produz interferência construtiva total no lado da cidade e interferência totalmente destrutiva no lado voltado para o interior? Sua resposta deverá ser um múltiplo ou uma fração do comprimento de onda λ .
 - Para tal, qual deve ser constante de fase ϕ_{20} da antena 2?
 - A que fração do período de oscilação T deve Δt corresponder para que se produza o valor adequado de ϕ_{20} ?
 - Calcule L e Δt para uma frequência de rádio AM realista igual a 1.000 kHz.

Comentário: Este é um exemplo simples de um arranjo de antenas com controle de fase (*phased-array antenna*), em que as diferenças de fase entre emissores idênticos são usadas para “direcionar” a radiação em um determinado sentido. Os arranjos com controle de fase são amplamente usados na tecnologia dos radares.

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 21.1: c. A figura mostra as duas ondas e sua superposição no instante $t = 6$ s. A superposição é a soma, ponto a ponto, dos deslocamentos produzidos individualmente por cada uma das ondas interferentes.



Pare e Pense 21.2: a. As frequências permitidas para ondas estacionárias são dadas por $f_m = m(v/2L)$, portanto o número de modos de uma onda estacionária de frequência f é $m = 2Lf/v$. Quadruplicar L duplicará a velocidade de onda v . Como o número inicial de modos era 2, o novo número de modos será igual a 1.

Pare e Pense 21.3: b. As ondas de 300 Hz e 400 Hz são ondas estacionárias permitidas, mas essas frequências diferem de f_1 e de f_2 porque $400 \text{ Hz} \neq 2 \times 300 \text{ Hz}$. Como existe uma diferença

de 100 Hz entre elas, as frequências correspondentes devem ser $f_3 = 3 \times 100 \text{ Hz}$ e $f_4 = 4 \times 100 \text{ Hz}$, com frequência fundamental sendo $f_1 = 100 \text{ Hz}$. Assim, a frequência do segundo harmônico é $f_2 = 2 \times 100 \text{ Hz} = 200 \text{ Hz}$.

Pare e Pense 21.4: c. Deslocando-se a onda superior em 0,5 m para a esquerda, teremos alinhamento de crista com crista e de vale com vale.

Pare e Pense 21.5: a. $r_1 = 0,5\lambda$ e $r_2 = 2,5\lambda$, de modo que $\Delta r = 2,0\lambda$. Esta é a condição para interferência totalmente construtiva.

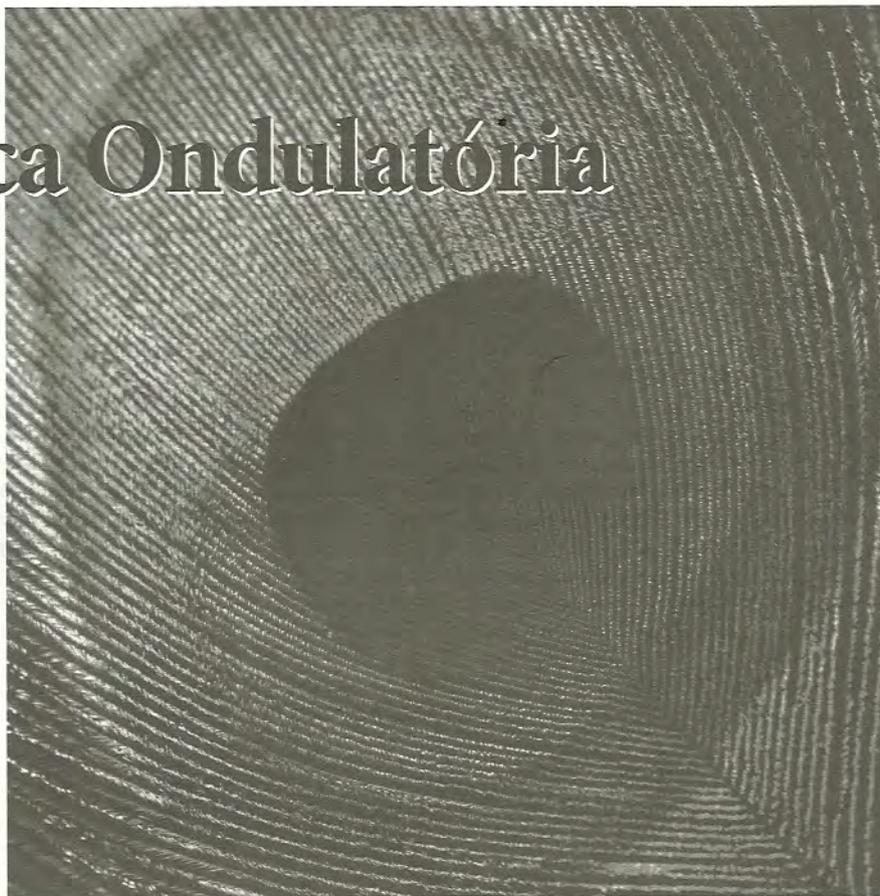
Pare e Pense 21.6: Totalmente construtiva. A diferença de caminho é $\Delta r = 1,0 \text{ m} = \lambda$. Para fontes idênticas, a interferência será construtiva quando Δr for um múltiplo inteiro de λ .

Pare e Pense 21.7: f. A frequência de batimento é a diferença entre as duas frequências.

22

Óptica Ondulatória

A iridescência desta pena de pavão – cores que mudam com o ângulo da visão – deve-se à interferência luminosa.



► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 22 é compreender e aplicar o modelo de onda luminosa. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Usar o modelo de onda luminosa.
- Reconhecer as evidências experimentais da natureza da onda luminosa.
- Calcular os padrões de interferência produzidos por fendas duplas e grades de difração.
- Compreender como a luz se difrata através de fendas simples e aberturas circulares.
- Compreender como os interferômetros controlam a interferência da luz.

◀ Em retrospectiva

A óptica ondulatória depende das propriedades básicas das ondas, que foram desenvolvidas nos Capítulos 20 e 21. Revise:

- Seções 20.4–20.6 Frentes de onda, fase e intensidade, uma vez que elas dizem respeito a ondas luminosas
- Seção 21.7 Interferência em duas e três dimensões

Provavelmente você já notou o arco-íris de cores quando uma luz brilhante se reflete na superfície de um CD. Talvez você fique surpreso ao saber que as cores de um CD estão intimamente relacionadas à iridescência das penas das aves, aos hologramas, à tecnologia subjacente dos leitores ópticos de caixas de supermercados e aos computadores ópticos. Todos eles, de uma forma ou de outra, são consequência da interferência de ondas luminosas.

O estudo da luz é chamado de **óptica**, e este é o primeiro de quatro capítulos que exploram a óptica e a natureza da luz. A luz é um assunto desconcertante. Você descobrirá, talvez com surpresa, que não existe uma descrição simples da luz. A luz se comporta de maneira muito diferente em situações distintas, e, em última análise, precisaremos de três *modelos* diferentes da luz para explicar tal comportamento. Neste capítulo, iniciaremos com situações nas quais a luz se comporta como uma onda. Os fundamentos para a *óptica ondulatória* foram estabelecidos nos Capítulos 20 e 21, e agora aplicaremos aquelas idéias às ondas luminosas.

Embora a luz seja uma onda eletromagnética, este capítulo depende unicamente das “ondulações” das ondas luminosas. Você pode estudar o capítulo antes ou depois do estudo da eletricidade e do magnetismo na Parte VI.

22.1 Luz e óptica

O que é a luz? Os primeiros cientistas e filósofos gregos não fizeram uma distinção entre a luz e a visão. A luz, para eles, não era algo que existia independentemente da visão. Porém, gradualmente, foi surgindo o ponto de vista de que a luz de fato “existe”, que a luz é algum tipo de entidade física que está presente independentemente de alguém estar olhando ou não. No entanto, se a luz é uma entidade física, qual é ela? Quais são suas características? Ela é uma onda, semelhante ao som? Ou a luz é uma coleção de pequenas partículas que se deslocam pelo espaço como o vento?

Além de seu trabalho pioneiro em matemática e mecânica na década de 1660, Newton também investigou a natureza da luz. Ele sabia que uma onda que se desloca na água, após passar por uma abertura, *se propaga* de modo a preencher o espaço existente atrás da

abertura. Pode-se ver isto na **FIGURA 22.1a**, onde ondas planas, que se aproximam vindas da esquerda, se propagam em arcos circulares após passarem por um orifício em uma barreira. Esse espalhamento inextricável das ondas é o fenômeno chamado de **difração**. A difração constitui uma indicação segura de que o que está passando pelo orifício é de uma onda.

Em contraste, a **FIGURA 22.1b** mostra que a luz solar produz uma sombra com bordas nítidas após passar por uma porta. Não vemos a luz solar se propagando em arcos circulares. Este comportamento é exatamente o que você poderia esperar se a luz consistisse de partículas que se deslocassem em linhas retas. Algumas partículas passariam pela porta e dariam origem a uma área brilhante no solo, outras seriam bloqueadas e isso daria origem a uma sombra bem-definida. Este raciocínio levou Newton à conclusão de que a luz consiste de partículas leves, rápidas e muito pequenas, que ele denominou de *corpúsculos*.

Newton sofreu uma oposição vigorosa por parte de Robert Hooke (o mesmo da lei de Hooke) e do cientista holandês Christiaan Huygens, os quais argumentavam que a luz devia ser algum tipo de onda. Embora o debate fosse enérgico, e por vezes ácido, Newton acabou prevalecendo. A crença de que a luz é formada por corpúsculos não foi seriamente questionada durante mais de cem anos após a morte de Newton.

A situação mudou drasticamente em 1801, quando o cientista inglês Thomas Young anunciou que tinha produzido *interferência* entre duas ondas luminosas. O experimento de Young, que analisaremos na próxima seção, foi penosamente difícil de realizar com a tecnologia disponível na época. Apesar disso, o experimento de Young definiu rapidamente o debate em favor de uma teoria de ondas luminosas porque a interferência é um fenômeno caracteristicamente ondulatório.

Todavia, se a luz é uma onda, o que está ondulando? Esta foi a questão que Young propôs aos cientistas do século XIX. Acabou-se concluindo mais tarde que a luz é uma *onda eletromagnética*, uma oscilação do campo eletromagnético que não requer qualquer meio material para se propagar. Além disso, como já vimos, a luz visível corresponde apenas a uma pequena faixa de um *espectro eletromagnético* muito mais amplo.

Que a luz fosse uma onda, mais exatamente uma onda eletromagnética, parecia bem estabelecido por volta de 1880. Porém, essa conclusão satisfatória foi logo questionada a partir de uma nova descoberta, denominada efeito fotoelétrico, que parecia inconsistente com a teoria da luz como onda eletromagnética. Em 1905, um jovem físico então desconhecido chamado Albert Einstein conseguiu explicar o efeito fotoelétrico considerando a luz como um novo tipo de onda que possui certas características corpusculares. Essas partículas de luz com características de ondas logo ficaram conhecidas como *fótons*.

A introdução, feita por Einstein, do conceito de fóton pode ser vista agora como o final da *física clássica* e o início de uma nova era, a da *física quântica*. Igualmente importante, a teoria de Einstein marcou ainda outra mudança em nosso antigo esforço para compreender a luz.

Modelos da luz

A luz é uma entidade física real, mas a natureza da luz é evasiva. A luz é o camaleão do mundo físico. Sob algumas circunstâncias, ela se comporta como se fosse formada por partículas deslocando-se em linhas retas. No entanto, quando as circunstâncias são alteradas a luz revela comportamento semelhante ao de ondas, como ondas sonoras ou ondas na água. Altere as circunstâncias mais uma vez e a luz exibirá um comportamento que não é típico de onda nem de partícula, e sim, característico de ambas.

Em vez de uma “teoria da luz” que englobe tudo, será melhor desenvolver diversos **modelos de luz**. Cada modelo explica com sucesso o comportamento da luz dentro de um determinado domínio – ou seja, para uma determinada gama de situações físicas. Nossa tarefa terá duas partes:

1. Desenvolver modelos de luz claros e diferentes.
2. Conhecer as condições e as circunstâncias para as quais cada modelo é válido.

A segunda tarefa é particularmente importante.

Começaremos com um breve resumo dos três modelos, fornecendo um mapa do roteiro que seguiremos nos próximos quatro capítulos.

O **modelo ondulatório**: é o modelo mais aplicável, responsável pelo “fato” amplamente conhecido de que a luz é uma onda. É certamente verdadeiro que, sob certas circunstâncias, a luz exhibe o mesmo comportamento que as ondas sonoras ou de água.

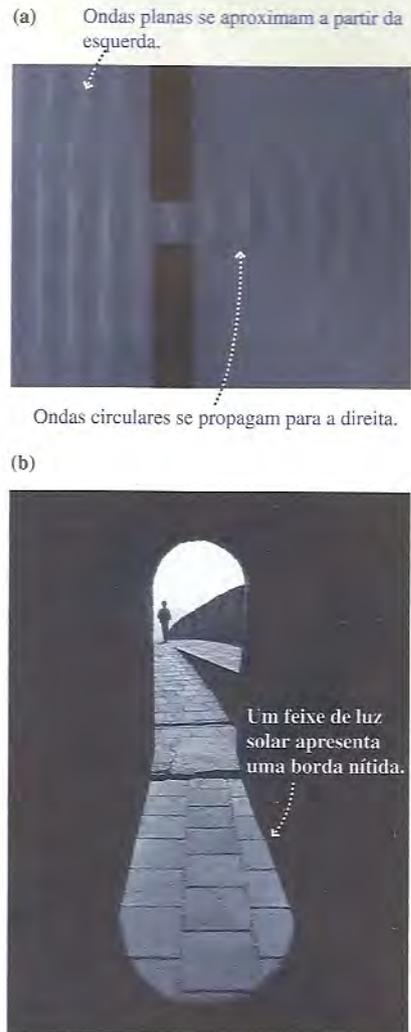


FIGURA 22.1 Ondas se propagam na água atrás de um pequeno orifício em uma barreira, mas a luz que passa por uma abertura dá origem a uma sombra com bordas nítidas.



Os lasers e os aparelhos eletro-ópticos, tecnologias essenciais do século XXI, são mais bem-compreendidos em termos do modelo ondulatório da luz. Alguns aspectos do modelo ondulatório foram introduzidos nos Capítulos 20 e 21, e o modelo de ondas é o foco principal deste capítulo. O estudo da luz como onda é chamado de **óptica ondulatória**.

O modelo de raios: é um “fato” igualmente bem-conhecido que a luz desloca-se em linhas retas. Esses caminhos retilíneos são chamados de *raios luminosos*. Do ponto de vista de Newton, os raios luminosos corresponderiam às trajetórias dos corpúsculos de luz, como se eles fossem partículas. As propriedades de prismas, espelhos e lentes são melhor compreendidas em termos de raios luminosos. Infelizmente, é difícil reconciliar o enunciado de que a “luz se desloca em linha reta” com o enunciado de que “a luz é uma onda”. Na maioria das vezes, as ondas e os raios constituem modelos da luz mutuamente exclusivos. Uma de nossas tarefas mais importantes será aprender quando cada modelo é apropriado. O modelo de raios luminosos, base de **óptica geométrica**, é o assunto dos Capítulos 23 e 24.

O modelo de fótons: a tecnologia moderna é cada vez mais dependente da física quântica. No mundo quântico, a luz não se comporta nem como uma onda nem como uma partícula. Ao contrário, a luz consiste de *fótons* que têm propriedades semelhantes às das ondas e das partículas. Muito da teoria quântica da luz está além do escopo deste livro, porém, no Capítulo 25, daremos uma olhada nas idéias mais importantes, e novamente na Parte VII.

22.2 Interferência luminosa

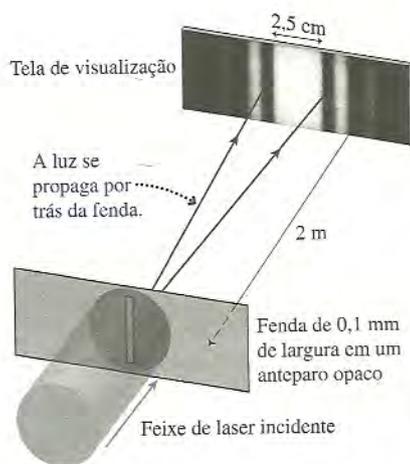


FIGURA 22.2 Assim como uma onda que se propaga na água, a luz se propagará por trás de um orifício se este for suficientemente pequeno.

Newton poderia ter chegado a uma conclusão diferente se tivesse visto o experimento mostrado na **FIGURA 22.2**. Aqui, a luz passa por uma “janela” – uma fenda estreita – com somente 0,1 mm de largura, o que corresponde aproximadamente ao dobro da largura de um fio de cabelo humano. A fotografia mostra como a luz aparece em uma tela de visualização situada 2 m atrás da fenda. Se a luz consistisse de corpúsculos que se deslocam em linhas retas, como Newton pensava, deveríamos ver uma faixa estreita de luz, com largura de aproximadamente 0,1 mm, cercada de sombras escuras nos dois lados. Ao contrário, vemos uma banda de luz que se estende por aproximadamente 2,5 cm, uma largura muito maior do que a da abertura, com faixas menos brilhantes de luz que se estendem dos dois lados.

Se você comparar a Figura 22.2 à Figura 22.1 para uma onda na água, verá que a luz se propaga para as partes situadas atrás do orifício de 0,1 mm de largura. A luz está exibindo difração, o claro indício de uma ondulação. Analisaremos a difração detalhadamente mais adiante neste capítulo. Por enquanto, precisamos apenas da observação de que a luz, de fato, se propaga por trás de um orifício suficientemente pequeno.¹

O experimento da fenda dupla de Young

Ao invés de um pequeno orifício apenas, suponha que sejam usados dois. A **FIGURA 22.3A** mostra um experimento no qual um feixe de laser é direcionado para um anteparo opaco contendo duas fendas longas e estreitas, muito próximas uma da outra. Este par de fendas é denominado **fenda dupla**, e em um experimento elas têm larguras da ordem de 0,01 mm separadas por distâncias da ordem de 0,05 mm. Presumiremos que o feixe de laser ilumina igualmente as duas fendas, e que qualquer luz que passe por elas incide em uma tela de visualização. Esta é a essência do experimento de Young de 1801, embora ele tenha usado a luz solar em vez da luz de um laser.

O que poderíamos esperar enxergar na tela? A **FIGURA 22.3B** é uma visão superior do arranjo experimental, correspondente a olhar para baixo sobre as extremidades superiores das fendas e sobre a borda superior da tela de visualização. Como as fendas são muito estreitas, a luz se propaga por trás de cada fenda, como ilustrado na Figura 22.2, e essas duas ondas em propagação se superpõem na região entre as fendas e na tela.

¹ É interessante notar que Newton estava familiarizado com a difração, mas o padrão obtido com a luz solar – a única fonte brilhante de luz disponível no século XVII – nem de longe é tão nítido quanto o da Figura 22.2. Newton não reconheceu a relevância do fenômeno.

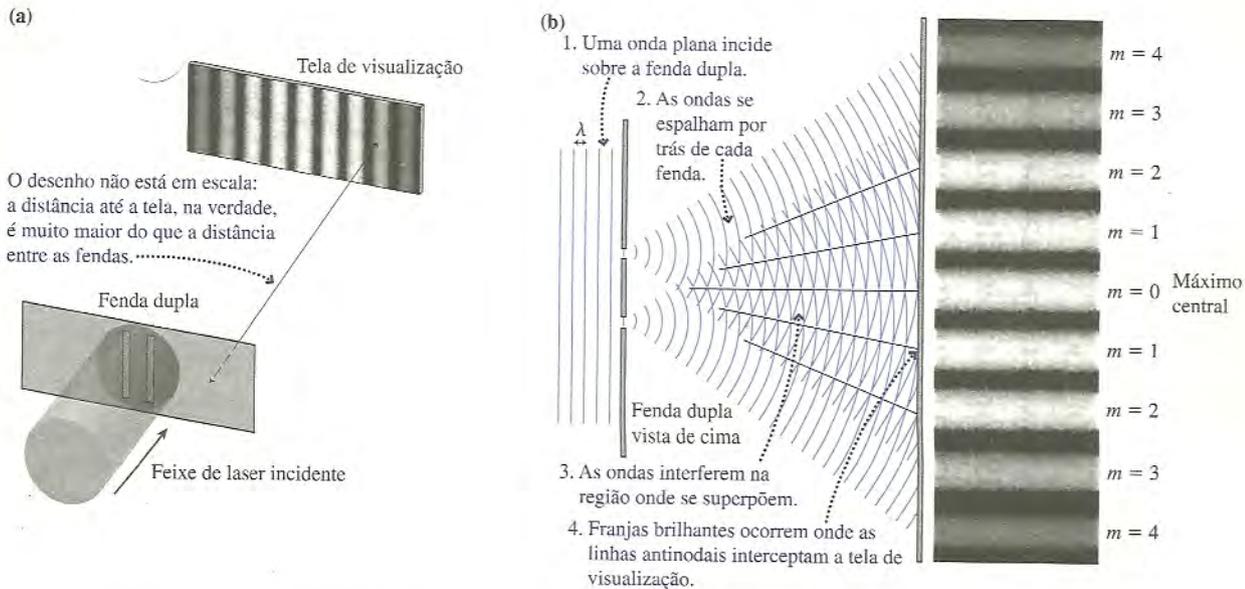


FIGURA 22.3 O experimento da interferência de fenda dupla.

A conclusão principal do Capítulo 21 foi de que duas ondas superpostas, e de mesmo comprimento de onda, produzem interferência. De fato, a Figura 22.3b é equivalente àquelas figuras de interferência produzidas pelas ondas emitidas por dois alto-falantes, uma situação que analisamos na Seção 21.7. (É muito útil comparar a Figura 22.3b com as Figuras 21.28 e 21.30a.) Nada nesta análise depende do tipo de onda que interfere, de modo que as conclusões obtidas lá se aplicam igualmente bem a duas ondas luminosas superpostas. Se a luz realmente fosse uma onda, deveríamos ver a interferência entre as duas ondas luminosas na pequena região da tela de visualização, tipicamente com alguns centímetros de largura, onde elas se superpõem.

A fotografia na Figura 22.3b mostra como a tela se parece. Como esperado, a luz é intensa nos pontos onde uma linha antinodal intercepta a tela. Não há luz em todos os pontos onde uma linha nodal cruza a tela. Essas faixas que se alternam entre claras e escuras, em razão da interferência construtiva e destrutiva, são chamadas de **franjas de interferência**. As franjas são numeradas por $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, nos dois lados, a partir do centro. A franja mais clara, no ponto médio da tela de visualização, e correspondente a $m = 0$, é chamada de **máximo central**.

PARE E PENSE 22.1 Suponha que a tela de visualização da Figura 22.3 seja aproximada da fenda dupla. O que acontece com as franjas de interferência?

- Elas se tornam mais claras, porém nada mais é alterado.
- Elas se tornam mais claras e se aproximam.
- Elas se tornam mais claras e se afastam.
- Elas saem de foco.
- Elas enfraquecem e desaparecem.

Analisando a interferência de fenda dupla

A Figura 22.3 mostrou de forma qualitativa como a interferência é produzida atrás de uma fenda dupla pela sobreposição das ondas luminosas que se propagam por atrás de cada fenda. Agora vamos analisar o experimento mais cuidadosamente. A FIGURA 22.4 na página seguinte mostra um arranjo de fenda dupla em que o espaçamento entre as fendas é d e a distância até a tela de visualização é L . Consideraremos que L seja *muito* maior do que d . Conseqüentemente, nem mesmo conseguimos enxergar as fendas individualmente na parte principal da Figura 22.4.



16.1-16.3

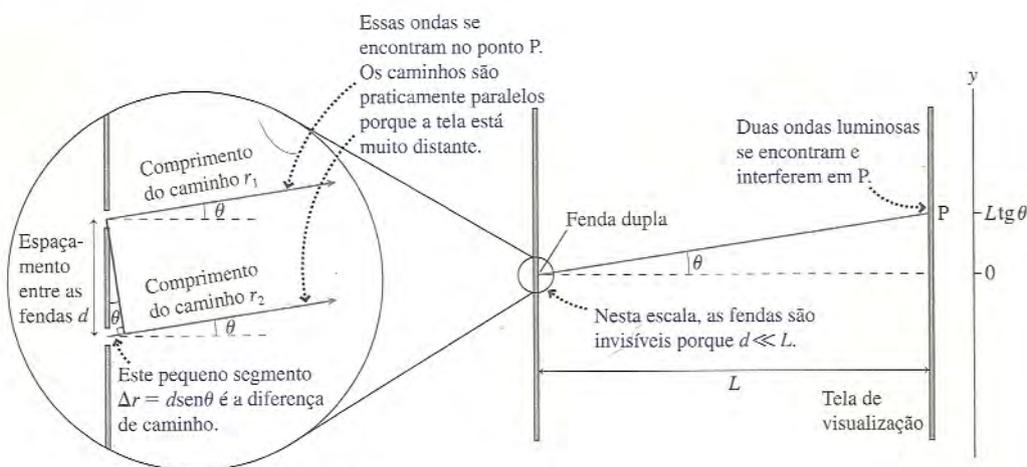


FIGURA 22.4 Geometria do arranjo de fenda dupla.

Considere um P ponto da tela correspondente ao ângulo θ . Nosso objetivo agora é determinar se a interferência em P é construtiva, destrutiva ou intermediária. A inserção na Figura 22.4 mostra as fendas individuais e as distâncias das fendas até o ponto P. Como P está muito distante nesta escala, os dois caminhos são praticamente paralelos, ambos correspondentes ao ângulo θ . As duas fendas estão iluminadas pela *mesma* frente de onda proveniente do laser; assim, as fendas se comportam como fontes de ondas idênticas, que emitem em fase ($\Delta\phi_0 = 0$). No Capítulo 21 você aprendeu que a interferência construtiva entre as ondas emitidas por fontes em fase ocorre nos pontos em que a diferença de caminho $\Delta r = r_2 - r_1$ é um número inteiro de comprimentos de onda:

$$\Delta r = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{interferência construtiva}) \quad (22.1)$$

Dessa forma, a interferência no ponto P será construtiva, produzindo uma franja brilhante, se $\Delta r = m\lambda$ naquele ponto. O ponto central da tela de visualização, em $y = 0$, está igualmente distante das duas fendas ($\Delta r = 0$) e, portanto, é também um ponto de interferência construtiva. Esta é a franja brilhante identificada como o máximo central na Figura 22.3b. A diferença de caminho aumenta à medida que você se distancia do centro da tela, e as franjas correspondentes a $m = 1$ ocorrem nos pontos onde $\Delta r = 1\lambda$ – ou seja, aqueles nos quais uma das ondas percorreu exatamente um comprimento de onda mais longe do que a outra. Em geral, **a franja brilhante de ordem m ocorre onde a onda proveniente de uma fenda percorre m comprimentos de onda a mais do que a onda proveniente da outra fenda e, portanto, $\Delta r = m\lambda$.**

Pode-se ver da parte ampliada da Figura 22.4 que a onda proveniente da fenda inferior percorre uma distância extra

$$\Delta r = d \sin \theta \quad (22.2)$$

Se substituirmos isso na Equação 22.1, veremos que as franjas brilhantes (interferência construtiva) ocorrem para os ângulos θ_m , de forma que

$$\Delta r = d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22.3)$$

Adicionamos o subscrito m para indicar que θ_m é o ângulo correspondente à franja brilhante de ordem m , começando com $m = 0$ no centro.

Na prática, em um experimento de fenda dupla o ângulo θ é muito pequeno ($< 1^\circ$). Podemos, então, usar a aproximação de ângulos pequenos $\sin \theta \approx \theta$, onde θ deve estar em radianos, para escrever a Equação 22.3 na forma

$$\theta_m = m \frac{\lambda}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ângulos de franjas brilhantes}) \quad (22.4)$$

Isso fornece as posições angulares, *em radianos*, das franjas brilhantes do padrão de interferência.

Geralmente é mais fácil medir distâncias em vez de ângulos, então podemos especificar o ponto P por sua posição em um eixo y com origem diretamente à frente do ponto central entre as fendas. Na Figura 22.4, pode-se verificar que

$$y = L \tan \theta \quad (22.5)$$

Usando a aproximação de ângulos pequenos novamente, desta vez na forma $\tan \theta \approx \theta$, podemos substituir θ_m da Equação 22.4 por $\tan \theta_m$ na Equação 22.1 para verificar que a franja brilhante de ordem m ocorre na posição

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{posições de franjas brilhantes}) \quad (22.6)$$

O padrão de interferência é simétrico, ou seja, há uma franja brilhante de ordem m a uma mesma distância nos dois lados do centro. Pode-se ver isso na Figura 22.3b. Como se pode ver, as franjas de ordem $m = 1$ ocorrem nos pontos da tela onde a luz proveniente de uma das fendas percorre exatamente um comprimento de onda mais longe do que a luz proveniente da outra fenda.

NOTA ► As Equações 22.4 e 22.6 não se aplicam à interferência de ondas sonoras emitidas por dois alto-falantes. As aproximações que usamos (ângulos pequenos, $L \gg d$) geralmente não são válidas para os comprimentos de onda muito mais longos das ondas sonoras. ◀

A Equação 22.6 prevê que o padrão de interferência é uma série de linhas claras com espaçamentos iguais na tela, exatamente como mostrado na Figura 22.3b. Como sabemos que as franjas têm espaçamentos iguais? O espaçamento entre a franja m e a franja m + 1 é

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \quad (22.7)$$

Uma vez que Δy independe de m, quaisquer duas franjas brilhantes têm mesmo espaçamento entre si.

As franjas escuras na fotografia correspondem à interferência destrutiva. No Capítulo 21 você aprendeu que a interferência destrutiva ocorre em posições onde a diferença de caminho das ondas é um número semi-inteiro de comprimentos de onda:

$$\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{interferência destrutiva}) \quad (22.8)$$

Podemos usar a Equação 22.2 para Δr e a aproximação de ângulos pequenos para constatar que as franjas escuras estão localizadas nas posições

$$y'_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.9)$$

(posições das franjas escuras)

Usamos y'_m , com um apóstrofo, para distinguir a localização do mínimo de ordem m do máximo de ordem m em y_m . Da Equação 22.9, pode-se ver que as franjas escuras estão localizadas exatamente a meio caminho entre as franjas brilhantes.

EXEMPLO 22.1 Interferência de fenda dupla da luz de um laser

A luz emitida por um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) ilumina duas fendas espaçadas por 0,40 mm. Uma tela de visualização encontra-se 2,0 m atrás das fendas. Quais são as distâncias entre as duas franjas brilhantes de ordem $m = 2$ e entre as duas franjas escuras de ordem $m = 2$?

MODELO Duas fendas próximas produzem um padrão de interferência de fenda dupla.

VISUALIZAÇÃO O padrão de interferência se parece com o mostrado na fotografia da Figura 22.3b. Ele é simétrico, com as franjas brilhantes de ordem $m = 2$ a distâncias iguais dos dois lados do máximo central.

Continua

RESOLUÇÃO A franja brilhante de ordem $m = 2$ está localizada na posição

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d} = \frac{2(633 \times 10^{-9} \text{ m})(2,0 \text{ m})}{4,0 \times 10^{-4} \text{ m}} \\ = 6,3 \times 10^{-3} \text{ m} = 6,3 \text{ mm}$$

Cada uma das franjas de ordem $m = 2$ encontra-se a 6,3 mm do máximo central; logo, a distância entre as duas franjas brilhantes de ordem $m = 2$ é de 12,6 mm. A franja escura de ordem $m = 2$ está localizada em

$$y'_m = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d} = 7,9 \text{ mm}$$

Dessa forma, a distância entre as duas franjas escuras de ordem $m = 2$ é de 15,8 mm.

AValiação Como as franjas são contadas do centro para fora, a franja brilhante de ordem $m = 2$ ocorre *antes* da franja escura de ordem também $m = 2$.

EXEMPLO 22.2 Medição do comprimento de uma onda luminosa

Um padrão de interferência de fenda dupla é observado em uma tela posicionada 1,0 m atrás de duas fendas com espaçamento de 0,30 mm entre si. Dez franjas brilhantes cobrem uma distância de 1,7 cm. Qual é o comprimento de onda da luz?

MODELO Nem sempre é óbvio identificar qual das franjas corresponde ao máximo central. Pequenas imperfeições nas fendas podem fazer alterar o padrão de interferência das franjas em relação ao padrão idealizado. Entretanto você não precisa identificar a franja de ordem $m = 0$ porque pode usar o fato de que o espaçamento entre as franjas vizinhas Δy é uniforme. Dez franjas brilhantes contêm *nove* espaços entre elas (e não dez – atenção!).

VISUALIZAÇÃO O padrão de interferência se parece com o mostrado na fotografia da Figura 22.3b.

RESOLUÇÃO O espaçamento entre as franjas é

$$\Delta y = \frac{1,7 \text{ cm}}{9} = 1,89 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Usando este espaçamento de franjas na Equação 22.7, verificamos que o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{d}{L} \Delta y = 5,7 \times 10^{-7} \text{ m} = 570 \text{ nm}$$

Costuma-se expressar os comprimentos de onda luminosa em nanômetros. Certifique-se de ter feito isso antes de resolver um problema.

AValiação O experimento da fenda dupla de Young, além de demonstrar que a luz é uma onda, também fornece um meio de medir o comprimento de onda. Você aprendeu no Capítulo 20 que os comprimentos de onda da luz visível cobrem a faixa de 400-700 nm. Esses comprimentos são menores do que podemos facilmente imaginar. Um comprimento de onda de 570 nm, no meio do espectro visível, corresponde apenas a cerca de 1% do diâmetro de um fio de cabelo humano.

PARE E PENSE 22.2 Luz de comprimento de onda λ_1 ilumina uma fenda dupla, e as franjas de interferência são observadas em uma tela atrás das fendas. Quando o comprimento de onda é alterado para λ_2 , as franjas se aproximam umas das outras. λ_2 é maior ou menor do que λ_1 ?

Intensidade do padrão de interferência de fenda dupla

As Equações 22.6 e 22.9 fornecem as posições de intensidade luminosa máxima e de intensidade nula, respectivamente. Para completar a análise, precisamos agora calcular a *intensidade* da luz em todos os pontos na tela. Todas as ferramentas de que precisamos para realizar o cálculo já foram desenvolvidas nos Capítulos 20 e 21.

No Capítulo 20, você aprendeu que a intensidade I de uma onda é proporcional ao quadrado da amplitude da mesma. A luz que se propaga atrás de uma fenda *simples* produz uma ampla banda de luz como a que você vê na Figura 22.2. A intensidade dessa banda de luz é $I_1 = ca^2$, onde a é a amplitude de *uma* onda luminosa na tela e c é uma constante de proporcionalidade.

Se não ocorresse interferência, a intensidade luminosa resultante produzida por duas fendas seria duas vezes maior do que a intensidade produzida por uma fenda apenas: $I_2 = 2I_1 = 2ca^2$. Em outras palavras, duas fendas fariam com que a faixa larga de luz na tela fosse duas vezes mais clara do que quando iluminada apenas com uma. Todavia não é isso o que acontece. Em vez disso, a superposição de duas ondas luminosas cria franjas de interferência claras e escuras.

No Capítulo 9, verificamos (Equação 9.36) que a amplitude resultante de duas ondas superpostas é

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \quad (22.10)$$

onde a é a amplitude de cada onda individual. Como as fontes (isto é, as duas fendas) emitem em fase, a diferença de fase $\Delta\phi$ no ponto onde as duas ondas se combinam deve-se somente à diferença de caminho: $\Delta\phi = 2\pi(\Delta r/\lambda)$. Usando a Equação 22.2 para Δr , junto com a aproximação para ângulos pequenos e com a Equação 22.5 para y , obtemos a diferença de fase na posição y na tela como

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta r}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin\theta}{\lambda} \approx 2\pi \frac{d \tan\theta}{\lambda} = \frac{2\pi d}{\lambda L} y \quad (22.11)$$

Substituindo a Equação 22.11 na Equação 22.10, encontramos que a amplitude de onda na posição y é

$$A = \left| 2a \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \right| \quad (22.12)$$

Conseqüentemente, a intensidade de luz na posição y na tela é igual a

$$I = cA^2 = 4ca^2 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \quad (22.13)$$

Porém, ca^2 é I_1 , a intensidade de luz produzida por uma fenda simples. Assim, a intensidade do padrão de interferência de fenda dupla na posição y é

$$I_{\text{dupla}} = 4I_1 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \quad (22.14)$$

A FIGURA 22.5a é o gráfico da intensidade luminosa produzida pela fenda dupla versus a posição y . Note a orientação incomum do gráfico, em que a intensidade aumenta em direção à esquerda, de forma que o eixo y equivalha ao esboço experimental. Pode-se ver que a intensidade oscila entre franjas escuras ($I_{\text{dupla}} = 0$) e franjas brilhantes ($I_{\text{dupla}} = 4I_1$). A intensidade máxima ocorre nos pontos onde $y_m = m\lambda L/d$. Trata-se do mesmo resultado que encontramos anteriormente para as posições das franjas brilhantes; logo, a Equação 22.14 é consistente com nossa análise inicial.

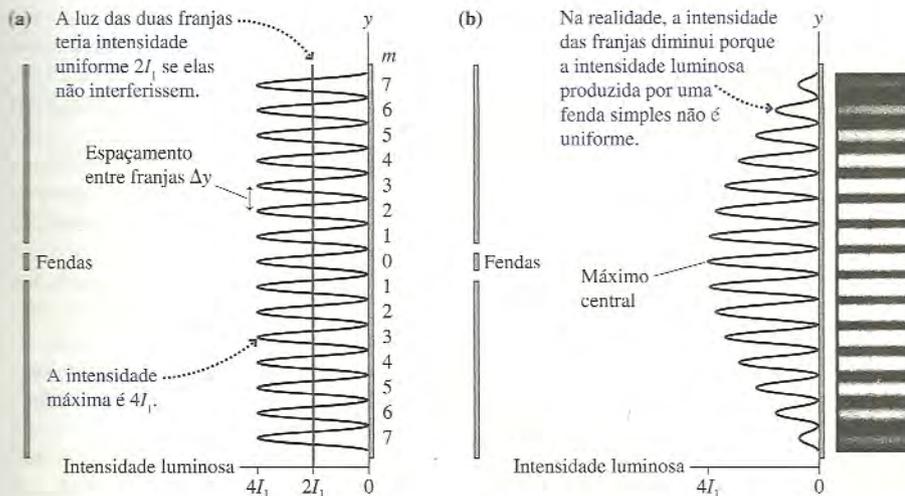


FIGURA 22.5 Intensidade das franjas de interferência em um experimento de fenda dupla.

Uma característica curiosa é que a intensidade luminosa nos máximos é de $I = 4I_1$, quatro vezes maior do que a intensidade produzida individualmente por cada fenda. Talvez você tenha pensado que as duas fendas tornariam a luz duas vezes mais intensa do que uma fenda apenas, no entanto a interferência leva a um resultado diferente. Matematicamente, duas fendas tornam a amplitude duas vezes maior nos pontos de interferência construtiva ($A = 2a$), de modo que a intensidade luminosa aumenta por um fator igual a $2^2 = 4$. Fisicamente, isso significa conservação de energia. A linha indicada por $2I_1$ na Figura 22.5a cor-

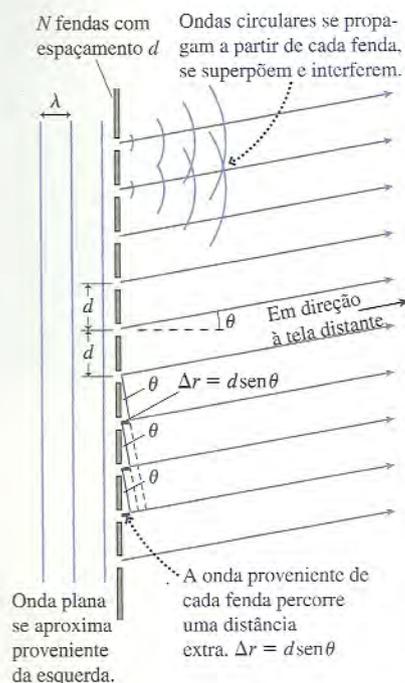


FIGURA 22.6 Vista superior de uma rede de difração com $N = 10$ fendas.

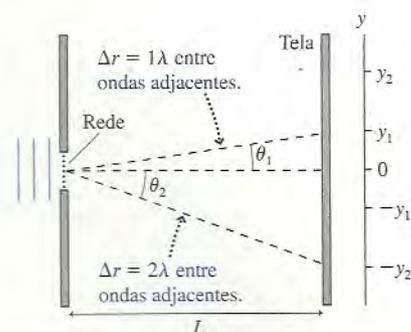


FIGURA 22.7 Ângulos de interferência construtiva.

responde à intensidade uniforme que as duas fendas produziram se as ondas emitidas não interferissem. A interferência não altera a quantidade de energia luminosa proveniente das duas fendas, mas redistribui a energia luminosa na tela de visualização. Pode-se ver que a intensidade média da curva ondulada é $2I_1$, mas a intensidade das franjas brilhantes aumenta de $2I_1$ para $4I_1$ a fim de que a intensidade das franjas-escuras se reduza de $2I_1$ para 0.

Existe ainda um problema. A Equação 22.14 prevê que todas as franjas de interferência sejam igualmente claras, mas você vê na Figura 22.3b que o brilho das franjas diminui à medida que você se afasta do centro. Essa previsão errônea surge de nossa pressuposição de que a amplitude a da onda de cada fenda seja constante na tela. Na verdade, isso não é verdade. Um cálculo mais detalhado, em que a amplitude diminui gradualmente à medida que você se afasta do centro, mostrará que a Equação 22.14 estará correta se I_1 diminuir lentamente conforme y aumentar.

A FIGURA 22.5b resume nossa análise representando em gráfico a intensidade luminosa (Equação 22.14), onde I_1 diminui lentamente com o aumento de y . Comparando este gráfico à fotografia, pode-se verificar que o modelo ondulatório da luz fornece uma descrição excelente do experimento de interferência de fenda dupla de Young.

22.3 Redes de difração

Suponha que substituíssemos a fenda dupla por uma tela opaca com N fendas muito próximas umas das outras. Quando iluminadas de um lado, cada uma dessas fendas se torna a fonte de uma onda luminosa que sofre difração e se propaga por trás da fenda. Esse dispositivo multifendas é chamado de **rede de difração**. O padrão de intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma rede de difração se deve à interferência de N ondas ali superpostas.

A FIGURA 22.6 mostra uma rede de difração na qual N fendas estão igualmente espaçadas por uma distância d . Trata-se de uma vista superior da rede, que se vê quando olhamos o experimento de cima, e as fendas se estendem acima e abaixo da página. Somente 10 fendas são mostradas aqui, mas uma rede real terá centenas ou mesmo milhares de fendas. Suponha que uma onda plana de comprimento de onda λ se aproxime proveniente da esquerda. A crista de uma onda plana chega *simultaneamente* a cada uma das fendas, fazendo com que a onda que emerge de cada uma delas esteja em fase com as ondas que emergem de todas as fendas restantes. Cada uma dessas ondas emergentes se propaga, assim como a onda luminosa da Figura 22.2, e após uma curta distância todas se superpõem e interferem.

Desejamos saber como será o padrão de interferência em uma tela posicionada atrás da rede. Na tela, a onda luminosa é a superposição de N ondas, emitidas por N fendas. Assim como fizemos no caso da fenda dupla, consideraremos que a distância L até a tela seja muito grande em comparação com o espaçamento entre as fendas, d ; logo, o caminho seguido pela luz de uma fenda até um ponto da tela é *quase* paralelo ao caminho seguido pela luz emitida por qualquer das fendas vizinhas. Os caminhos não podem ser perfeitamente paralelos, ou eles nunca se encontrariam para dar origem à interferência, todavia o ligeiro desvio em relação ao paralelismo perfeito é pequeno demais para ser notado. Pode-se verificar a partir da Figura 22.6 que a onda proveniente de uma das fendas percorre uma distância extra $\Delta r = d \sin \theta$ em relação à onda proveniente da fenda vizinha acima dela e uma distância $\Delta r = d \sin \theta$ a menos do que a onda emitida pela fonte vizinha abaixo dela. É o mesmo raciocínio que usamos na Figura 22.4 para analisar o experimento de fenda dupla.

A Figura 22.6 é uma vista ampliada das fendas. A FIGURA 22.7 se estende até onde podemos ver na tela de visualização. Se o ângulo θ for tal que $\Delta r = d \sin \theta = m\lambda$, onde m é um número inteiro, a onda luminosa que chega à tela proveniente de uma fenda estará *exatamente em fase* com as ondas luminosas que ali chegam provenientes das duas fendas laterais vizinhas. No entanto, cada uma dessas ondas está em fase com as ondas provenientes das fendas ao seu lado, e assim por diante, até chegarmos ao fim da rede. Em outras palavras, **N ondas luminosas, emitidas por N fendas, estarão todas em fase entre si quando chegarem a um ponto da tela correspondente ao ângulo θ_m , de forma que**

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22.15)$$

A tela mostrará franjas brilhantes de interferência construtiva para os valores de θ_m dados pela Equação 22.15. Dizemos que a luz é “difratada segundo o ângulo θ_m ”.

Como geralmente é mais fácil medir distâncias em vez de ângulos, a posição y_m da franja brilhante de ordem m é determinada por

$$y_m = L \tan \theta_m \quad (\text{posições das franjas brilhantes}) \quad (22.16)$$

O número inteiro m é chamado de **ordem** da difração. Por exemplo, a luz difratada segundo $\theta_2 = 60^\circ$ é a franja de difração de segunda ordem. Redes reais, com valores muito pequenos de d , apresentam somente algumas poucas franjas. Como d geralmente é muito pequeno, costuma-se caracterizar uma rede pelo número de *linhas por milímetro* que ela possui. Aqui, “linha” é sinônimo de “fenda”, portanto o número de linhas por milímetro é, simplesmente, o inverso do espaçamento entre as fendas d expresso em milímetros.

NOTA ► A condição para interferência construtiva em uma rede com N fendas é idêntica à Equação 22.4 para duas fendas apenas. A Equação 22.15 corresponde, simplesmente, à exigência de que a diferença de caminho entre fendas adjacentes, duas ou N , seja igual a $m\lambda$. Entretanto, diferentemente dos ângulos na interferência de fenda dupla, os ângulos de interferência construtiva em uma rede de difração geralmente *não* são ângulos pequenos. A razão é que, em uma rede de difração, o espaçamento d entre fendas vizinhas é tão pequeno que λ/d não é um número pequeno. Assim, você *não pode* usar a aproximação para ângulos pequenos a fim de simplificar as Equações 22.15 e 22.16 ◀

A amplitude de onda nos pontos de interferência construtiva é Na porque N ondas de amplitude a se combinam em fase ali. Uma vez que a intensidade depende do quadrado da amplitude, as intensidades das franjas brilhantes de uma rede de difração são dadas por

$$I_{\max} = N^2 I_1 \quad (22.17)$$

onde, como antes, I_1 é a intensidade luminosa produzida por uma fenda simples. A Equação 22.17 é consistente com nossa conclusão anterior de que a intensidade de uma franja brilhante em um experimento de interferência de fenda dupla é quatro vezes maior do que a intensidade da luz de cada fenda individual. Pode-se ver que as intensidades das franjas aumentam rapidamente com o aumento do número de fendas.

Além das franjas tornarem-se mais claras à medida que N aumenta, elas também ficam mais estreitas. Novamente, isso está relacionado à conservação da energia. Se as ondas luminosas não interferissem, a intensidade produzida por N fendas seria NI_1 . A interferência aumenta a intensidade das franjas brilhantes por um fator extra igual a N ; logo, para haver conservação da energia, a largura das franjas escuras deve ser proporcional a $1/N$. Para uma rede de difração real, com $N > 100$, o padrão de interferência consiste de um pequeno número de franjas *muito* claras e *muito* estreitas, enquanto a maior parte da tela permanece escura. A FIGURA 22.8a representa graficamente o padrão de interferência por trás de uma rede de difração, com uma ilustração da tela de visualização. Uma comparação com a Figura 22.5b mostra que as franjas brilhantes produzidas por uma rede de difração são muito mais nítidas e distinguíveis do que as franjas produzidas por uma fenda dupla.

Como as franjas brilhantes são muito distinguíveis, as redes de difração são usadas para medir os comprimentos de onda da luz. Suponha que a luz incidente consista em dois comprimentos de onda ligeiramente diferentes. Cada um deles sofrerá difração segundo um ângulo ligeiramente diferente e, se N for suficientemente grande, veremos duas franjas distintas na tela. A FIGURA 22.8b ilustra esta idéia. Em contraste, as franjas brilhantes em um experimento de fenda dupla são largas demais para que possamos distinguir as franjas correspondentes a um comprimento de onda das franjas produzidas pelo outro.



Visão lateral microscópica de uma rede de difração

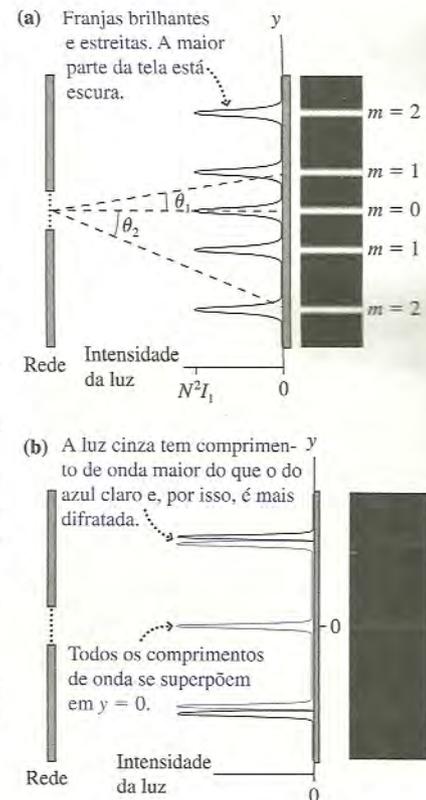


FIGURA 22.8 O padrão de interferência por trás de uma rede de difração.

EXEMPLO 22.3 Medindo os comprimentos de onda emitidos por átomos de sódio

A luz proveniente da lâmpada de sódio de um abajur atravessa uma rede de difração com 1000 fendas por milímetro. O padrão de interferência é visto em uma tela que se encontra 1,000 m atrás da rede. Duas franjas brilhantes amarelas são visíveis a 72,88 cm e 73,00 cm do máximo central. Quais são os comprimentos de onda correspondentes às duas franjas?

VISUALIZAÇÃO A situação é mostrada na Figura 22.8b. As duas franjas são muito próximas, portanto esperamos que os comprimentos de onda sejam apenas ligeiramente diferentes. Nenhuma outra franja amarela é mencionada no enunciado, de modo que presumiremos que as duas franjas correspondam à difração de primeira ordem ($m = 1$).

Continua

RESOLUÇÃO A distância y_m de uma franja brilhante ao máximo central está relacionada ao ângulo de difração por $y_m = L \tan \theta_m$. Logo, os ângulos de difração dessas duas franjas são

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{y_1}{L} \right) = \begin{cases} 36,08^\circ & \text{franja em 72,88 cm} \\ 36,13^\circ & \text{franja em 73,00 cm} \end{cases}$$

Esses ângulos devem satisfazer a condição de interferência $d \sin \theta_1 = \lambda$, então os comprimentos de onda são $\lambda = d \sin \theta_1$. Quanto vale d ? Se um comprimento de 1 mm da rede contém 1000 fendas, então o

espaçamento de uma fenda à próxima deve ser de 1/1000 mm, ou $d = 1,000 \times 10^{-6}$ m. Portanto, os comprimentos de onda que criam as duas franjas brilhantes são:

$$\lambda = d \sin \theta_1 = \begin{cases} 589,0 \text{ nm} & \text{franja em 72,88 cm} \\ 589,6 \text{ nm} & \text{franja em 73,00 cm} \end{cases}$$

AVALIAÇÃO Dispúnhamos de dados com precisão de quatro dígitos significativos, e todos os quatro foram necessários para distinguir os dois comprimentos de onda.

16.4, 16.5



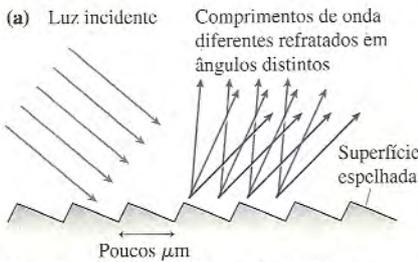
Denomina-se **espectroscopia** a ciência de medir comprimentos de onda de emissões atômicas ou moleculares. Os dois comprimentos de onda de sódio do exemplo constituem um *dubleto de sódio*, nome técnico dado para dois comprimentos de onda de valores muito próximos emitidos pelos átomos de um elemento ou substância. Este dubleto é uma característica identificadora do sódio. Como nenhum outro elemento emite exatamente esses dois comprimentos de onda, o dubleto pode ser usado para identificar a presença de sódio em uma amostra de composição desconhecida, mesmo que o sódio seja apenas um constituinte pouco importante. Tal procedimento é chamado de *análise espectral*.

Redes de reflexão

Acabamos de analisar o que é chamado de *rede de transmissão*, com muitas fendas paralelas. Na prática, a maioria das redes de difração é fabricada na forma de *redes de reflexão*. A rede de reflexão mais simples que existe, mostrada na FIGURA 22.9a, é um espelho com centenas ou milhares de ranhuras estreitas riscadas paralelamente na superfície. As ranhuras, assim, dividem a superfície em inúmeras faixas refletoras paralelas, e cada qual, quando iluminada, torna-se a fonte de uma onda que se propaga a partir dali. Portanto, uma onda luminosa que incida nesta rede será dividida, na reflexão, em N ondas superpostas. O padrão de interferência será exatamente igual ao produzido por luz transmitida através de N fendas paralelas.

As redes de reflexão que ocorrem naturalmente são responsáveis por alguns padrões coloridos vistos na natureza. Como mostra a micrografia da FIGURA 22.9b, uma pena de pavão consiste de bastonetes de melanina quase paralelos. Eles se comportam como uma rede de reflexão e criam os padrões iridescentes vistos na foto à medida que varia o ângulo entre o plano da rede e a linha de visada. A iridescência apresentada por alguns insetos deve-se à difração produzida por sulcos microscópicos paralelos existentes na carapaça.

O arco-íris de cores refletidas na superfície de um CD é um exemplo análogo de interferência. A superfície de um CD é plástico macio com um revestimento refletor semelhante a um espelho. A informação é codificada digitalmente em milhões e milhões de microscópicas depressões circulares com 1 μm de diâmetro. No entanto, do ponto de vista óptico, o conjunto de orifícios na superfície brilhante constitui uma versão bi-dimensional da rede de reflexão mostrada na Figura 22.9a. Redes de reflexão plásticas menos precisas podem ser fabricadas a custo muito baixo simplesmente cunhando-se pequenos orifícios ou ranhuras em uma superfície refletora, sendo amplamente vendidas como brinquedos e itens de decoração. São vistos arco-íris de cor porque cada comprimento de onda da luz branca é refratado segundo um ângulo diferente.



Uma rede de reflexão pode ser feita cortando ranhuras paralelas numa superfície espelhada. Elas podem ser muito precisas, no caso de uso científico, ou produzidas maciçamente, em plástico.



FIGURA 22.9 Redes de difração.

PARE E PENSE 22.3 A luz branca atravessa uma rede de difração e forma padrões do tipo arco-íris em uma tela posicionada atrás da rede. Em cada um desses arco-íris,

- O lado vermelho está à direita, e o lado violeta, à esquerda.
- O lado vermelho está à esquerda, e o violeta, à direita.
- O lado vermelho está mais próximo do centro da tela, e o lado violeta, mais afastado.
- O lado vermelho está mais afastado do centro da tela, e o violeta, mais próximo.

22.4 Difração de fenda simples

Abrimos o capítulo com uma fotografia (Figura 22.1a) de uma onda que se propaga em água, atravessa um orifício em uma barreira e, depois, segue se propagando para o outro lado. Depois você viu uma fotografia (Figura 22.2) que mostrava que a luz, após passar por uma fenda muito estreita, também se propagava para o outro lado. Estes fenômenos são chamados de *difração*. Agora estamos prontos para analisar os detalhes desse fenômeno.

A FIGURA 22.10 mostra um esquema do arranjo experimental usado para observar a difração da luz através de uma fenda estreita de largura a . A difração através de uma fenda vertical comprida e estreita é conhecida como **difração de fenda simples**. Uma tela de visualização é posicionada a uma distância L , atrás da fenda, e vamos considerar que $L \gg a$. O padrão de luz visto na tela consiste de um *máximo central* ladeado por uma série de **máximos secundários** mais fracos e por franjas escuras alternados. Observe que o máximo central é significativamente mais largo do que os secundários. Ele também é significativamente mais brilhante do que os máximos secundários, embora seja difícil notar isso aqui, pois a fotografia foi tirada com superexposição a fim de que os máximos secundários aparecessem melhor.

Princípio de Huygens

Nossa análise da superposição de ondas de fontes distintas, como dois alto-falantes ou as duas fendas em um experimento de fenda dupla, considerou explicitamente que as fontes fossem *puntiformes*, sem uma extensão mensurável. Para entender a difração, precisamos pensar na propagação de uma frente de onda *estendida*. Esse problema foi considerado pela primeira vez pelo cientista holandês Christiaan Huygens, um contemporâneo de Newton que argumentava que a luz é uma onda.

Huygens viveu antes que fosse formulada uma teoria matemática das ondas, por isso ele desenvolveu um modelo geométrico da propagação de ondas. Sua idéia, que agora chamamos de **princípio de Huygens**, tem duas partes:

1. Cada ponto de uma frente de onda é fonte de um *pulso de onda* esférico que se propaga em todas as direções com a mesma velocidade da onda.
2. O formato daquela frente de onda em um instante posterior é dado pela linha que tangencia todos os pulsos esféricos que se propagaram até este instante a partir de todos os pontos da frente de onda no instante inicial.

A FIGURA 22.11 ilustra o princípio de Huygens para uma onda plana e para uma onda esférica. Como você pode ver, a linha que tangencia as ondulações esféricas no caso de uma onda plana é um plano, que corresponde a uma frente de onda plana que se propagou para a direita. No caso de uma onda esférica, a curva que tangencia as ondulações esféricas é uma esfera maior.

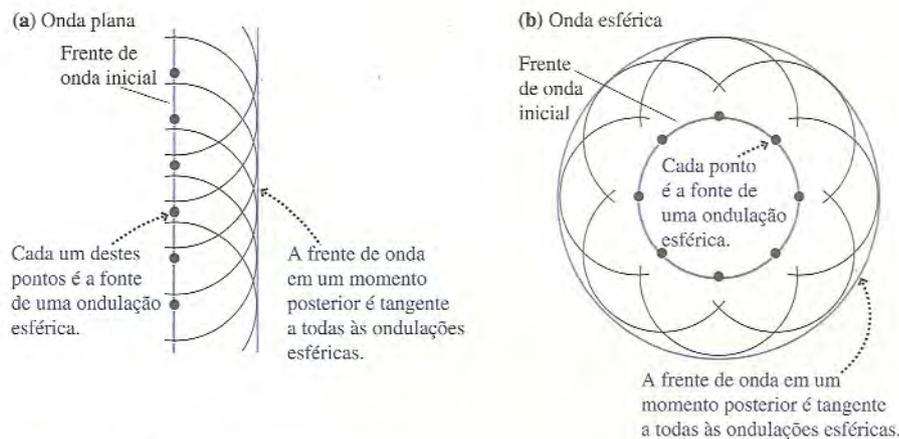


FIGURA 22.11 Princípio de Huygens aplicado à propagação de ondas planas e de ondas esféricas.



16.6

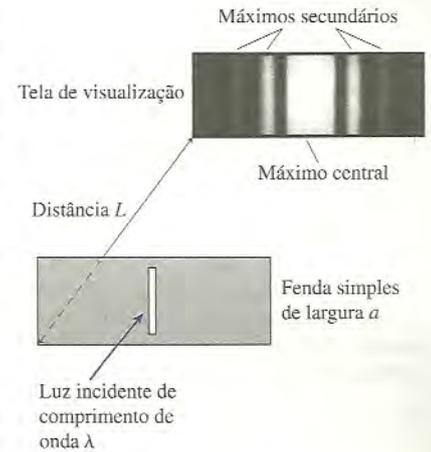
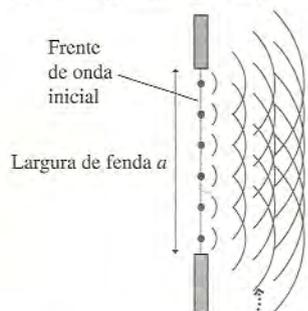


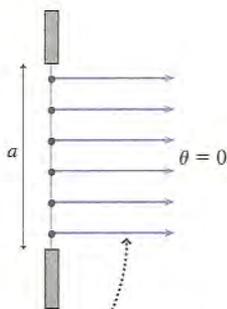
FIGURA 22.10 Um experimento de difração de fenda simples.

(a) Vista da fenda muito ampliada



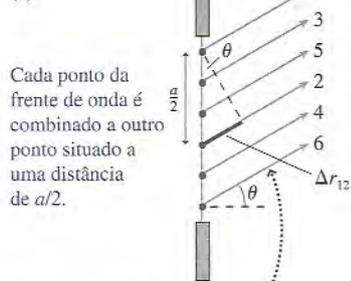
As ondulações provenientes de cada ponto da frente de onda inicial se superpõem e interferem, criando um padrão de difração na tela.

(b)



As ondulações que seguem diretamente para a frente percorrem todas a mesma distância até a tela. Assim, elas chegam em fase e interferem construtivamente para produzir ali o máximo central.

(c)



Todas essas ondulações se encontram na tela segundo o ângulo θ . A ondulação 2 percorre uma distância $\Delta r_{12} = (a/2)\text{sen}\theta$ extra em relação à ondulação 1.

FIGURA 22.12 Cada ponto da frente de onda é uma fonte de ondulações esféricas. A superposição dessas ondulações produz o padrão de difração visto na tela.

O princípio de Huygens é um método geométrico, e não, uma teoria de ondas. Apesar disso, a teoria matemática completa das ondas, formulada durante o século XIX, justifica a idéia básica de Huygens, embora a sua prova esteja além do escopo deste livro.

Analizando a difração de fenda simples

A **FIGURA 22.12a** mostra uma frente de onda ao passar por uma fenda estreita de largura a . De acordo com o princípio de Huygens, cada ponto dessa frente de onda pode ser considerado a fonte de uma ondulação esférica. Essas ondulações se superpõem e interferem umas com as outras, produzindo o padrão de difração visto na tela de visualização. A análise matemática completa, usando *todos* os pontos da frente de onda, é um problema relativamente difícil em cálculo. Uma análise geométrica baseada em apenas algumas ondulações esféricas será suficiente.

A **FIGURA 22.12b** mostra diversas ondulações esféricas que se propagam diretamente para o ponto central da tela. (A tela está *muito* longe, à direita, nesta visão ampliada da fenda.) Os caminhos até a tela são praticamente paralelos entre si, de forma que todas as ondulações viajam a mesma distância e chegam à tela *em fase* umas com as outras. A *interferência construtiva* entre elas produz o máximo central do padrão de difração em $\theta = 0$.

A situação é diferente nos pontos fora do centro. As ondulações 1 e 2 na **FIGURA 22.12c** iniciam em pontos que estão separados por uma distância $a/2$. Suponha que Δr_{12} , a distância extra viajada pela ondulação 2, seja $\lambda/2$. Neste caso, as ondulações 1 e 2 chegarão ao ponto da tela fora de fase e interferirão destrutivamente ali. Porém, se Δr_{12} é $\lambda/2$, então a diferença Δr_{34} entre os caminhos 3 e 4 e a diferença Δr_{56} entre os caminhos 5 e 6 também serão $\lambda/2$. Estes pares de ondulações também interferem destrutivamente. A superposição de todas as ondulações produz interferência destrutiva perfeita.

A **Figura 22.12c** mostra seis ondulações, mas nossa conclusão é válida para qualquer que seja o número de ondulações usadas. A idéia central é que **cada ponto de uma frente de onda pode ser combinado a outro ponto situado a uma distância de $a/2$ do primeiro**. Se a diferença de caminho for $\lambda/2$, as ondulações com origem nesses dois pontos chegarão à tela fora de fase, e ali a interferência será destrutiva. Quando somamos os deslocamentos produzidos por todas as N ondulações, o resultado da soma – par a par – será nulo. A tela de visualização, nesta posição, estará escura. Esta é a idéia principal da análise, sobre a qual vale a pena pensar cuidadosamente.

Na **Figura 22.12c**, pode-se ver que $\Delta r_{12} = (a/2)\text{sen}\theta$. Esta diferença de caminho será igual a $\lambda/2$, condição para interferência destrutiva, se

$$\Delta r_{12} = \frac{a}{2}\text{sen}\theta_1 = \frac{\lambda}{2} \tag{22.18}$$

ou, de forma equivalente, se $a\text{sen}\theta_1 = \lambda$.

NOTA ► A Equação 22.18 não poderá ser satisfeita se a largura a da fenda for menor do que o comprimento de onda λ . Se uma onda passa por uma abertura menor do que seu comprimento de onda, o máximo central do padrão de difração será tão largo que preencherá *completamente* o espaço atrás da abertura. Não haverá mínimos ou pontos escuros para nenhum ângulo. Essa é uma situação incomum no caso de ondas luminosas, pois λ é muito pequeno, mas muito comum no caso da difração de ondas sonoras e de ondas que se propagam na água. ◀

Podemos estender essa idéia para encontrar outros ângulos de interferência destrutiva perfeita. Suponha que cada ondulação seja combinada a outra ondulação proveniente de um ponto a $a/4$ de distância. Se a distância Δr entre essas ondulações for $\lambda/2$, todas as N ondulações novamente se anularão aos pares, resultando em interferência destrutiva completa. O ângulo θ_2 para o qual isso ocorre é determinado substituindo-se $a/2$ na Equação 22.18 por $a/4$, o que leva à condição $a\text{sen}\theta_2 = 2\lambda$. Esse processo pode ser repetido, e encontraremos que a condição geral para interferência destrutiva completa é

$$a\text{sen}\theta_p = p\lambda \quad p = 1, 2, 3, \dots \tag{22.19}$$

Quando $\theta_p \ll 1$ rad, o que é quase sempre verdadeiro para ondas luminosas, podemos usar a aproximação para ângulos pequenos e obter

$$\theta_p = p \frac{\lambda}{a} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{ângulos das franjas escuras}) \quad (22.20)$$

A Equação 22.20 fornece, em radianos, os ângulos correspondentes aos mínimos escuros do padrão de difração da Figura 22.10. Observe que $p = 0$ está explicitamente *excluído*. O valor $p = 0$ corresponde à posição $\theta = 0$ diretamente à frente da fenda, mas você vê nas Figuras 22.10 e 22.12b que $\theta = 0$ é o *máximo* central, e não, um mínimo.

NOTA ▶ Talvez seja surpreendente que as Equações 22.19 e 22.20 sejam *matematicamente* as mesmas que a condição para o máximo de ordem m do padrão de interferência de fenda dupla. No entanto, o significado físico aqui é bem diferente. A Equação 22.20 localiza os *mínimos* (franjas escuras) do padrão de difração de fenda simples. ◀

Você pode ter pensado que poderíamos usar este método de ondulações combinadas provenientes de diferentes pontos da frente de onda para determinar os máximos do padrão de difração. Por que não pegar dois pontos na frente de onda que estão a uma distância de $a/2$, encontrar o ângulo no qual suas ondulações estão em fase e interferem construtivamente e, a seguir, somar todos os pontos na frente de onda? Há uma *distinção sutil, porém importante*. A Figura 22.13 mostra seis setas vetoriais. As setas da FIGURA 22.13a estão dispostas aos pares, de forma que os dois membros de cada par se anulem. A soma dos seis vetores, claramente, é igual ao vetor nulo $\vec{0}$, representando interferência destrutiva. Este é o procedimento que usamos na Figura 22.12c para chegar à Equação 22.18. As setas da FIGURA 22.13b estão dispostas aos pares de maneira que os dois membros de cada par apontem no mesmo sentido – interferência construtiva! Apesar disso, a soma dos seis vetores ainda é $\vec{0}$. Ter N ondas interferindo construtivamente requer mais do que simplesmente ter interferência construtiva entre pares. Cada par também deve estar em fase com todos os outros pares, uma condição que não é satisfeita na Figura 22.13b. Dito de outra forma, a interferência destrutiva por pares *não* necessariamente resulta em interferência construtiva. Acontece que não existe uma fórmula simples que sirva para localizar os máximos do padrão de difração de uma fenda simples.

Embora esteja além do escopo deste livro, é possível calcular todo o padrão de intensidade da luz. Os resultados deste cálculo estão mostrados graficamente na FIGURA 22.14. Pode-se ver o máximo central claro em $\theta = 0$, os máximos secundários mais fracos e os pontos escuros de interferência destrutiva para os ângulos dados pela Equação 22.20. Compare este gráfico com a fotografia da Figura 22.10 e certifique-se de ter comprovado a concordância entre os dois.

EXEMPLO 22.4 Difração de um laser através de uma fenda

A luz de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633$ nm) passa por uma fenda estreita e é vista em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda. O primeiro mínimo do padrão de difração está a 1,2 cm do máximo central. Qual é a largura da fenda?

MODELO Uma fenda estreita produz um padrão de difração de fenda simples. Um deslocamento de apenas 1,2 cm a uma distância de 200 cm significa que o ângulo θ_1 é certamente um ângulo pequeno.

VISUALIZAÇÃO O padrão de intensidade terá a aparência da Figura 22.14.

RESOLUÇÃO Podemos usar a aproximação para pequenos ângulos e determinar que o ângulo para o primeiro mínimo é

$$\theta_1 = \frac{1,2 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 0,00600 \text{ rad} = 0,344^\circ$$

O primeiro mínimo corresponde ao ângulo $\theta_1 = \lambda/a$, de onde obtemos o valor da largura da fenda:

$$a = \frac{\lambda}{\theta_1} = \frac{633 \times 10^{-9} \text{ m}}{6,00 \times 10^{-3} \text{ rad}} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,11 \text{ mm}$$

AValiação Essa largura é típica de fendas usadas para observar a difração de fenda simples. Pode-se verificar que a aproximação para pequenos ângulos é bem satisfeita.

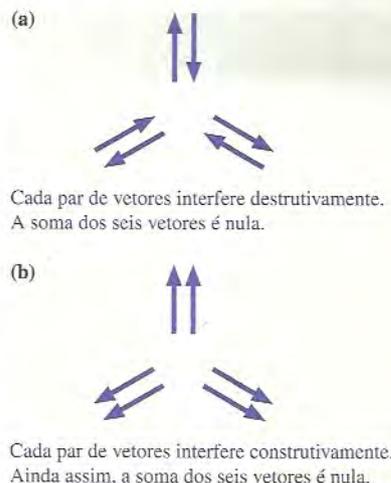


FIGURA 22.13 A interferência destrutiva entre pares resulta em interferência destrutiva, mas a interferência construtiva entre pares *não* necessariamente resulta em interferência construtiva.

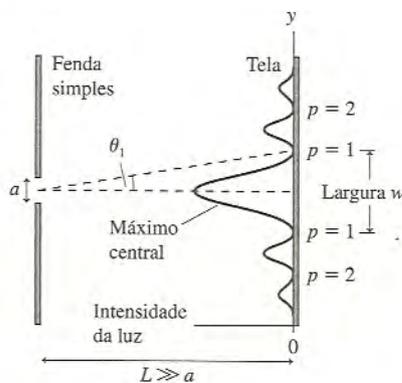


FIGURA 22.14 Gráfico da intensidade do padrão de difração de fenda simples.



O máximo central deste padrão de difração de fenda simples parece branco porque a foto foi obtida com superexposição. A largura do máximo central é evidente.

A largura de um padrão de difração de fenda simples

Como fizemos para a fenda dupla, será de utilidade medir posições na tela em vez de ângulos. A posição da franja escura de ordem p , correspondente ao ângulo θ_p , é $y_p = L \tan \theta_p$, onde L é a distância da fenda até a tela de visualização. Usando a Equação 22.20 para θ_p e a aproximação para pequenos ângulos, $\theta_p \approx \theta_p$, concluímos que as franjas escuras do padrão de difração de fenda simples estão localizadas em

$$y_p = \frac{p\lambda L}{a} \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{posição das franjas escuras}) \quad (22.21)$$

O valor $p = 0$ é explicitamente excluído porque o ponto central da tela de visualização corresponde ao máximo central, e não, a uma franja escura.

Todo padrão de difração é dominado pelo máximo central, que é muito mais claro do que os máximos secundários. A largura w do máximo central, mostrada na Figura 22.14, é definida como a distância entre os dois mínimos correspondentes a $p = 1$ dos dois lados do máximo central. Como o padrão é simétrico, a largura é simplesmente $w = 2y_1$, ou seja,

$$w = \frac{2\lambda L}{a} \quad (22.22)$$

A largura do máximo central é duas vezes maior do que o espaçamento $\lambda L/a$ entre as franjas escuras dos dois lados. Quanto mais distante estiver a tela (L maior), mais largo é o padrão de luz visto nela. Em outras palavras, as ondas luminosas se espalham por trás da fenda e atingem uma região cada vez mais larga à medida que percorrem distâncias maiores.

Uma aplicação importante da Equação 22.22 que é contrária ao senso comum é o fato de que uma fenda mais estreita (a menor) produz um padrão de difração mais largo. Quanto menor for a abertura pela qual se faz passar uma onda, mais ela se espalhará do outro lado.

EXEMPLO 22.5 Determinando o comprimento de onda

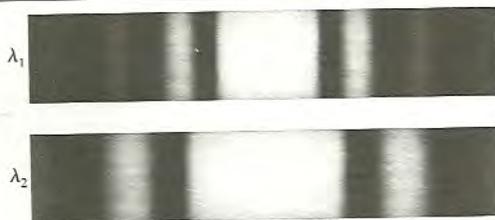
A luz passa por uma fenda de 0,12 mm de largura e forma um padrão de difração em uma tela posicionada 1,0 m atrás da fenda. A largura do máximo central é 0,85 cm. Qual é o comprimento de onda da luz usada?

RESOLUÇÃO Com base na Equação 22.22, o comprimento de onda é

$$\lambda = \frac{aw}{2L} = \frac{(1,2 \times 10^{-4} \text{ m})(0,0085 \text{ m})}{2(1,00 \text{ m})} = 5,1 \times 10^{-7} \text{ m} = 510 \text{ nm}$$

PARE E PENSE 22.4 A figura mostra dois padrões de difração de fenda simples. A distância entre a fenda e a tela de visualização é a mesma nos dois casos. Quais das afirmativas abaixo (pode ser mais de uma) poderiam ser verdadeiras?

- As fendas são iguais em ambos os casos; $\lambda_1 > \lambda_2$.
- As fendas são iguais em ambos os casos; $\lambda_2 > \lambda_1$.
- Os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos; $a_1 > a_2$.
- Os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos; $a_2 > a_1$.
- As fendas e os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos; $p_1 > p_2$.
- As fendas e os comprimentos de onda são iguais em ambos os casos; $p_2 > p_1$.



22.5 Difração em aberturas circulares



16.7

A difração ocorrerá se uma onda passar por uma abertura de qualquer que seja o formato. A difração produzida por uma fenda simples estabelece as idéias básicas sobre a difração, mas uma situação bastante comum e de importância prática é a difração de uma onda por uma **abertura circular**. A difração circular é matematicamente mais

complexa do que a difração em uma fenda, de modo que apresentaremos resultados sem demonstração.

Considere alguns exemplos. O cone de um alto-falante produz som pela rápida oscilação de seu diafragma, todavia a onda sonora deve passar pela abertura circular definida pela borda externa do cone do alto-falante a fim de se propagar para a sala que está do outro lado. Trata-se, portanto, de difração produzida por uma abertura circular. Com telescópios e microscópios é o contrário. Ondas luminosas provenientes do exterior do instrumento precisam primeiro entrar no mesmo. Para tanto, elas devem passar por lentes circulares. De fato, o limite de desempenho de instrumentos ópticos é determinado pela difração nas aberturas circulares pelas quais as ondas devem passar. Esta é uma questão que analisaremos no Capítulo 24.

A FIGURA 22.15 mostra uma abertura circular de diâmetro D . Ondas luminosas que passam pela abertura se propagam para gerar um padrão de difração *circular*. Compare esta figura com a Figura 22.10 para o caso de uma fenda simples e note as semelhanças e as diferenças. O padrão de difração ainda possui um *máximo central*, agora circular, e está cercado por uma série de franjas brilhantes secundárias. A maior parte da intensidade pertence ao máximo central.

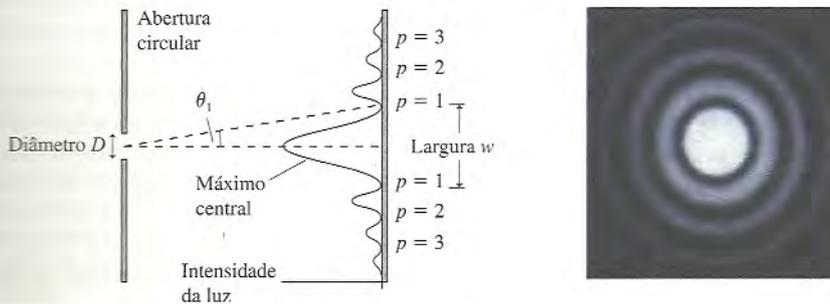


FIGURA 22.15 A difração da luz em uma abertura circular.

O ângulo θ_1 localiza o primeiro mínimo na intensidade, onde ocorre interferência destrutiva perfeita. Uma análise matemática da difração circular resulta em

$$\theta_1 = \frac{1,22\lambda}{D} \quad (22.23)$$

onde D é o *diâmetro* da abertura circular. Isto se parece muito com o resultado obtido para o caso da fenda simples, mas não é exatamente o mesmo. Para obter a Equação 22.23 utilizou-se a aproximação para pequenos ângulos, que é quase sempre válida para a difração de luz, mas que geralmente *não* vale para a difração de ondas sonoras de comprimentos de onda maiores.

Na aproximação de pequenos ângulos, a largura do máximo central é dada por

$$w = 2y_1 = 2L \operatorname{tg} \theta_1 \approx \frac{2,44\lambda L}{D} \quad (22.24)$$

Isto se assemelha à largura do máximo central de um padrão de difração de fenda simples, mas não é exatamente o mesmo. O diâmetro do padrão de difração aumenta com a distância L , mostrando que a luz se propaga por trás de uma abertura circular, mas diminui se o tamanho D da abertura for aumentado.

EXEMPLO 22.6 Iluminando um orifício circular com um laser

A luz de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) passa por um orifício de $0,50 \text{ mm}$ de diâmetro. A que distância uma tela de visualização deveria ser colocada para observar um padrão de difração cujo máximo central tenha $3,0 \text{ mm}$ de diâmetro?

RESOLUÇÃO A Equação 22.24 nos dá a distância apropriada da tela:

$$L = \frac{wD}{2,44\lambda} = \frac{(3,0 \times 10^{-3} \text{ m})(5,0 \times 10^{-4} \text{ m})}{2,44(633 \times 10^{-9} \text{ m})} = 0,97 \text{ m}$$

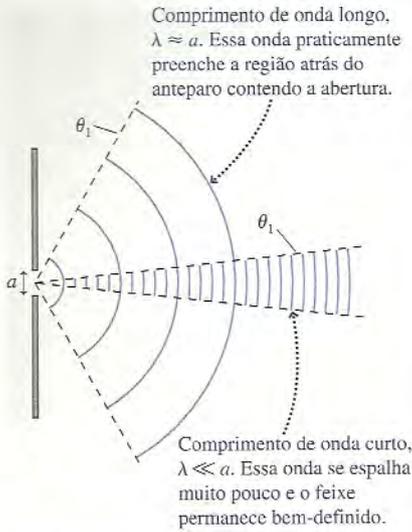


FIGURA 22.16 Difração de uma onda com longo comprimento de onda e de outra, com curto comprimento de onda, através da mesma abertura.

O modelo ondulatório e o modelo geométrico da luz

Iniciamos o capítulo com a observação de que existem três modelos para a luz, cada qual sendo útil em uma determinada variedade de circunstâncias. Agora atingimos um ponto em que podemos estabelecer uma condição importante que define o domínio de validade do modelo ondulatório e do modelo geométrico da luz.

Quando a luz passa por uma fenda de tamanho a , o ângulo do primeiro mínimo de difração é

$$\theta_1 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\lambda}{a}\right) \quad (22.25)$$

A Equação 22.25 é válida para uma fenda, mas o resultado é praticamente o mesmo se a fosse o diâmetro de uma abertura circular. Independentemente da forma da abertura, **o fator que determina quanto uma onda se espalha por trás de uma abertura é a razão λ/a entre o valor do comprimento de onda e o tamanho da abertura.**

A FIGURA 22.16 ilustra a diferença entre uma onda cujo comprimento de onda é muito menor do que o tamanho da abertura e uma segunda onda cujo comprimento de onda é comparável ao da abertura. Uma onda para a qual $\lambda/a \approx 1$ rapidamente se espalha de modo a preencher a região atrás da abertura. As ondas luminosas, devido ao seu comprimento de onda muito pequeno, quase sempre correspondem à condição $\lambda/a \ll 1$ e difratam produzindo um “feixe” de luz que se espalha muito pouco.

Agora podemos apreciar melhor o dilema de Newton. Com aberturas de tamanho ordinário, as ondas de som e as ondas na água satisfazem $\lambda/a \approx 1$ e difratam para preencher o espaço por trás da abertura. Conseqüentemente, é este o comportamento que se espera para ondas. Newton não viu evidências de tal comportamento na luz que passa por aberturas. Agora vemos que a luz realmente se propaga por trás de uma abertura, mas a razão λ/a , muito pequena, geralmente torna o padrão de difração pequeno demais para ser notado. A difração começa a ser discernível apenas quando o tamanho da abertura é de uma fração de milímetro ou menos. Se quiséssemos que a luz difratada preenchesse o espaço atrás da abertura ($\theta_1 \approx 90^\circ$), como faz uma onda sonora, precisaríamos reduzir o tamanho da abertura para $a \approx 0,001$ mm! Embora atualmente se possa confeccionar orifícios deste tamanho, por meio dos processos empregados para confeccionar circuitos integrados, a luz que passar por uma abertura tão pequena será fraca demais para ser vista a olho nu.

A FIGURA 22.17 mostra a luz que passa por um orifício de diâmetro D . De acordo com o modelo geométrico, os raios luminosos que passam através do orifício seguem por linhas retas para criar um ponto circular brilhante de diâmetro D em uma tela de visualização. Trata-se de uma *imagem geométrica* da fenda. Na realidade, a difração faz com que a luz se propague também por trás da fenda, mas – e este é o ponto importante – **não perceberemos seu espalhamento se ele for menor do que o diâmetro D da imagem geométrica**, ou seja, não teremos consciência da difração a menos que o diâmetro do ponto brilhante na tela seja ampliado.

Essa idéia fornece um critério razoável para se saber quando usar a óptica geométrica ou a óptica ondulatória:

- Se o espalhamento devido à difração for menor do que o tamanho da abertura, use o modelo de raios e considere que a luz se desloca em linhas retas.
- Se o espalhamento devido à difração for maior do que o tamanho da abertura, use o modelo ondulatório da luz.

O ponto de encontro entre esses dois regimes ocorre quando o espalhamento causado pela difração for igual ao tamanho da abertura. A largura do máximo central de um padrão de difração de abertura circular é $2,44 \lambda L/D$. Igualando esta largura de difração ao diâmetro da própria abertura, teremos

$$\frac{2,44\lambda L}{D_c} = D_c \quad (22.26)$$

onde o subscrito c em D_c indica que se trata do valor crítico, onde se encontram os domínios de validade do modelo geométrico e do modelo ondulatório. Isolando D_c , obtemos

$$D_c = \sqrt{2,44\lambda L} \quad (22.27)$$

Se a luz se propaga em linhas retas, a imagem na tela é do mesmo tamanho que o orifício. A difração não será percebida, a menos que a luz se espalhe sobre um diâmetro maior do que D .

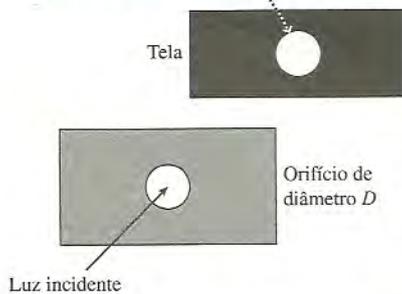


FIGURA 22.17 A difração será percebida somente se o ponto brilhante na tela for mais largo do que D .

Este é o diâmetro de uma abertura circular cujo padrão de difração, à distância L , tem uma largura $w = D$. Sabemos que a luz visível tem $\lambda \approx 500 \text{ nm}$ e que uma distância típica no trabalho de laboratório é $L \approx 1 \text{ m}$. Para esses valores,

$$D_c \approx 1 \text{ mm}$$

Isto nos leva a uma conclusão importante e de muita utilidade prática, apresentada no Box Tático 22.1.

BOX TÁTICO
22.1

A escolha de um modelo para a luz



- 1 Quando a luz passa por aberturas com tamanhos menores do que 1 mm, os efeitos da difração geralmente são importantes. Use, então, o modelo ondulatório da luz.
- 2 Quando a luz passa por aberturas com tamanhos maiores do que 1 mm, os efeitos da difração geralmente não são importantes. Use, então, o modelo geométrico da luz.

Aberturas com tamanho ≈ 1 constituem zona indefinida. O uso do modelo geométrico ou do modelo ondulatório dependerá dos valores precisos de λ e de L . Evitaremos esses casos ambíguos neste livro, usando exemplos e problemas que se encaixem claramente apenas no modelo ondulatório ou no modelo geométrico. Lentes e espelhos, em especial, quase sempre têm tamanhos maiores do que 1 mm. Estudaremos a óptica das lentes e dos espelhos no capítulo sobre a óptica geométrica. O presente capítulo sobre a óptica ondulatória considera apenas objetos e aberturas com tamanhos menores do que 1 mm.

22.6 Interferômetros

Cientistas e engenheiros desenvolveram muitos métodos engenhosos de usar a interferência para controlar o fluxo de luz ou para fazer medições muito precisas com o emprego de ondas luminosas. Um dispositivo que faz uso prático da interferência é o **interferômetro**.

A interferência requer duas ondas com *exatamente* o mesmo comprimento de onda. Uma maneira de garantir que duas ondas tenham comprimentos de onda exatamente iguais é dividir uma onda em duas ondas de amplitudes menores. Posteriormente, em outro ponto do espaço, as duas partes são recombinadas. Os interferômetros, portanto, são baseados na divisão e na recombinação de uma única onda.

Para ilustrar essa idéia, a **FIGURA 22.18** mostra um *interferômetro acústico*. Uma onda sonora parte da extremidade esquerda do tubo. A onda se divide em duas, na junção, e as duas ondas, com amplitudes menores, se propagam por dois caminhos diferentes. A distância L pode ser alterada deslizando o tubo superior para dentro e para fora, como em um trombone. Após percorrer as distâncias r_1 e r_2 , as ondas são recombinadas, e a superposição resultante se propaga para o microfone. O som que emerge da extremidade direita tem intensidade máxima, intensidade nula ou algo intermediário dependendo da diferença de fase entre as duas ondas ao se recombinarem.

As duas ondas que se propagam pelo interferômetro partiram da *mesma* fonte, o alto-falante; logo, automaticamente, a diferença de fase $\Delta\phi_0$ entre as fontes de onda é nula. A diferença de fase $\Delta\phi$ entre as ondas recombinadas deve-se inteiramente às distâncias diferentes percorridas pelas duas ondas antes da recombinação. Conseqüentemente, as condições para interferência destrutiva e construtiva são as mesmas que obtivemos no Capítulo 21 para fontes idênticas:

$$\begin{aligned} \text{Construtiva: } \Delta r &= m\lambda & m &= 0, 1, 2, \dots \\ \text{Destrutiva: } \Delta r &= \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \end{aligned} \quad (22.28)$$

A distância que cada onda percorre é facilmente obtida da Figura 22.18:

$$\begin{aligned} r_1 &= a + b \\ r_2 &= L + a + L + b = 2L + a + b \end{aligned}$$

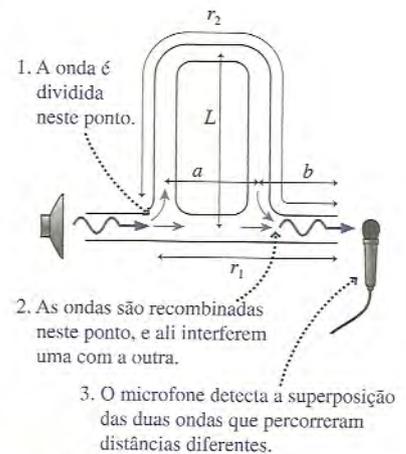
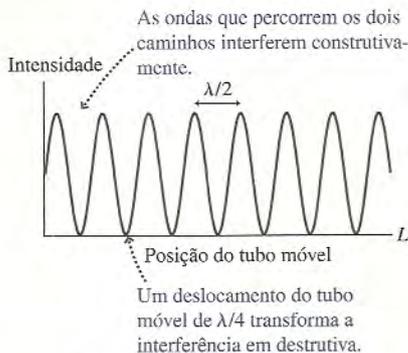


FIGURA 22.18 Um interferômetro acústico.

Assim, a diferença de caminho entre as ondas é $\Delta r = r_2 - r_1 = 2L$, e as condições para interferência construtiva e destrutiva são

$$\begin{aligned} \text{Construtiva: } L &= m \frac{\lambda}{2} \\ \text{Destrutiva: } L &= \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.29)$$



As condições de interferência envolvem $\lambda/2$, em vez de λ , simplesmente porque a onda que se propaga pelo caminho superior percorre a distância L duas vezes, uma vez para cima e outra para baixo. Quando $L = \lambda/2$, a onda da parte superior percorre um comprimento de onda completo λ a mais do que a onda da parte inferior.

O interferômetro é usado para gravar os máximos e mínimos alternantes do som à medida que o tubo superior é puxado e L é alterado. A interferência muda de construtiva máxima para perfeitamente destrutiva, e de volta para construtiva máxima toda vez que L aumentar em meio comprimento de onda. A FIGURA 22.19 é o gráfico da intensidade sonora no microfone em função do aumento sofrido por L . Pode-se ver na Equação 22.29 que o número Δm de máximos que aparecem enquanto o comprimento é alterado em ΔL é dado pela relação

$$\Delta m = \frac{\Delta L}{\lambda/2} \quad (22.30)$$

A Equação 22.30 é a base para a medição muito precisa de comprimentos de onda.

FIGURA 22.19 Os máximos e mínimos de interferência se alternam quando o tubo superior de um interferômetro acústico é puxado para fora.

EXEMPLO 22.7 Medição do comprimento da onda sonora

Um alto-falante emite uma onda sonora em direção a um interferômetro acústico. O interferômetro é ajustado de forma que a intensidade sonora de saída seja máxima, e depois o tubo superior é lentamente puxado para fora. Exatamente 10 novos máximos são percebidos quando o tubo é deslocado em 31,52 cm. Qual é o comprimento da onda sonora?

MODELO Um interferômetro produz um novo máximo a cada vez que L aumenta em $\lambda/2$, o que faz com que a diferença de caminho Δr aumente em λ .

RESOLUÇÃO Usando a Equação 22.30, obtemos

$$\lambda = \frac{2\Delta L}{\Delta m} = \frac{2(31,52 \text{ cm})}{10} = 6,304 \text{ cm}$$

AVALIAÇÃO O comprimento de onda pode ser determinado com quatro dígitos significativos porque a distância foi medida com precisão de quatro dígitos significativos.

O interferômetro de Michelson

Albert Michelson, o primeiro cientista americano a receber o prêmio Nobel, inventou um interferômetro óptico análogo ao interferômetro acústico. O interferômetro de Michelson tem sido amplamente usado por mais de um século para realizar medições precisas de comprimentos de onda e de distâncias, e variações desse interferômetro estão sendo utilizadas agora para controlar a luz em computadores ópticos.

A FIGURA 22.20 mostra o esquema de um interferômetro de Michelson. A onda luminosa é dividida por um **separador de feixes**, um espelho parcialmente prateado que reflete metade da luz e transmite a outra metade. As duas ondas, então, se propagam em direção aos espelhos M_1 e M_2 . Metade da onda refletida por M_1 é transmitida pelo separador de feixes e se recombina com a metade da outra onda refletida por M_2 . As ondas superpostas seguem em propagação para um detector de luz, que originalmente era o olho de um observador humano, e que agora provavelmente seria um fotodetector eletrônico.

O espelho M_2 pode ser movimentado para a frente ou para trás ajustando-se um parafuso de regulagem de precisão. Isso equivale a puxar o tubo superior no caso do interferômetro acústico. As ondas percorrem as distâncias $r_1 = 2L_1$ e $r_2 = 2L_2$, onde o fator 2 surge porque as ondas se propagam até os espelhos e retornam pelos mesmos caminhos. Assim, a diferença de caminho entre as duas ondas é

$$\Delta r = 2L_2 - 2L_1 \quad (22.31)$$

A condição para interferência construtiva é $\Delta r = m\lambda$; portanto, a interferência construtiva ocorre quando

$$\text{Construtiva: } L_2 - L_1 = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (22.32)$$

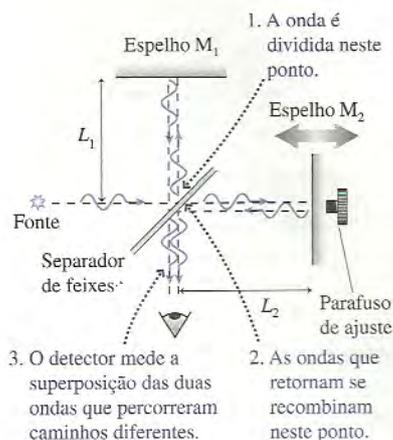


FIGURA 22.20 Esquema do interferômetro de Michelson.

Este resultado é praticamente idêntico à Equação 22.29 para um interferômetro acústico. Ambos dividem uma onda, direcionam as duas ondas de menor amplitude por dois caminhos que diferem em comprimento por Δr e, depois, as recombinam em um detector.

Talvez você esperasse que a saída do interferômetro fosse do tipo “claro” ou “escuro”. Em vez disso, uma tela de visualização mostra o padrão de franjas de interferência circular visto na FIGURA 22.21. A análise que fizemos é válida apenas para ondas luminosas que incidem nos espelhos exatamente perpendiculares às suas superfícies. Em um experimento real, algumas das ondas luminosas entram no interferômetro em ângulos levemente diferentes e, como resultado, as ondas recombinadas apresentam caminhos Δr ligeiramente diferentes. Essas ondas produzem as franjas alternadamente claras e escuras à medida que nos afastamos do centro do padrão. A análise correspondente a esta situação será deixada para cursos de óptica mais avançados. A Equação 22.32 é válida para o *centro* do padrão circular, de modo que existe um ponto central brilhante quando a Equação 22.32 é satisfeita.

Se o espelho M_2 for movimentado apertando-se o parafuso, o ponto central do padrão de franjas será alternado de claro para escuro. A saída registrada por um detector se parece exatamente com os sons alternadamente altos e baixos representados na Figura 22.19. Suponha que o interferômetro seja ajustado de modo a produzir um ponto central brilhante. O próximo ponto brilhante aparecerá quando M_2 tiver se movido a metade de um comprimento de onda, o que aumenta a diferença de caminho total em um comprimento de onda completo. O número Δm de máximos que aparecem quando M_2 é movimentado em uma distância ΔL_2 é

$$\Delta m = \frac{\Delta L_2}{\lambda/2} \quad (22.33)$$

Pode-se realizar medições muito precisas de comprimentos de onda movendo-se o espelho e contando-se o número de novos pontos brilhantes que simultaneamente aparecem no centro do padrão. O número Δm pode ser contado e conhecido com muita precisão. A única limitação quanto à precisão com que λ pode ser medido dessa maneira é determinada pela precisão com que a distância ΔL_2 pode ser medida. Diferentemente de λ , que é microscópico, ΔL_2 mede tipicamente uns poucos milímetros, uma distância macroscópica que pode ser medida com muita precisão por meio de parafusos de precisão, de micrômetros e outras técnicas. A invenção de Michelson forneceu uma maneira de transformar a precisão em medições de distâncias macroscópicas para uma precisão igual em medições de comprimentos de onda de luz.

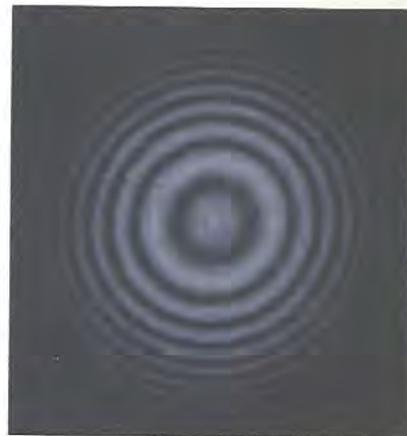


FIGURA 22.21 Fotografia das franjas de interferência produzidas por um interferômetro de Michelson.

EXEMPLO 22.8 Medição do comprimento de onda luminosa

Um pesquisador usa um interferômetro de Michelson para medir um dos comprimentos de onda luminosa emitidos por átomos de neônio. Ele movimenta lentamente o espelho M_2 até que tenham aparecido 10.000 novos pontos centrais brilhantes. (Em um experimento moderno, um fotodetector e um computador eliminariam a possibilidade de erro de contagem por parte do pesquisador.) Ele, então, mede a distância ao longo da qual o espelho foi deslocado como igual a 3,164 mm. Qual é o comprimento de onda da luz?

MODELO Todo interferômetro produz um novo máximo a cada vez que L_2 aumenta em $\lambda/2$.

RESOLUÇÃO O espelho é movimentado em $\Delta L_2 = 3,164 \text{ mm} = 3,164 \times 10^{-3} \text{ m}$. Usando a Equação 10.33, obtemos

$$\lambda = \frac{2\Delta L_2}{\Delta m} = 6,328 \times 10^{-7} \text{ m} = 632,8 \text{ nm}$$

AValiação Uma medição de ΔL_2 com precisão de quatro dígitos significativos nos permite determinar λ com quatro dígitos significativos. Este é o comprimento de onda do neônio que é emitido no feixe de um laser de hélio-neônio.

PARE E PENSE 22.5

Um interferômetro de Michelson é usado com luz de comprimento de onda λ e ajustado para produzir um ponto brilhante no centro do padrão de interferência. O espelho M_1 , então, é deslocado por uma distância λ em direção ao separador de feixes, enquanto M_2 é afastado do separador de feixes por uma distância λ . Durante os deslocamentos, quantas alterações são vistas de franja escura para franja brilhante?

- a. 0 b. 1 c. 2 d. 4
e. 8 f. Não é possível dizer sem conhecer λ .

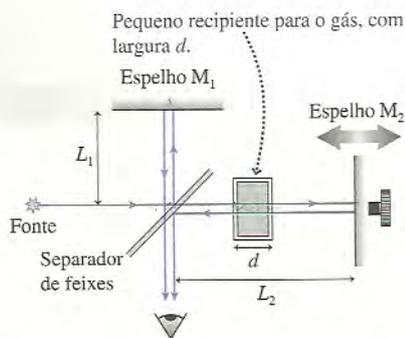


FIGURA 22.22 Medição do índice de refração.

Medição de índices de refração

O interferômetro de Michelson pode ser usado para medir índices de refração, principalmente de gases, em função do comprimento de onda. Na FIGURA 22.22, um pequeno recipiente de largura d conhecida com precisão foi inserido em um dos braços do interferômetro. Inicialmente, todo o ar é bombeado para fora da célula. Quando a luz se propaga do separador de feixes até o espelho e retorna, o número de comprimentos de onda que cabem dentro do recipiente é

$$m_1 = \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (22.34)$$

onde o fator 2 surge porque a luz atravessa duas vezes o recipiente.

A seguir, a célula é preenchida com um gás a uma pressão de 1 atm. A luz se propaga no gás com velocidade ligeiramente menor e seu índice de refração é $n = c/v$. No Capítulo 20, você aprendeu que o comprimento de onda luminosa em um material com índice de refração n é λ_{vac}/n . Com o recipiente preenchido com o gás, o número de comprimentos de onda que cabem na distância d é

$$m_2 = \frac{2d}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}/n} \quad (22.35)$$

A distância física não sofreu alteração, todavia o número de comprimentos de onda ao longo do caminho inferior foi alterado. O preenchimento da célula com o gás aumentou o caminho inferior em

$$\Delta m = m_2 - m_1 = (n - 1) \frac{2d}{\lambda_{\text{vac}}} \quad (22.36)$$

comprimentos de onda. Cada aumento de um comprimento de onda causa uma mudança de franja brilhante para franja escura na saída, portanto o índice de refração pode ser determinado contando-se as alterações das franjas à medida que o recipiente é preenchido com o gás.

EXEMPLO 22.9 Medindo o índice de refração

Um interferômetro de Michelson usa luz de comprimento de onda $\lambda_{\text{vac}} = 633 \text{ nm}$ emitida por um laser de hélio-neônio. À medida que um pequeno recipiente de 4,00 cm de largura é lentamente preenchido com um gás, são vistas e contadas 43 mudanças de franja brilhante para franja escura. Qual é o índice de refração do gás para este comprimento de onda?

MODELO A presença do gás aumenta o número de comprimentos de onda em um dos braços do interferômetro. Cada comprimento de onda adicional causa uma mudança de franja brilhante para franja escura.

RESOLUÇÃO Rearranjando a Equação 22.36, obtemos o índice de refração:

$$n = 1 + \frac{\lambda_{\text{vac}} \Delta m}{2d} = 1 + \frac{(633 \times 10^{-7} \text{ m})(43)}{2(0,0400 \text{ m})} = 1,00034$$

AVALIÇÃO Pode parecer que este resultado tenha seis algarismos significativos, mas na verdade são apenas dois. O que estamos medindo não é n , e sim $n - 1$. Determinamos o valor da contagem de franjas com dois dígitos significativos, o que nos permitiu computar $n - 1 = \lambda_{\text{vac}} \Delta m / 2d = 3,4 \times 10^{-4}$.

Holografia

Nenhuma discussão da óptica ondulatória estaria completa sem mencionar a holografia, que possibilita aplicações científicas e artísticas. A idéia básica é uma simples extensão da interferometria.

A FIGURA 22.23a mostra como é feito um **holograma**. Um separador de feixe divide um feixe de laser em duas ondas. Uma delas ilumina o objeto de interesse. A luz espalhada pelo objeto é uma onda muito complexa, mas é a onda que você veria se olhasse para o objeto a partir da posição do filme. A outra onda, chamada de *feixe de referência*, é refletida diretamente em direção ao filme. A luz espalhada e o feixe de referência se encontram no filme e lá interferem. O filme, portanto, grava o padrão de interferência.

Os padrões de interferência que analisamos neste capítulo são padrões simples, formados por franjas ou círculos, porque as ondas luminosas usadas foram ondas planas e esféricas bem comportadas. A onda luminosa espalhada pelo objeto da Figura 22.23a é

complexa demais. Como resultado, o padrão de interferência gravado no filme – o holograma – é um padrão aparentemente aleatório de espirais e manchas. A FIGURA 22.23b é uma fotografia ampliada de uma porção de um holograma. Certamente não é óbvio que as informações estejam armazenadas neste padrão, mas de fato elas estão.

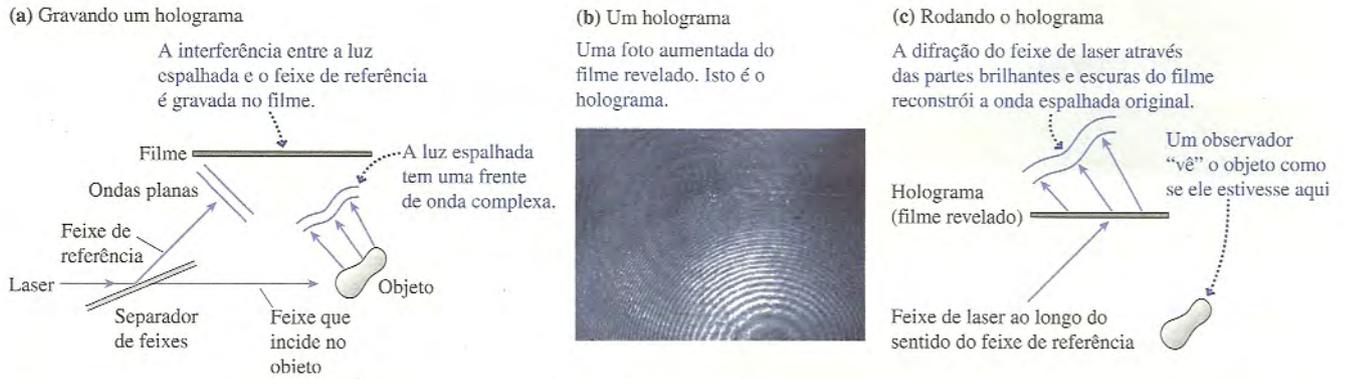


FIGURA 22.23 A holografia é uma aplicação importante da óptica ondulatória.

O holograma é “passado” enviando apenas o feixe de referência através dele, como visto na FIGURA 22.23c. O feixe de referência difrata através das partes transparentes do holograma, assim como o faria através das fendas de uma rede de difração. Convenientemente, a onda difratada é *exatamente igual* à onda luminosa que fora espalhada pelo objeto! Em outras palavras, o feixe de referência difratado *reconstrói* a onda original que fora espalhada. À medida que você olha para a onda difratada, do outro lado do holograma, você “vê” o objeto exatamente como se ele estivesse lá. A visão é tridimensional porque, ao mover sua cabeça com relação ao holograma, você poderá ver diferentes porções da frente de onda.

RESUMO

O objetivo do Capítulo 22 foi compreender e aplicar o modelo ondulatório para a luz.

Princípios gerais

O princípio de Huygens afirma que cada ponto de uma frente de onda é fonte de uma pequena ondulação esférica. Em um instante posterior, a frente de onda é a curva que tangencia todas as ondulações naquele instante.



A difração é o desvio de uma onda ao passar por uma abertura.

A interferência construtiva e destrutiva devem-se à superposição de duas ou mais ondas quando elas se propagam atrás de aberturas.



Conceitos importantes

O modelo ondulatório considera a luz como uma onda que se propaga através do espaço. A difração e a interferência são muito importantes. O modelo geométrico considera que a luz se desloca em linhas retas, como se fosse formada por pequenas partículas. A difração e a interferência não são relevantes.

A difração é importante quando a largura do padrão de difração de uma abertura é igual ou maior do que o tamanho da própria abertura. Para uma abertura circular, o limite entre os domínios de validade do modelo ondulatório e do modelo geométrico ocorre para uma abertura com diâmetro $D_c = \sqrt{2,44\lambda L}$.

Na prática, $D_c \approx 1$ mm. Portanto,

- Use o modelo ondulatório quando a luz passa por aberturas com tamanhos < 1 mm. Os efeitos da difração geralmente são importantes.
- Use o modelo geométrico quando a luz passa por aberturas com tamanhos > 1 mm. A difração geralmente não é importante.

Aplicações

Fenda simples de largura a .
Um máximo central claro com largura

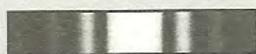
$$w = \frac{2\lambda L}{a}$$

é ladeado por máximos secundários mais fracos. Franjas escuras estão localizadas em ângulos tais que

$$a \sin \theta_p = p\lambda \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

Se $\lambda/a \ll 1$, então, com base na aproximação para pequenos ângulos,

$$\theta_p = \frac{p\lambda}{a} \quad y_p = \frac{p\lambda L}{a}$$



Interferência devido à divisão de frentes de onda

As ondas se superpõem quando se propagam atrás das fendas. A interferência construtiva ocorre ao longo de linhas antinodais. As franjas brilhantes são vistas onde as linhas antinodais interceptam a tela de visualização.

Fenda dupla com separação d .

Franjas brilhantes igualmente espaçadas se localizam em

$$\theta_m = \frac{m\lambda}{d} \quad y_m = \frac{m\lambda L}{d} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

O espaçamento entre as franjas é $\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$

Rede de difração com espaçamento d entre fendas.

Franjas muito claras e estreitas se localizam em ângulos e posições dadas por

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad y_m = L \tan \theta_m$$



Abertura circular com diâmetro D .

Um máximo central claro com diâmetro de

$$w = \frac{2,44\lambda L}{D}$$

é cercado por máximos secundários circulares. A primeira franja escura está localizada em

$$\theta_1 = \frac{1,22\lambda}{D} \quad y_1 = \frac{1,22\lambda L}{D}$$

Para uma abertura de formato qualquer, um tamanho menor da abertura causa um grande espalhamento da onda por trás do anteparo contendo a abertura.



Interferência devido à divisão da amplitude

Um interferômetro divide uma onda, faz com que as duas novas ondas percorram caminhos diferentes e, depois, as recombina. A interferência será construtiva se uma das ondas percorrer um número inteiro de comprimentos de onda a mais ou a menos do que a outra onda. A diferença pode se dever a uma diferença de caminho real ou a um índice de refração diferente ao longo de um dos caminhos.

Interferômetro de Michelson

Quando o espelho M_2 é deslocado em uma distância ΔL_2 , o número de alterações de franja brilhante para franja escura é

$$\Delta m = \frac{\Delta L_2}{\lambda/2}$$

Termos e notação

óptica
difração
modelos da luz
óptica ondulatória
óptica geométrica

fenda dupla
franjas de interferência
máximo central
espaçamento entre as franjas, Δy
rede de difração

ordem, m
espectroscopia
difração de fenda simples
máximos secundários
princípio de Huygens

abertura circular
interferômetro
separador de feixes
holograma



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

QUESTÕES CONCEITUAIS

1. A **FIGURA Q22.1** mostra ondas luminosas que passam por duas fendas estreitamente espaçadas. O gráfico representa a intensidade da luz em uma tela atrás das fendas. Reproduza esses eixos do gráfico, incluindo o zero e as marcas que indicam a localização das franjas de fenda dupla, depois desenhe um gráfico que mostre como o padrão de intensidade de luz se parecerá se a fenda direita for bloqueada, permitindo-se que a luz passe apenas através da fenda esquerda. Explique seu raciocínio.

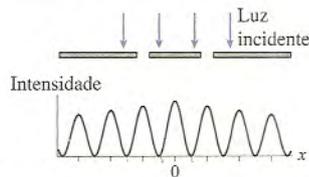


FIGURA Q22.1

2. Em um experimento de interferência de fenda dupla, quais das seguintes ações (pode haver mais de uma) fariam com que o espaçamento entre as franjas aumentasse? (a) Aumentar o comprimento de onda da luz. (b) Aumentar o espaçamento entre as fendas. (c) Aumentar a distância da tela de visualização. (d) Submergir todo o arranjo experimental na água.
3. Considere a **FIGURA Q22.3**, que mostra a tela de visualização de um experimento de fenda dupla.
- O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se o comprimento de onda da luz for diminuído?
 - O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se o espaçamento entre as fendas for diminuído?
 - O que acontecerá ao espaçamento entre as franjas se a distância até a tela for diminuída?
 - Suponha que o comprimento de onda da luz seja 500 nm. Quão mais afastado da fenda esquerda está o ponto da tela no centro da franja E em relação à fenda direita?

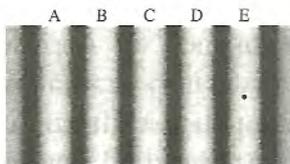


FIGURA Q22.3

4. A **FIGURA Q22.3** mostra o padrão de interferência visto em uma tela de visualização atrás de 2 fendas. Suponha que elas fossem substituídas por 20 fendas com o mesmo espaçamento d entre fendas adjacentes.
- O número de franjas na tela aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
 - O espaçamento entre as franjas aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
 - A largura de cada franja aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterada?
 - O brilho de cada franja aumentaria, diminuiria ou permaneceria inalterado?
5. A **FIGURA Q22.5** mostra a intensidade de luz na tela de visualização atrás de uma fenda simples de largura a . O comprimento de onda da luz é λ . Decida se $\lambda < a$, $\lambda = a$, $\lambda > a$, ou isso não é possível saber? Explique.



FIGURA Q22.5

6. A **FIGURA Q22.6** mostra a intensidade de luz na tela de visualização atrás de uma abertura circular. O que acontecerá com a largura do máximo central se:
- O comprimento de onda for aumentado?
 - O diâmetro da abertura for aumentado?
 - Como será a aparência da tela se o diâmetro da abertura for menor do que o comprimento de onda da luz usada?



FIGURA Q22.6

7. Franjas estreitas e brilhantes são observadas atrás de uma rede de difração. A seguir, todo o arranjo experimental é imerso em água. Na tela, as franjas se aproximam, se afastam, permanecem inalteradas ou desaparecem? Explique.
8. a. Luz verde incide em um orifício com 100 mm de diâmetro e é observada em uma tela. Se o diâmetro do orifício for aumentado em 20%, o diâmetro do ponto circular luminoso na tela diminuirá, aumentará ou permanecerá inalterado? Explique.
b. Luz verde incide em um orifício de $100 \mu\text{m}$ de diâmetro e é observada em uma tela. Se o diâmetro do orifício for aumentado em 20%, o ponto circular luminoso na tela diminuirá, aumentará ou permanecerá inalterado? Explique.
9. A FIGURA Q22.9 mostra um tubo no qual se propagam ondas sonoras com $\lambda = 4,0 \text{ cm}$ da esquerda para a direita. A onda se divide na primeira junção e se recombina na segunda. Os pontos e os triângulos assinalados indicam as posições das cristas de onda em $t = 0 \text{ s}$ – bem como um diagrama de frente de onda muito simples.
- a. Que distância *extra* a onda superior deve percorrer? Essa distância extra equivale a quantos comprimentos de onda?

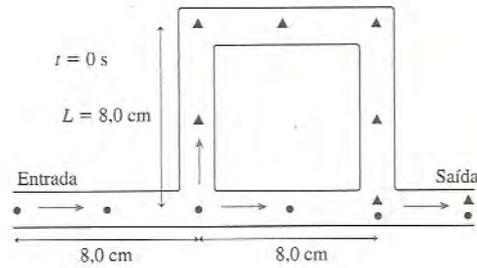


FIGURA Q22.9

- b. As ondas recombinadas interferem construtiva ou destrutivamente? Explique.
10. Um interferômetro de Michelson é ajustado para mostrar interferência construtiva (um ponto central brilhante no padrão de franjas da Figura 22.21) quando a luz usada tem comprimento de onda λ . Se o comprimento de onda for alterado para $\lambda/2$, o ponto central permanecerá brilhante, tornar-se-á escuro ou as franjas desaparecerão? Explique. Suponha que as franjas sejam vistas por meio de um detector sensível aos dois comprimentos de onda.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 22.2 Interferência luminosa

1. Duas fendas estreitas, separadas por $50 \mu\text{m}$ de distância, são iluminadas por luz de comprimento de onda igual a 500 nm . Qual é o ângulo, em radianos, correspondente à franja brilhante de ordem $m = 2$? Quanto vale este ângulo em graus?
2. Luz com comprimento de onda de 500 nm ilumina uma fenda dupla, e o padrão de interferência é observado em uma tela. Na posição da franja brilhante correspondente a $m = 2$, quão mais afastada ela está da fenda mais distante que dá mais próxima?
3. Uma fenda dupla é iluminada simultaneamente com luz laranja de comprimento de onda de 600 nm e com outra luz de comprimento de onda desconhecido. A franja brilhante correspondente a $m = 4$ devido ao comprimento de onda desconhecido se sobrepõe à franja laranja clara correspondente a $m = 3$ devido ao comprimento de onda conhecido. Qual é o valor do comprimento de onda desconhecido?
4. Um experimento de fenda dupla é realizado com luz de comprimento de onda igual a 600 nm . As franjas brilhantes de interferência se encontram à distância de $1,8 \text{ mm}$ da tela de visualização. Qual será o espaçamento entre as franjas se o comprimento de onda da luz usada for alterado para 400 nm ?
5. Luz de comprimento de onda igual a 600 nm ilumina uma fenda dupla. O padrão de intensidade mostrado na FIGURA EX22.5 é visto em uma tela posicionada $2,0 \text{ m}$ atrás das fendas. Qual é o espaçamento (em mm) entre as fendas?

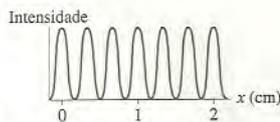


FIGURA EX22.5

6. Luz proveniente de uma lâmpada de sódio ($\lambda = 589 \text{ nm}$) ilumina duas fendas estreitas. O espaçamento entre as franjas em uma tela posicionada 150 cm atrás das fendas é de $4,0 \text{ mm}$. Qual é o espaçamento (em mm) entre as duas fendas?

7. Um padrão de interferência de fenda dupla é criado por duas fendas estreitas com espaçamento de $0,20 \text{ mm}$ entre si. Em uma tela posicionada 60 cm atrás das fendas, a distância entre o primeiro e o quinto mínimo é $6,0 \text{ mm}$. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada no experimento?
8. A luz emitida por um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) ilumina duas fendas estreitas. O padrão de interferência é observado em uma tela posicionada $3,0 \text{ m}$ atrás das fendas. Doze franjas brilhantes são vistas ao longo de uma distância de 52 mm na tela. Qual é o espaçamento (em mm) entre as fendas?

Seção 22.3 Redes de difração

9. Uma rede de difração de $1,0 \text{ cm}$ de largura possui 1000 fendas. Ela é iluminada por luz de comprimento de onda de 550 nm . Quais são os ângulos (em graus) das duas primeiras ordens de difração?
10. Uma rede de difração produz um máximo de primeira ordem correspondente a um ângulo de $20,0^\circ$. Qual é o ângulo correspondente ao máximo de segunda ordem?
11. Luz de comprimento de onda de 600 nm ilumina uma rede de difração. O máximo de segunda ordem corresponde a um ângulo de $39,5^\circ$. Quantas linhas por milímetro a rede possui?
12. Um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) ilumina uma rede de difração. A distância entre as duas franjas brilhantes correspondentes a $m = 1$ é de 32 cm , em uma tela posicionada $2,0 \text{ m}$ atrás da rede. Qual é o espaçamento entre as fendas da rede?
13. Os dois comprimentos de onda predominantes na luz emitida por uma lâmpada de hidrogênio são 656 nm (luz vermelha) e 486 nm (luz azul). A luz de uma lâmpada de hidrogênio ilumina uma rede de difração com 500 linhas/mm, e a luz difratada é observada em uma tela posicionada $1,5 \text{ m}$ atrás da rede. Qual é a distância entre as franjas de primeira ordem vermelhas e azuis?
14. Uma rede de difração com 500 linhas/mm é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 510 nm . Quantas franjas brilhantes são vistas em uma tela de $2,0 \text{ m}$ de largura posicionada $2,0 \text{ m}$ atrás da rede?

Seção 22.4 Difração de fenda simples

15. I Um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) ilumina uma fenda simples e é observado em uma tela posicionada 1,5 m atrás da fenda. A distância entre o primeiro e o segundo mínimos do padrão de difração é 4,75 mm. Qual é a largura (em mm) da fenda?
16. I Em um experimento com uma fenda simples, a largura da mesma é 200 vezes maior do que o comprimento de onda da luz usada. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
17. I O segundo mínimo do padrão de difração de uma fenda com 0,10 mm de largura corresponde ao ângulo de $0,70^\circ$. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
18. I Luz de comprimento de onda de 600 nm ilumina uma fenda simples. O padrão de intensidade mostrado na FIGURA EX22.18 é observado em uma tela posicionada 2,0 m atrás das fendas. Qual é a largura (em mm) da fenda?

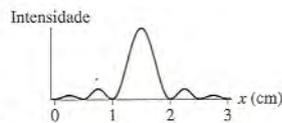


FIGURA EX22.18

19. II Uma fenda com 0,50 mm de largura é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 550 nm. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
20. II Você precisa usar o telefone celular, que transmite um sinal de 800 MHz, mas está atrás de prédios enormes que absorvem ondas de rádio, sendo de 15 m a distância entre os prédios. Qual é a largura angular, em graus, da onda eletromagnética depois que ela emerge entre os prédios?
21. II A abertura de uma caverna é uma rachadura alta com 30 cm de largura. Um morcego que se prepara para sair da caverna emite um guincho ultra-sônico de 30 kHz. Qual é a largura do “feixe de som” a 100 m fora da entrada da caverna? Considere $v_{\text{som}} = 340 \text{ m/s}$.

Seção 22.5 Difração em aberturas circulares

22. I Um orifício com 0,50 mm de largura é iluminado por luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Qual é a largura (em mm) do máximo central em uma tela posicionada 2,0 m atrás da fenda?
23. I Luz infravermelha de comprimento de onda igual a $2,5 \mu\text{m}$ ilumina um orifício com 0,20 mm de diâmetro. Qual é o ângulo correspondente à primeira franja escura em radianos? E em graus?
24. II A luz de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) passa por uma abertura circular e é observada em uma tela posicionada 4,0 m atrás da abertura. A largura do máximo central é 2,5 cm. Qual é o diâmetro (em mm) do orifício?
25. II Você deseja fotografar um padrão de difração circular cujo máximo central tem um diâmetro de 1,0 cm. Você dispõe de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) e de um anteparo com um orifício de 0,12 mm de diâmetro. A que distância atrás do furo você deve posicionar a tela de visualização?

Seção 22.6 Interferômetros

26. I Deslocar o espelho M_2 de um interferômetro de Michelson em $100 \mu\text{m}$ causa 500 alterações de franjas brilhantes em franjas escuras. Qual é o comprimento de onda da luz usada?
27. I Um interferômetro de Michelson usa luz vermelha com comprimento de onda igual a 656,45 nm emitida por uma lâmpada de hidrogênio. Quantas alterações de franjas escuras para claras serão observadas se o espelho M_2 for deslocado exatamente em 1 cm?

28. II Um interferômetro de Michelson usa luz cujo comprimento de onda vale 602,446 nm. O espelho M_2 é lentamente deslocado, enquanto são observadas 33.198 alterações de franjas brilhantes para escuras. Em que distância M_2 foi deslocado? Certifique-se de expressar a resposta com o número adequado de algarismos significativos.
29. I Um interferômetro de Michelson usa luz emitida por uma lâmpada de sódio. Os átomos de sódio emitem luz com comprimentos de onda de 589,0 nm e 589,6 nm. O interferômetro é inicialmente ajustado com ambos os braços de mesmo comprimento ($L_1 = L_2$), produzindo um ponto claro no centro do padrão de interferência visto na tela. Em que distância o espelho M_2 deve ser deslocado a fim de que um comprimento de onda produza um novo máximo a mais do que o outro comprimento de onda?

Problemas

30. II A FIGURA P22.30 mostra a intensidade de luz em uma tela de visualização posicionada 2,5 m atrás de uma abertura. A abertura é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 600 nm.
- a. A abertura é uma fenda simples ou uma fenda dupla? Explique.
- b. Se a abertura é uma fenda simples, quanto vale a sua largura? Caso seja uma fenda dupla, quanto vale o espaçamento entre as fendas?

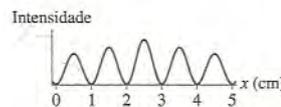


FIGURA P22.30

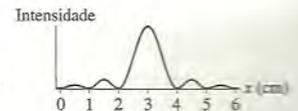


FIGURA P22.31

31. I A FIGURA P22.31 representa a intensidade de luz em uma tela de visualização situada 2,5 m atrás de uma abertura. A abertura é iluminada com luz de comprimento de onda igual a 600 nm.
- a. A abertura é uma fenda simples ou uma fenda dupla? Explique.
- b. Se a abertura é uma fenda simples, quanto vale a sua largura? Caso ela seja uma fenda dupla, quanto vale o espaçamento entre as fendas?
32. I Em um experimento de fenda dupla, a separação entre as fendas é 200 vezes maior do que o comprimento de onda da luz usada. Qual é a separação angular (em graus) entre duas franjas brilhantes adjacentes?
33. II Um padrão de interferência de fenda dupla revela um espaçamento entre franjas de 4,0 mm. A que distância do máximo central está a primeira posição em que a intensidade é igual a I_1 ?
34. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma fenda dupla. O espaçamento entre as fendas é 0,20 mm, e o comprimento de onda da luz é 600 nm. Qual é a distância das fendas até a tela?

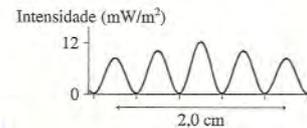


FIGURA P22.34

35. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela situada atrás de uma fenda dupla. O espaçamento entre as fendas é 0,20 mm, e a tela está posicionada 2,0 m atrás das fendas. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
36. II A FIGURA P22.34 representa a intensidade luminosa em uma tela situada atrás de uma fenda dupla. Suponha que uma das fendas esteja coberta. Qual será a intensidade da luz no centro da tela produzida pela luz restante?

37. || Uma rede de difração com 500 linhas/mm refrata luz visível em 30° . Qual é o comprimento de onda da luz usada?
38. || A luz passa por uma rede com 200 linhas/mm e é observada em uma tela com 1,0 m de largura posicionada 1,0 m atrás da rede. Três franjas brilhantes são vistas nos dois lados do máximo central. Quais são os valores mínimos e máximos possíveis para o comprimento de onda (em nm) da luz usada?
39. || Átomos de hélio emitem luz em diversos comprimentos de onda. A luz emitida por uma lâmpada de hélio ilumina uma rede de difração e é observada em uma tela posicionada 50,0 cm atrás da rede. A emissão no comprimento de onda 501,5 nm produz uma franja brilhante de primeira ordem a 21,90 cm do máximo central. Qual é o comprimento de onda que produz uma franja brilhante a 31,60 cm do máximo central?
40. || A luz emitida pelo elemento X passa por uma rede de difração com 1200 linhas/mm. O padrão de difração é observado em uma tela posicionada 75,0 cm atrás da rede. As franjas brilhantes são vistas na tela a distâncias de 56,2 cm, 65,9 cm e 93,5 cm em relação ao máximo central. Nenhuma outra franja é observada.
- Qual é o valor de m correspondente a cada um desses comprimentos de onda difratados? Explique por que apenas um valor é possível de ser visto.
 - Quais são os comprimentos de onda luminosa emitidos pelo Elemento X?
41. || Uma rede de difração com 600 linhas/mm é iluminada por luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Uma tela de visualização bastante larga está posicionada 2,0 m atrás da rede.
- Qual é a distância entre as duas franjas brilhantes correspondentes a $m = 1$?
 - Quantas franjas brilhantes podem ser vistas na tela?
42. || Uma rede de difração é iluminada simultaneamente por luz vermelha de comprimento de onda de 660 nm e por luz de comprimento de onda desconhecido. O máximo de quinta ordem produzido pelo comprimento de onda desconhecido se sobrepõe exatamente ao máximo de terceira ordem produzido pela luz vermelha. Qual é o valor do comprimento de onda desconhecido?
43. || A luz branca (400-700 nm) incidente em uma rede de difração com 600 linhas/mm produz um arco-íris de luz difratada. Qual é a largura do arco-íris de primeira ordem em uma tela posicionada 2,0 m atrás da rede?
44. || Para o seu projeto em uma feira de ciências, você precisa projetar uma rede de difração que dispersará o espectro visível (400-700 nm) ao longo de $30,0^\circ$ em primeira ordem.
- Quantas linhas por milímetro a sua rede precisará conter?
 - Qual será o ângulo de difração correspondente à primeira ordem para a luz emitida por uma lâmpada de sódio ($\lambda = 589$ nm)?

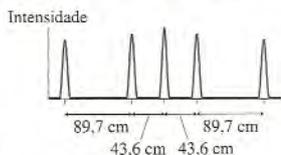


FIGURA P22.45

46. || A FIGURA P22.45 mostra o padrão de interferência em uma tela posicionada 1,0 m atrás de uma rede de difração. O comprimento de onda da luz é igual a 600 nm. Quantas linhas por milímetro esta rede contém?
47. || A luz proveniente de uma lâmpada de sódio ($\lambda = 589$ nm) ilumina uma fenda estreita e é observada em uma tela situada 75 cm atrás

da fenda. A distância entre a primeira e a terceira franjas brilhantes é de 7,5 mm. Qual é a largura (em mm) da fenda?

48. || As asas de alguns besouros contêm linhas paralelas de melanina estreitamente espaçadas, fazendo com que a asa se comporte como uma rede de reflexão. Suponha que a luz solar incida diretamente sobre a asa de um besouro. Se as linhas de melanina da asa estiverem espaçadas por $2,0 \mu\text{m}$, qual será o ângulo correspondente à difração de primeira ordem para luz verde ($\lambda = 550$ nm)?



49. || A FIGURA P22.49 mostra o padrão de interferência de segunda ordem visto em uma tela 1,50 m atrás de uma rede de difração. O maior dos dois comprimentos de onda que produz o padrão vale 610 nm. Quanto vale o menor dos dois comprimentos de onda?



FIGURA P22.49

50. || Para qual razão entre largura de fenda e comprimento de onda o primeiro mínimo de um padrão de difração produzido em uma fenda simples corresponde a (a) 30° , (b) 60° e (c) 90° ?
51. || Qual é a largura de uma fenda para a qual o primeiro mínimo corresponde a 45° quando a fenda é iluminada por um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633$ nm)?
52. || A luz de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633$ nm) incide sobre uma fenda simples. Qual é a maior largura de fenda para a qual não ocorrem mínimos no padrão de difração?
53. || A FIGURA P22.53 mostra a intensidade luminosa em uma tela atrás de uma fenda simples. A largura da fenda é 0,20 mm, e a tela encontra-se 1,5 m atrás da fenda. Qual é o comprimento de onda (em nm) da luz usada?

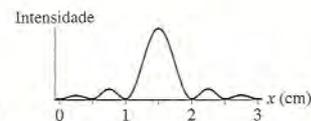


FIGURA P22.53

54. || A FIGURA P22.53 representa a intensidade de luz em uma tela atrás de uma fenda simples. O comprimento de onda da luz é de 600 nm, e a largura da fenda vale 0,15 mm. Qual é a distância da fenda até a tela?
55. || A FIGURA P22.53 mostra a intensidade luminosa em uma tela posicionada atrás de uma abertura circular. O comprimento de onda da luz é 500 nm, e a tela encontra-se 1,0 m atrás da fenda. Qual é o diâmetro (em mm) da abertura?
56. || A luz de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633$ nm) ilumina uma abertura circular. Observa-se que o diâmetro do máximo central, em uma tela posicionada 50 cm atrás da abertura, equivale ao diâmetro da imagem geométrica. Qual é o diâmetro (em mm) da abertura?
57. || Um dia, após baixar a persiana da janela, você nota que a luz solar passa por um pequeno furo na persiana, projetando luz sobre uma região da parede oposta. Como recentemente estudou óptica nas aulas de física, você não fica tão surpreso ao ver que a porção iluminada da parede parece conter um padrão de difração circular.

O máximo central aparenta ter uma largura de aproximadamente 1 cm, e você estima que a distância da persiana até a parede seja de aproximadamente 3 m. Estime (a) o comprimento de onda médio da luz solar (em nm) e (b) o diâmetro do furo (em mm).

58. || Um radar de rastreamento de aeronaves emite um feixe de microondas de 12 GHz por uma antena circular de radar com 2,0 m de diâmetro. Do ponto de vista ondulatório, a antena constitui uma abertura circular na qual as microondas sofrem difração.
- Qual é o diâmetro do feixe de radar a uma distância de 30 km?
 - Se a antena emite 100 kW de potência, qual é a intensidade média de microondas a 30 km de distância?
59. || Um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$) é construído com um tubo de vidro de diâmetro interno de 1,0 mm, como mostrado na FIGURA P22.59. Um espelho transmite parcialmente a luz interna a fim de permitir que saia do tubo um feixe de laser. Uma descarga elétrica dentro do tubo faz com que ele brilhe com luz emitida pelo neônio. Do ponto de vista óptico, o feixe de laser é uma onda luminosa que sofre difração ao passar pela abertura circular com 1,0 mm de diâmetro.

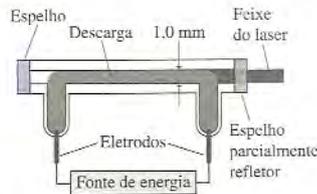


FIGURA P22.59

- Um feixe de laser pode se propagar *perfeitamente* paralelo, sem tornar-se mais largo? Justifique sua resposta, seja ela afirmativa ou negativa
 - O ângulo θ_1 correspondente ao primeiro mínimo é chamado de *ângulo de abertura* do feixe emitido por um laser. Qual é o ângulo de abertura deste feixe de laser?
 - Qual é o diâmetro (em mm) do feixe de laser após ter percorrido 3,0 m?
 - Qual é o diâmetro do feixe de laser após ter percorrido 1,0 km?
60. || Para medir a distância até a Lua com grande precisão, os cientistas usam um *telêmetro a laser*. Um breve pulso de laser é emitido para a Lua, depois se mede o intervalo de tempo transcorrido para que o "eco" seja visto por um telescópio na Terra. Todo feixe de laser se alarga à medida que se propaga por ter sofrido difração ao passar pela abertura circular de saída do laser. A fim de que a luz refletida na Lua seja suficientemente intensa para ser detectável, a área da Lua iluminada pelo laser não deve ter mais do que 1,0 km de diâmetro. Consegue-se que o feixe atinja na Lua um diâmetro menor do que este usando um laser especial com um grande diâmetro de saída. Se $\lambda = 532 \text{ nm}$, qual é o diâmetro mínimo da abertura circular pela qual sai o feixe do laser? A distância Terra-Lua é de aproximadamente 384.000 km.
61. || Luz de comprimento de onda igual a 600 nm passa por duas fendas separadas por 0,20 mm e é observada em uma tela posicionada 1,0 m atrás das fendas. O local do máximo central está marcado na tela, e sua coordenada é tomada como $y = 0$.
- A que distância se encontram as franjas brilhantes correspondentes a $m = 1$ nos dois lados de $y = 0$?
 - Um pedaço de vidro muito fino é colocado sobre uma fenda. Como a luz se propaga mais lentamente no vidro do que no ar, a onda que atravessa vidro atrasa-se $5,0 \times 10^{-16} \text{ s}$ em relação à onda que passa pela outra fenda. A que fração do período da onda luminosa equivale este atraso?
 - Com o pedaço de vidro no lugar, qual é a diferença de fase $\Delta\phi_0$ entre as duas ondas quando elas emergem das fendas?
62. || Uma rede de difração com 600 linhas/mm encontra-se dentro de um tanque vazio de um aquário. O índice de refração do vidro das paredes é $n_{\text{vidro}} = 1,50$. Fora do aquário, encontra-se um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$), o qual atravessa a parede de vidro e ilumina a rede de difração.
- Qual é o ângulo de difração do feixe de laser correspondente à primeira ordem?
 - Qual será o ângulo de difração de primeira ordem para o feixe do laser depois que o aquário for enchido com água ($n_{\text{água}} = 1,33$)?
63. || Você ajusta um interferômetro de Michelson com um laser de hélio-neônio ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). Após ajustar o espelho M_2 de modo a produzir um ponto brilhante no centro do padrão, delicadamente você afasta M_2 do separador de feixes e conta 1200 novos pontos brilhantes no centro durante o afastamento. A seguir, você guarda o laser. Mais tarde, outro aluno deseja restaurar o interferômetro à sua condição inicial, entretanto, equivocadamente, ele escolhe uma lâmpada de hidrogênio e usa a emissão de 656,5 nm dos átomos de hidrogênio como luz. Assim, ele conta 1200 novos pontos brilhantes enquanto lentamente aproxima M_2 do separador de feixes. Qual é o deslocamento resultante de M_2 quando o estudante termina de movimentar o espelho? Com respeito à situação original, agora M_2 estará mais próximo ou mais distante do separador de feixes?
64. || Um interferômetro de Michelson que opera com luz de comprimento de onda igual a 600 nm contém um pequeno recipiente de vidro, com 2,00 cm de comprimento, em um de seus braços. Inicialmente o ar é bombeado para fora da célula, e o espelho M_2 é ajustado para produzir um ponto brilhante no centro do padrão de interferência. A seguir, uma válvula é aberta e o ar é lentamente admitido no recipiente. O índice de refração do ar a uma pressão de 1,00 atm é de 1,00028. Quantas alterações de franjas brilhantes para escuras são observadas enquanto o recipiente se enche de ar?
65. || No vácuo, uma determinada onda luminosa tem um comprimento de onda igual a 500 nm.
- Qual será o comprimento de onda dessa luz quando ela se propagar na água ($n_{\text{água}} = 1,33$)?
 - Suponha que uma lâmina de água com 1,0 mm de espessura seja inserida em um dos braços de um interferômetro de Michelson. Quantos comprimentos de onda "extras" a luz percorre, agora, neste braço?
 - Que número de franjas a introdução dessa lâmina de água deslocará no padrão de interferência?
66. || Um pedaço de vidro com 0,10 mm de espessura é inserido em um dos braços de um interferômetro de Michelson que opera com luz de comprimento de onda igual a 500 nm. Isso faz com que o padrão das franjas seja deslocado em 200 franjas. Qual é o índice de refração do vidro usado?
67. || Computadores ópticos necessitam de comutadores ópticos microscópicos para ligar e desligar sinais. Um dispositivo usado para isso, e que pode ser implementado em um circuito integrado, é o *interferômetro de Mach-Zender*, representado esquematicamente na FIGURA P22.67. A luz infravermelha ($\lambda = 1,000 \mu\text{m}$) emitida por um laser implementado em um *chip* eletrônico é dividida em duas ondas que percorrem distâncias iguais nos braços do interferômetro. Um dos braços contém um *crystal eletro-óptico*, um material transparente capaz de alterar seu índice de refração em resposta a uma voltagem aplicada. Suponha que os dois braços tenham exatamente o mesmo comprimento e que o índice de refração do cristal, quando nenhuma voltagem é aplicada, também seja de 1,522.

- a. Sem voltagem aplicada, a saída é brilhante (comutador fechado, sinal óptico passando) ou escura (comutador aberto, ausência de sinal)? Explique.
- b. Qual é o primeiro valor de índice de refração do cristal eletro-óptico, maior do que 1,522, que inverte o comutador óptico em relação à situação descrita no item a?

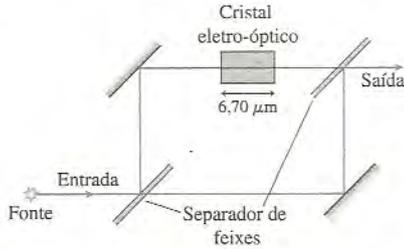


FIGURA P22.67

68. Para ilustrar uma das idéias da holografia de maneira simples, considere uma rede de difração com espaçamento d entre as fendas. A aproximação para pequenos ângulos geralmente não é válida para redes de difração, pois d é apenas ligeiramente maior do que λ , todavia suponha que a razão λ/d para esta rede seja suficientemente pequena para que a aproximação de pequenos ângulos seja válida.
 - a. Use a aproximação de pequenos ângulos a fim de obter uma expressão para o espaçamento entre as franjas vistas a uma distância L atrás da rede.
 - b. Ao invés de uma tela, suponha que você coloque um pedaço de filme à distância L atrás da rede. As franjas brilhantes irão revelar o filme, mas os espaços escuros intermediários deixarão o filme não-revelado. Depois de revelado, o filme consistirá de uma série de faixas brilhantes e escuras alternadas. E se você, agora, "rodasse" o filme usando-o como uma rede de difração? Em outras palavras, o que aconteceria se você incidisse um feixe de laser sobre o filme e observasse o padrão de difração produzido pelo filme em uma tela posicionada à mesma distância L ? Mostre que o padrão de difração do filme será uma reprodução da rede de difração original.

Problemas desafiadores

69. Um experimento de fenda dupla é montado usando laser de hélio-neônio ($\lambda = 633 \text{ nm}$). A seguir, um pedaço de vidro ($n = 1,50$) muito fino é posicionado sobre uma das fendas. Em consequência, o ponto central da tela fica ocupado pelo que era a franja escura correspondente a $m = 10$. Qual é a espessura do pedaço de vidro?
70. A intensidade do máximo central de um padrão de interferência de fenda dupla é $4I_1$. A intensidade do primeiro mínimo é nula. A que fração da distância do máximo central ao primeiro mínimo corresponde a distância na qual a intensidade é I_1 ?
71. A luz composta por dois comprimentos de onda muito parecidos, $\lambda + \Delta\lambda$ e λ , onde $\Delta\lambda \ll \lambda$, incide sobre uma rede de difração. A separação entre as fendas da rede é d .
 - a. Mostre que a separação angular entre esses dois comprimentos de onda na franja de ordem m é

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(dm)^2 - \lambda^2}}$$

- b. Átomos de sódio emitem luz de $589,0 \text{ nm}$ e $589,6 \text{ nm}$. Quais são as separações angulares (em graus) produzidas por uma rede de difração com 600 linhas/mm , em primeira e em segunda ordem, entre os dois comprimentos de onda?

72. A FIGURA PD22.72 mostra dois picos de intensidade luminosa quase sobrepostos, do tipo que você produziria com uma rede de difração (ver Figura 22.8b). Na prática, os dois picos estarão no limite de separação visual se o espaçamento Δy entre eles for igual à largura w de cada pico, onde w corresponde ao ponto onde a intensidade é igual à metade da intensidade de pico. Dois picos que estejam mais próximos um do outro do que w se confundirão em um único pico. Podemos usar essa idéia para analisar a resolução de uma rede de difração.
 - a. Na aproximação de pequenos ângulos, a posição do pico correspondente a $m = 1$ produzido por uma rede de difração incide no mesmo local que a franja correspondente a $m = 1$ produzida por uma fenda dupla: $y_1 = \lambda L/d$. Suponha que dois comprimentos de onda que diferem em $\Delta\lambda$ entre si passem simultaneamente por uma rede. Obtenha uma expressão para Δy , a separação entre os picos de primeira ordem.
 - b. Observamos que as larguras das franjas brilhantes são proporcionais a $1/N$, onde N é o número de fendas da rede. Formulamos a hipótese de que a largura das franjas seja dada por $w = y_1/N$. Demonstre que isso é verdadeiro para o padrão de fenda dupla. Consideraremos, então, que isso seja verdadeiro quando N aumenta.
 - c. Use seus resultados nos itens a e b, junto com a idéia de que $\Delta y_{\text{min}} = w$ para obter uma expressão de $\Delta\lambda_{\text{min}}$, a diferença mínima entre os comprimentos de onda (em primeira ordem) para a qual as franjas de difração estão no limite de resolução.
 - d. Átomos do hidrogênio comum emitem luz vermelha com comprimento de onda de $656,45 \text{ nm}$. No caso do deutério, que é um isótopo "pesado" de hidrogênio, o comprimento de onda correspondente é $656,27 \text{ nm}$. Qual é o número mínimo de fendas que uma rede de difração deve ter para que esses dois comprimentos de onda do padrão de difração de primeira ordem estejam no limite de resolução?

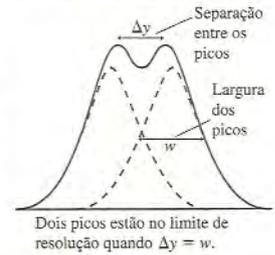


FIGURA PD22.72

73. A análise das redes de difração feita neste capítulo supõe que a luz incidisse perpendicularmente à rede. A FIGURA PD22.73 mostra uma onda plana que se aproxima de uma rede de difração segundo um ângulo ϕ .
 - a. Demonstre que os ângulos θ_m correspondentes à interferência construtiva são dados pela equação de rede

$$d(\sin\theta_m + \sin\phi) = m\lambda$$

onde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Os ângulos são considerados positivos se estão acima da linha horizontal, e negativos em caso contrário.

- b. Os dois máximos de primeira ordem, $m = +1$ e $m = -1$, não são mais simétricos em relação ao centro. Encontre θ_1 e θ_{-1} para uma luz de 500 nm que incida segundo $\phi = 30^\circ$ sobre uma rede com 600 linhas/mm .

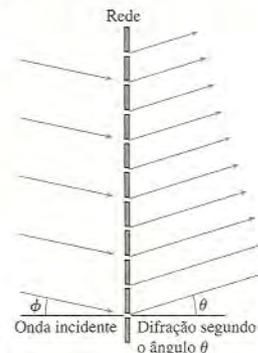


FIGURA PD22.73

74. A FIGURA PD22.74 mostra uma luz de comprimento de onda λ que incide em uma rede de reflexão de espaçamento d segundo um ângulo ϕ . Desejamos descobrir os ângulos θ_m para os quais ocorre interferência construtiva.
- A figura mostra os caminhos 1 e 2 ao longo dos quais as duas ondas se deslocam e interferem. Obtenha uma expressão para a diferença de caminho $\Delta r = r_2 - r_1$ entre elas.
 - Usando o resultado obtido no item anterior, obtenha agora outra equação (análoga à Equação 22.15) dos ângulos θ_m para os quais a difração ocorre quando a luz incide com ângulo ϕ . Observe que m pode ser um número inteiro negativo na sua expressão, o que indicaria que o caminho 2 é mais curto do que o caminho 1.
 - Mostre que a difração de ordem zero é simplesmente uma “reflexão”, ou seja, $\theta_0 = \phi$.
 - Luz de comprimento de onda igual a 500 nm incide segundo $\phi = 40^\circ$ sobre uma rede de reflexão com 700 linhas de reflexão/mm. Determine todos os ângulos θ_m para os quais a luz é difratada. Valores negativos de θ_m devem ser interpretados como correspondentes a ângulos à esquerda da vertical.
 - Desenhe uma figura que mostre um único raio de luz de 500 nm incidindo a $\phi = 40^\circ$ e também todas as ondas difratadas segundo os ângulos corretos.

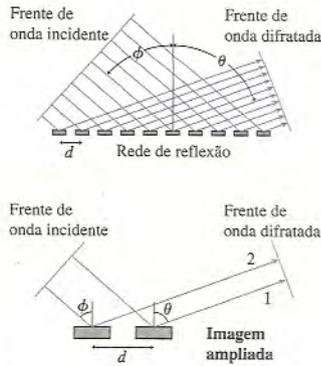


FIGURA PD22.74

75. A câmera escura com um furo de alfinete mostrada na FIGURA PD22.75 forma imagens de objetos distantes ao permitir que apenas um feixe estreito de raios luminosos passe pelo orifício e atinja o filme. Se a luz consistisse de partículas, você poderia tornar a imagem cada vez mais nítida (à custa de torná-la cada vez mais escura) fazendo a abertura cada vez menor. Na prática, a difração da luz na abertura circular limita a nitidez máxima que se pode obter. Considere dois pontos luminosos distantes, como dois postes de luz distantes. Cada um produzirá um padrão de difração circular no filme. As duas imagens estarão no limite de resolução se o máximo central de uma delas incidir sobre a primeira franja escura da outra imagem. (Este é o chamado critério de Rayleigh, e no Capítulo 24 exploraremos suas conseqüências na fabricação de instrumentos ópticos.)
- A máxima nitidez de uma imagem ocorre quando o diâmetro do máximo central é igual ao diâmetro do furo. Qual é o melhor tamanho do orifício de uma câmera escura com um furo de alfinete na qual o filme esteja posicionado 20 cm atrás do furo? Suponha que $\lambda = 550 \text{ nm}$, o que corresponde ao valor médio para a luz visível.
 - Para este diâmetro do furo, qual será o ângulo (em graus) entre duas fontes distantes que se encontrem no limite de resolução?
 - Qual é a distância entre dois postes, ambos a 1 km de distância do observador, para a qual os objetos estão no limite de resolução?

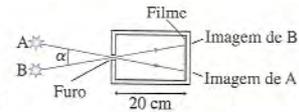


FIGURA PD22.75

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 22.1: b. As linhas antinodais vistas na Figura 22.3b são divergentes.

Pare e Pense 22.2: Menor. A luz de comprimento de onda mais curto não se propaga com a mesma rapidez que a luz de comprimento de onda mais longo. O espaçamento das franjas Δy é diretamente proporcional ao comprimento de onda λ .

Pare e Pense 22.3: d. Comprimentos de onda maiores correspondem a ângulos de difração maiores. A luz vermelha tem um comprimento

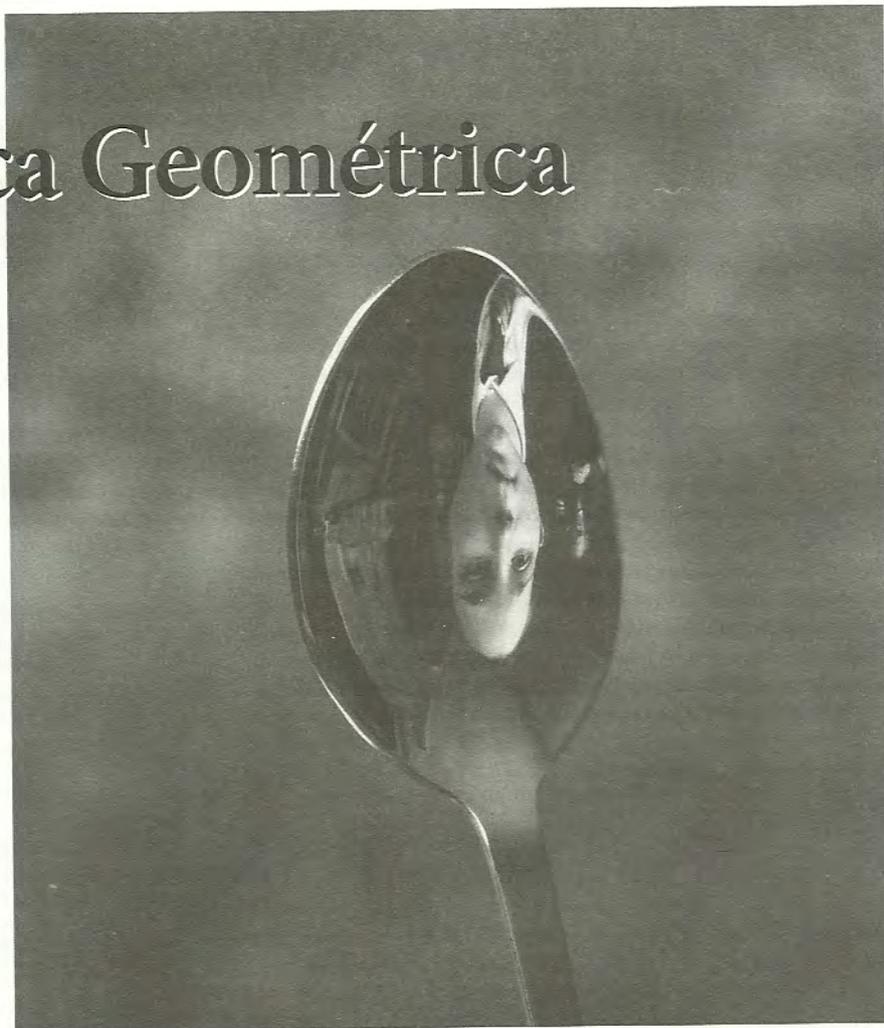
de onda maior do que a luz violeta, portanto aquela luz é difratada para mais longe do centro.

Pare e Pense 22.4: b ou **c.** Aumentou a largura do máximo central, que é proporcional a λ/a . Isto poderia ocorrer porque o comprimento de onda aumentou ou porque a largura da fenda diminuiu.

Pare e Pense 22.5: d. Deslocar M_1 em λ diminuirá r_1 em 2λ . Deslocar M_2 em λ aumentará r_2 em 2λ . Conjuntamente, as duas ações alterarão a diferença de caminho em $\Delta r = 4\lambda$.

23 Óptica Geométrica

Uma colher brilhante constitui um belo espelho curvo. Mas por que a imagem está de cabeça para baixo?



► Olhando adiante

Os objetivos do Capítulo 23 são compreender e usar o modelo de raios luminosos. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Usar o modelo de raios luminosos.
- Calcular os ângulos de reflexão e de refração.
- Compreender as cores e o fenômeno da dispersão luminosa.
- Usar o traçado de raios para analisar sistemas formados por lentes e espelhos.
- Usar a teoria da refração para calcular as propriedades de sistemas de lentes.

◀ Em retrospectiva

O material deste capítulo depende do modelo ondulatório da luz. Revise:

- Seção 20.5 Ondas luminosas e índice de refração
- Seções 22.1 e 22.5 O modelo ondulatório e o modelo geométrico para a luz

Os humanos sempre foram fascinados pela luz. Espelhos simples são encontrados em antigos sítios arqueológicos no Egito e na China. Por volta de 1500 a.C., nossos ancestrais haviam aprendido a iniciar fogueiras focando a luz solar por meio de uma lente simples. A partir daí, é apenas um pequeno passo para se conseguir perfurar buracos com um feixe do laser focado.

No Capítulo 22 introduzimos os três modelos para a luz, mas enfatizamos a óptica ondulatória relacionada à interferência e à difração. Neste capítulo e no seguinte analisaremos sistemas ópticos básicos, como espelhos e lentes, em relação às trajetórias em linha reta da luz. Isto é a *óptica geométrica*, um tema de imenso valor prático. O modelo de raios luminosos agora estará no centro do palco, mas a óptica ondulatória fará um retorno de surpresa no Capítulo 24, quando explorarmos os limites de desempenho dos sistemas ópticos.

23.1 O modelo de raios luminosos

Uma lanterna emite um feixe luminoso na escuridão da noite. Os raios solares entram em um quarto escuro através de um pequeno orifício na persiana. Os feixes de laser são ainda mais bem definidos. Nossa experiência cotidiana de que a luz se desloca em linhas retas constitui a base do *modelo de raios luminosos*.

O modelo de raios é uma simplificação exagerada da realidade, entretanto, apesar disso, é muito útil em seu domínio de validade. Em particular, o modelo de raios luminosos é válido contanto que quaisquer aberturas através das quais passe a luz (lentes, espelhos e orifícios) sejam muito grandes quando comparadas ao comprimento de onda da luz usada. Em tais aberturas, a difração e os outros aspectos ondulatórios da luz são desprezíveis e podem ser ignorados. A análise da Seção 10.5 constatou que o limite do domínio de validade da óptica ondulatória e da óptica geométrica ocorre para aberturas com diâmetros da ordem de 1 mm.

As lentes e os espelhos são, quase sempre, maiores do que 1 mm, de modo que o modelo geométrico para a luz é uma base excelente para a óptica prática de formação de imagens.

Para começar, vamos definir um **raio luminoso** como sendo uma linha orientada ao longo da qual a energia luminosa se propaga. Um raio luminoso é uma idéia abstrata, e não uma entidade física ou uma “coisa”. Qualquer feixe luminoso estreito, como o feixe do laser visto na FIGURA 23.1, é, na verdade, um conjunto de muitos raios luminosos paralelos uns aos outros. Pode-se considerar um único raio luminoso como o caso limite de um feixe do laser cujo diâmetro se aproxima de zero. Feixes de laser são boas aproximações para raios luminosos, certamente adequados para demonstrar o comportamento de um raio, todavia qualquer feixe do laser real é um conjunto de muitos raios paralelos.

A tabela a seguir destaca cinco idéias e pressuposições básicas do modelo de raios luminosos, num modelo geométrico para a luz.

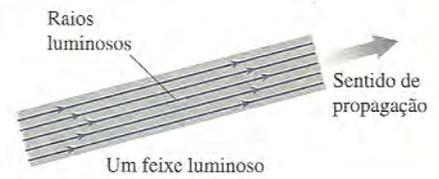
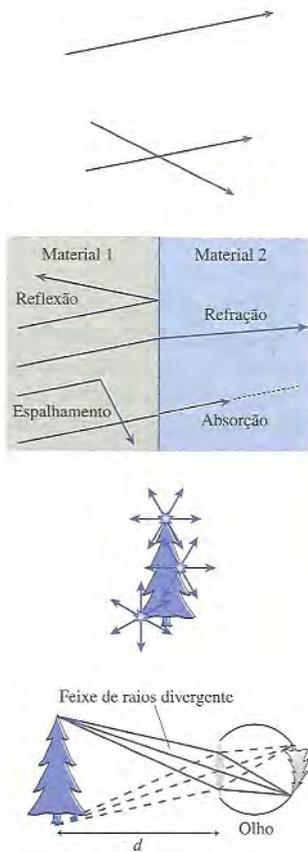


FIGURA 23.1 Um feixe do laser ou um raio de sol é um conjunto de raios luminosos paralelos entre si.

O modelo de raios luminosos



Raios luminosos se propagam em linhas retas.

A luz se propaga através de um material transparente em linhas retas chamadas de raios luminosos. A velocidade da luz é $v = c/n$, onde n é o índice de refração do material.

Raios luminosos podem se cruzar.

Raios luminosos não interagem uns com os outros. Dois raios podem se cruzar sem serem afetados de forma alguma.

Um raio luminoso se propaga indefinidamente, a menos que interaja com a matéria.

Um raio luminoso continua para sempre, a menos que tenha uma interação com a matéria que faça com que o raio mude de sentido ou seja absorvido. A luz interage com a matéria de quatro maneiras diferentes:

- Em uma interface entre dois materiais, a luz pode ser *refletida* ou *refratada*.
- Em um material, a luz pode ser *espalhada* ou *absorvida*.

Essas interações serão discutidas mais adiante neste capítulo.

Todo objeto é uma fonte de raios luminosos.

Qualquer **objeto** constitui uma fonte de raios luminosos. Os raios se originam de todos os pontos do objeto, e cada ponto dele emite raios em todas as direções. Não faremos distinção entre objetos que emitem luz própria e objetos refletores.

O olho enxerga ao focar um feixe de raios divergentes.

O olho “enxerga” um objeto quando feixes de raios divergentes emitidos de cada ponto do objeto entram na pupila e são focados para formar uma imagem sobre a retina. (A formação de imagens será discutida mais adiante neste capítulo.) Dos movimentos que a lente do olho precisa fazer para focar a imagem, o cérebro “calcula a distância d na qual os raios se originam e você percebe o objeto como localizado neste ponto.

Objetos

A FIGURA 23.2 ilustra a idéia de que os objetos podem emitir *luz própria*, como o Sol, as chamas e as lâmpadas, ou serem *refletores*. A maioria dos objetos é refletora. Uma árvore, a menos que esteja pegando fogo, é vista ou fotografada por causa da luz solar ou da radiação celeste difusa que é refletida. Pessoas, casas e esta página do livro refletem a luz emitida por fontes de luz própria. Neste capítulo, não estamos interessados em como a luz se origina, mas em como ela se comporta após deixar o objeto.

Os raios luminosos provenientes de um objeto são emitidos em todas as direções e sentidos, mas você não tem *consciência* dos raios luminosos a menos que eles entrem na pupila de seu olho. Conseqüentemente, a maioria dos raios luminosos passa completamente despercebida. Por exemplo, os raios luminosos se propagam do Sol para a árvore na Figura 23.2, mas você não está consciente disso, a não ser que a árvore reflita alguns deles em direção ao seu olho. Ou considere um raio laser. Você provavelmente já notou que é quase impossível ver um feixe de um laser quando se está posicionado lateralmen-



FIGURA 23.2 Objetos que emitem luz própria e objetos refletores.

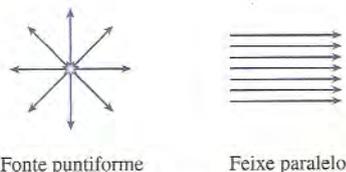


FIGURA 23.3 Fontes puntiformes e feixes paralelos representam objetos idealizados.

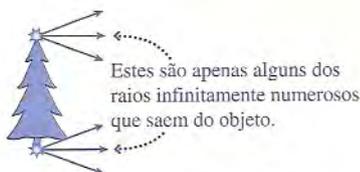


FIGURA 23.4 Um diagrama de raios simplifica a situação mostrando apenas alguns raios.

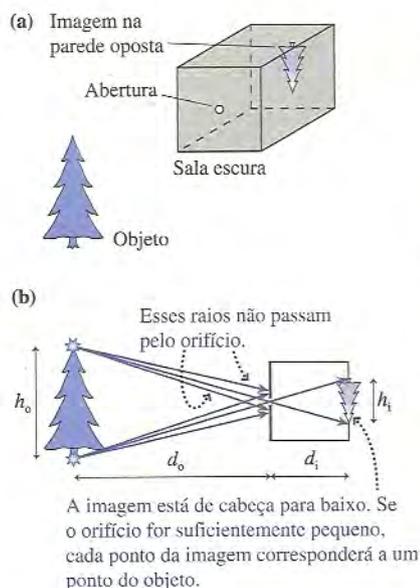


FIGURA 23.5 Uma câmera escura.

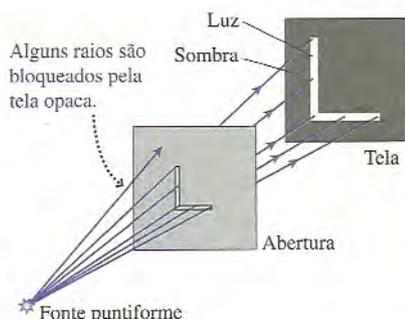


FIGURA 23.6 A luz que atravessa uma abertura.

te em relação ao mesmo, a menos que exista pó no ar. O pó espalha alguns dos raios luminosos em direção ao seu olho, mas na ausência de pó você ficaria completamente inconsciente acerca de um feixe do laser muito poderoso que passa por você. **Os raios luminosos existem independentemente de serem vistos.**

A **FIGURA 23.3** mostra dois conjuntos idealizados de raios luminosos. Os raios divergentes emitidos por uma **fonte puntiforme** são emitidos em todas as direções e sentidos. É útil pensar em cada ponto de um objeto como uma fonte puntiforme de raios luminosos. Um **feixe paralelo** de raios poderia ser um feixe do laser. De forma alternativa, ele poderia representar também um *objeto distante*, como uma estrela, tão distante que os raios que chegam ao observador são praticamente paralelos uns aos outros.

Diagramas de raios

Os raios se originam de *todos* os pontos de um objeto e se propagam externamente em *todas* as direções e sentidos, mas um diagrama que tentasse mostrar todos esses raios pareceria irremediavelmente caótico e confuso. Para simplificar a figura, geralmente usamos um **diagrama de raios** que mostra apenas alguns deles. Por exemplo, a **FIGURA 23.4** é um diagrama de raios mostrando apenas alguns raios que saem dos pontos superiores e inferiores do objeto e se propagam para a direita. Esses raios serão suficientes para revelar como o objeto é representado por meio de lentes ou espelhos.

NOTA ▶ Diagramas de raios constituem a base para uma *representação pictórica* que usaremos neste capítulo. Tenha o cuidado de não pensar que um diagrama de raios mostre todos os raios emitidos. Os raios mostrados no diagrama são apenas um subconjunto dos raios infinitamente numerosos que saem do objeto. ◀

Aberturas

Uma forma popular de entretenimento durante os tempos da Roma antiga era uma visita à **câmera obscura**, termo que significa “sala escura” em latim. Como mostra a **FIGURA 23.5a**, uma câmera escura é uma sala escura com um único orifício pequeno que a comunica com o mundo exterior. Depois que os olhos se acostumavam com o escuro, os visitantes conseguiam ver uma imagem fraca, mas colorida, do mundo exterior formada sobre a parede oposta da sala. Entretanto, a imagem aparecia de cabeça para baixo! Uma *câmera com um orifício de alfinete* é uma versão em miniatura da câmera escura.

O orifício pelo qual a luz passa chama-se **abertura**. A **FIGURA 23.5b** usa o modelo de raios luminosos que passam por uma pequena abertura a fim de explicar como funciona a câmera escura. Cada ponto de um objeto emite raios luminosos em todas as direções e sentidos, todavia apenas alguns poucos raios passam pela abertura e atingem a parede traseira. Como ilustra a figura, a geometria dos raios faz com que a imagem apareça de cabeça para baixo.

Na verdade, como você deve ter percebido, cada ponto do objeto ilumina uma pequena, mas extensa, *parte* da parede. Isso ocorre porque o tamanho não-nulo da abertura — necessário para que a imagem seja brilhante o suficiente para ser vista — permite que diversos raios provenientes de cada ponto do objeto passem pela abertura segundo ângulos ligeiramente diferentes. Como resultado, a imagem é um pouco borrada e fora de foco. (A difração também se torna um fator importante se o orifício for muito pequeno.) Veremos mais tarde como uma câmera moderna, dotada de uma lente, melhora a câmera escura.

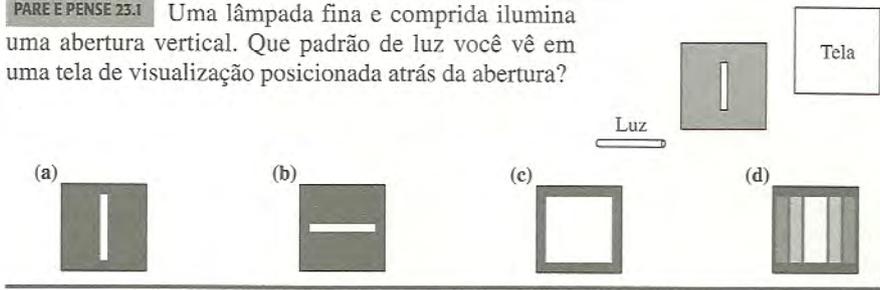
A partir dos triângulos semelhantes da Figura 23.5b, pode-se verificar que a altura do objeto e da imagem estão relacionadas por

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i}{d_o} \quad (23.1)$$

onde d_o é a distância até o objeto e d_i é a profundidade da câmera escura. Qualquer câmera escura realista possui $d_i < d_o$; logo, a imagem é menor do que o objeto.

Podemos aplicar o modelo de raios para aberturas mais complexas, como a abertura em formato de L da **FIGURA 23.6**. O padrão de luz visto na tela é encontrado traçando-se todos os caminhos em linha reta — as trajetórias dos raios — que começam na fonte puntiforme e passam pela abertura. Veremos na tela um L aumentado, com uma fronteira bem-definida entre a imagem e a sombra escura.

PARE E PENSE 23.1 Uma lâmpada fina e comprida ilumina uma abertura vertical. Que padrão de luz você vê em uma tela de visualização posicionada atrás da abertura?



23.2 Reflexão

A reflexão da luz é um fenômeno familiar de nosso cotidiano. Você enxerga seu reflexo no espelho do banheiro logo cedo, todas as manhãs, enxerga reflexos no retrovisor do carro enquanto dirige para a faculdade e o céu refletido em poças de água parada. A reflexão da luz em uma superfície lisa e regular, como um espelho ou um pedaço de metal polido, chama-se **reflexão especular**, do latim *speculum*, palavra que significa “espelho”.

A FIGURA 23.7a mostra um feixe de raios luminosos paralelos que se reflete em uma superfície semelhante a um espelho. Pode-se ver que os raios incidentes e refletidos estão em um plano que é normal, ou perpendicular, à superfície refletora. Uma perspectiva tridimensional mostra com precisão a relação entre os raios luminosos e a superfície, mas figuras como essa são difíceis de desenhar à mão livre. Em vez disso, costuma-se representar a reflexão por meio de uma representação pictórica mais simples como a da FIGURA 23.7b. Nesta figura,

- O plano da página corresponde ao plano de incidência e de reflexão. A superfície refletora se estende para dentro e para fora da página.
- Um *único* raio luminoso representa todo o feixe de raios paralelos. Trata-se de uma simplificação exagerada, mas que mantém claras a figura e a análise.

O ângulo θ_i entre o raio e uma reta perpendicular à superfície – chamada de *normal* à superfície – é denominado **ângulo de incidência**. Da mesma forma, o **ângulo de reflexão** θ_r é o ângulo formado entre o raio refletido e a normal à superfície. A **lei da reflexão**, facilmente demonstrável em experimentos simples, enuncia que

1. o raio incidente e o raio refletido estão no mesmo plano normal à superfície, e
2. o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: $\theta_r = \theta_i$.

NOTA ▶ Em cálculos de óptica, *sempre* se usa o ângulo medido a partir da normal, e não, o ângulo formado entre o raio e a superfície. ◀



A reflexão é um fenômeno cotidiano.

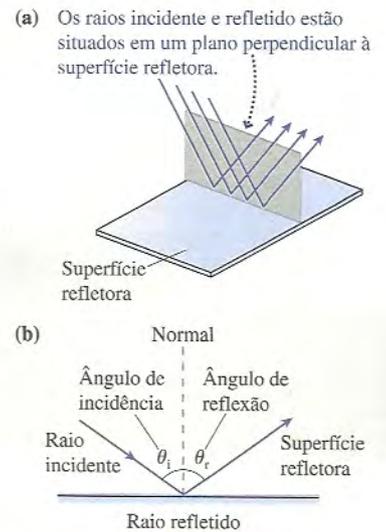


FIGURA 23.7 Reflexão especular da luz.

EXEMPLO 23.1 Luz refletindo de um espelho

O espelho de uma porta de armário tem 1,50 m de altura. A parte inferior do espelho encontra-se 0,50 m acima do chão. Uma lâmpada está pendurada a 1,00 m de distância horizontal da porta do armário, 2,50 m acima do piso. Qual é o comprimento da faixa do piso iluminada pela luz refletida no espelho?

MODELO Considere a lâmpada como uma fonte puntiforme e use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.8 é uma representação pictórica dos raios luminosos. Precisamos considerar apenas os dois raios que atingem as bordas do espelho. Todos os outros raios refletidos estarão entre esses dois.

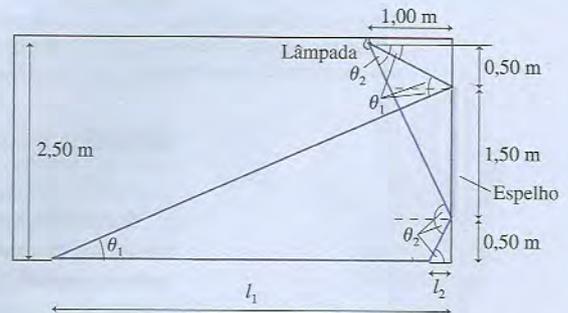


FIGURA 23.8 Representação pictórica de raios luminosos refletidos em um espelho.

Continua

RESOLUÇÃO Na Figura 23.8, usamos a lei da reflexão para ajustar os ângulos de reflexão e de incidência de maneira que eles fossem iguais. Os outros ângulos foram identificados através de geometria simples. Os dois ângulos de incidência são

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{0,50 \text{ m}}{1,00 \text{ m}} \right) = 26,6^\circ$$

$$\theta_2 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{2,00 \text{ m}}{1,00 \text{ m}} \right) = 63,4^\circ$$

As distâncias entre o plano do espelho e os pontos onde os raios atingem o chão são

$$l_1 = \frac{2,00 \text{ m}}{\text{tg } \theta_1} = 4,00 \text{ m}$$

$$l_2 = \frac{0,50 \text{ m}}{\text{tg } \theta_2} = 0,25 \text{ m}$$

Assim, o comprimento da faixa iluminada no piso é $l_1 - l_2 = 3,75 \text{ m}$.

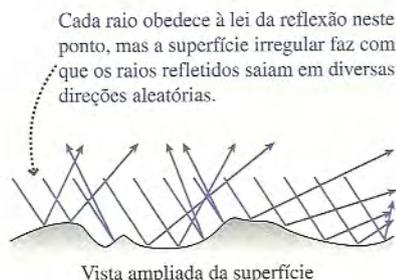


FIGURA 23.9 Reflexão difusa em uma superfície irregular.

Reflexão difusa

A maioria dos objetos é vista por causa da luz que eles refletem. No caso de uma superfície “irregular”, a lei da reflexão $\theta_r = \theta_i$ é obedecida em todos os pontos, mas as irregularidades da superfície fazem com que os raios refletidos tenham muitas direções aleatórias. Tal situação, mostrada na **FIGURA 23.9**, corresponde ao que denominamos **reflexão difusa**. É dessa maneira que você enxerga esta página, a sua mão, um amigo e assim por diante. A reflexão difusa é muito mais freqüente do que a reflexão especular semelhante à reflexão em um espelho.

Por superfície “irregular” queremos dizer uma superfície que é áspera ou irregular em comparação com o comprimento de onda da luz usada. Como comprimentos de onda luminosa visível são $\approx 0,5 \mu\text{m}$, qualquer superfície com textura, arranhões ou outras irregularidades maiores do que $1 \mu\text{m}$ causarão reflexão difusa ao invés de reflexão especular. Um pedaço de papel pode parecer bem suave ao toque, mas um microscópio mostraria que sua superfície consiste de fibras individuais bem maiores do que $1 \mu\text{m}$. Em contraste, as irregularidades de um espelho ou de um pedaço de metal polido são muito menores do que $1 \mu\text{m}$. A lei da reflexão é igualmente válida para reflexão especular e difusa, mas a natureza da superfície faz com que os resultados sejam diferentes.

O espelho plano

15.4

Uma das observações mais corriqueiras é a de que você pode se enxergar em um espelho. Como? A **FIGURA 23.10a** mostra raios provenientes de uma fonte puntiforme P que se refletem em um espelho. Considere o raio particular mostrado na **FIGURA 23.10b**. O raio refletido se propaga ao longo de uma linha que passa pelo ponto P' no “lado de trás” do espelho. Como $\theta_r = \theta_i$, a geometria simples implica que P' está à mesma distância do espelho, atrás do mesmo, que o ponto P está da frente do espelho, ou seja, $s' = s$.

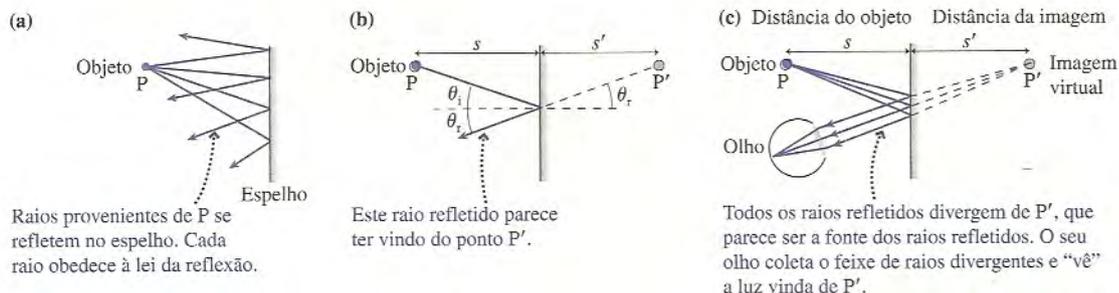


FIGURA 23.10 Raios luminosos refletidos em um espelho plano.

A localização do ponto P' da Figura 23.10b independe do valor de θ_i . Conseqüentemente, *todos* os raios refletidos se propagam ao longo de linhas retas que passam pelo *mesmo* ponto P'. Os raios luminosos originais divergem do ponto P, entretanto os raios refletidos agora divergem como se tivessem sido emitidos do ponto P'. Conseqüentemente, como mostra a **FIGURA 23.10c**, **todos os raios refletidos parecem provir do ponto P'**. No caso de um espelho plano, a distância s' até o ponto P' é igual à distância s até o objeto:

$$s' = s \text{ (espelho plano)} \tag{23.2}$$

Se os raios divergem a partir de um *ponto-objeto* P e interagem com um espelho de forma que os raios refletidos divirjam a partir do ponto P' e pareçam vir deste ponto, então chamamos P' de **imagem virtual** do ponto P. A imagem é “virtual” no sentido de que nenhum raio, de fato, sai de P', que se encontra na escuridão atrás do espelho. Porém, em relação a seu olho, os raios luminosos se comportam exatamente *como se* a luz realmente se originasse em P'. Assim, mesmo que você diga “Eu vejo P no espelho”, o que você está vendo, na realidade, é a imagem virtual de P. A distância s' é a *distância da imagem até* o espelho.

No caso de um objeto extenso, como o da FIGURA 23.11, cada ponto do objeto a partir do qual os raios atingem o espelho tem um ponto-imagem correspondente localizado a uma distância igual do espelho e no lado oposto ao do ponto-objeto. O olho captura e foca feixes de raios divergentes emitidos a partir de cada ponto-imagem a fim de enxergar a imagem inteira do objeto no espelho. Vale a pena destacar dois aspectos:

1. Os raios provenientes de cada ponto do objeto se propagam em todas as direções e atingem *todos os pontos* do espelho. Apenas alguns poucos raios entram em seu olho, todavia os outros raios são bem-reais e podem ser vistos por outros observadores.
2. Os raios provenientes dos pontos P e Q entram em seu olho após se refletirem em partes *diferentes* do espelho. É por isso que nem sempre você consegue enxergar a imagem inteira de um objeto em um espelho muito pequeno.

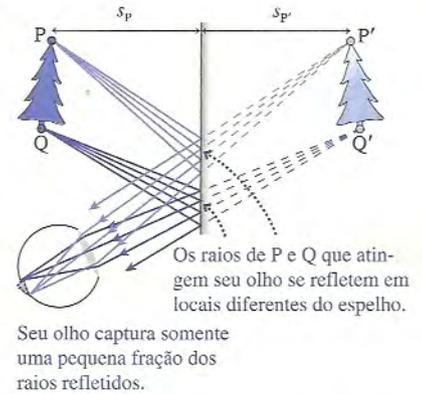


FIGURA 23.11 Cada ponto de um objeto extenso corresponde a um ponto-imagem localizado a uma distância igual do espelho, no lado oposto do mesmo.

EXEMPLO 23.2 Qual é a altura do espelho?

Se a sua altura é h , qual é o menor espelho de parede com o qual você consegue enxergar sua imagem inteira? Onde deve ser pendurada a parte superior do espelho?

MODELO Use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.12 é uma representação pictórica dos raios luminosos. Precisamos considerar apenas os dois raios que saem, respectivamente, de sua cabeça e de seus pés e que são refletidos em direção ao seu olho.

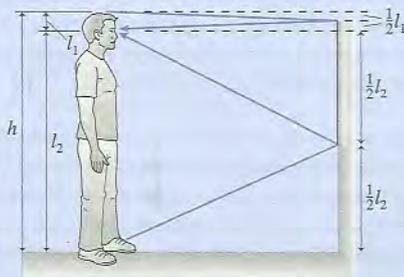


FIGURA 23.12 Representação pictórica dos raios luminosos provenientes de sua cabeça e de seus pés e que se refletem para o seu olho.

RESOLUÇÃO Denote a distância de seus olhos até o topo de sua cabeça por l_1 e a distância até seus pés por l_2 . Sua altura, portanto, é $h = l_1 + l_2$. Um raio luminoso proveniente do topo de sua cabeça, que se reflete no espelho satisfazendo a relação $\theta_i = \theta_r$, e entra em seu olho deve, por semelhança de triângulos, atingir o espelho a uma distância $\frac{1}{2}l_1$ acima dos olhos. Da mesma forma, um raio proveniente do pé até o olho atinge o espelho a uma distância $\frac{1}{2}l_2$ abaixo dos olhos. A distância entre estes dois pontos no espelho é $\frac{1}{2}l_1 + \frac{1}{2}l_2 = \frac{1}{2}h$. Um raio proveniente de qualquer outro lugar de seu corpo só atingirá seu olho se ele incidir no espelho em algum lugar entre esses dois pontos. As partes do espelho fora da faixa delimitada pelos dois pontos são irrelevantes, não porque os raios não os atinjam, mas porque os raios refletidos não atingem seu olho. Assim, o menor espelho com o qual você consegue ver sua imagem inteira é $\frac{1}{2}h$. Entretanto isso funcionará apenas se a parte superior do espelho estiver pendurada no ponto médio entre os olhos e o topo da cabeça.

AVALIAÇÃO É interessante notar que a resposta não depende da distância a que você está do espelho.

Esquerda e direita

A sabedoria popular afirma que um espelho “inverte a esquerda e a direita”. Mas por que, então, ele também não inverte a parte superior e a inferior do espelho? O que há de especial na esquerda e na direita?

Mantenha suas mãos à sua frente de forma que você consiga enxergar a costa da mão direita e a palma da mão esquerda. Se a iluminação for fraca e você conseguir enxergar somente os contornos das mãos, como na FIGURA 23.13, você saberia dizer qual é a “mão direita” e qual é a “mão esquerda”? Não! Diferentemente de “superior” e “inferior”, os termos “direita” e “esquerda” não possuem um significado absoluto, sem ambigüidade. Direita e esquerda são determinadas pela orientação de seu polegar *em relação à palma da mão*. Sem saber onde a palma está, você não consegue distinguir direita e esquerda.

De fato, um espelho não “inverte direita e esquerda” mais do que inverte o lado superior e o inferior. Em vez disso, um espelho inverte *frente e verso*. Mantenha sua mão direita com a palma afastada do seu corpo e o polegar apontando para a esquerda. Imagine que você gire a mão às avessas, no sentido de que tudo que se encontra no lado



FIGURA 23.13 Você saberia dizer que mão é esta?

da palma seja virado em sua direção e de que tudo que se encontra na costa da mão fique do lado mais afastado de você.

Seus dedos continuariam a apontar para cima e seu polegar ainda apontaria para a esquerda, todavia você veria a palma, ao invés da costa da mão. Não houve inversão superior/inferior e nem esquerda/direita, mas sua “mão direita” tornou-se uma “mão esquerda”.

PARE E PENSE 23.2 Dois espelhos planos formam um ângulo reto entre si. Quantas imagens da bola você pode enxergar nos espelhos?

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4



23.3 Refração

15.1-15.3

Desde a Antiguidade, sabe-se que duas coisas ocorrem quando um raio luminoso incide sobre a interface suave entre dois meios materiais transparentes, como a interface entre ar e vidro:

1. Parte da luz é refletida na interface, obedecendo à lei da reflexão. É assim que você vê reflexões em poças d'água ou em vitrines, embora a água e o vidro sejam transparentes.
2. Parte da luz segue para o segundo meio. Ela é *transmitida*, ao invés de refletida, todavia o raio transmitido tem sua direção alterada ao cruzar a interface. A transmissão da luz de um meio para o outro, mas com uma alteração de direção, é chamada de **refração**.



FIGURA 23.14 O feixe de um laser é refratado por um prisma de vidro. Pode-se ver também duas reflexões fracas saindo da superfície superior do prisma.

A fotografia da **FIGURA 23.14** mostra a refração do feixe de um laser ao atravessar um prisma de vidro. Observe que a direção do raio muda quando a luz entra e sai do vidro. Nesta seção nosso objetivo é entender a refração, de modo que, em geral, iremos ignorar a reflexão fraca e nos manter concentrados na luz que é transmitida.

NOTA ▶ Um material transparente através do qual a luz se propaga é chamado de *meio*. Este termo precisa ser usado com cuidado. O material, de fato, afeta a velocidade da luz, mas um material transparente difere do meio de propagação de uma onda sonora ou de uma onda na água no sentido de que as partículas do meio *não* oscilam enquanto a onda luminosa passa através dele. No caso de uma onda luminosa, é o campo eletromagnético que oscila. ◀

A **FIGURA 23.15a** mostra a refração de raios luminosos de um feixe luminoso paralelo, como o de um laser, e de raios emitidos por uma fonte puntiforme. É bom lembrar que um número infinito de raios incide na interface, mas nossa análise será simplificada se nos mantivermos concentrados em um único raio luminoso. A **FIGURA 23.15b** é um diagrama de raios que representa a refração de um único raio na interface entre o meio 1 e o meio 2.

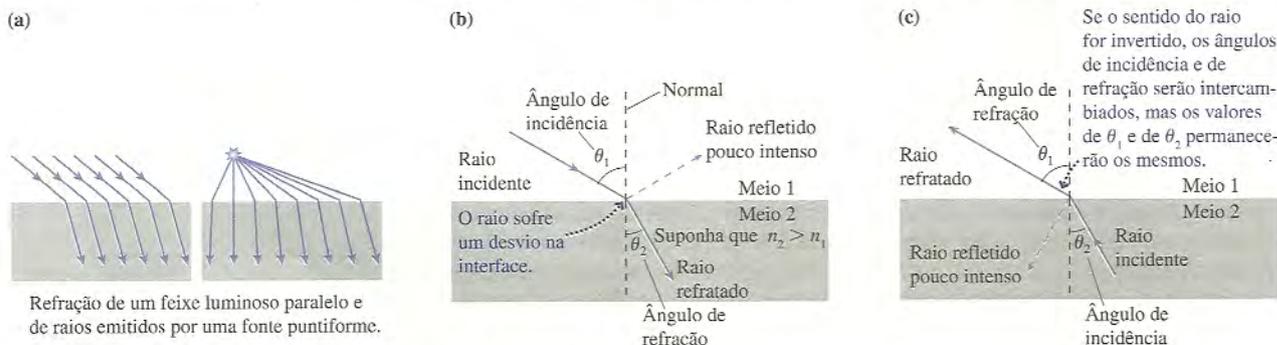


FIGURA 23.15 Refração de raios luminosos.

Seja θ_1 o ângulo formado entre o raio e a normal no meio 1, e θ_2 o ângulo análogo no meio 2. Para o meio no qual o raio se aproxima da interface, este é o *ângulo de incidência*, que definimos anteriormente. O ângulo no lado transmitido, *medido sempre a partir da normal*, é denominado **ângulo de refração**. Observe que θ_1 é o ângulo de incidência na Figura 23.15b e o ângulo de refração na **FIGURA 23.15c**, onde o raio se propaga em sentido oposto, mesmo que o valor de θ_1 não tenha mudado.

A refração foi estudada experimentalmente pela primeira vez pelo cientista árabe Ibn Al-Haitham por volta do ano 1000. Seu trabalho chegou à Europa quinhentos anos mais tarde, onde influenciou o cientista holandês Willebrord Snell. Em 1621, Snell propôs um enunciado matemático denominado “lei da refração”, ou, como conhecemos hoje, **lei de Snell**. Se o raio é refratado entre o meio 1 e o meio 2, cujos índices de refração são, respectivamente, n_1 e n_2 , os ângulos θ_1 e θ_2 dos dois raios nos dois meios se relacionam por

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{lei de Snell da refração}) \quad (23.3)$$

Observe que a lei de Snell não especifica qual é o ângulo incidente e qual é o ângulo refratado.

O índice de refração

Para Snell e seus contemporâneos, n era simplesmente o “índice do poder refrativo” de uma substância transparente. A relação entre o índice de refração e a velocidade da luz não foi descoberta até o desenvolvimento de uma teoria ondulatória da luz, no século XIX. A teoria prevê, e o experimento confirma a previsão, que a luz se propaga em um meio transparente, como o vidro ou a água, com uma velocidade *menor* do que sua velocidade c no vácuo. Definimos o *índice de refração* n de um meio transparente como

$$n = \frac{c}{v_{\text{meio}}} \quad (23.4)$$

onde v_{meio} é o módulo da velocidade da luz no meio. Isto implica, é claro, que $v_{\text{meio}} = c/n$. O índice de refração de um meio é sempre $n > 1$, exceto no vácuo, que corresponde exatamente a $n = 1$.

A Tabela 23.1 mostra valores medidos de n para diversos materiais. Existem muitos tipos de vidro, cada qual com um índice de refração ligeiramente diferente, então simplificaremos as coisas considerando $n = 1,50$ como um valor típico para o vidro. Note que o zircônio cúbico, usado para fabricar bijuterias, possui um índice de refração muito maior do que o do vidro, embora diferente do diamante.

Podemos aceitar a lei de Snell como, simplesmente, uma descoberta empírica acerca da luz. De forma alternativa, e talvez surpreendente, podemos usar o modelo ondulatório da luz para justificar a lei de Snell. As principais idéias de que precisamos são:

- As frentes de onda representam as cristas das ondas. Elas estão espaçadas por um comprimento de onda.
- O comprimento de onda em um meio com índice de refração n é $\lambda = \lambda_0/n$, onde λ_0 é o comprimento de onda no vácuo.
- As frentes de onda são perpendiculares à direção de propagação da onda. Conseqüentemente, as frentes de onda são perpendiculares aos raios.
- As frentes de onda devem ficar alinhadas quando uma onda passa de um meio para outro.

A **FIGURA 23.16** mostra o que acontece quando uma onda cruza a interface entre dois meios, onde consideramos que $n_2 > n_1$. **Como os comprimentos de onda diferem nos lados opostos da interface, as cristas de onda podem permanecer alinhadas apenas se as ondas nos dois meios estiverem se propagando em direções diferentes.** Em outras palavras, a onda deve ser refratada na interface a fim de manter suas cristas de onda alinhadas.

TABELA 23.1 Índices de refração

Meio	n
Vácuo	exatamente 1,00
Ar (real)	1,0003
Ar (aceito)	1,00
Água	1,33
Álcool etílico	1,36
Óleo	1,46
Vidro (comum)	1,50
Plástico poliestireno	1,59
Zircônio cúbico	2,18
Diamante	2,41
Silício (no infravermelho)	3,50

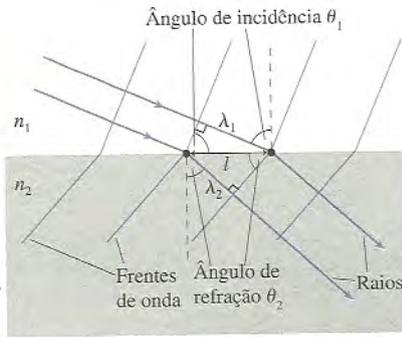


FIGURA 23.16 A lei de Snell é uma consequência do modelo ondulatório da luz.

Para analisar a Figura 23.16, considere o segmento da interface de comprimento l entre os dois pontos. Este segmento corresponde à hipotenusa comum de dois triângulos retângulos. A partir do triângulo superior, que tem um lado de comprimento λ_1 , vemos que

$$l = \frac{\lambda_1}{\sin \theta_1} \quad (23.5)$$

onde θ_1 é o ângulo de incidência. De forma análoga, a partir do triângulo inferior, onde θ_2 é o ângulo de refração, obtemos

$$l = \frac{\lambda_2}{\sin \theta_2} \quad (23.6)$$

Igualando essas duas expressões para l e usando $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$ e $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$, encontramos

$$\frac{\lambda_0}{n_1 \sin \theta_1} = \frac{\lambda_0}{n_2 \sin \theta_2} \quad (23.7)$$

A Equação 23.7 pode ser verdadeira apenas se

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (23.8)$$

a qual é a lei de Snell.

Exemplos de refração

Examine novamente a Figura 23.15. Quando o raio da Figura 23.15b se move do meio 1 para o meio 2, sendo $n_2 > n_1$, ele é desviado em direção à normal. Na Figura 23.15c, onde o raio se propaga do meio 2 para o meio 1, ele se afasta da normal. Esta é uma conclusão geral resultante da lei de Snell:

- Quando um raio é transmitido para um material com índice de refração maior, ele se desvia aproximando-se da normal.
- Quando um raio é transmitido para um material com índice de refração menor, ele se desvia afastando-se da normal.

Essa regra é a idéia central na análise de problemas sobre refração.

BOX TÁTICO 23.1

Analizando a refração



- 1 **Desenhe um diagrama de raios.** Represente o feixe luminoso com um raio.
- 2 **Desenhe uma linha normal à interface.** Faça isso em todos os pontos onde o raio cruza uma interface.
- 3 **Represente o raio se desviando no sentido correto.** O ângulo é maior no lado com menor índice de refração. Esta é uma aplicação qualitativa da lei de Snell.
- 4 **Denote o ângulo de incidência e o de refração.** Meça todos os ângulos a partir da normal.
- 5 **Use a lei de Snell.** Calcule o ângulo ou o índice de refração desconhecido.

Exercícios 11–15

EXEMPLO 23.3 Deflexão de um feixe do laser

Um feixe do laser é apontado para uma lâmina de vidro com 1,0 cm de espessura segundo um ângulo de 30° acima do vidro.

- a. Qual é a direção de propagação do feixe do laser no vidro?
- b. Qual é sua direção no ar do outro lado?
- c. Em que distância o feixe do laser é desviado?

MODELO Represente o feixe do laser por um único raio e use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.17 é uma representação pictórica em que os primeiros quatro passos do Box Tático 23.1 estão identificados. Note que o ângulo de incidência é $\theta_1 = 60^\circ$, e não, o valor de 30° fornecido no problema.

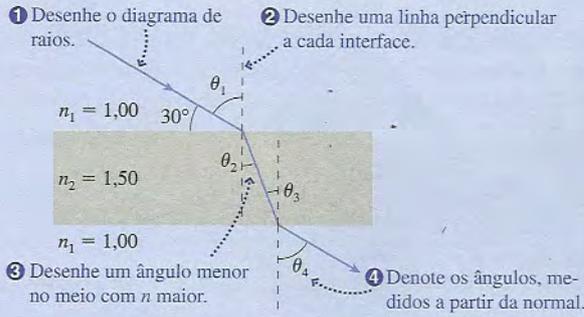


FIGURA 23.17 Diagrama de raios para um feixe de um laser que atravessa uma lâmina de vidro.

RESOLUÇÃO a. A lei de Snell, o passo final do Box Tático, é $n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2$. Usando $\theta_1 = 60^\circ$, verificamos que a direção de propagação no vidro é

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1} \left(\frac{n_1 \text{sen} \theta_1}{n_2} \right) = \text{sen}^{-1} \left(\frac{\text{sen} 60^\circ}{1,5} \right) = \text{sen}^{-1}(0,577) = 35,3^\circ$$

b. A lei de Snell para a segunda interface é $n_2 \text{sen} \theta_3 = n_1 \text{sen} \theta_4$. Pode-se verificar a partir da Figura 23.17 que os ângulos interiores são iguais: $\theta_3 = \theta_2 = 35,3^\circ$. Assim, o raio emerge de volta para o ar propagando-se segundo o ângulo

$$\theta_4 = \text{sen}^{-1} \left(\frac{n_2 \text{sen} \theta_3}{n_1} \right) = \text{sen}^{-1}(1,5 \text{sen} 35,3^\circ) = \text{sen}^{-1}(0,867) = 60^\circ$$

Trata-se do mesmo valor de θ_1 , o ângulo de incidência original. O vidro não altera a direção do feixe do laser.

c. Embora o feixe do laser que sai seja paralelo ao feixe do laser inicial, ele foi deslocado lateralmente pela distância d . A **FIGURA 23.18** mostra a geometria usada para determinar d . Usando a trigonometria, $d = l \text{sen} \phi$. Além disso, $\phi = \theta_1 - \theta_2$ e $l = t / \text{cos} \theta_2$, onde t é a espessura do vidro. Combinando estes resultados, obtemos

$$d = l \text{sen} \phi = \frac{t}{\text{cos} \theta_2} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{(1,0 \text{ cm}) \text{sen} 24,7^\circ}{\text{cos} 35,3^\circ} = 0,51 \text{ cm}$$

O vidro faz com que o feixe do laser seja deslocado lateralmente em 0,51 cm.

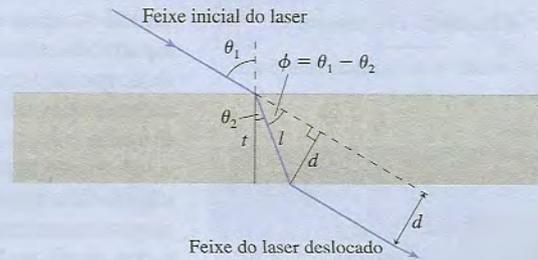


FIGURA 23.18 O feixe do laser é desviado lateralmente em uma distância d .

AVALIAÇÃO O feixe do laser sai do vidro propagando-se na mesma direção em que entrou. Este é um resultado geral para a luz que se propaga através de um meio delimitado por interfaces paralelas. Observe que o deslocamento d torna-se nulo no limite $t \rightarrow 0$. Trata-se de uma observação importante para quando chegarmos às lentes.

EXEMPLO 23.4 Medindo um índice de refração

A **FIGURA 23.19** mostra um feixe horizontal de um laser que é desviado por um prisma de $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$. Qual é o índice de refração do prisma?

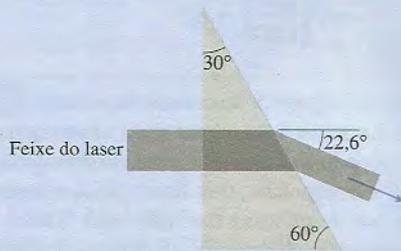
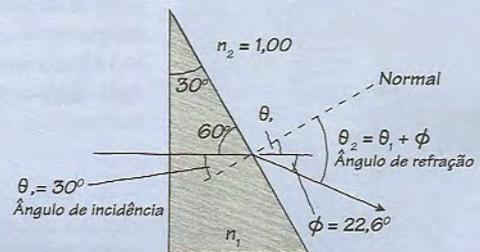


FIGURA 23.19 Um prisma desvia o feixe de um laser.

MODELO Represente o feixe de laser por um único raio e use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 23.20** foi desenhada seguindo-se os passos do Box Tático para um diagrama de raios. O raio incide perpendicularmente na face frontal do prisma ($\theta_{\text{incidente}} = 0^\circ$), portanto ele é transmitido sem desvio na primeira interface. Na segunda, é especialmente importante que se *desenhe a normal à superfície* no ponto de incidência e que se *meça os ângulos a partir da normal*.



θ_1 e θ_2 são medidos a partir da normal.

FIGURA 23.20 Representação pictórica do feixe de um laser que atravessa um prisma.

RESOLUÇÃO A partir da geometria do triângulo, pode-se concluir que o ângulo de incidência do laser sobre a hipotenusa do prisma é $\theta_1 = 30^\circ$, o mesmo ângulo do vértice do prisma. O raio sai do prisma segundo o ângulo θ_2 de modo que o desvio é $\phi = \theta_2 - \theta_1 = 22,6^\circ$. Assim, $\theta_2 = 52,6^\circ$. Conhecendo os dois ângulos e sabendo que $n_2 = 1,00$ para o ar, podemos usar a lei de Snell para determinar n_1 :

$$n_1 = \frac{n_2 \text{sen} \theta_2}{\text{sen} \theta_1} = \frac{1,00 \text{sen} 52,6^\circ}{\text{sen} 30^\circ} = 1,59$$

AVALIAÇÃO Consultando os índices de refração da Tabela 23.1, concluímos que o prisma é feito de plástico.



FIGURA 23.21 Um dos três feixes de laser sofre reflexão interna total.

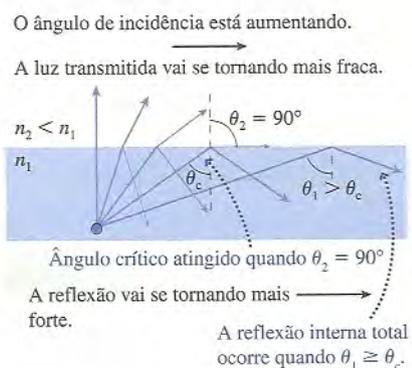


FIGURA 23.22 Refração e reflexão de raios conforme aumenta o ângulo de incidência.

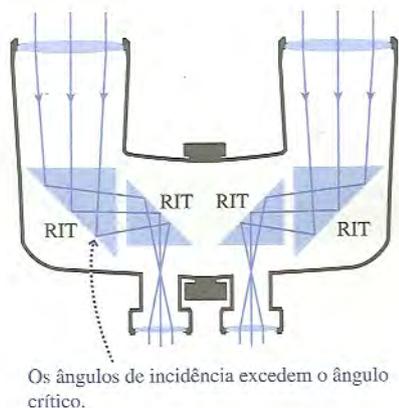


FIGURA 23.23 Binóculos e outros instrumentos ópticos fazem uso da reflexão interna total.

Reflexão interna total

O que teria acontecido no Exemplo 23.4 se o ângulo do prisma fosse de 45° em vez de 30° ? Os raios luminosos se aproximariam da superfície traseira do prisma segundo um ângulo de incidência $\theta_1 = 45^\circ$. Ao calcular o ângulo de refração segundo o qual o raio emerge no ar, encontramos

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 = \frac{1,59}{1,00} \sin 45^\circ = 1,12$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}(1,12) = ???$$

O ângulo θ_2 não pode ser calculado porque nenhum ângulo pode ter um seno maior do que 1. O raio não poderia ser refratado na interface. Em vez disso, 100% da luz é refletida de volta para o prisma na interface. Tal fenômeno é denominado **reflexão interna total**, que, muitas vezes, abreviaremos por RIT. A foto da **FIGURA 23.21** mostra que isso realmente acontece. Nela, três feixes de laser entram em um prisma a partir da esquerda. Os dois raios inferiores se refratam na face direita do prisma. O feixe que incide sobre a face superior do prisma com um ângulo de incidência ligeiramente maior sofre uma reflexão interna total e, então, emerge pela superfície direita inferior.

A **FIGURA 23.22** mostra diversos raios que saem de uma fonte puntiforme em um meio cujo índice de refração é n_1 . O meio do outro lado da interface possui $n_2 < n_1$. Como vimos, cruzar uma interface para um material com índice de refração menor faz com que o raio se afaste da normal. Duas coisas acontecem à medida que o ângulo θ_1 aumenta. Primeiro, o ângulo de refração θ_2 se aproxima do valor 90° . Segundo, a fração da energia luminosa transmitida diminui enquanto a fração refletida aumenta.

O **ângulo crítico** é atingido quando $\theta_2 = 90^\circ$. Como $\sin 90^\circ = 1$, a lei de Snell $n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$ fornece o ângulo crítico de incidência como

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (23.9)$$

A luz refratada desaparece quando o ângulo crítico é atingido, e ocorre 100% de reflexão para qualquer ângulo $\theta_1 \geq \theta_c$. O ângulo crítico é bem definido devido à nossa suposição de que $n_2 < n_1$. Não existe um ângulo crítico nem reflexão interna total se $n_2 > n_1$.

Como um rápido exemplo, o ângulo crítico de um pedaço de vidro comum na interface vidro-ar é

$$\theta_{c \text{ vidro}} = \sin^{-1} \left(\frac{1,00}{1,50} \right) = 42^\circ$$

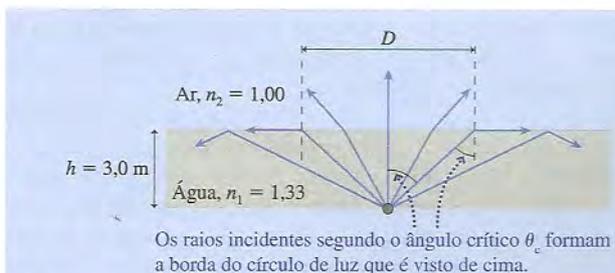
O fato de que o ângulo crítico é menor do que 45° tem usos importantes. Por exemplo, a **FIGURA 23.23** mostra um binóculo. As lentes estão bem mais afastadas uma da outra do que seus olhos, de modo que os raios luminosos precisam ser aproximados antes de emergirem das oculares. Em vez de usar espelhos, que ficam sujos e requerem alinhamento, os binóculos empregam um par de prismas em cada lado. Assim, a luz é submetida a duas reflexões internas totais antes de emergir da ocular. (A disposição real é um pouco mais complexa do que na Figura 23.23, para evitar que a imagem vista esteja invertida, mas a figura ilustra a idéia básica.)

EXEMPLO 23.5 Reflexão interna total

Uma lâmpada é colocada no fundo de uma piscina de 3,0 m de profundidade. Qual é o diâmetro do círculo de luz visto de cima na superfície da água?

MODELO Represente a lâmpada como uma fonte puntiforme e use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 23.24** é uma representação pictórica dos raios luminosos. A lâmpada emite raios em todos os ângulos, mas apenas alguns deles são refratados para o ar, onde podem ser vistos de cima. Os raios que incidem na superfície segundo ângulos maiores do que o ângulo crítico sofrem RIT e permanecem dentro da água. O diâmetro do círculo de luz é a distância entre os dois pontos nos quais os raios atingem a superfície segundo o ângulo crítico.



RESOLUÇÃO De acordo com a trigonometria, o diâmetro do círculo é $D = 2htg\theta_c$, onde h é a profundidade da água. O ângulo crítico para uma interface água-ar é $\theta_c = \text{sen}^{-1}(1,00/1,33) = 48,7^\circ$. Logo,

$$D = 2(3,0 \text{ m}) \tan 48,7^\circ = 6,8 \text{ m}$$

FIGURA 23.24 Representação pictórica dos raios que saem de uma lâmpada no fundo de uma piscina.

Fibras ópticas

A aplicação moderna mais importante da reflexão interna total é a transmissão de luz por fibras ópticas. A **FIGURA 23.25a** mostra um feixe de um laser que incide na extremidade de um tubo de vidro comprido e de diâmetro estreito. Os raios luminosos passam facilmente do ar para o vidro, mas depois eles incidem na parede interior do tubo de vidro segundo ângulos de incidência θ_1 próximos de 90° . Tal valor está bem acima do valor do ângulo crítico, de modo que o feixe do laser sofre RIT e mantém-se dentro do vidro. O feixe do laser continua a “quicar” ao longo de seu caminho pelo tubo como se a luz estivesse dentro de um cano. De fato, as fibras ópticas são às vezes chamadas de “canos de luz”. Quando finalmente atingem a extremidade da fibra, os raios incidem segundo um ângulo menor do que o ângulo crítico ($\theta_1 \approx 0$), de modo que se refratam sem dificuldade e podem ser detectados.

Embora um tubo de vidro simples possa transmitir luz, confiar em uma interface vidro-ar não é suficiente para uso comercial. Qualquer pequeno arranhão na lateral do tubo alteraria o ângulo de incidência dos raios e permitiria o “vazamento” da luz. A **FIGURA 23.25b** mostra a construção de uma fibra óptica prática. Um núcleo de pequeno diâmetro é coberto por uma camada de revestimento de vidro. Os vidros usados para o núcleo e para o revestimento têm $n_{\text{núcleo}} > n_{\text{revestimento}}$; assim, a luz sofre RIT no limite núcleo-revestimento e permanece confinada no núcleo. Esta interface não está exposta ao meio ambiente e, portanto, mantém-se íntegra mesmo sob condições adversas.

Mesmo o vidro de maior pureza não é perfeitamente transparente. A absorção que ocorre no vidro, mesmo que seja muito baixa, causa uma diminuição gradual da intensidade luminosa. O vidro usado para o núcleo de fibras ópticas tem absorção mínima para um comprimento de onda de $1,3 \mu\text{m}$, na região infravermelha do espectro, de modo que este é o comprimento de onda do laser para transmissão de sinais por longas distâncias. A luz com este comprimento de onda pode se propagar por centenas de quilômetros através de uma fibra sem sofrer perda significativa.

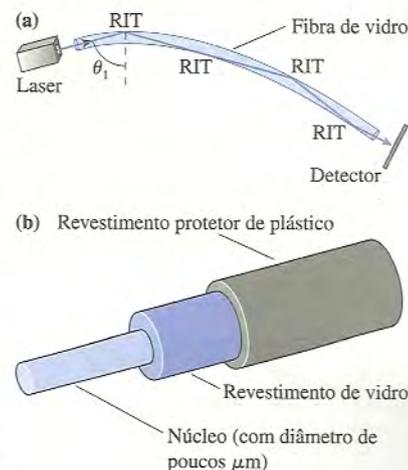


FIGURA 23.25 Os raios luminosos são confinados em uma fibra óptica por reflexão interna total.

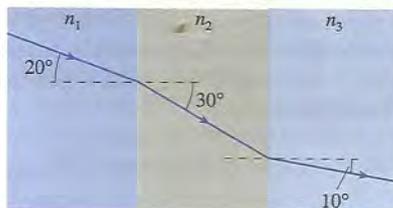


As fibras ópticas substituem os fios de cobre na transmissão de sinais digitais.

PARE E PENSE 23.3

Um raio luminoso se propaga do meio 1 para o meio 2 como mostrado na figura. Para esses meios,

- a. $n_3 > n_1$ b. $n_3 = n_1$ c. $n_3 < n_1$
- d. Não podemos comparar n_1 com n_3 sem conhecer n_2 .



23.4 Formação de imagens por refração

Provavelmente você já fez uma observação interessante ao olhar peixes em um aquário. Se você enxerga um peixe que parece estar nadando próximo à parte frontal do aquário, e, então, olha pela lateral do mesmo, constata que o peixe está, na verdade, mais afastado da parte frontal do que você pensava. Por que isso ocorre?

Para começar, lembre-se de como funciona a visão. Um feixe de raios divergentes sai do objeto, entra na pupila do olho e é focado sobre a retina. Ajustando a lente do olho

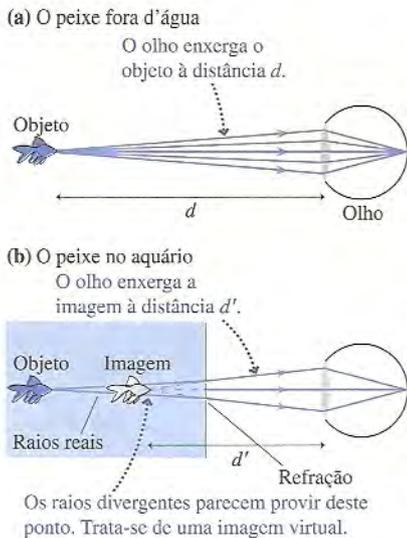


FIGURA 23.26 A refração dos raios luminosos faz com que um peixe dentro do aquário seja visto à distância d' .

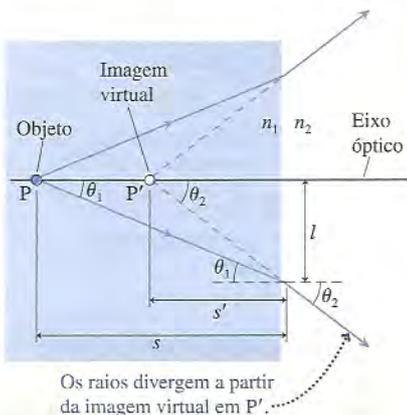


FIGURA 23.27 Determinando a imagem virtual P' de um objeto em P . Consideramos que $n_1 > n_2$.

para atingir um bom foco, seu cérebro determina a distância d a partir da qual os raios se originam. É neste lugar que lhe parece que o objeto se encontra. A **FIGURA 23.26a** mostra como você veria um peixe fora d'água a uma distância d .

Agora coloque o peixe de volta no aquário, à mesma distância d . Para simplificar, ignore a parede de vidro do aquário e considere apenas a interface água-ar. (O vidro fino de uma janela típica tem somente um efeito muito pequeno na refração dos raios, e não altera as conclusões a que chegaremos.) Os raios luminosos saem novamente do peixe, mas desta vez eles sofrem refração na interface água-ar. Como eles se dirigem de uma região de índice de refração maior para outra de índice menor, os raios são refratados *afastando-se* da normal. A **FIGURA 23.26b** mostra as conseqüências desse fato.

Um feixe de raios divergentes ainda entra no seu olho, mas agora esses raios *parecem* estar divergindo de um ponto mais próximo, a uma distância d' . Em relação a seu olho e cérebro, é exatamente *como se* os raios de fato se originassem de um ponto à distância d' , e este é o local no qual você "enxerga" o peixe. **Por causa refração da luz na interface, o objeto parece mais próximo do que realmente está.**

Descobrimos que os raios refletidos em um espelho divergem de um ponto que não é o ponto-objeto. Este ponto é denominado ponto-imagem *virtual*. Da mesma forma, se os raios provenientes de um ponto-objeto P sofrem refração em uma interface entre dois meios de maneira que os raios divirjam de um ponto P' e *pareçam* provir deste ponto, chamamos P' de imagem virtual do ponto P . O que você enxerga é a imagem virtual do peixe.

Vamos examinar esta formação de imagens com um pouco mais de cuidado. A **FIGURA 23.27** mostra uma interface entre dois meios transparentes com índices de refração n_1 e n_2 . O ponto P , uma fonte de raios luminosos, é o objeto. O ponto P' , do qual os raios *parecem* divergir, é a imagem virtual de P . A distância s é chamada de **distância do objeto**. Nosso objetivo agora é determinar a distância s' , a **distância da imagem**.

Uma linha perpendicular à interface é chamada de **eixo óptico**. Considere um raio que saia do objeto segundo um ângulo θ_1 em relação ao eixo óptico. Este ângulo é também o ângulo de incidência na interface, onde o raio sofre refração para o segundo meio com ângulo θ_2 . Traçando o raio refratado ao contrário, pode-se verificar que θ_2 também é o ângulo entre o raio refratado e o eixo óptico no ponto P' .

A distância l é comum ao raio incidente e ao refratado, e pode-se verificar que $l = s \operatorname{tg} \theta_1 = s' \operatorname{tg} \theta_2$. Portanto,

$$s' = \frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} s \quad (23.10)$$

A lei de Snell relaciona os senos dos ângulos θ_1 e θ_2 , ou seja,

$$\frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (23.11)$$

Na prática, o ângulo formado entre quaisquer desses raios e o eixo óptico é muito pequeno porque o tamanho da pupila de seu olho é muito menor do que a distância entre o objeto e o olho. (Os ângulos da figura foram enormemente exagerados.) Os raios quase *paralelos* ao eixo são chamados de **raios paraxiais**. A aproximação para pequenos ângulos, $\operatorname{sen} \theta \approx \operatorname{tg} \theta \approx \theta$, onde θ está em radianos, pode ser aplicada aos raios paraxiais. Conseqüentemente,

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} \approx \frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (23.12)$$

Usando este resultado na Equação 23.10, concluímos que a distância da imagem é

$$s' = \frac{n_2}{n_1} s \quad (23.13)$$

NOTA ► O fato de que o resultado para s' independe de θ_1 implica que todos os raios paraxiais parecem divergir de um mesmo ponto P' . Essa propriedade dos raios divergentes é essencial para se ter uma imagem bem-definida. ◀

Esta seção nos forneceu um panorama inicial sobre a formação de imagens por refração. Na Seção 23.6, estenderemos esta idéia para a formação de imagem por meio de lentes.

EXEMPLO 23.6 Uma bolha de ar em uma janela

Um peixe e um marinheiro se olham por uma portinhola de vidro de 5,0 cm de espessura num submarino. Há uma bolha de ar bem no centro do vidro. Quanto atrás da superfície do vidro a bolha de ar parece estar para o peixe? E para o marinheiro?

MODELO Represente a bolha de ar como uma fonte puntiforme e use o modelo de raios luminosos.

VISUALIZAÇÃO Raios luminosos paraxiais da bolha sofrem refração no ar de um lado, e na água do outro. O diagrama de raios parece com a Figura 23.27.

RESOLUÇÃO O índice de refração do vidro é $n_1 = 1,50$. A bolha encontra-se no centro da janela, portanto a distância do objeto de cada lado

da janela é $s = 2,5$ cm. Do lado da água, o peixe vê a bolha a uma distância de imagem

$$s' = \frac{n_2}{n_1} s = \frac{1,33}{1,50} (2,5 \text{ cm}) = 2,2 \text{ cm}$$

Esta é a profundidade aparente da bolha. O marinheiro, no ar, vê a bolha a uma distância de imagem

$$s' = \frac{n_2}{n_1} s = \frac{1,00}{1,50} (2,5 \text{ cm}) = 1,7 \text{ cm}$$

AVALIAÇÃO A distância da imagem é menor para o marinheiro por causa da maior diferença entre os dois índices de refração.

23.5 Cor e dispersão

Um dos aspectos visuais mais óbvios da luz é o fenômeno da cor. Mesmo assim a cor, com toda a sensação intensa que provoca, não é inerente à própria luz. A cor é uma percepção, e não, uma grandeza física. A cor está associada ao comprimento de onda da luz, mas o fato de que vemos a luz com comprimento de onda de 650 nm como “vermelha” nos diz como nosso sistema visual responde às ondas eletromagnéticas com este comprimento de onda. Não há um “avermelhado” associado à onda luminosa em si.

A maioria dos resultados da óptica não depende da cor. Geralmente não precisamos saber qual é a cor da luz – ou, para sermos mais precisos, seu comprimento de onda – para que possamos usar as leis da reflexão e da refração. Apesar disso, a cor é um assunto interessante, que merece uma pequena digressão.

Cor

Desde a antiguidade sabe-se que vidros e cristais de formatos irregulares fazem com que a luz solar seja separada em várias cores. Uma idéia comum naquela época era que o vidro ou o cristal, de alguma forma, alterava as propriedades da luz adicionando cor a ela. Newton propôs uma explicação diferente. Primeiro ele fez um feixe de luz do Sol atravessar um prisma, produzindo o conhecido arco-íris de luz. Neste caso, dizemos que o prisma *dispersou* a luz. A idéia nova de Newton, ilustrada na FIGURA 23.28a, foi usar um segundo prisma, invertido com relação ao primeiro, para “reagrupar” as cores. Ele descobriu que a luz que emergia do segundo prisma era um feixe de pura luz branca.

Todavia o feixe luminoso emergente é branco apenas se todos os raios puderem se mover entre os dois prismas. O bloqueio de alguns raios por pequenos obstáculos, como na FIGURA 23.28b, faz com que o feixe luminoso emergente tenha cor. Isto sugere que a cor é associada à própria luz, e não, a qualquer coisa que o prisma “faça” com a luz. Newton testou esta idéia inserindo uma pequena abertura entre os prismas a fim de permitir que apenas os raios de uma determinada cor, como o verde, passassem por ela. Se o prisma alterasse as propriedades da luz, então o segundo prisma deveria mudar a luz verde para outras cores. Em vez disso, a luz emergente do segundo prisma é a mesma luz verde que entrou no prisma.

Estes e outros experimentos semelhantes mostram que:

1. O que percebemos como luz branca é uma mistura de todas as cores. A luz branca pode ser dispersa em várias cores, e, igualmente importante, misturando-se todas as cores produz-se luz branca.
2. O índice de refração de um material transparente difere ligeiramente para diferentes cores de luz. O vidro tem um índice de refração ligeiramente maior para a luz violeta do que para a luz verde ou vermelha. Conseqüentemente, cores diferentes de luz sofrem refração em ângulos ligeiramente diferentes. Um prisma não altera a luz nem adiciona nada a ela; ele, simplesmente, faz com que as diferentes cores inerentes à luz branca sigam trajetórias ligeiramente diferentes.

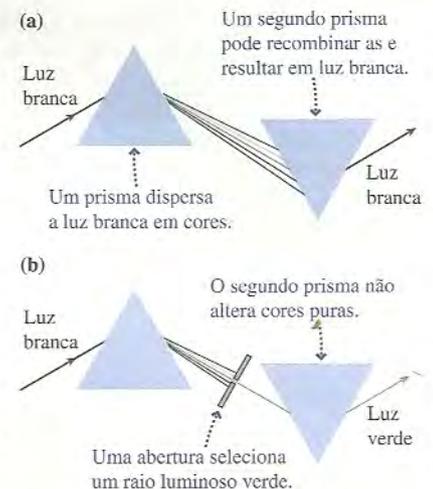


FIGURA 23.28 Newton usou prismas para estudar a cor.

Obtive um prisma triangular de vidro para tentar, com ele, desvendar o célebre fenômeno das cores.

— Isaac Newton

Dispersão

Foi Thomas Young, com seu experimento de interferência de fenda dupla, que mostrou que cores diferentes estão associadas a luzes de diferentes comprimentos de onda. Os maiores comprimentos de onda visíveis são percebidos como luz vermelha, e os mais curtos, como luz violeta. A Tabela 23.2 traz um breve resumo do *espectro visível* da luz. Comprimentos de onda luminosa visíveis são usados com tanta frequência que vale à pena memorizar essa pequena tabela.

TABELA 23.2 Breve resumo do espectro visível de luz

Cor	Comprimento de onda aproximado
Vermelho mais escuro	700 nm
Vermelho	650 nm
Verde	550 nm
Azul	450 nm
Violeta mais escuro	400 nm

A pequena variação do índice de refração com o comprimento de onda é conhecida como **dispersão**. A **FIGURA 23.29** mostra as *curvas de dispersão* de dois vidros comuns. Observe que ***n* é maior quando o comprimento de onda é menor**, de modo que a luz violeta é mais refratada do que a luz vermelha.

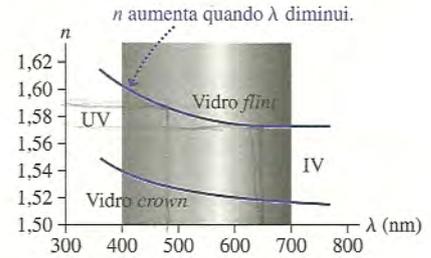


FIGURA 23.29 Curvas de dispersão mostram como o índice de refração varia com o comprimento de onda.

EXEMPLO 23.7 Dispersão da luz com um prisma

O Exemplo 23.4 mostrou que um raio incidente em um prisma de 30° é desviado em $22,6^\circ$ se o índice de refração do prisma for 1,59. Suponha que este seja o índice de refração para a luz violeta escura, e que para a luz vermelha o índice de refração seja 1,54.

- Qual é o ângulo de desvio para a luz vermelha escura?
- Se um feixe luminoso de luz branca for disperso por este prisma, qual será a largura do espectro do arco-íris formado em uma tela a 2,0 m de distância?

VISUALIZAÇÃO A Figura 23.20 mostra a geometria envolvida. Um raio de comprimento de onda qualquer incide na hipotenusa do prisma em $\theta_1 = 30^\circ$.

RESOLUÇÃO a. Se $n_1 = 1,54$ para a luz vermelha escura, o ângulo de refração correspondente é

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_1 \text{sen} \theta_1}{n_2}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1,54 \text{sen} 30^\circ}{1,00}\right) = 50,4^\circ$$

O Exemplo 23.4 mostrou que o ângulo de deflexão é $\phi = \theta_2 - \theta_1$, logo, a luz vermelha escura é desviada em $\phi_{\text{vermelho}} = 20,4^\circ$. Este ângulo é ligeiramente menor do que o observado anteriormente $\phi_{\text{violeta}} = 22,6^\circ$.

- A amplitude de todo o espectro está contida entre $\phi_{\text{vermelho}} = 20,4^\circ$ e $\phi_{\text{violeta}} = 22,6^\circ$. O espalhamento angular é

$$\delta = \phi_{\text{violeta}} - \phi_{\text{vermelho}} = 2,2^\circ = 0,038 \text{ rad}$$

À distância r , o espectro cobre um comprimento de arco

$$s = r\delta = (2,0 \text{ m})(0,038 \text{ rad}) = 0,076 \text{ m} = 7,6 \text{ cm}$$

AVALIAÇÃO O ângulo é tão pequeno que não há diferença notável entre o comprimento de arco e um segmento de linha reta. O espectro terá 7,6 cm de largura a uma distância de 2,0 m.

O arco-íris

Uma das fontes de cor mais interessantes da natureza é o arco-íris. Os detalhes são um tanto complicados, mas a **FIGURA 23.30a** mostra que a causa básica do arco-íris é uma combinação de refração, reflexão e dispersão.

A Figura 23.30a talvez o induza a pensar que a borda superior de um arco-íris é violeta. Todavia, de fato, a borda superior é vermelha, e a violeta está embaixo. Os raios que

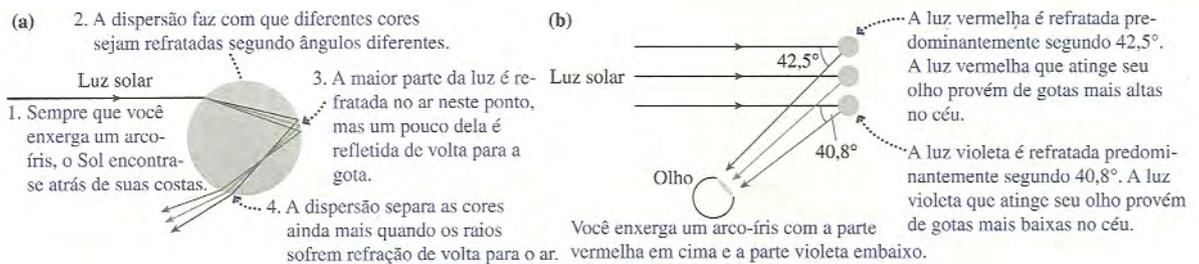


FIGURA 23.30 A luz vista em um arco-íris sofreu refração + reflexão + refração em uma gota de chuva.

saem da gota mostrada na Figura 23.30a se espalham, de modo que nem todos eles podem chegar aos seus olhos. Como ilustra a FIGURA 23.30b, um raio luminoso vermelho que atinge seu olho provém de uma gota *mais alta* no céu do que um raio luminoso violeta. Em outras palavras, as cores que você enxerga em um arco-íris são refratadas em direção ao seu olho por diferentes gotas de chuva, e não, pela mesma gota. Você tem de olhar mais alto no céu a fim de enxergar a luz vermelha do que para enxergar a luz violeta.

Filtros coloridos e objetos coloridos

A luz branca que atravessa um pedaço de vidro verde emerge dele como luz verde. Uma possível explicação para isso seria que o vidro verde *adiciona* um “esverdeado” à luz branca, mas Newton pensou em algo diferente. O vidro verde tem esta cor porque ele *remove* qualquer luz que seja “não-verde”. Mais precisamente, um pedaço de vidro colorido *absorve* todos os comprimentos de onda exceto aqueles correspondentes a uma determinada cor, aquela que é transmitida pelo vidro sem impedimento. Podemos pensar em um pedaço de vidro ou de plástico colorido como um *filtro* que remove todos os comprimentos de onda exceto alguns poucos escolhidos.

EXEMPLO 23.8 Filtrando a luz

A luz branca passa por um filtro verde e é observada em uma tela. Descreva como a tela parecerá se um segundo filtro verde for inserido entre o primeiro filtro e a tela. Descreva como a tela parecerá se um filtro vermelho for inserido entre o filtro verde e a tela.

VISUALIZAÇÃO O primeiro filtro remove toda a luz exceto aquelas de comprimentos de onda próximos a 550 nm, que percebemos como

luz verde. Um segundo filtro verde não faz nada. Os comprimentos de onda não-verdes já foram removidos, e a luz verde que emerge do primeiro filtro passará pelo segundo filtro sem dificuldade. A tela continuará a ser verde e a intensidade da luz ali não será alterada. Um filtro vermelho, em contraste, absorverá todos os comprimentos de onda exceto aqueles próximos a 650 nm. O filtro vermelho absorverá a luz verde, e *nenhuma* luz atingirá a tela. Ela, portanto, ficará escura.



Nenhuma luz passa por um filtro verde seguido de outro vermelho.

Este comportamento não é verdadeiro apenas para filtros de vidro, que transmitem luz, mas também para *pigmentos* que absorvem luz de alguns comprimentos de onda e *refletem* luz de outros comprimentos de onda. Por exemplo, a tinta vermelha contém pigmentos que refletem a luz em comprimentos de onda próximos a 650 nm enquanto absorvem todos os outros comprimentos de onda. Pigmentos em tintas e em objetos naturais são os responsáveis pela maioria das cores que observamos no mundo, do vermelho de um batom ao azul das penas de um pássaro.

Como exemplo, a FIGURA 23.31 mostra a curva de absorção da *clorofila*. A clorofila é essencial para a fotossíntese em plantas verdes. As reações químicas da fotossíntese usam a luz vermelha e a luz azul/violeta, de modo que a clorofila absorve a luz vermelha e a luz azul/violeta da luz solar para usá-la. Porém a luz verde e a luz amarela não são absorvidas. Em vez disso, para conservar energia, esses comprimentos de onda são, na maior parte, *refletidos*, dando ao objeto uma cor amarelo-esverdeada. Quando você olha as folhas verdes de uma árvore está vendo a luz que foi refletida por *não ser* necessária para a fotossíntese.

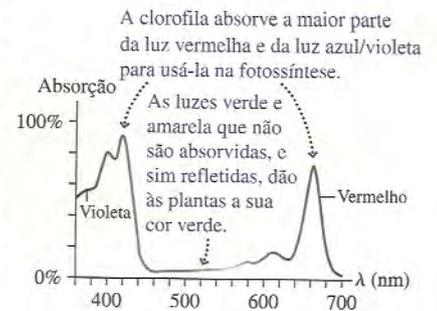


FIGURA 23.31 Curva de absorção da clorofila.

Espalhamento da luz: céu azul e pôr-do-sol vermelho

No modelo de raios da Seção 23.1, observamos que a luz pode ser dispersa ou absorvida por um meio. Como acabamos de ver, a absorção de luz pode ser dependente do comprimento de onda e pode dar cor aos objetos. Quais são os efeitos do espalhamento?

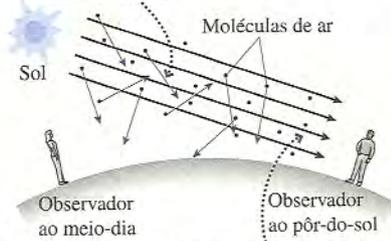
A luz pode ser espalhada por pequenas partículas suspensas em um meio. Se as partículas forem grandes em comparação aos comprimentos de onda da luz – mesmo que elas sejam microscópicas e não facilmente visíveis a olho nu – a luz será, praticamente, refletida nas partículas. A lei da reflexão não é dependente do comprimento de onda, portanto todas as cores serão igualmente espalhadas. A luz branca espalhada por muitas partículas pequenas faz com que o meio pareça nublado e esbranquiçado. Dois exemplos bem-conhecidos são as nuvens, onde gotículas de água de tamanho micrométrico espalham a luz, e o leite, que é uma suspensão coloidal de gotículas microscópicas de gorduras e proteínas.

Um aspecto mais interessante do espalhamento ocorre em nível atômico. Os átomos ou as moléculas de um meio transparente são muito menores do que os comprimentos de onda da luz, então eles não podem simplesmente espalhar a luz por reflexão. Em vez disso, o campo elétrico oscilante da onda luminosa interage com os elétrons de cada átomo de maneira que a luz é espalhada. Tal espalhamento em nível atômico é chamado de **espalhamento de Rayleigh**.



O pôr-do-sol é vermelho porque toda a luz azul é espalhada quando a luz solar atravessa a atmosfera.

Ao meio-dia, a luz espalhada é azul em sua maior parte porque as moléculas espalham preferencialmente comprimentos de onda menores.



Ao pôr-do-sol, quando a luz se propagou por uma distância muito maior através da atmosfera, a luz é vermelha em sua maior parte (na figura, as setas em preto), pois os comprimentos de onda menores se perderam devido ao espalhamento.

FIGURA 23.32 Espalhamento de Rayleigh por moléculas do ar dá cor ao céu e ao pôr-do-sol.

Diferentemente do espalhamento por pequenas partículas, o espalhamento de Rayleigh por átomos ou moléculas *depende* do comprimento de onda da luz incidente. Uma análise detalhada mostra que a intensidade da luz espalhada depende inversamente da quarta potência do comprimento de onda: $I_{\text{espalhada}} \propto \lambda^{-4}$. Essa dependência com o comprimento de onda explica por que o céu é azul, e o pôr-do-sol, vermelho.

Enquanto a luz solar se propaga através da atmosfera, a dependência do espalhamento de Rayleigh com λ^{-4} faz com que os comprimentos de onda mais curtos sejam preferencialmente espalhados. Se considerarmos 650 nm como o comprimento de onda característico da luz vermelha, e 450 nm o da luz azul, a relação entre a intensidade da luz azul espalhada e a intensidade da luz vermelha espalhada será

$$\frac{I_{\text{azul}}}{I_{\text{vermelho}}} = \left(\frac{650}{450}\right)^4 \approx 4$$

Quatro vezes mais luz azul é espalhada em nossa direção do que luz vermelha e, por isso, como mostra a **FIGURA 23.32**, o céu parece azul.

Devido à curvatura da Terra, a luz solar precisa percorrer uma distância muito maior através da atmosfera quando vemos a aurora ou o pôr-do-sol, do que durante as horas próximas ao meio do dia. De fato, o comprimento do caminho através da atmosfera no pôr-do-sol é tão longo que praticamente todos os comprimentos de onda se perdem por causa do espalhamento de Rayleigh. Somente os comprimentos de onda maiores permanecem – laranja e vermelho – e são eles que dão origem à coloração do pôr-do-sol.

23.6 Lentes delgadas: traçado de raios

Toda câmera escura ou câmera com furo de alfinete forma uma imagem em uma tela, mas as imagens são fracas e não perfeitamente nítidas. A capacidade de criar uma imagem nítida e bem-focada é enormemente melhorada com o uso de uma lente. Uma **lente** é um material transparente que usa a refração em superfícies *curvas* para formar uma imagem a partir de raios luminosos divergentes. Vamos deixar a análise matemática da refração em lentes para a próxima seção. Primeiro queremos estabelecer um método pictórico para a compreensão da formação de imagens. Tal método é chamado de **traçado de raios**.

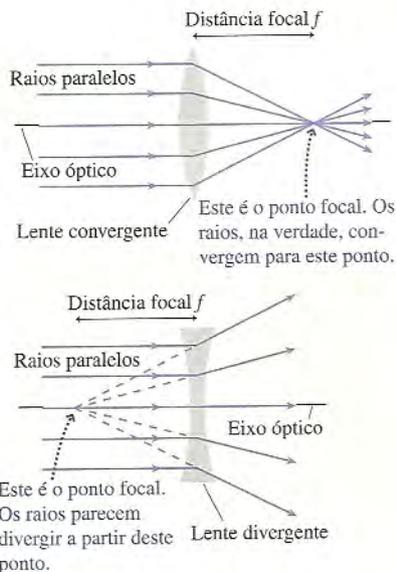


FIGURA 23.34 Ponto focal e distância focal de lentes convergentes e divergentes.

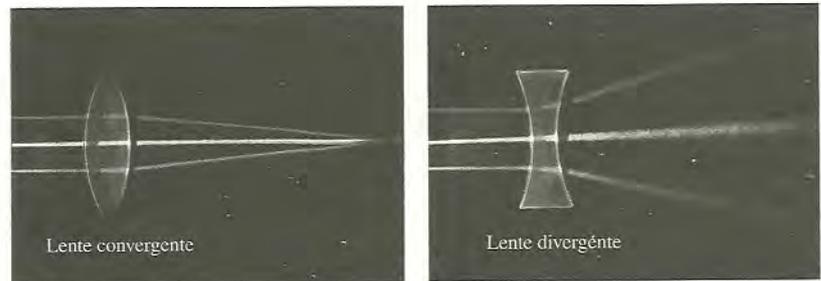


FIGURA 23.33 Raios luminosos paralelos passam por uma lente convergente e por uma lente divergente.

A **FIGURA 23.33** mostra raios luminosos paralelos que entram em duas lentes diferentes. A lente da esquerda, denominada **lente convergente**, faz com que os raios sejam refratados *em direção* ao eixo óptico. O ponto comum através do qual os raios paralelos passam inicialmente denominamos **ponto focal** da lente. A distância do ponto focal até a lente chama-se **distância focal** f da lente. A lente da direita, denominada **lente divergente**, refrata raios paralelos *para longe* do eixo óptico. Esta lente também possui um ponto focal, mas ele não é tão óbvio.

NOTA ▶ Uma lente convergente é mais grossa no centro do que nas bordas. Uma lente divergente é mais grossa nas bordas do que no centro. ◀

A **FIGURA 23.34** esclarece a situação. No caso de uma lente divergente, o prolongamento dos raios divergentes para trás mostra que eles *parecem* ter sido emitidos do mesmo ponto. Este é o ponto focal de uma lente divergente, e sua distância até a lente é a

distância focal da mesma. Na próxima seção, relacionaremos a distância focal à curvatura e ao índice de refração da lente, mas agora usaremos a definição prática de que a **distância focal é a distância, em relação à lente, do ponto para o qual os raios paralelos ao eixo óptico convergem ou do qual eles divergem.**

NOTA ► A distância focal f é uma propriedade da lente, independente de como ela é usada. A distância focal caracteriza uma lente da mesma forma que uma massa m caracteriza um objeto ou que uma constante elástica k caracteriza uma mola. ◀

Lentes convergentes

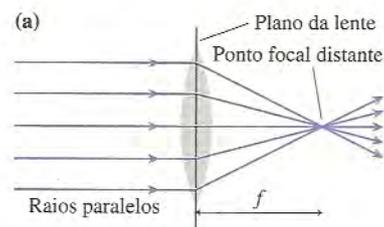
Essas observações básicas sobre as lentes são suficientes para compreender a formação de imagens por uma lente delgada. Uma **lente delgada** é uma lente cuja espessura é muito pequena em comparação à sua distância focal, em comparação ao objeto e também em relação à distância da imagem. Faremos aproximações considerando que a espessura de uma lente delgada seja nula e que a lente se encontre em um plano chamado de **plano da lente**. Com tais aproximações, **toda refração ocorre quando os raios cruzam o plano da lente, e todas as distâncias serão medidas em relação ao plano da lente.** Felizmente, a aproximação de lente delgada é muito boa para a maioria das aplicações práticas de lentes.

NOTA ► *Desenharemos* as lentes como se elas tivessem uma espessura, pois é assim que esperamos que as lentes se pareçam, mas nossa análise não dependerá do formato ou da espessura da lente. ◀

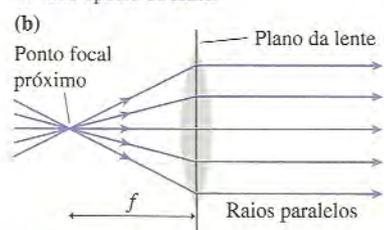
A FIGURA 23.35 mostra três situações importantes de raios luminosos que atravessam uma lente convergente delgada. A parte (a) é conhecida da Figura 23.34. Se o sentido de cada um dos raios da FIGURA 23.35a for invertido, a lei de Snell nos diz que cada raio retrairá exatamente o mesmo caminho e emergirá da lente paralelamente ao eixo óptico. Disso resulta a FIGURA 23.35b, que é a “imagem especular” da parte (a). Observe que a lente, na verdade, possui **dois** pontos focais, localizados a uma distância f da lente de cada lado da mesma.

A FIGURA 23.35c mostra três raios que passam pelo **centro** da lente. No centro, as duas faces da lente são praticamente paralelas uma à outra. Anteriormente, no Exemplo 23.3, descobrimos que um raio que atravessa um pedaço de vidro com lados paralelos é *deslocado*, e não *desviado*, e que o deslocamento se torna nulo quando sua espessura tende a zero. Conseqüentemente, um raio que incida no centro de uma lente delgada, com espessura próxima de zero, não se desvia nem se desloca, mas se propaga em linha reta.

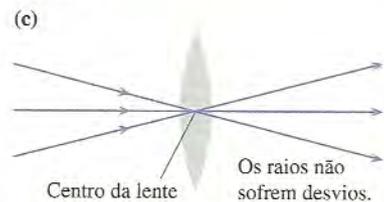
Essas três situações formam a base para o método de traçado de raios.



Qualquer raio paralelo ao eixo óptico é refratado em direção ao ponto focal do lado oposto da lente.



Qualquer raio que passe pelo ponto focal próximo emerge da lente paralelamente ao seu eixo óptico.



Qualquer raio dirigido para o centro da lente passa por ela em linha reta.

FIGURA 23.35 Três conjuntos importantes de raios passam por uma lente delgada convergente.

Imagens reais

A FIGURA 23.36 mostra uma lente e um objeto cuja distância em relação à lente é maior do que sua distância focal. Os raios provenientes do ponto P do objeto são refratados pela lente de forma a convergir no ponto P' no lado oposto da lente. Se os raios divergem de um ponto-objeto P e interagem com uma lente de forma que os raios refratados *convergem* no ponto P' , encontrando-se de fato em P' , então este ponto é chamado **ponto-imagem real** do ponto P . Compare isso com nossa definição anterior de uma *imagem virtual* como sendo o ponto a partir do qual os raios – que nunca se encontram realmente – parecem *divergir*.

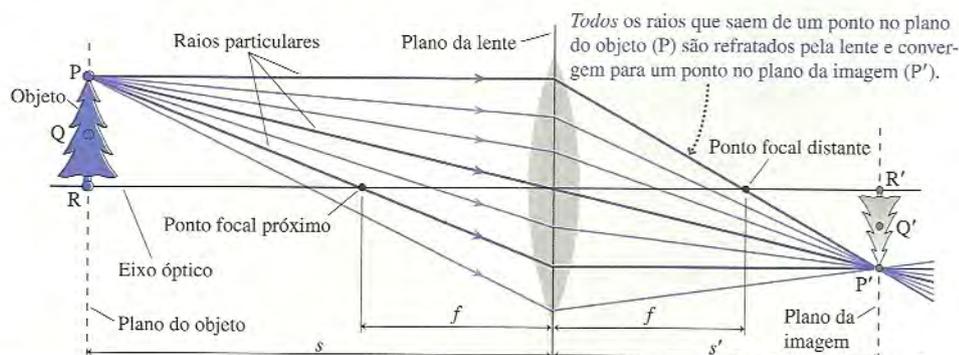


FIGURA 23.36 Os raios de um ponto-objeto P são refratados pela lente e convergem para uma imagem real no ponto P' .

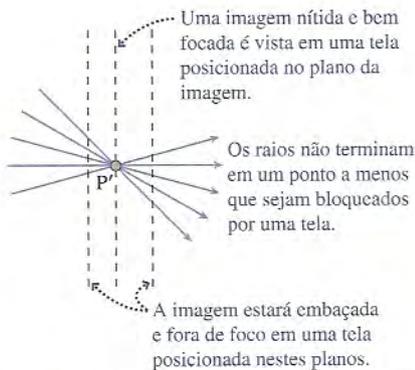


FIGURA 23.37 Vista em primeiro plano dos raios próximos ao plano da imagem.

Todos os pontos do objeto que estão no mesmo plano, o **plano do objeto**, convergem para pontos-imagem localizados no **plano da imagem**. Os pontos Q e R do plano do objeto da Figura 23.36 têm pontos-imagem Q' e R' no mesmo plano que o ponto P'. Uma vez que localizemos *um* ponto no plano da imagem, como o ponto P', sabemos que a imagem completa se encontra no mesmo plano.

Há duas observações importantes a serem feitas sobre a Figura 23.36. Primeiro, a imagem está invertida em relação ao objeto. Isso é chamado de **imagem invertida** e trata-se de uma característica padrão da formação de uma imagem real por meio de uma lente convergente. Segundo, os raios provenientes do ponto P *atingem* toda a superfície da lente, e todas as porções da lente contribuem para a imagem. Uma lente maior “coletará” mais raios e, logo, produzirá uma imagem mais nítida.

A FIGURA 23.37 é uma visão em primeiro plano dos raios muito próximos ao plano da imagem. Os raios não terminam em P' a menos que uma tela seja posicionada no plano da imagem. Quando isso é feito, vemos uma imagem nítida e bem-focada na tela. Para focar uma imagem, você deve movimentar a tela até que sua posição coincida com o plano da imagem ou mover a lente ou o objeto até fazer com que o plano da imagem coincida com a tela. Por exemplo, o ajuste de foco de um projetor movimenta sua lente para a frente ou para trás até que o plano da imagem coincida com a posição da tela.

NOTA ► A possibilidade de uma imagem real ser vista em uma tela distingue as imagens reais das imagens *virtuais*. Mas não se esqueça de que não precisamos *enxergar* uma imagem real para que *exista* a imagem. Uma imagem real existe em um ponto no espaço para onde os raios convergem mesmo que não exista uma tela de visualização posicionada no plano da imagem. ◀

A Figura 23.36 destaca três “raios especiais” baseados nas três situações ilustradas na Figura 23.35. Esses três raios apenas são suficientes para localizar o ponto-imagem P', ou seja, não precisamos desenhar todos os raios mostrados na Figura 23.36. O procedimento conhecido como *traçado de raios* consiste em localizar a imagem empregando apenas esses três raios.

15.9



BOX TÁTICO
23.2

Traçado de raios para uma lente convergente



- 1 **Desenhe um eixo óptico.** Use papel quadriculado ou uma régua! Estabeleça uma escala adequada.
- 2 **Centre a lente sobre o eixo.** Marque e classifique os pontos focais localizados a uma distância f da lente de cada lado da mesma.
- 3 **Represente o objeto por uma seta orientada para cima a uma distância s .** Geralmente, é melhor colocar a base da seta sobre o eixo e desenhar a seta com um tamanho aproximadamente igual à metade do raio da lente.
- 4 **Desenhe os três “raios especiais” a partir da ponta da seta.** Use uma régua dotada de escala.
 - a. Um raio que incida paralelamente ao eixo da lente será refratado para o ponto focal distante da mesma.
 - b. Um raio que entre na lente ao longo de uma linha que passa pelo ponto focal próximo emergirá paralelamente ao eixo da lente.
 - c. Um raio que incida no centro da lente não será desviado.
- 5 **Prolongue os raios até que haja uma convergência entre eles.** O ponto onde os prolongamentos se cruzam é o ponto-imagem. Desenhe o resto da imagem no plano da imagem. Se a base do objeto estiver no eixo, então a base da imagem também deverá estar sobre o eixo.
- 6 **Meça a distância s' da imagem.** Além disso, se for necessário, meça a altura da imagem em relação à altura do objeto.

EXEMPLO 23.9 Determinando a imagem de uma flor

Uma flor de 4,0 cm de diâmetro se encontra a 200 cm de uma lente de câmera com distância focal de 50 cm. A que distância o filme deve ser posicionado atrás da lente a fim de registrar uma imagem bem-focada da flor? Qual é o diâmetro da imagem no filme?

MODELO A flor encontra-se no plano do objeto. Use o traçado de raios para localizar a imagem.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.38 mostra o diagrama de raios e os passos indicados no Box Tático 23.2. A imagem foi desenhada no plano em que os três raios especiais convergem. A partir do desenho, podemos verificar que a distância da imagem é $s' \approx 67$ cm. É aqui que o filme deve ser posicionado a fim de registrar uma imagem focada.

A altura do objeto e a altura da imagem são denotadas por h e h' . O raio que atravessa o centro da lente prossegue em linha reta, de modo que o objeto e a imagem subtendem o mesmo ângulo θ . Usando a semelhança entre os triângulos, obtemos

$$\frac{h'}{s'} = \frac{h}{s}$$

Isolando h' , obtemos

$$h' = h \frac{s'}{s} = (4,0 \text{ cm}) \frac{67 \text{ cm}}{200 \text{ cm}} = 1,3 \text{ cm}$$

A imagem da flor tem um diâmetro de 1,3 cm.

AVALIAÇÃO Conseguimos aprender um bocado sobre a imagem usando um método geométrico simples

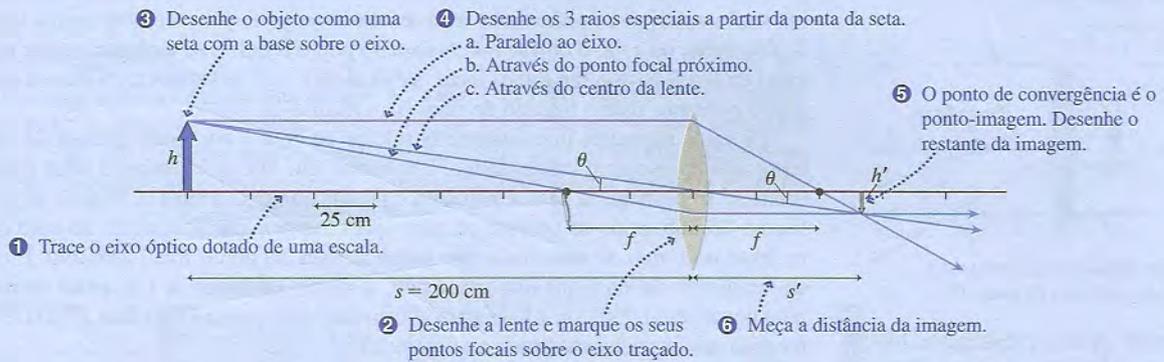


FIGURA 23.38 Diagrama de traçado de raios para o Exemplo 23.9.

Aumento linear transversal

A imagem pode ser maior ou menor do que o objeto, dependendo do local e da distância focal da lente. No entanto, a descrição da imagem requer mais do que apenas o seu tamanho. Também desejamos saber a sua *orientação* em relação ao objeto, ou seja, a imagem é direita ou invertida? Costuma-se combinar as informações de tamanho e de orientação em um único número. O **aumento linear transversal** m é definido como

$$m = -\frac{s'}{s} \quad (23.14)$$

Você acabou de ver no Exemplo 23.9 que a razão entre a altura da imagem e a altura do objeto é $h'/h = s'/s$. Conseqüentemente, interpretamos o aumento transversal m da seguinte forma:

1. Um valor positivo de m indica que a imagem é direita em relação ao objeto, ou seja, tem a mesma orientação que ele. Um valor negativo de m indica que a imagem está invertida em relação ao objeto.
2. O valor absoluto de m fornece a razão entre o tamanho da imagem e o tamanho do objeto: $h'/h = |m|$.

O aumento transversal no Exemplo 23.9 é $m = -0,33$, o que significa que a imagem está invertida e que seu tamanho corresponde a 33% do tamanho do objeto.

NOTA ► A razão entre a altura da imagem e a altura do objeto é chamada de aumento *linear* para distingui-lo da ampliação angular, que introduziremos no próximo capítulo. Na prática, m é chamado, simplesmente, de “aumento” quando não houver possibilidade de confusão. O aumento pode ser menor do que 1, o que significa que a imagem é menor do que o objeto (ou seja, “diminuída”). ◀

PARE E PENSE 23.4 Uma lente produz uma imagem nítida e invertida em uma tela. O que você verá na tela se a lente for removida?

- a. A imagem será invertida e borrada.
- b. A imagem será direita e nítida.
- c. A imagem será direita e borrada.
- d. A imagem será muito mais fraca, mas inalterada quanto ao resto.
- e. Não será vista qualquer imagem.

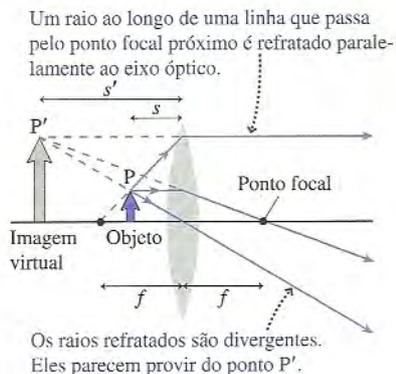
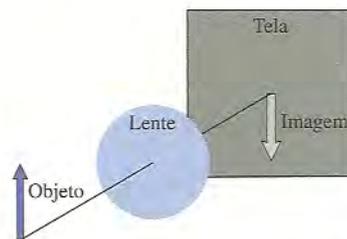


FIGURA 23.39 Os raios provenientes de um objeto a uma distância $s < f$ são refratados pela lente e divergem para formar uma imagem virtual.

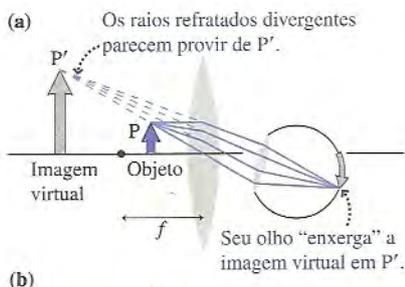


FIGURA 23.40 Uma lente convergente funciona como uma lupa quando a distância do objeto for menor do que f .

Imagens virtuais

Na seção anterior, consideramos uma lente convergente com o objeto a uma distância $s > f$ da lente, ou seja, o objeto estava fora do ponto focal. E se o objeto estiver mais próxima da lente do que seu ponto focal, à distância $s < f$? A **FIGURA 23.39** ilustra esta situação, e podemos usar o traçado de raios para analisá-la.

Os raios especiais inicialmente paralelos ao eixo e passando através do centro da lente não apresentam dificuldades. Entretanto um raio que passasse pelo ponto focal próximo se propagaria para a esquerda e jamais atingiria a lente! Olhando novamente a **Figura 23.35b**, pode-se ver que os raios que emergem paralelamente ao eixo entraram na lente *ao longo de uma linha* que passa através do ponto focal próximo. É o ângulo de incidência da lente que importa, e não, se o raio luminoso de fato passa ou não passa pelo ponto focal. Esta foi a base para a formulação do passo 4b do Box Tático 23.2, e é o terceiro raio especial mostrado na **Figura 23.39**.

Pode-se ver que os três raios refratados não convergem. Em vez disso, os três raios parecem *divergir* a partir do ponto P' . Esta é a situação que encontramos para raios que se refletem em um espelho plano e para os raios refratados para fora de um aquário. O ponto P' é a *imagem virtual* do ponto-objeto P . Além disso, trata-se de uma **imagem direita**, com a mesma orientação do objeto.

Os raios refratados, todos à direita da lente, *parecem* provir de P' , mas nenhum deles jamais passou por este ponto. Nenhuma imagem apareceria em uma tela posicionada no plano da imagem em P' . Então para que serve uma imagem virtual?

O seu olho coleta e foca feixes de raios divergentes; portanto, como mostra a **FIGURA 23.40a**, você pode "enxergar" uma imagem virtual olhando *através* da lente. Isto é exatamente o que você faz com uma lente de aumento, produzindo uma cena como a que é vista na **FIGURA 23.40b**. Na verdade, você vê uma imagem virtual sempre que olha através da ocular de um instrumento óptico, como um microscópio ou um binóculo.

A **distância s' de uma imagem virtual é definida como um número negativo ($s' < 0$)**, o que indica que a imagem está localizada no lado oposto da lente onde se encontra uma imagem real. Com tal escolha de sinal, a definição do aumento, $m = -s'/s$, ainda continua sendo válida. Uma imagem virtual com s' negativo corresponde a $m > 0$; logo, a imagem formada é direita. Isto está de acordo com o traçado de raios da **Figura 23.39** e com a fotografia da **Figura 23.40b**.

NOTA ▶ Uma lente mais espessa no meio do que nas bordas é classificada como uma lente convergente. Os raios luminosos provenientes de um objeto *podem* convergir para formar uma imagem real após atravessar uma lente deste tipo, mas apenas se a distância do objeto for maior do que a distância focal da lente: $s > f$. Se $s < f$, os raios que saem de uma lente convergente divergem de modo a produzir uma imagem virtual. ◀

EXEMPLO 23.10 Ampliando uma flor

Para enxergar melhor uma flor, um naturalista segura uma lupa com distância focal de 6,0 cm a 4,0 cm da flor. Qual é o aumento obtido?

MODELO A flor encontra-se no plano do objeto. Use o traçado de raios para localizar a imagem.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.41 mostra o diagrama de traçado de raios. Os três raios especiais divergem depois da lente, mas podemos usar uma régua e prolongar os raios para trás até o ponto a partir do qual eles divergem. Este ponto, o ponto-imagem, é visto 12 cm à esquerda da lente. Como se trata de uma imagem virtual, a distância da imagem é $s' = -12$ cm. Dessa forma, o aumento é

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-12 \text{ cm}}{4,0 \text{ cm}} = 3,0$$

A imagem é três vezes maior do que o objeto e, como m é positivo, direita.

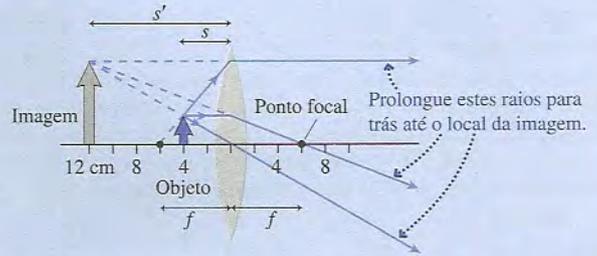


FIGURA 23.41 Diagrama de traçado de raios para o Exemplo 23.10.

Lentes divergentes

Uma lente mais espessa nas bordas do que no meio é chamada de *lente divergente*. A FIGURA 23.42 mostra três conjuntos importantes de raios que atravessam uma lente divergente. Eles são baseados nas Figuras 23.33 e 23.34, onde você viu que os raios inicialmente paralelos ao eixo tornam-se divergentes após passar por uma lente divergente.

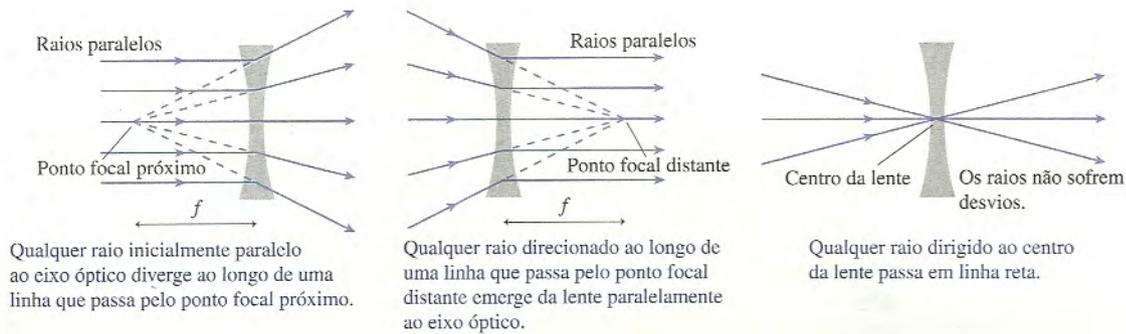


FIGURA 23.42 Três conjuntos importantes de raios atravessam uma lente delgada divergente.

BOX TÁTICO 23.3 Traçado de raios para uma lente divergente



- 1 – 3 Siga os passos 1 a 3 do Box Tático 23.2.
- 4 Desenhe os três “raios especiais” a partir da ponta da seta. Use uma régua com escala.
 - a. Um raio paralelo ao eixo diverge ao longo de uma linha através do ponto focal próximo.
 - b. Um raio ao longo de uma reta que passa pelo ponto focal distante emerge paralelamente ao eixo.
 - c. Um raio que incide no centro da lente não sofre desvio.
- 5 Prolongue os raios divergentes em sentido contrário ao mesmo. O ponto do qual eles divergem é o ponto-imagem, que é sempre virtual.
- 6 Meça a distância da imagem s' . Este número receberá o sinal negativo.

EXEMPLO 23.11 Reduzindo o tamanho de uma flor

Uma lente divergente com distância focal de 50 cm é posicionada a 100 cm de uma flor. Onde se encontra a imagem? Qual é o aumento?

MODELO A flor encontra-se no plano do objeto. Usar o traçado de raios para localizar a imagem.

VISUALIZE A FIGURA 23.43 mostra o diagrama de traçado de raios. Os três raios especiais (indicados por a, b e c para nos ajustarmos ao Box Tático) não convergem. Entretanto, eles podem ser prolongados ao contrário até se cruzarem em um ponto ≈ 33 cm à esquerda da lente. Uma imagem virtual é formada em $s' = -33$ cm com aumento

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-33 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,33$$

A imagem, que pode ser vista através da lente, tem um terço do tamanho do objeto e é direita.

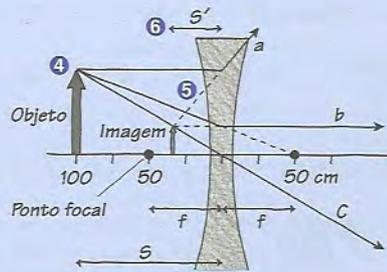


FIGURA 23.43 Diagrama de traçado de raios para o Exemplo 23.11.

AValiação O traçado de raios para o caso de uma lente divergente é, de certa forma, mais complicado do que para o de uma lente convergente, portanto este exemplo merece um estudo cuidadoso.

Lentes divergentes *sempre* produzem imagens virtuais e, por este motivo, raramente são usadas isoladamente. Entretanto, elas têm aplicações importantes quando usadas em combinação com outras lentes. Câmeras, oculares e óculos muitas vezes incluem lentes divergentes.

23.7 Lentes delgadas: teoria da refração

O traçado de raios é uma abordagem visual poderosa para entender a formação de imagens, todavia ele não fornece informações precisas acerca do local ou das propriedades da imagem. Precisamos desenvolver uma relação quantitativa entre a distância do objeto s e a distância de imagem s' .

Para começar, a FIGURA 23.44 mostra uma interface esférica entre dois meios transparentes com índices de refração n_1 e n_2 . A esfera tem raio de curvatura R e centro no ponto C . Considere um raio luminoso que sai do ponto-objeto P segundo um ângulo α e, posteriormente, após refratar, atinge o ponto P' . Na Figura 23.44 os ângulos estão exagerados para tornar a figura mais clara, mas ainda restringiremos nossa análise a raios paraxiais que se propagam paralelamente ao eixo. Para raios paraxiais, todos os ângulos são pequenos, e podemos usar a aproximação para pequenos ângulos.

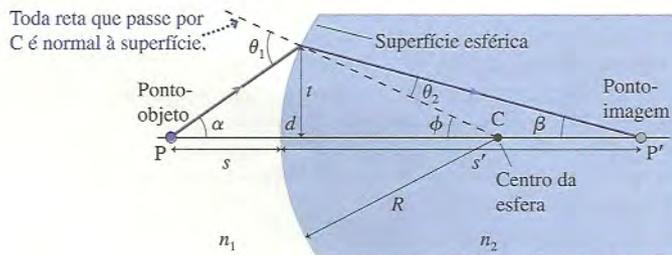


FIGURA 23.44 Formação de imagem decorrente da refração em uma interface esférica. Os ângulos estão exagerados.

O raio proveniente de P incide sobre a interface segundo um ângulo θ_1 e refrata no meio n_2 segundo outro ângulo θ_2 , ambos medidos em relação à normal à interface no ponto de incidência. A lei de Snell para a refração é $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, que na aproximação de ângulos pequenos é

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 \quad (23.15)$$

Pode-se ver da geometria da Figura 23.44 que os ângulos α , β e ϕ se relacionam por

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \alpha + \phi \\ \theta_2 &= \phi - \beta\end{aligned}\quad (23.16)$$

Usando essas expressões na Equação 23.15, podemos escrever a lei de Snell como

$$n_1(\alpha + \phi) = n_2(\phi - \beta) \quad (23.17)$$

Esta é uma relação importante entre os ângulos.

O segmento de reta vertical de altura t , a partir do eixo até o ponto de incidência, é o cateto vertical dos três triângulos retângulos diferentes com vértices nos pontos P, C e P'. Conseqüentemente,

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha = \frac{t}{s+d} \quad \operatorname{tg} \beta \approx \beta = \frac{t}{s'-d} \quad \operatorname{tg} \phi \approx \phi = \frac{t}{R-d} \quad (23.18)$$

Porém, $d \rightarrow 0$ para raios paraxiais, de modo que

$$\alpha = \frac{t}{s} \quad \beta = \frac{t}{s'} \quad \phi = \frac{t}{R} \quad (23.19)$$

Esta é a segunda relação importante proveniente da geometria da Figura 23.44.

Substituindo os ângulos dados pelas Equações 23.19 na Equação 23.17, encontramos

$$n_1 \left(\frac{t}{s} + \frac{t}{R} \right) = n_2 \left(\frac{t}{R} - \frac{t}{s'} \right) \quad (23.20)$$

A grandeza t se cancela, e podemos reordenar a Equação 23.20 na forma

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (23.21)$$

A Equação 23.21 é independente do ângulo α . Conseqüentemente, **todos os raios paraxiais que saem do ponto P posteriormente acabam convergindo no ponto P'**. Se um objeto está localizado a uma distância s de uma interface refratora esférica, uma imagem será formada à distância s' dada pela Equação 23.21. A Equação 23.21 foi derivada para uma interface convexa em relação ao ponto-objeto, e a imagem formada é real. Entretanto, o resultado obtido acima também é válido para imagens virtuais ou para interfaces côncavas em relação ao ponto-objeto desde que adotemos a *convenção de sinal* mostrada na Tabela 23.3.

TABELA 23.3 Convenção de sinal para superfícies refratoras

	Positivo	Negativo
R	Convexo em relação ao objeto	Côncavo em relação ao objeto
s'	Imagem real, lado oposto ao do objeto	Imagem virtual, mesmo lado do objeto

A Seção 23.44 abordou a formação de imagem devido à refração em uma interface plana. Lá obtemos (na Equação 23.13) uma distância de imagem $s' = (n_2/n_1)s$. Um plano pode ser considerado o limite de uma esfera quando $R \rightarrow \infty$, de modo que poderemos chegar à mesma conclusão a partir da Equação 23.21. Como $R \rightarrow \infty$, o termo $(n_2 - n_1)/R \rightarrow 0$, e a Equação 23.21 torna-se $s' = -(n_2/n_1)s$. Isto parece ser diferente da Equação 23.13, mas a verdade é que não difere. A Equação 23.13 fornece a distância real até a imagem. A Equação 23.21 é baseada numa convenção de sinal na qual imagens virtuais têm distâncias negativas de imagem, daí o sinal de menos.

EXEMPLO 23.12 Formação de imagem dentro de um bastão de vidro

Uma das extremidades de um bastão de vidro tem o formato de um hemisfério de 4,0 cm de diâmetro. Uma pequena lâmpada é posicionada a 6,0 cm da extremidade do bastão. Onde se encontra a imagem da lâmpada?

MODELO Considere a lâmpada como uma fonte luminosa puntiforme e considere que os raios paraxiais sofram refração no bastão de vidro.

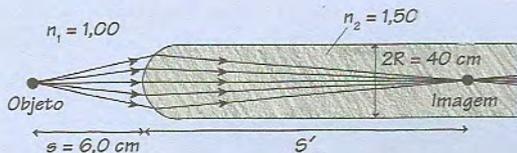


FIGURA 23.45 A superfície curva refrata a luz formando uma imagem real.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 23.45** mostra a situação. Para o ar, $n_1 = 1,00$, e para o vidro, $n_2 = 1,50$.

RESOLUÇÃO O raio da superfície é a metade do diâmetro do bastão, de modo que $R = 2,0$ cm. A Equação 23.21 torna-se, então,

$$\frac{1,00}{6,0 \text{ cm}} + \frac{1,50}{s'} = \frac{1,50 - 1,00}{2,0 \text{ cm}} = \frac{0,50}{2,0 \text{ cm}}$$

Isolando a distância s' da imagem, obtemos

$$\frac{1,50}{s'} = \frac{0,50}{2,0 \text{ cm}} - \frac{1,00}{6,0 \text{ cm}} = 0,0833 \text{ cm}^{-1}$$

$$s' = \frac{1,50}{0,0833} = 18 \text{ cm}$$

AVALIÇÃO Trata-se de uma imagem real localizada a 18 cm no interior do bastão de vidro.

EXEMPLO 23.13 Um peixe dourado em um aquário

Um peixe dourado vive em um aquário esférico com 50 cm de diâmetro. Se o peixe estiver a 10 cm da extremidade mais próxima do aquário, onde ele parece estar quando visto do exterior?

MODELO Considere o peixe como uma fonte puntiforme e considere os raios paraxiais que refratam da água para o ar. A fina parede de vidro tem pouco efeito e será ignorada.

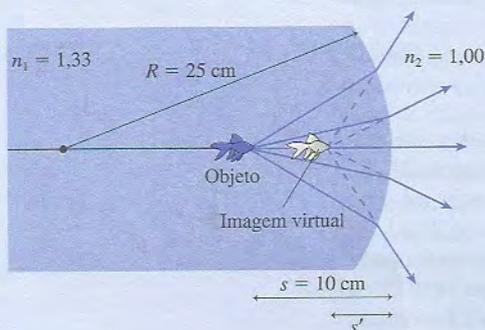


FIGURA 23.46 A superfície curva de um aquário produz uma imagem virtual do peixe.

VISUALIZAÇÃO A **FIGURA 23.46** mostra os raios que refratam *afastando-se* da normal quando passam da água para o ar. Esperamos encontrar uma imagem virtual a uma distância menor do que 10 cm.

RESOLUÇÃO O objeto encontra-se na água; logo, $n_1 = 1,33$ e $n_2 = 1,00$. A superfície interna é côncava (lembre-se de que ela é côncava por parecer uma cavidade), assim $R = -25$ cm. A distância do objeto é $s = 10$ cm. Com isso, a Equação 23.21 torna-se

$$\frac{1,33}{10 \text{ cm}} + \frac{1,00}{s'} = \frac{1,00 - 1,33}{-25 \text{ cm}} = \frac{0,33}{25 \text{ cm}}$$

Isolando a distância s' da imagem, obtemos

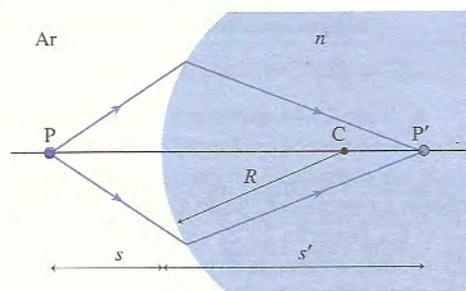
$$\frac{1,00}{s'} = \frac{0,33}{25 \text{ cm}} - \frac{1,33}{10 \text{ cm}} = -0,12 \text{ cm}^{-1}$$

$$s' = \frac{1,00}{-0,12 \text{ cm}^{-1}} = -8,3 \text{ cm}$$

AVALIÇÃO A imagem é virtual, localizada à esquerda da interface. Uma pessoa que olhe para o aquário verá que o peixe parece estar a 8,3 cm da borda do aquário.

PARE E PENSE 23.5 Quais das seguintes ações afastará o ponto-imagem real P' da interface? Pode haver mais de uma resposta correta.

- Aumentar o raio da curvatura R .
- Aumentar o índice de refração n .
- Aumentar a distância do objeto s .
- Diminuir o raio da curvatura R .
- Diminuir o índice de refração n .
- Diminuir a distância do objeto s .



Lentes

A aproximação de lente delgada pressupõe que os raios sofram apenas uma refração, no plano da lente. Na verdade, como mostra a FIGURA 23.47, os raios sofrem *duas refrações*, em interfaces esféricas com raios de curvatura R_1 e R_2 . Vamos supor que a lente tenha uma espessura t e que seja feita de um material com índice de refração n . Para simplificar, consideraremos que a lente esteja cercada pelo ar.

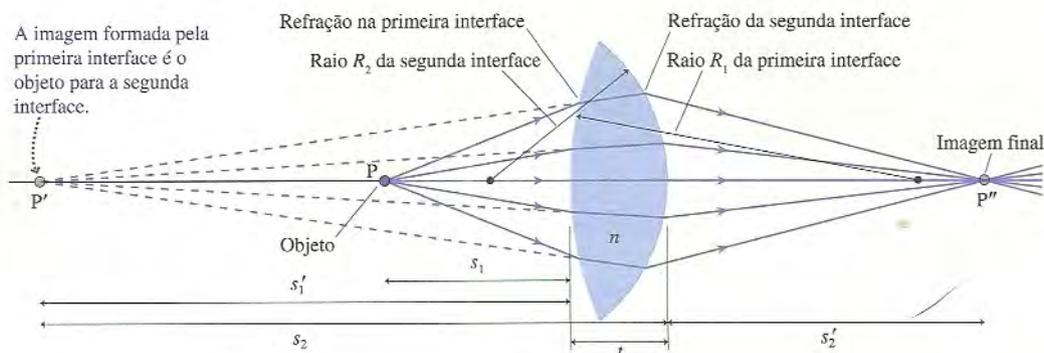


FIGURA 23.47 Formação de imagem por uma lente.

O objeto localizado no ponto P encontra-se a uma distância s_1 à esquerda da lente. A primeira interface da lente, de raio R_1 , refrata os raios provenientes de P para criar uma imagem no ponto P' . Podemos usar a Equação 23.21 para uma interface esférica a fim de encontrar a distância s'_1 da imagem formada pela primeira interface

$$\frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n-1}{R_1} \quad (23.22)$$

onde usamos $n_1 = 1$ para o ar e $n_2 = n$ para a lente. Suponhamos que a imagem P' seja virtual, mas tal hipótese não é essencial para o resultado.

Com duas interfaces refratoras, a imagem P' formada pela primeira interface serve como objeto para a segunda, ou seja, os raios que sofrem refração na segunda interface parecem provir de P' . A distância de objeto s_2 de P' à segunda interface parece que deveria ser $s_2 = s'_1 + t$, todavia P' é uma imagem virtual formada pela primeira interface, de modo que s'_1 é um número *negativo*. Assim, a distância até a segunda interface é $s_2 = |s'_1| + t = t - s'_1$. Podemos encontrar a imagem de P' através de uma segunda aplicação de Equação 23.21, mas com uma mudança. Os raios incidem na interface provenientes do interior da lente, de modo que, desta vez, $n_1 = n$ e $n_2 = 1$. Conseqüentemente,

$$\frac{n}{t - s'_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1-n}{R_2} \quad (23.23)$$

Para uma *lente delgada*, com $t \rightarrow 0$, a Equação 23.23 torna-se

$$-\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{1-n}{R_2} = -\frac{n-1}{R_2} \quad (23.24)$$

Nosso objetivo é determinar a distância s'_2 ao ponto P'' , a imagem final produzida pela lente como um todo. Este objetivo é facilmente atingido, simplesmente, somando-se as Equações 23.22 e 23.24 e eliminando-se s'_1 , do que resulta

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{n-1}{R_1} - \frac{n-1}{R_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (23.25)$$

Os subscritos numéricos em s_1 e s'_2 não têm mais qualquer finalidade agora. Se substituirmos s_1 por s , a distância do objeto à lente, e s'_2 por s' , a distância da imagem, a Equação 23.25 tornar-se-á a *equação de lente delgada*:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{equação de lente delgada}) \quad (23.26)$$

onde a *distância focal* da lente é

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{equação dos fabricantes de lentes}) \quad (23.27)$$

A Equação 23.27 é conhecida tradicionalmente como a *equação dos fabricantes de lentes*. Ela permite que você determine a distância focal de uma lente a partir de seu formato e do material usado em sua fabricação.

Podemos verificar que esta expressão para f fornece realmente a distância focal da lente se nos lembrarmos de que os raios inicialmente paralelos ao eixo óptico passam pelo ponto focal do lado distante. De fato, esta foi nossa *definição* de distância focal de uma lente. Raios paralelos devem provir de um objeto extremamente distante, a uma distância $s \rightarrow \infty$ e, portanto, $1/s = 0$. Neste caso, a Equação 23.26 nos diz que os raios paralelos irão convergir a uma distância $s' = f$ no lado distante da lente, exatamente como esperávamos.

Derivamos a equação de uma lente delgada e a equação dos fabricantes de lentes a partir da geometria específica da lente mostrada na Figura 23.47, mas os resultados são válidos para qualquer lente desde que sejam assinalados sinais algébricos apropriados a todas as grandezas envolvidas. A convenção de sinais usada nas Equações 23.26 e 23.27 é dada pela Tabela 23.4.

TABELA 23.4 Convenção de sinal para lentes delgadas

	Positivo	Negativo
R_1, R_2	Convexo em relação ao objeto	Côncavo em relação ao objeto
f	Lente convergente, mais espessa no centro	Lente divergente, mais delgada no centro
s'	Imagem real, lado oposto ao do objeto	Imagem virtual, mesmo lado do objeto

NOTA ► Para uma *lente espessa*, onde a espessura t não é desprezível, podemos resolver as Equações 23.22 e 23.23 em seqüência a fim de determinar a posição do ponto-imagem P'' . ◀

EXEMPLO 23.14 Distância focal de uma lente em forma de menisco

Qual é a distância focal da *lente menisco* de vidro mostrada na FIGURA 23.48? Trata-se de uma lente convergente ou divergente?

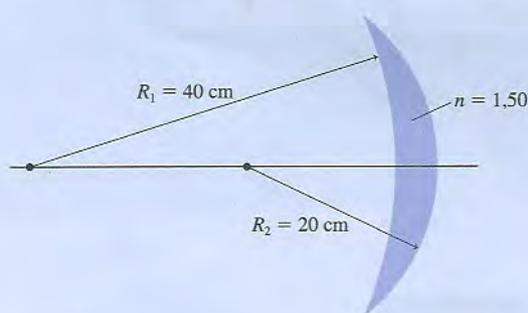


FIGURA 23.48 Uma lente menisco.

RESOLUÇÃO Se o objeto estiver na esquerda, então a primeira interface possui $R_1 = -40$ cm (côncava em relação ao objeto), e a segunda, $R_2 = -20$ cm (também côncava em relação ao objeto). O índice de refração do vidro é $n = 1,50$, portanto a equação dos fabricantes de lentes assume a forma

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (1,50 - 1) \left(\frac{1}{-40 \text{ cm}} - \frac{1}{-20 \text{ cm}} \right) \\ &= 0,0125 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

Invertendo esta expressão, obtemos $f = 80$ cm. Trata-se de uma lente convergente, o que concluímos a partir do valor positivo de f e do fato de que a lente é mais espessa no centro.

Formação de imagens por uma lente delgada

Agora podemos usar a equação de lente delgada, Equação 23.26, para calcular exatamente onde se encontra a imagem formada pela lente. De forma alternativa, podemos usar a equação de lente delgada para determinar a distância focal de uma lente necessária para criar uma imagem em um local desejado. Embora a equação de lente delgada permita cálculos precisos, as lições do traçado de raios não devem ser esquecidas. A ferramenta mais poderosa da análise óptica é a combinação de traçado de raios, para adquirir uma compreensão intuitiva das trajetórias dos raios, com a equação de lente delgada.

EXEMPLO 23.15 Projetando uma lente

A lente objetiva de um microscópio usa uma lente de vidro plano-convexa com o lado reto voltado para a amostra. Uma imagem real é formada 160 mm atrás da lente quando ela se encontra a 8,0 mm da amostra. Qual é o raio da superfície curva da lente?

MODELO Considere a lente como delgada. Sua distância focal é determinada pela equação dos fabricantes de lentes.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.49 ilustra o formato da lente e define R_2 . O índice de refração foi obtido na Tabela 23.1.

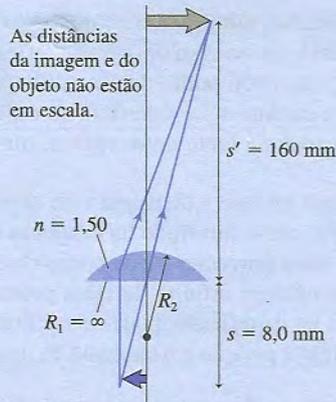


FIGURA 23.49 A lente plano-convexa de um microscópio.

RESOLUÇÃO Podemos usar a equação dos fabricantes de lentes para isolar R_2 se soubermos qual é a distância focal da lente. Como conhecemos a distância do objeto e a da imagem, podemos usar a equação de lente delgada para determinar

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{8,0 \text{ mm}} + \frac{1}{160 \text{ mm}} = 0,131 \text{ mm}^{-1}$$

A distância focal é $f = 1/(0,131 \text{ mm}^{-1}) = 7,6 \text{ mm}$, mas $1/f$ é tudo de que precisamos para usar a equação dos fabricantes de lentes. A superfície frontal da lente é plana, a qual consideramos como parte de uma esfera com $R_1 = \infty$. Conseqüentemente, $1/R_1 = 0$. Com isto, podemos isolar R_2 a partir da equação dos fabricantes de lentes:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_2} &= \frac{1}{R_1} - \frac{1}{n-1} \frac{1}{f} = 0 - \left(\frac{1}{1,50-1} \right) (0,131 \text{ mm}^{-1}) \\ &= -0,262 \text{ mm}^{-1} \\ R_2 &= -3,8 \text{ mm} \end{aligned}$$

O sinal negativo aparece porque a superfície curva é côncava em relação ao objeto. Fisicamente, o raio da superfície curva é 3,8 mm.

AVALIAÇÃO A espessura real da lente é muito menor do que R_2 , provavelmente não mais do que 1,0 mm. Trata-se de uma espessura significativamente menor do que as distâncias do objeto e da imagem, portanto a aproximação de lente delgada é justificada.

EXEMPLO 23.16 Uma lupa

Um colecionador de selos usa uma lupa posicionando-a 2,0 cm acima do selo. O aumento obtido é igual a 4,0. Qual é a distância focal da lente?

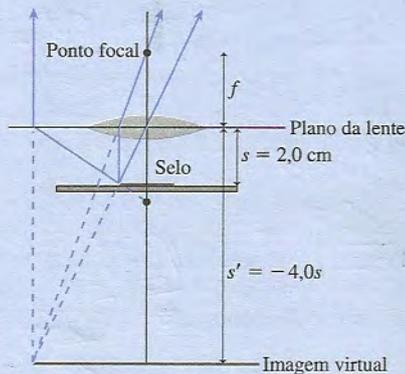


FIGURA 23.50 Representação pictórica de uma lupa.

MODELO A lupa é uma lente convergente para a qual a distância do objeto é menor do que a distância focal ($s < f$). Suponha que seja uma lente delgada.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.50 mostra a lente e um diagrama de traçado de raios. Não sabemos, nem precisamos saber, qual é o formato real da lente. Qualquer combinação de materiais e superfícies que produza a distância focal desejada funcionará como uma lupa. A figura mostra uma lente convergente genérica.

RESOLUÇÃO Uma imagem virtual é direita; logo, $m = +4,0$. O aumento é $m = -s'/s$, portanto

$$s' = -4,0s = -(4,0)(2,0 \text{ cm}) = -8,0 \text{ cm}$$

Podemos usar os valores de s e s' na equação de lente delgada para determinar a distância focal:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{2,0 \text{ cm}} + \frac{1}{-8,0 \text{ cm}} = 0,375 \text{ cm}^{-1} \\ f &= 2,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

AVALIAÇÃO Obtivemos $f > 2 \text{ cm}$, como esperado.

PARE E PENSE 23.6 A imagem de um *slide* projetada em uma tela está embaçada porque a tela está à frente do plano da imagem formada. Para focar a imagem, você deveria aproximar ou afastar a lente em relação ao *slide*?

23.8 Formação de imagens por espelhos esféricos

15.5–15.8



Espelhos curvos – como os que são usados em telescópios, em espelhos de vigilância e em retrovisores e refletores de carros – podem ser usados para formar imagens que podem ser analisadas por meio de diagramas de raios parecidos com os usados para lentes. Consideraremos apenas o caso importante dos **espelhos esféricos**, cujas superfícies consistem de uma calota esférica.

Espelhos côncavos

A FIGURA 23.51 mostra um **espelho côncavo**, um espelho no qual as bordas se curvam em torno da fonte luminosa. Raios paralelos ao eixo óptico são refletidos na superfície do espelho de forma a passar por um único ponto do eixo óptico. Este é o ponto focal do espelho. A distância focal é a distância da superfície do espelho até o ponto focal. Um espelho côncavo é análogo a uma lente convergente, mas possui apenas um ponto focal.

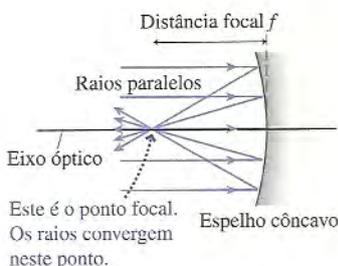


FIGURA 23.51 Ponto focal e distância focal de um espelho côncavo.

Vamos começar considerando o caso em que a distância s do objeto até o espelho é maior do que a distância focal ($s > f$), como mostrado na FIGURA 23.52. Vemos que a imagem é *real* (e invertida) porque os raios provenientes do ponto-objeto P convergem para o ponto-imagem P' . Embora um número infinito de raios provenientes de P se cruzem em P' , cada qual obedecendo à lei da reflexão, pode-se verificar que três “raios especiais” são suficientes para determinar a posição e o tamanho da imagem:

- Um raio paralelo ao eixo é refletido de modo a passar pelo ponto focal.
- Um raio incidente através do ponto focal é refletido paralelamente ao eixo.
- Um raio incidente no centro do espelho é refletido segundo um ângulo igual para o lado oposto do eixo.

Esses três raios também localizam a imagem se $s < f$, todavia, neste caso, a imagem formada é *virtual* e se encontra atrás do espelho.

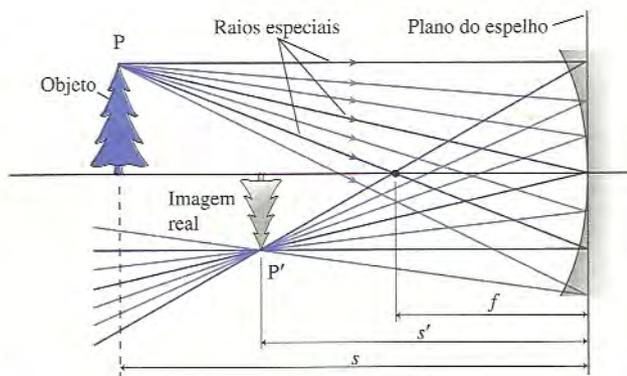


FIGURA 23.52 Imagem real formada por um espelho côncavo.

Espelhos convexos

A FIGURA 23.53 mostra raios paralelos de luz que se aproximam de um espelho no qual as bordas se curvam em direção oposta à fonte luminosa. Isto é o que se chama de **espelho convexo**. Neste caso, os raios refletidos parecem provir de um ponto atrás do espelho. Trata-se do ponto focal de um espelho convexo.

Um exemplo comum de espelho convexo é uma bola prateada como as que usamos para ornamentar uma árvore de Natal. Provavelmente você já notou que, se olhar seu reflexo em uma dessas bolas, sua imagem aparecerá com orientação direita, mas de tamanho bem pequeno. A FIGURA 23.54 mostra um auto-retrato do artista holandês M. C. Escher que ilustra essas observações. Vamos usar o traçado de raios para ver por que a imagem aparece desta forma.

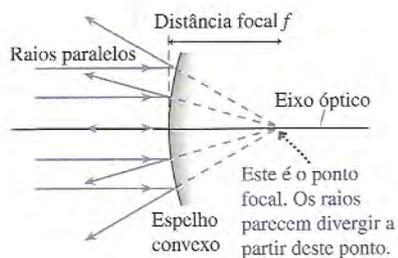


FIGURA 23.53 Ponto focal e distância focal de um espelho convexo.

A FIGURA 23.55 mostra um objeto em frente a um espelho convexo. Neste caso, os raios refletidos – cada qual obedecendo à lei da reflexão – criam uma imagem direita e de altura reduzida atrás do espelho. Sabemos que a imagem é virtual porque nenhum raio de fato converge no ponto-imagem P' . Ao invés disso, raios divergentes *parecem* provir deste ponto. Novamente, três raios especiais são suficientes para determinar a imagem.

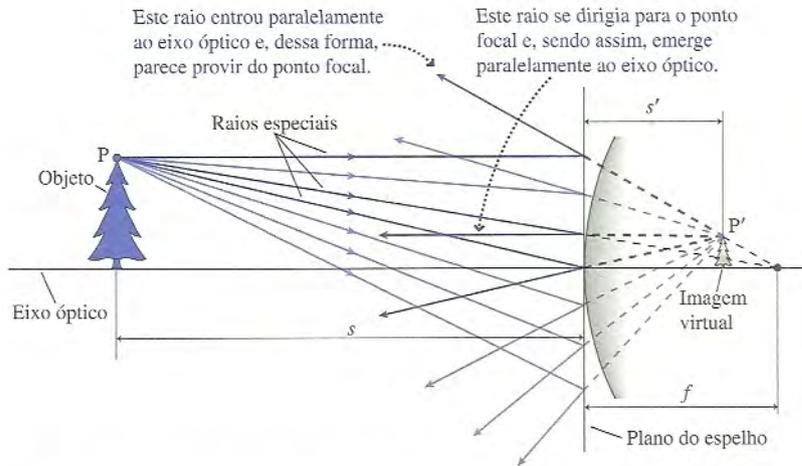


FIGURA 23.55 Imagem virtual formada por um espelho convexo.

Os espelhos convexos são usados em uma variedade de aplicações de segurança e monitoramento, como os espelhos retrovisores ao lado do passageiro em um carro e os espelhos redondos usados em lojas para vigilância de clientes. Quando um objeto é refletido em um espelho convexo, a imagem formada é menor. Como a imagem é, em certo sentido, uma versão em miniatura do objeto, pode-se *ver muito mais dela* entre as bordas do espelho convexo do que em um espelho plano de mesmo tamanho. Esta vista angular ampla é claramente útil para monitorar o trânsito atrás de seu carro ou para observar clientes em uma loja.

Essas observações formam a base do Box Tático 23.4.



FIGURA 23.54 Auto-retrato de M. C. Escher.

BOX TÁTICO
23.4

Traçado de raios para um espelho esférico



- 1 **Desenhe um eixo óptico.** Use papel quadriculado ou régua! Estabeleça uma escala adequada.
- 2 **Centre o espelho sobre o eixo.** Marque e denote o ponto focal a uma distância f da superfície do espelho.
- 3 **Represente o objeto por uma seta orientada para cima a uma distância s .** Geralmente é melhor colocar a base da seta sobre o eixo e desenhar a seta com tamanho de cerca da metade do raio do espelho.
- 4 **Desenhe os três “raios especiais” a partir da ponta da seta.** Use uma régua com escala.
 - a. Um raio paralelo ao eixo reflete através (côncavo) ou para longe do (convexo) ponto focal.
 - b. Um raio incidente passando através (côncavo) ou indo em direção (convexo) ao ponto focal reflete paralelamente ao eixo.
 - c. Um raio que atinge o centro do espelho reflete a um ângulo igual no lado oposto do eixo óptico.
- 5 **Prolongue os raios para a frente até que haja convergência entre eles.** Este é o ponto-imagem. Desenhe o restante da imagem no plano da imagem. Se a base do objeto estiver no eixo, então a base da imagem também deverá estar sobre o eixo.
- 6 **Meça a distância s' da imagem.** Também, se necessário, meça a altura da imagem em relação à altura do objeto.

EXEMPLO 23.17 Análise de um espelho côncavo

Um objeto de 3,0 cm de altura está posicionado a 60 cm de um espelho côncavo. A distância focal do espelho é 40 cm. Use o traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem.

MODELO Siga os passos do traçado de raios descritos no Box Tático 23.4.

VISUALIZAÇÃO A FIGURA 23.56 mostra o diagrama de raios e os passos do Box Tático 23.4.

RESOLUÇÃO Podemos usar uma régua para verificar que a posição da imagem é $s' \approx 120$ cm na frente do espelho e que sua altura é $h' \approx 6$ cm.

AVALIAÇÃO A imagem é *real* porque os raios luminosos convergem no ponto-imagem.

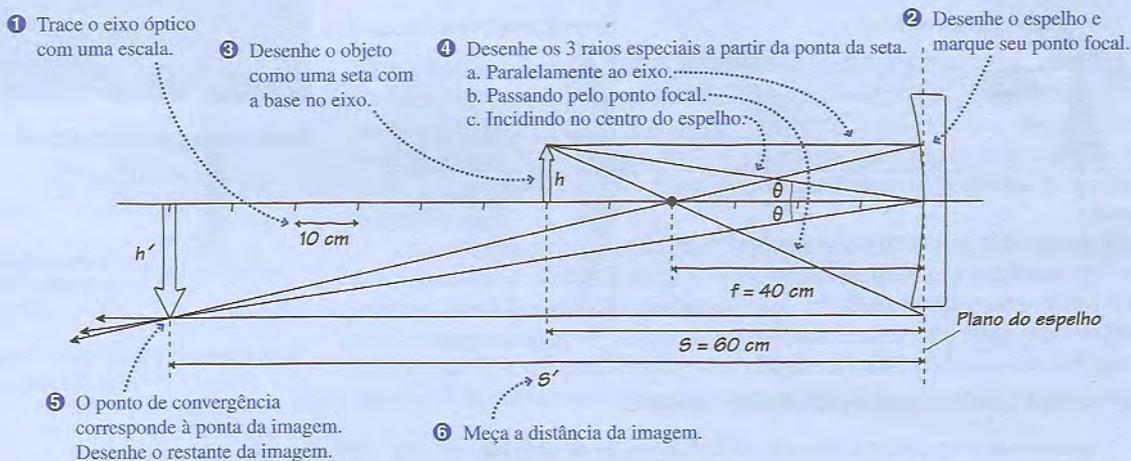


FIGURA 23.56 Diagrama de traçado de raios para um espelho côncavo.

A equação dos espelhos

A equação de uma lente delgada pressupõe que ela tenha uma espessura desprezível (de modo que uma única refração ocorre no plano da lente) e que os raios que nela incidem sejam quase paralelos ao eixo óptico (raios paraxiais). Se fizermos a mesma pressuposição acerca dos espelhos esféricos – com espessuras desprezíveis, de modo que os raios paraxiais são refletidos no plano do espelho –, então as distâncias do objeto e da imagem estarão relacionadas exatamente como no caso das lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (\text{equação dos espelhos delgados}) \quad (23.28)$$

A distância focal do espelho, que você pode demonstrar como tarefa de casa, está relacionada ao raio de curvatura do espelho por

$$f = \frac{R}{2} \quad (23.29)$$

A Tabela 23.5 mostra as convenções de sinal usadas com espelhos esféricos. Elas diferem da convenção para as lentes; assim, você deve ter muita atenção ao comparar esta tabela com a Tabela 23.4. Um espelho côncavo (análogo a uma lente convergente) possui uma distância focal positiva, ao passo que um espelho convexo (análogo a uma lente divergente) corresponde a uma distância focal negativa. O aumento linear transversal de um espelho esférico é calculado exatamente da mesma forma que para uma lente:

$$m = -\frac{s'}{s} \quad (23.30)$$

TABELA 23.5 Convenção de sinal para espelhos esféricos

	Positivo	Negativo
R e f	Côncavo em relação ao objeto	Convexo em relação ao objeto
s'	Imagem virtual, mesmo lado do objeto	Imagem virtual, lado oposto ao objeto

EXEMPLO 23.18 Análise de um espelho côncavo

Um objeto de 3,0 cm de altura está posicionado a 20 cm de um espelho côncavo. O raio de curvatura do espelho é 80 cm. Determine a posição, a orientação e a altura da imagem.

MODELO Suponha que o espelho seja delgado.

VISUALIZAÇÃO A distância focal do espelho é $f = R/2 = +40$ cm, onde usamos a convenção de sinal da Tabela 23.5. Sabendo a distância focal, os três raios especiais na FIGURA 23.57 mostram que a imagem é virtual, ampliada e localizada atrás do espelho.

RESOLUÇÃO A equação dos espelho delgados é

$$\frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{40 \text{ cm}}$$

É fácil isolar s' e obter $s' = 40$ cm, o que está de acordo com o traçado de raios. O sinal negativo significa que se trata de uma imagem virtual atrás do espelho. O aumento é

$$m = -\frac{-40 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = +2,0$$

Conseqüentemente, a imagem tem 6,0 cm de altura e é direita.

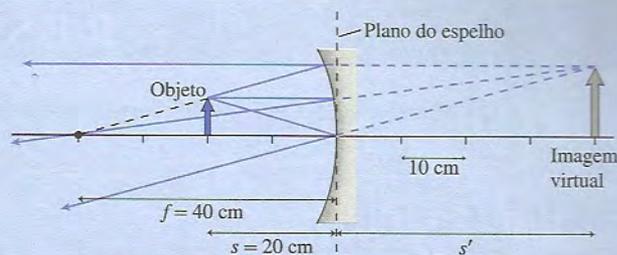


FIGURA 23.57 Representação pictórica para o Exemplo 23.18.

AValiação Trata-se de uma imagem virtual porque os raios luminosos divergem a partir do ponto-imagem. Você poderia ver esta imagem aumentada parando atrás do objeto e olhando o espelho. De fato, é assim que funcionam os espelhos de aumento para finalidades cosméticas.

PARE E PENSE 23.7 Um espelho côncavo com distância focal f forma uma imagem da Lua. Onde a imagem está localizada?

- Na superfície do espelho.
- Quase exatamente à distância f atrás do espelho.
- Quase exatamente à distância f à frente do espelho.
- A uma distância atrás do espelho igual à distância da Lua em relação ao espelho.

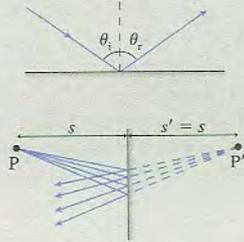
RESUMO

Os objetivos do Capítulo 23 foram entender e aplicar o modelo geométrico para a luz.

Princípios gerais

Reflexão

Lei da reflexão: $\theta_r = \theta_i$
 A reflexão pode ser **especular** (como em um espelho) ou **difusa** (em superfícies irregulares).
 Espelhos planos: uma imagem virtual é formada em P' com $s' = s$.

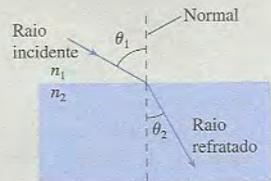


Refração

Lei de Snell da refração:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

O **índice de refração** é $n = cv$.
 O raio está mais próximo à normal no lado com maior índice de refração.
 Se $n_2 < n_1$, a **reflexão interna total (RIT)** ocorre quando o ângulo de incidência for $\theta_1 \geq \theta_c = \sin^{-1}(n_2/n_1)$.



Conceitos importantes

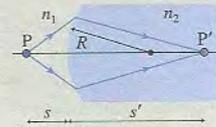
O modelo de raios luminosos

A luz se propaga em linhas retas orientadas, chamadas de **raios luminosos**, com velocidade de módulo $v = cn$.
 Todo raio luminoso prossegue indefinidamente a menos que alguma interação com a matéria o faça ser refletido, refratado, espalhado ou absorvido.
 Os raios luminosos provêm de **objetos**. Cada ponto do objeto emite raios em todas as direções e sentidos.
 O olho enxerga um objeto (ou uma imagem) quando raios divergentes são coletados pela pupila e focados sobre a retina.

- A óptica geométrica baseada no conceito de raios é válida quando as lentes, os espelhos e as aberturas forem maiores do que ≈ 1 mm.

Formação de imagens

Se os raios divergem a partir de P e interagem com uma lente ou com um espelho de forma que os raios refratados/refletidos sejam **divergentes** a partir do ponto P' e pareçam provir deste ponto, chamamos P' de **imagem virtual** de P .



Se os raios divergem a partir de P e interagem com uma lente ou espelho de forma que os raios refratados sejam **convergentes** em P' , então este ponto é a **imagem real** de P .

Superfície esférica: as distâncias do objeto e da imagem estão relacionadas por

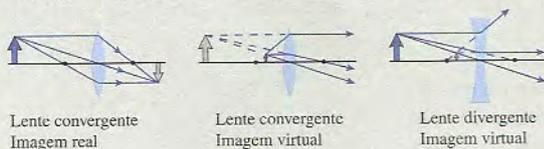
$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Superfície plana: $R \rightarrow \infty$, então $|s'/s| = n_2/n_1$.

Aplicações

Traçado de raios

Três raios especiais correspondentes a 3 situações básicas:



Aumento $m = -\frac{s'}{s}$

m é + no caso de uma imagem direita e - para uma imagem invertida.

A razão entre as alturas é $h'/h = |m|$.

Lentes delgadas

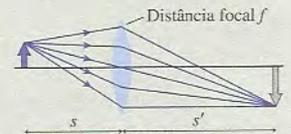
As distâncias da imagem e do objeto estão relacionadas por

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

onde a distância focal é determinado pela equação dos fabricantes de lentes:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

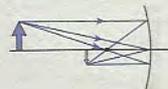
- | | | |
|------|--|-------------------|
| R | + para superfície convexa em relação ao objeto | - para côncava |
| f | + para uma lente convergente | - para divergente |
| s' | + para uma imagem real | - para virtual |



Espelhos esféricos

As distâncias da imagem e do objeto estão relacionadas por

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$



- | | | |
|--------|------------------------|----------------|
| R, f | + para espelho côncavo | - para convexo |
| s' | + para imagem real | - para virtual |
- Distância focal $f = R/2$

Termos e notação

raio luminoso	reflexão difusa	dispersão	plano do objeto
objeto	imagem virtual	espalhamento de Rayleigh	plano da imagem
fonte puntiforme	refração	lente	imagem invertida
feixe paralelo	ângulo de refração	traçado de raios	aumento linear transversal, m
diagrama de raios	lei de Snell	lente convergente	imagem direita
câmara escura	reflexão interna total (RIT)	ponto focal	espelho esférico
abertura	ângulo crítico, θ_c	distância focal, f	espelho côncavo
reflexão especular	distância do objeto, s	lente divergente	espelho convexo
ângulo de incidência	distância da imagem, s'	lente delgada	
ângulo de reflexão	eixo óptico	plano da lente	
lei da reflexão	raios paraxiais	imagem real	



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

QUESTÕES CONCEITUAIS

- Se você ligar os faróis do carro durante o dia, a estrada à frente não parece ficar mais clara. Por que não?
- Suponha que você tenha duas câmeras com aberturas de buraco de alfinete. A primeira tem um pequeno orifício redondo na frente. A segunda é idêntica, exceto por ter um orifício quadrado de área igual à do orifício redondo da primeira câmera. As fotos tiradas com as duas câmeras, sob as mesmas condições, seriam diferentes de alguma maneira óbvia? Explique.

- Suponha que você olhe para a imagem de um lápis em um espelho, como mostra a **FIGURA Q23.3**.

- O que ocorrerá com a imagem se a metade superior do espelho até o ponto central for coberta por um pedaço de cartolina? Explique.

- O que ocorrerá com a imagem se a metade inferior do espelho for coberta por um pedaço de cartolina? Explique.

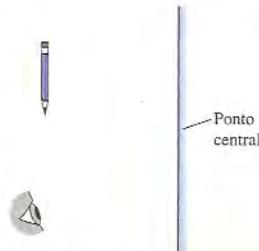


FIGURA Q23.3

- Um problema com o uso de fibras ópticas em comunicações é que um raio luminoso que passe diretamente pelo centro da fibra levará menos tempo para ir de uma extremidade à outra do que um raio que faça um caminho mais longo, em ziguezague. Assim, raios luminosos que iniciem juntos, mas que se propaguem em direções ligeiramente diferentes, atingirão a extremidade da fibra em instantes diferentes. Este problema pode ser resolvido fazendo-se o índice de refração do vidro variar gradativamente de um valor mais alto, no centro da fibra, para um valor menor próximo às bordas. Explique como isto reduz a diferença nos tempos de propagação.

- Suponha que você olhe para o céu em um dia claro através de dois pedaços de plástico, um vermelho e outro azul, orientados conforme mostra a **FIGURA Q23.5**. Descreva a cor e o brilho da luz que passa pelas seções 1, 2 e 3.

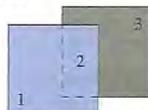


FIGURA Q23.5

- Um cartão vermelho é iluminado com luz vermelha. Que cor ele parecerá ter? E se o cartão for iluminado com luz azul?
- O centro da galáxia é cheio de gás hidrogênio de baixa densidade. Um astrônomo deseja tirar uma foto do centro da galáxia. O resultado obtido será melhor se ele usar luz ultravioleta, luz visível ou luz infravermelha para tirar a foto? (Telescópios de alta qualidade estão disponíveis em todas as três faixas do espectro.) Explique.
- Considere um ponto de um objeto próximo a uma lente.
 - Qual é o número mínimo de raios necessários para localizar o correspondente ponto-imagem? Explique.
 - Quantos raios emitidos deste ponto atingirão a lente, de fato, e sofrerão refração desviando-se para o ponto-imagem?
- O objeto e a lente na **FIGURA Q23.9** são posicionados para formar uma imagem bem focada e invertida em uma tela de visualização. A seguir, um pedaço de cartolina é colocado na frente da lente de modo a cobrir sua metade superior. Descreva o que você vê na tela quando a cartolina encontra-se nesta posição.

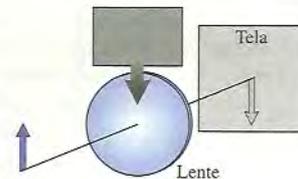


FIGURA Q23.9

- Um espelho côncavo faz os raios solares convergirem para o foco na frente do espelho. Suponha que o espelho, então, seja submerso em uma piscina, ainda apontado para o Sol. Os raios solares serão focados em um ponto mais próximo ou à mesma distância do espelho? Explique.
- Quando você olha seu reflexo na cavidade côncava de uma colher, ele está de cabeça para baixo. Por quê?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 23.1 O modelo de raios luminosos

- Quanto tempo decorre (em ns) para que a luz se propague 1,0 m no vácuo?
 - Que distância a luz percorre na água, no vidro e no zircônio cúbico durante o tempo em que se propaga 1,0 m no vácuo?
- Uma camada de óleo com 5,0 cm de espessura está espremida entre uma lâmina de vidro com 1,0 cm de espessura e uma lâmina de plástico poliestireno com 2,0 cm de espessura. Quanto tempo decorre (em ns) para que a luz que incide perpendicularmente no vidro atravesse este "sanduíche" de 8,0 cm de espessura?
- Uma fonte luminosa puntiforme ilumina uma abertura a 2,0 m de distância. Uma faixa de luz clara com 12,0 cm de largura aparece em uma tela situada 1,0 m atrás da abertura. Qual é a largura da abertura?
- A FIGURA EX23.4 é a vista superior de um quarto. Lâmpadas vermelhas e verdes, separadas por 0,25 m, brilham através da porta aberta e iluminam a parede oposta do quarto. Ao longo de que faixa de valores de x a parede traseira é iluminada pela (a) luz vermelha e (b) luz verde?
- Uma estudante construiu uma câmera de 15 cm de comprimento com um furo de alfinete para o projeto de uma feira de ciências. Ela deseja fotografar seu amigo de 180 cm de altura e registrar sua imagem no filme com 5,0 cm de altura. A que distância da frente da câmera seu amigo deve se posicionar?

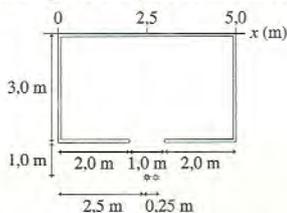


FIGURA EX23.4

Seção 23.2 Reflexão

- O espelho da FIGURA EX23.6 desvia em 60° o feixe horizontal de um laser horizontal. Quanto vale o ângulo ϕ ?

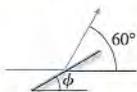


FIGURA EX23.6

- Um raio luminoso sai do ponto A da FIGURA EX23.7, é refletido no espelho e atinge o ponto B. A que distância abaixo da borda superior o raio atinge o espelho?

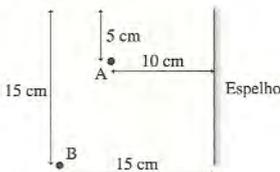


FIGURA EX23.7

- O feixe do laser da FIGURA EX23.8 é direcionado para o centro de um espelho hexagonal rotatório. Qual é o comprimento iluminado pela luz do laser à medida que o feixe refletido varre a parede atrás do laser?

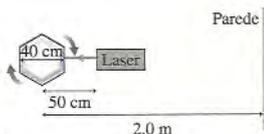


FIGURA EX23.8

- Segundo que ângulo ϕ o feixe de laser da FIGURA EX23.9 deve ser apontado para o teto dotado de espelho a fim de atingir o ponto central da parede mais distante?

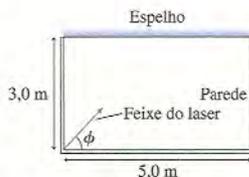


FIGURA EX23.9

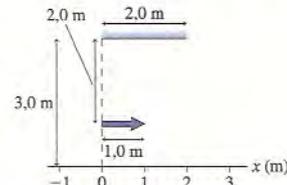


FIGURA EX23.10

- A FIGURA EX23.10 é a vista superior de um quarto. Conforme você caminha ao longo da parede oposta ao espelho (ou seja, ao longo do eixo x), sobre que faixa de valores de x você enxergará a seta azul inteira no espelho?
- Suponha que a distância entre seus olhos e pés fosse 165 cm e que você estivesse parado 200 cm à frente de um espelho alto. Qual seria a distância entre seus olhos e a imagem dos dedos do pé?

Seção 23.3 Refração

- Uma camada de água de 1,0 cm de espessura repousa sobre uma placa de vidro horizontal. Um raio luminoso incide, a partir do ar, sobre a água formando 60° com a normal. Qual é a direção de propagação do raio no vidro?
- Um pingente de bijuteria feito de zircônio cúbico é submerso em óleo. Um raio luminoso entra por um lado do cristal e, depois, se propaga segundo um ângulo de 25° com relação à normal. Qual é o ângulo de incidência do raio no cristal?
- Um mergulhador submerso enxerga o Sol a 50° do horizonte. Qual é a altura do Sol acima do horizonte para um pescador que está em um barco logo acima do mergulhador?
- O feixe de um laser incide do ar sobre um líquido segundo um ângulo de 37° com a normal. O correspondente ângulo do feixe do laser no interior do líquido é 26° . Qual é o índice de refração do líquido?
- O núcleo de vidro de uma fibra óptica tem um índice de refração de 1,60. O índice de refração do revestimento é de 1,48. Qual é o ângulo máximo que um raio luminoso pode formar com a parede do núcleo se ele deve se mantido dentro da fibra?
- Um bastão fino de vidro é submerso em óleo. Qual é o ângulo crítico para a luz que se propaga dentro do bastão?

Seção 23.4 Formação de imagens por refração

- Em um aquário com lados planos, um peixe enxerga uma latinha com comida de peixe em cima do balcão da loja. Para o olho do peixe, a lata parece estar a 30 cm do aquário, do lado de fora. Qual é a distância verdadeira entre a lata e o aquário? (Despreze a parede de vidro delgada do aquário.)
- Um biólogo mantém um espécime de seu besouro preferido incrustado em um cubo de plástico poliestireno. O desafortunado inseto parece estar 2,0 cm dentro do plástico. Qual é a distância real do besouro por trás da superfície do plástico?
- Uma mergulhadora de 150 cm de altura está completamente submersa no fundo de uma piscina cheia de água, e você está sentado na ponta do trampolim, quase diretamente sobre ela. Qual é a altura aparente da mergulhadora?

21. | Para um peixe dentro de um aquário, as paredes de 4,00 mm de espessura parecem ter apenas 3,50 mm de espessura. Qual é o índice de refração das paredes?

Seção 23.5 Cor e dispersão

22. || Uma lâmina de vidro possui $n_{\text{vermelho}} = 1,52$ e $n_{\text{violeta}} = 1,55$. Um feixe estreito de luz branca incide sobre o vidro segundo 30° . Qual é o valor do ângulo de espalhamento do feixe luminoso dentro do vidro?
23. | Uma lâmpada de hidrogênio emite luz em dois principais comprimentos de onda: 656 nm (vermelho) e 486 nm (azul). A luz penetra em um prisma de vidro *flint*, perpendicularmente a uma das faces, e depois refrata através da hipotenusa de volta para o ar. O ângulo entre essas duas faces é 35° .
- Use a Figura 23.29 para estimar em até $\pm 0,002$ de precisão o índice de refração do vidro *flint* nesses dois comprimentos de onda.
 - Qual é o ângulo (em graus) formado entre a luz vermelha e a luz azul que sai do prisma?
24. | Um feixe estreito de luz branca incide em uma lâmina de quartzo. O feixe se dispersa no interior do quartzo, com a luz vermelha ($\lambda \approx 700$ nm) propagando-se segundo um ângulo de $26,3^\circ$ com a normal, e com a luz violeta ($\lambda \approx 400$ nm) propagando-se a $25,7^\circ$. O índice de refração do quartzo para a luz vermelha é 1,45. Qual é o valor do índice de refração do quartzo para a luz violeta?
25. || Telescópios infravermelhos, que empregam detectores infravermelhos especiais, conseguem penetrar mais em regiões da galáxia onde existe formação de estrelas porque a luz infravermelha não é espalhada tão fortemente quanto a luz visível pelas tênues nuvens de gás hidrogênio a partir das quais novas estrelas são criadas. Para que comprimento de onda luminosa o espalhamento corresponde apenas a 1% do espalhamento de luz visível de comprimento de onda de 500 nm?

Seção 23.6 Lentes delgadas: traçado de raios

26. || Um objeto encontra-se 20 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal é 10 cm. Use o método de traçado de raios para determinar a localização da imagem. Ela é direita ou invertida?
27. || Um objeto encontra-se 30 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal é 10 cm. Use o método de traçado de raios para determinar a localização da imagem. Ela é direita ou invertida?
28. || Um objeto encontra-se 6 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal é 10 cm. Use o método de traçado de raios para determinar a localização da imagem. Ela é direita ou invertida?
29. || Um objeto encontra-se 15 cm à frente de uma lente divergente cuja distância focal é -10 cm. Use o método de traçado de raios para determinar a localização da imagem. Ela é direita ou invertida?

Seção 23.7 Lentes delgadas: teoria da refração

30. | Determine a distância focal da lente de vidro da FIGURA EX23.30.

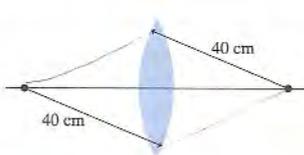


FIGURA EX23.30

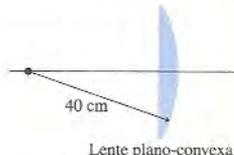


FIGURA EX23.31

31. | Determine a distância focal da lente plano-convexa de plástico poliestireno da FIGURA EX23.31.
32. || Determine a distância focal da lente de vidro da FIGURA EX23.32.

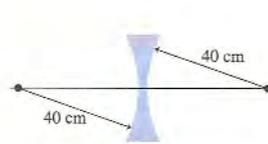


FIGURA EX23.32



FIGURA EX23.33

33. || Encontre a distância focal da lente menisco feita de plástico poliestireno da FIGURA EX23.33.
34. || Um peixe dourado vive em um aquário esférico com 50 cm de diâmetro. O peixe enxerga um gato que o está observando. Se o rosto do gato estiver a 20 cm da borda do aquário, a que distância da borda do peixe enxergará o gato? (Despreze o efeito da parede de vidro delgada do aquário.)
35. || Uma bolha de ar dentro de uma bola de plástico com 8,0 cm de diâmetro encontra-se a 2,0 cm da superfície. Quando você olha para a bola com a bolha virada em sua direção, a que distância abaixo da superfície ela lhe parece estar?
36. || Uma chama de vela com 1,0 cm de altura encontra-se a 60 cm de uma lente cuja distância focal é 20 cm. Quanto valem a distância e a altura da imagem da chama?

Seção 23.8 Formação de imagens por espelhos esféricos

37. || Um objeto encontra-se 40 cm à frente de um espelho côncavo cuja distância focal é 20 cm. Use o traçado de raios para localizar a imagem. A imagem é direita ou invertida?
38. || Um objeto encontra-se 12 cm à frente de um espelho côncavo cuja distância focal é 20 cm. Use o traçado de raios para localizar a imagem. A imagem está é direita ou invertida?
39. || Um objeto encontra-se 30 cm à frente de um espelho convexo cuja distância focal é -20 cm. Use o traçado de raios para localizar a imagem. A imagem é direita ou invertida?

Problemas

40. || Um computador avançado envia informações para suas diversas partes através de pulsos de luz infravermelha que se propagam em fibras de silício. Para adquirir dados da memória, a unidade de processamento central envia um pedido de pulso de luz para a unidade de memória. A unidade de memória processa o pedido e depois, envia um pulso de dados de volta para a unidade de processamento central. A unidade de memória leva 0,5 ns para processar um pedido. Se as informações precisam ser obtidas da memória em 2,0 ns, a que distância máxima a unidade de memória pode estar da unidade de processamento central?
41. || Uma bola cinza é colocada no ponto A da FIGURA P23.41.

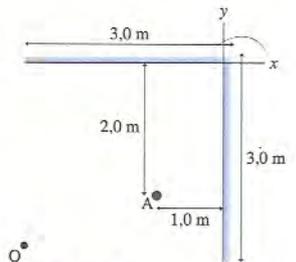


FIGURA P23.41

- Quantas imagens são vistas por um observador no ponto O?
- Quais são as coordenadas (x, y) de cada imagem?
- Desenhe um diagrama de raios que mostre a formação de cada imagem.

42. || Um feixe de laser incide no espelho esquerdo da FIGURA P23.42. Sua direção inicial é paralela a uma linha que divide os espelhos ao meio. Qual é o ângulo ϕ segundo o qual o feixe de laser é refletido?

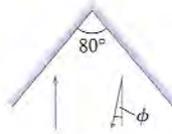


FIGURA P23.42

43. || O local onde você corta o cabelo tem dois espelhos praticamente paralelos e a 5,0 m de distância um do outro. Ao sentar na cadeira, sua cabeça fica a 2,0 m do espelho mais próximo. Olhando por este espelho, você primeiro vê seu rosto e, então, mais distante, a parte de trás de sua cabeça. (Os espelhos precisam ser ligeiramente não-paralelos a fim de que você consiga enxergar a parte traseira de sua cabeça, mas você pode tratá-los como se fossem paralelos neste problema.) A que distância a parte traseira de sua cabeça parece estar? Despreze a espessura de sua cabeça.

44. || Você está ajudando a realizar um experimento no qual um cilindro vertical irá girar em torno de seu eixo em um ângulo muito pequeno. Você precisa imaginar um meio de medir este ângulo. Então decide usar o que se chama de *alavanca óptica*. Você começa montando um pequeno espelho no topo do cilindro. Um laser posicionado a 5,0 m de distância dispara um feixe em direção ao espelho. Antes de iniciar o experimento, o espelho é ajustado de modo a refletir o feixe do laser diretamente de volta para o aparelho. Posteriormente, você determina que o feixe do laser refletido, ao retornar ao laser, sofreu um desvio lateral em 2,0 mm. Em quantos graus o cilindro girou?

45. || Uma camada de água com 1,0 cm de espessura repousa sobre uma placa de vidro horizontal. A luz proveniente de uma fonte no interior do vidro incide na interface vidro-água. Qual é o ângulo máximo de incidência com o qual o raio luminoso pode emergir no ar acima da água?

46. || Um microscópio está focado em um ponto preto. Quando um pedaço de plástico de 1,00 cm de espessura é colocado sobre o ponto, a objetiva do microscópio precisa ser erguida em 0,40 cm para que o ponto fique novamente no foco. Qual é o índice de refração do plástico?

47. || Qual é o ângulo de incidência no ar de um raio luminoso cujo ângulo de refração no vidro corresponde à metade do ângulo de incidência?

48. || Uma régua métrica encontra-se no fundo de um tanque de 100 cm de comprimento, com seu marco zero na borda esquerda. Você olha para o tanque seguindo um ângulo de 30° , com a linha de visada tangenciando a borda esquerda do tanque. Que marca você enxerga na régua métrica se o tanque estiver (a) vazio, (b) cheio de água até a metade e (c) completamente cheio de água?

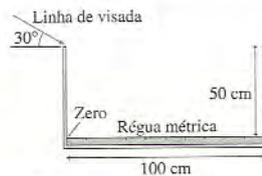


FIGURA P23.48

49. || O tanque de 80 cm de altura e 65 cm de largura da FIGURA P23.49 está completamente cheio de água. O tanque tem marcas a cada 10 cm ao longo de uma parede, e a marca de 0 cm está ligeiramente submersa. Enquanto você está parado ao lado da parede oposta, seu olho está nivelado com a superfície da água.



FIGURA P23.49

a. Você pode ver as marcas do topo do tanque (a marca de 0 cm) se descer ou as do fundo do tanque (a marca de 80 cm), se subir? Explique.

b. Qual é a marca menor ou maior, dependendo de sua resposta ao item a, que você pode ver?

50. || Uma piscina com 4,0 m de largura está completamente cheia. O fundo da piscina fica completamente na sombra à tarde, quando o Sol encontra-se 20° acima do horizonte. Qual é a profundidade da piscina?

51. || Anoi-teceu, e você deixou cair seus óculos em uma piscina com 3,0 m de profundidade. Segurando um ponteiro laser a 1,0 m acima da borda da piscina, você consegue iluminar os óculos se o feixe do laser penetra na água a 2,0 m da borda. Qual é a distância entre os óculos e a borda da piscina?

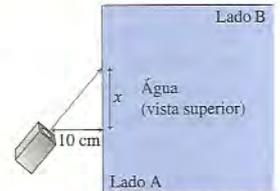


FIGURA P23.52

52. || A FIGURA P23.52 mostra um dos cantos de uma caixa retangular cheia de água. Um feixe do laser é emitido de um ponto a 10 cm do lado A do recipiente, e penetra na água na posição x . Despreze as espessuras das finas paredes de vidro do recipiente.

a. Se $x = 15$ cm, o feixe do laser sofre refração e volta para o ar no lado B ou sofre reflexão no lado B, voltando para a água? Determine o ângulo de refração ou de reflexão correspondente.

b. Refaça o item anterior para o caso em que $x = 25$ cm.

c. Determine o valor mínimo de x para o qual o feixe do laser atravessará o lado B e emergirá no ar.

53. || Um peixe encontra-se a 20 m da margem de um lago. Uma fogueira está queimando na borda do lago mais próxima ao peixe.

a. A fim de enxergar a luz da fogueira, o peixe precisa estar no raso (pouco abaixo da superfície) ou em grande profundidade? Explique.

b. Qual é o ponto mais profundo ou mais raso, dependendo de sua resposta ao item anterior, no qual o peixe pode estar e ainda enxergar a luz do fogo?

54. || Uma das competições de um festival escolar consiste em arremessar uma lança em um alvo submerso e estacionário no fundo de uma piscina. A água tem 1,0 m de profundidade. Você está parado em um pequeno banco que faz com que seus olhos estejam 3,0 m acima do fundo da piscina. Quando você olha para o alvo, seu olhar está direcionado segundo um ângulo de 30° abaixo da horizontal. Segundo que ângulo abaixo da horizontal você deveria jogar a lança a fim de atingir o alvo? Seu braço erguido faz com que a ponta da lança fique ao nível dos olhos quando você a arremessa, e ao longo desta pequena distância pode-se considerar que a lança percorra uma linha reta, ao invés de uma trajetória parabólica.

55. || Um feixe estreito de luz branca incide segundo 30° em um pedaço de vidro de 10,0 cm de espessura. O arco-íris de cores dispersas cobre 1,00 mm na superfície inferior do vidro. O índice de refração do vidro para a luz vermelha escura é 1,513. Qual é o índice de refração para a luz violeta escura?

56. || A luz branca incide sobre um prisma de 30° segundo o ângulo de 40° mostrado na FIGURA P23.56. A luz violeta emerge perpendicularmente do lado oposto do prisma. O índice de refração do vidro para a luz violeta é 2,0% maior do que o índice de refração para a luz vermelha. Segundo que ângulo ϕ a luz vermelha emerge do lado traseiro?

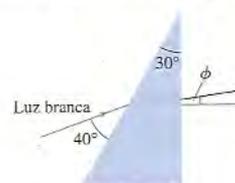


FIGURA EX23.56

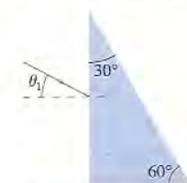


FIGURA EX23.57

57. II a. Qual é o menor ângulo θ_c para o qual um feixe de laser sofrerá RIT na hipotenusa do prisma de vidro mostrado na FIGURA P23.57?
 b. Após refletir na hipotenusa segundo o ângulo θ_c , o feixe de laser sai do prisma pelo lado inferior. Ele sai para a direita ou para a esquerda da normal? Segundo qual ângulo?

58. II Existe um valor de ângulo de incidência β em um prisma isósceles para o qual a luz se propaga, no interior do prisma, paralelamente à base e emerge com ângulo β .

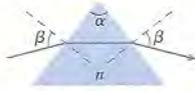


FIGURA P23.58

- a. Obtenha uma expressão para β em função do ângulo do vértice do prisma e do índice de refração n do vidro.
 b. Uma medição feita em laboratório determina que $\beta = 52,2^\circ$ para um prisma em forma de triângulo equilátero. Qual é o índice de refração do prisma?
59. II Uma esfera de zircônio cúbico com 6,0 cm de diâmetro contém uma bolha de ar exatamente no centro. Quando você olha para a esfera, a que distância abaixo da superfície a bolha parece estar?
60. II Raios luminosos paralelos penetram em uma esfera transparente ao longo de uma reta que passa pelo seu centro. Os raios são focados sobre a superfície oposta da esfera. Qual é o índice de refração da esfera?
61. II Um objeto com 2,0 cm de altura encontra-se 40 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal vale 20 cm.
 a. Use o traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Para realizar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
62. II Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se 10 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal vale 30 cm.
 a. Use o traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Para efetuar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
63. II Um objeto de 2,0 cm de altura encontra-se 15 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal vale 20 cm.
 a. Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da mesma. Para efetuar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância e a altura da imagem efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
64. II Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se 75 cm à frente de uma lente convergente cuja distância focal vale 30 cm.
 a. Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Para realizar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
65. II Um objeto de 2,0 cm de altura encontra-se 15 cm à frente de uma lente divergente cuja distância focal vale -20 cm.
 a. Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Para realizar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
66. II Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se 60 cm à frente de uma lente divergente com distância focal de -30 cm.

- a. Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Para realizar isso com precisão, use uma régua ou um papel quadriculado. Determine a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 b. Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas pelo traçado de raios do item anterior.
67. II Um objeto de 1,0 cm de altura está 20 cm à frente de um espelho côncavo que tem uma distância focal de 60 cm. Calcule a posição e a altura da imagem. Determine se a imagem está na frente ou atrás do espelho e se está na vertical ou invertida.
68. II Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se 20 cm à frente de um espelho convexo cuja distância focal é -60 cm. Calcule a posição e a altura da imagem. Determine se a imagem está à frente ou atrás do espelho e se é direita ou invertida.
69. II Uma aranha com 2,0 cm de diâmetro encontra-se a 2,0 m de uma parede. Determine a distância focal e a posição (medida a partir da parede) de uma lente que produza uma imagem da aranha na parede com a metade de sua altura real.
70. II Uma chama de vela com 2,0 cm de altura encontra-se a 2,0 m de uma parede. Você dispõe de uma lente cuja distância focal é 32 cm. Em quantas posições você pode colocar a lente a fim de formar uma imagem bem-focada da chama da vela na parede? Para cada local, quais são a altura e a orientação da imagem?
71. II a. Estime o diâmetro de seu globo ocular.
 b. Aproxime esta página até a distância mais próxima na qual o texto ainda esteja nítido – não a posição mais próxima em que você ainda consegue ler, mas a mais próxima em que as letras sejam vistas com perfeita nitidez. Se você usa óculos ou lentes de contato, não os retire. Esta distância é chamada de *ponto próximo* (possivelmente corrigido) de seu olho. Meça essa distância.
 c. Estime a distância focal efetiva de seu olho. A distância focal efetiva inclui a focagem devido às lentes, à curvatura da córnea e a quaisquer outras correções que você empregue. Despreze os efeitos do fluido do olho.
72. II Um retroprojektor deve produzir uma imagem de 98 cm de altura em um *slide* com 2,0 cm de altura. A tela está a 300 cm de distância do *slide*.
 a. Que distância focal a lente deve ter? Suponha que se trate de uma lente delgada.
 b. A que distância do *slide* você deveria posicionar a lente?
73. II Uma lente colocada a 10 cm de um objeto cria uma imagem direita e duas vezes maior do que a altura do objeto. A lente, então, é deslocada ao longo de seu eixo óptico até que produza uma imagem invertida duas vezes maior do que a altura do objeto. Em que distância a lente foi deslocada?
74. II Um objeto encontra-se a 60 cm de uma tela. Quais são os raios provenientes de uma lente de plástico convergente e simétrica (isto é, formada por duas interfaces de mesma curvatura) que formarão na tela uma imagem com duas vezes a altura do objeto?
75. II Um espelho côncavo tem raio de curvatura de 40 cm. A que distância do espelho um objeto deve ser posicionado a fim de criar uma imagem direita três vezes maior do que a altura do objeto?
76. II Um objeto de 2,0 de altura é posicionado na frente de um espelho. Uma imagem direita de 1,0 cm de altura é formada atrás do espelho, a 150 cm do objeto. Qual é a distância focal do espelho?
77. II A FIGURA P23.77 mostra uma lâmpada fina de 100 cm de comprimento à frente de um espelho côncavo. A imagem da lâmpada é reta ou curva? A imagem é paralela ao eixo óptico? Para descobrir:
 a. Considere 5 pontos na lâmpada espaçados 25 cm um do

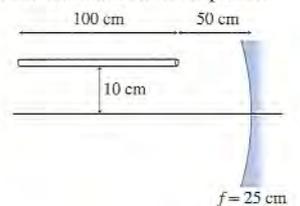


FIGURA P23.77

outro, com o primeiro localizado na extremidade mais próxima do espelho. Para cada ponto, calcule a distância da correspondente imagem até o espelho e sua distância perpendicular ao eixo óptico.

b. Reproduza a FIGURA P23.77 em papel e depois adicione a imagem da lâmpada, plotando os 5 pontos que você determinou no item anterior.

c. A imagem é reta ou curva? Ela é paralela ao eixo?

78. || Um espelho esférico de raio R tem centro em C , como mostrado na FIGURA P23.78. Um raio paralelo ao eixo é refletido através de F , o ponto focal. Mostre que $f = R/2$ se $\phi \ll 1$ rad.

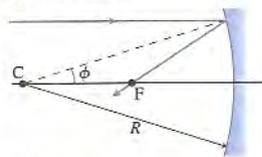


FIGURA P23.78

Problemas desafiadores

79. Considere uma lente com índice de refração n_2 e superfícies de raios R_1 e R_2 . A lente é imersa em um fluido com índice de refração n_1 .

a. Derive uma equação do tipo da equação dos fabricantes de lentes, generalizada, para substituir a Equação 23.27 no caso em que a lente estiver cercada por um meio que não seja o ar, ou seja, quando $n_1 \neq 1$.

b. Uma lente de vidro convergente simétrica (isto é, duas interfaces igualmente curvas) é formada por duas superfícies esféricas com raios de 40 cm. Determine a distância focal desta lente no ar e na água.

80. A FIGURA PD23.80 mostra um raio luminoso que se propaga do ponto A ao ponto B. O raio cruza uma interface vertical, na posição x , formando ângulos θ_1 e θ_2 com a normal nos dois meios. Suponha que você não conheça a lei de Snell.

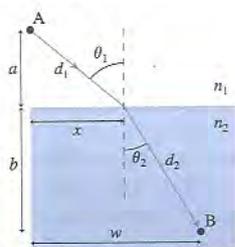


FIGURA PD23.80

a. Escreva uma expressão para o tempo t que o raio luminoso levaria para ir de A até B. A expressão deve ser uma função das distâncias a , b e w , da variável x e dos índices de refração n_1 e n_2 .

b. O tempo decorrido depende de x . Existe um valor de x para o qual a luz se propaga de A para B no menor tempo possível. Ele é chamado de x_{\min} . Escreva uma expressão (porém não tente resolvê-la!) para determinar x_{\min} .

c. Agora, usando a geometria da figura, derive a lei de Snell a partir de sua resposta ao item b.

Você provará que a lei de Snell é equivalente ao enunciado de que "a luz que se propaga entre dois pontos segue o caminho que requer o tempo mais curto". Esta maneira interessante de pensar acerca da refração é chamada de *princípio de Fermat*.

81. A "bola de cristal" de uma cartomante (na verdade, só vidro) tem 10 cm de diâmetro. Ela posiciona seu "anel do segredo" a 6 cm da borda da bola.

a. Uma imagem do anel aparece na face oposta da bola de cristal. A que distância a imagem estará do centro da bola?

b. Desenhe um diagrama de raios que mostre a formação da imagem.

c. A bola de cristal é removida e uma lente delgada é posicionada onde estava o centro da bola. Se a imagem ainda se formar na mesma posição, qual será a distância focal da lente?

82. Um feixe de luz branca penetra em um material transparente. Comprimentos de onda de luz para os quais o índice de refração é n são refratados segundo o ângulo θ_2 . Comprimentos de onda para os quais o índice de refração é $n + \delta n$, onde $\delta n \ll n$, são refratados com ângulo $\theta_2 + \delta \theta$.

a. Demonstre que a separação angular, em radianos, é dada por $\delta \theta = -\text{tg } \delta_2 (\delta n/n)$.

b. Um feixe de luz branca incide sobre um pedaço de vidro segundo $30,0^\circ$. A luz violeta escura é refratada em $0,28^\circ$ a mais do que a luz vermelha intensa. O índice de refração da luz vermelha escura é 1,552. Qual é o índice de refração para a luz violeta escura?

83. Considere um objeto de espessura ds (paralelo ao eixo) à frente de uma lente ou de um espelho. A imagem do objeto tem espessura ds' . Defina o *aumento longitudinal* como $M = ds'/ds$. Prove que $M = -m^2$, onde m é o aumento transversal.

84. Um fotógrafo de esportes tem uma lente com distância focal de 150 mm em sua câmera. O fotógrafo deseja fotografar um velocista que dele se afasta correndo, em linha reta, a 5,0 m/s. Qual é o módulo da velocidade (em mm/s) da *imagem* do velocista no instante em que ele se encontra 10 m à frente da lente?

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 23.1: c. A luz se propaga verticalmente após ter passado pela abertura vertical. A luz se propaga horizontalmente devido aos diferentes pontos da lâmpada horizontal.

Pare e Pense 23.2: c. Forma-se uma imagem atrás do espelho vertical e uma segunda atrás do espelho horizontal. Uma terceira imagem, no canto, surge dos raios que sofrem duas reflexões, uma vez em cada espelho.

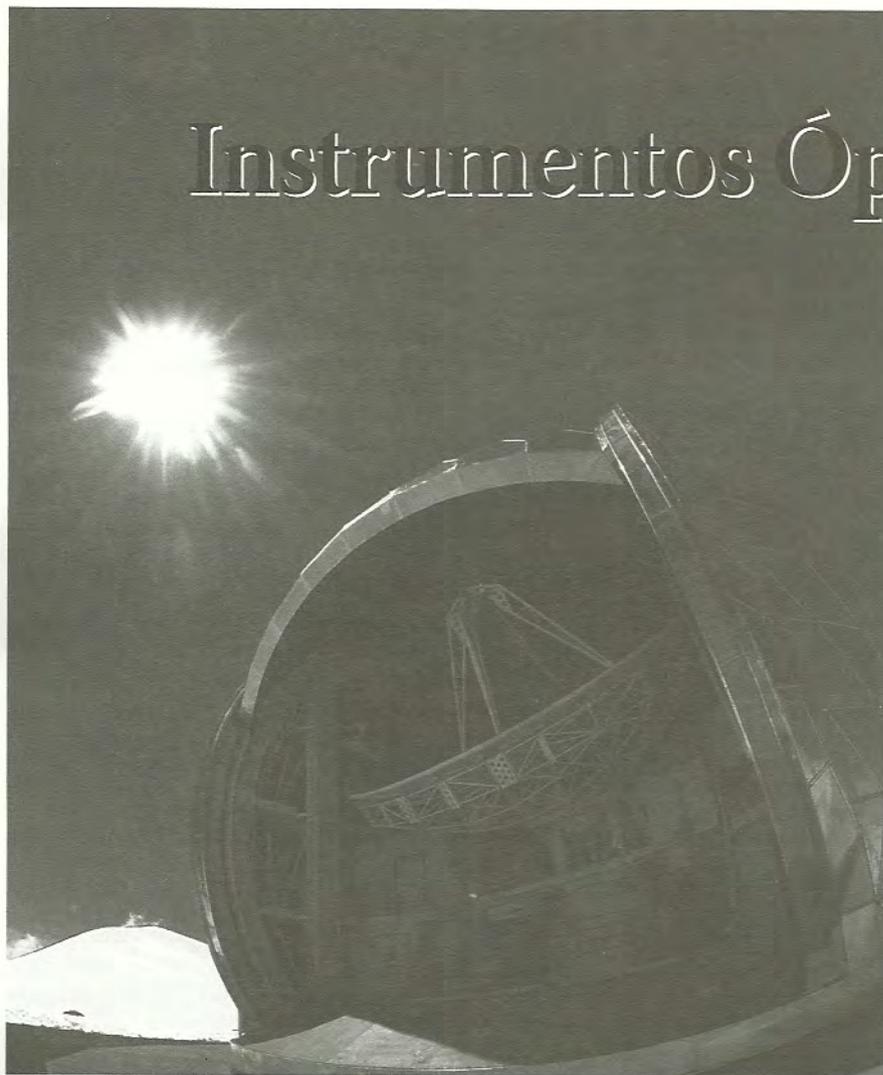
Pare e Pense 23.3: a. O raio se propaga mais próximo à normal nos meios 1 e 3 do que no meio 2, portanto n_1 e n_3 são maiores que n_2 . O ângulo é menor no meio 3 do que no meio 1, então $n_3 > n_1$.

Pare e Pense 23.4: e. Os raios provenientes do objeto são divergentes. Sem uma lente, os raios não convergem de modo a formar qualquer tipo de imagem na tela.

Pare e Pense 23.5: a, e ou f. Qualquer uma das ações aumentará o ângulo de refração θ_2 .

Pare e Pense 23.6: Para longe. Você precisa diminuir s' a fim de trazer o plano da imagem para a tela. O aumento de s diminuirá s' .

Pare e Pense 23.7: c. Todo espelho côncavo forma uma imagem real à sua frente. Como a distância do objeto é $s \approx \infty$, a distância da imagem é $s' \approx f$.



De óculos e binóculos a microscópios e telescópios, nosso cotidiano está repleto de **instrumentos ópticos**, aparelhos que auxiliam nossos sentidos, por meio de lentes e espelhos, a formar imagens que não conseguiríamos ver, ou ver tão bem, apenas a olho nu. Os instrumentos ópticos variam desde bens de consumo produzidos em massa a instrumentos científicos de precisão. E nascemos com dois dos mais impressionantes instrumentos ópticos entre todos – nossos olhos.

A maior parte da análise deste capítulo será baseada no modelo de raios luminosos. O traçado de raios e a equação das lentes delgadas serão ferramentas poderosas para compreendermos como funcionam os instrumentos ópticos. Mesmo assim, não poderemos ignorar inteiramente o fato de a luz ser uma onda. Ocorre que, de forma talvez surpreendente, é a natureza ondulatória da luz que, em última análise, determinará o limite de desempenho dos instrumentos ópticos.

24.1 Lentes compostas

Somente as lentes de aumento mais simples são construídas com uma única lente do tipo que analisamos no Capítulo 23. Instrumentos ópticos, como microscópios e câmeras, são invariavelmente construídos com lentes compostas. A “lente” teleobjetiva de uma câmera pode possuir seis ou mais lentes individuais em seu interior. A razão básica para isso, como veremos, é a melhoria obtida na qualidade da imagem.

A maior coleção de telescópios do mundo encontra-se no cume do Monte Mauna Kea, na Ilha Grande do Havaí, que se eleva 4200 m (13.800 pés) acima do Oceano Pacífico. Aqui vemos o telescópio de 10,4 m de diâmetro do Caltech Submillimeter Observatory (Observatório Submilimétrico do Caltech), que funciona na região do infravermelho distante.

► Olhando adiante

O objetivo do Capítulo 24 é compreender alguns instrumentos ópticos comuns e suas limitações. Neste capítulo, você aprenderá a:

- Analisar combinações de lentes.
- Compreender o funcionamento de câmeras, microscópios e telescópios.
- Analisar o olho humano como um instrumento óptico.
- Reconhecer os limites práticos e fundamentais de resolução de um instrumento óptico.

◀ Em retrospectiva

O material neste capítulo depende do modelo ondulatório e do modelo geométrico da luz. Revise:

- Seções 22.5 Difração em aberturas circulares e os modelos ondulatório e geométrico da luz
- Seções 23.6 e 23.7 Traçado de raios e formação de imagens por lentes

A análise de sistemas com lentes compostas requer apenas uma regra nova: **a imagem da primeira lente funciona como um objeto para a segunda lente**. Da mesma forma, se houver três lentes, a imagem da segunda será um objeto para a terceira. Para entender por que isso acontece, a FIGURA 24.1 mostra um telescópio simples que consiste de uma lente convergente de grande diâmetro, denominada *objetiva*, e de uma lente convergente menor, usada como *ocular*. (Analisaremos os telescópios mais detalhadamente mais adiante neste capítulo.) Destacam-se os três raios especiais que você aprendeu a usar no Capítulo 23:

- Um raio incidente paralelamente ao eixo óptico refrata passando pelo ponto focal.
- Um raio incidente que passa pelo ponto focal é refratado paralelamente ao eixo óptico.
- Um raio incidente no centro da lente não sofre desvio.

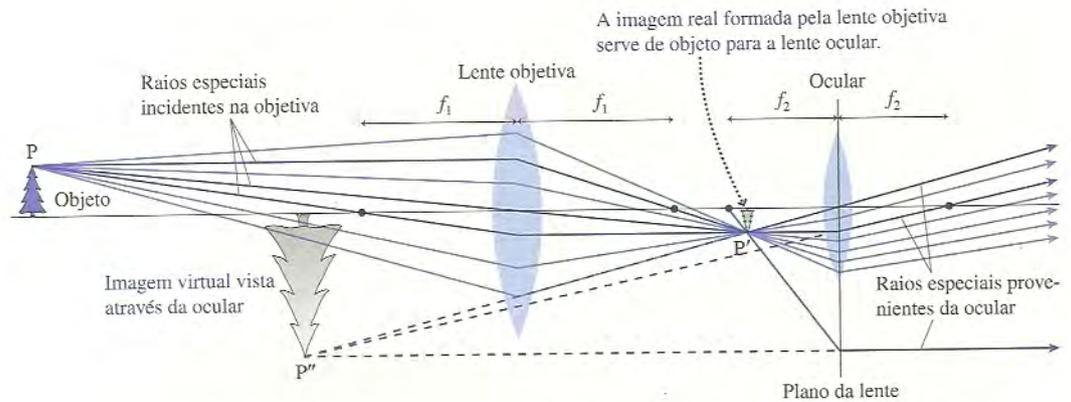


FIGURA 24.1 Diagrama de traçado de raios para um telescópio astronômico simples.

Os raios que atravessam a objetiva convergem e formam uma imagem real em P' , mas não param ali. Em vez disso, os raios luminosos divergem de P' enquanto se aproximam da segunda lente. **Em relação à ocular, os raios provêm de P' e, portanto, este ponto funciona como um objeto para a segunda lente.** Os três raios especiais que atravessam a lente objetiva são suficientes para localizar a imagem P' , todavia estes raios geralmente *não* são os raios especiais para a segunda lente. Entretanto, mantenha em mente que os raios especiais não são os únicos raios que atravessam a lente. Outros raios que convergem em P' saem deste ponto segundo ângulos corretos para serem os raios especiais para a ocular, ou seja, um novo conjunto de raios especiais o que origina-se de P' incide na segunda lente e é usado para determinar o ponto-imagem final P'' .

NOTA ► Um raio parece não incidir na lente da ocular, mas isto não é um problema. Todos os raios que atravessam a lente convergem para (ou divergem de) um único ponto, e a finalidade dos raios especiais é localizar esse ponto. Para isso, podemos considerar que os raios especiais sofrem refração ao cruzarem o *plano da lente* sem que importe se a lente física realmente se estende até esse ponto. ◀

A ocular atua como uma lente de aumento porque seu objeto, o ponto P' , está mais próximo do que seu ponto focal. Conseqüentemente, P'' é uma imagem virtual ampliada vista através da ocular. O fato de o telescópio produzir uma imagem invertida não constitui um problema em astronomia, mas tais telescópios não são adequados para observação de pássaros, por exemplo. Telescópios projetados de maneiras diferentes produzem imagens direitas.

EXEMPLO 24.1 Uma lente de câmera

A “lente” de uma câmera geralmente é uma combinação de duas ou mais lentes simples. Considere uma câmera em que a luz atravesse primeiro uma lente divergente com $f_1 = -120$ mm, e depois uma lente convergente com $f_2 = 42$ mm, com as lentes espaçadas em 60 mm uma da outra. Uma definição razoável da *distância focal efetiva* dessa combinação de lentes é a distância focal de uma *única* lente

que produza uma imagem no mesmo local se for posicionada no ponto central da combinação de lentes. Um objeto de 10 cm de altura encontra-se a 500 mm da primeira lente.

- a. Quais são o local, o tamanho e a orientação da imagem produzida?
- b. Qual é a distância focal efetiva do sistema de lentes duplas usado nesta câmera?

MODELO Cada lente é uma lente delgada. A imagem da primeira lente serve de objeto para a segunda.

VISUALIZAÇÃO O diagrama de traçado de raios da FIGURA 24.2 mostra a produção de uma imagem real invertida ≈55 mm atrás da segunda lente. A equação das lentes delgadas tornará esta estimativa mais precisa.

RESOLUÇÃO

a. $s_1 = 500$ mm é a distância do objeto em relação à primeira lente. Sua imagem, que é virtual, é determinada a partir da equação das lentes delgadas, $1/s + 1/s' = 1/f$:

$$\frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{-120 \text{ mm}} - \frac{1}{500 \text{ mm}} = -0,0103 \text{ mm}^{-1}$$

$$s'_1 = -97 \text{ mm}$$

Este valor é consistente com o diagrama de traçado de raios. A imagem da primeira lente agora serve de objeto para a segunda lente. Como as lentes estão espaçadas por 60 mm, a distância do objeto em relação à segunda lente é $s_2 = 97 \text{ mm} + 60 \text{ mm} = 157 \text{ mm}$. Uma segunda aplicação da equação das lentes delgadas resulta em

$$\frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{42 \text{ mm}} - \frac{1}{157 \text{ mm}} = 0,0174 \text{ mm}^{-1}$$

$$s'_2 = 57 \text{ mm}$$

A imagem da combinação de lentes está 57 mm atrás da segunda lente. Os aumentos laterais das duas lentes são

$$m_1 = -\frac{s'_1}{s_1} = -\frac{-97 \text{ cm}}{500 \text{ cm}} = 0,194$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{57 \text{ cm}}{157 \text{ cm}} = -0,363$$

A segunda lente aumenta a imagem produzida pela primeira lente, que já ampliou o objeto, de modo que o **aumento total é igual ao produto dos aumentos individuais**:

$$m = m_1 m_2 = -0,070$$

Portanto, a imagem final encontra-se 57 mm atrás da segunda lente, é invertida (m é negativo) e tem 0,70 cm de altura.

b. Se uma lente única, posicionada entre essas duas lentes, produzisse uma imagem no mesmo plano, as distâncias até o objeto e até a imagem seriam, respectivamente, $s = 500 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 530 \text{ mm}$ e $s' = 57 \text{ mm} + 30 \text{ mm} = 87 \text{ mm}$. Uma aplicação final da equação das lentes delgadas fornece a distância focal efetiva:

$$\frac{1}{f_{ef}} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{530 \text{ mm}} + \frac{1}{87 \text{ mm}} = 0,0134 \text{ mm}^{-1}$$

$$f_{ef} = 75 \text{ mm}$$

AVALIAÇÃO Esta lente composta seria vendida como uma “lente de 75 mm”.

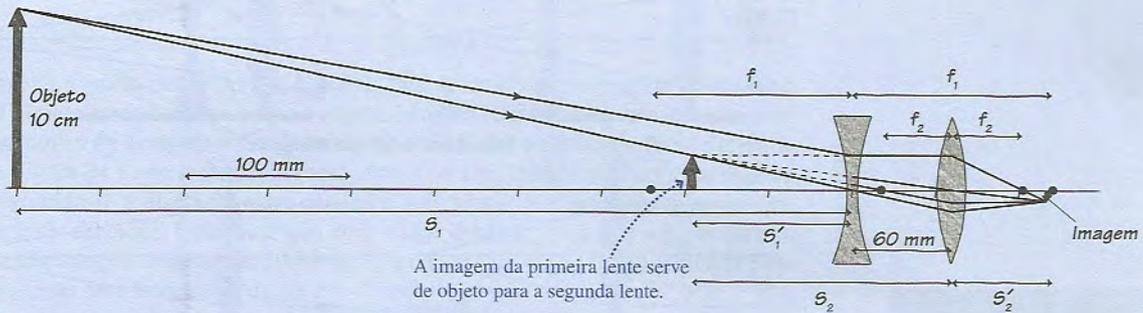
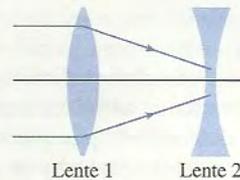


FIGURA 24.2 Representação pictórica de uma lente composta.

PARE E PENSE 24.1 A segunda lente neste instrumento óptico

- Faz com que os raios luminosos sejam focalizados em um ponto mais próximo do que com a primeira lente agindo independentemente.
- Faz com que os raios luminosos sejam focalizados em um ponto mais distante do que com a primeira lente agindo independentemente.
- Inverte a imagem, mas não altera o foco dos raios luminosos.
- Evita que os raios luminosos atinjam um foco.



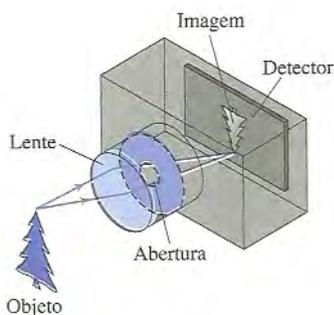


FIGURA 24.3 Uma câmera.

24.2 A câmera fotográfica

Talvez o instrumento óptico mais comum seja a câmera fotográfica. Uma **câmera**, ilustrada na FIGURA 24.3, “tira uma foto” empregando uma lente para formar uma imagem real invertida sobre um detector sensível à luz no interior de uma caixa à prova de luz externa. Por mais de cem anos, o detector empregado foi o filme fotográfico, enquanto as câmeras digitais atuais usam um detector eletrônico chamado de *dispositivo de carga acoplado*, ou CCD (sigla derivada da expressão inglesa *Charge-Coupled Device*). Analisaremos o detector mais adiante nesta seção.

A “lente” de uma câmera é sempre uma combinação de duas ou mais lentes individuais. A lente mais simples deste tipo, mostrada na FIGURA 24.4, consiste de uma lente convergente e outra lente divergente um pouco mais fraca. Essa combinação de lentes positivas e negativas corrige alguns dos defeitos inerentes às lentes simples, o que discutiremos mais tarde neste capítulo. Como sugerido no Exemplo 24.1, podemos considerar uma lente composta como uma lente única com uma **distância focal efetiva** (geralmente chamado simplesmente de “a distância focal”) f . Qualquer lente *zoom* pode ter sua distância focal efetiva alterada por meio da variação do espaçamento entre a lente convergente e a lente divergente do sistema; é isso que acontece quando o tambor da lente de sua câmera digital se move para dentro ou para fora quando você usa o *zoom*. Uma câmera digital típica emprega uma lente cuja distância focal efetiva pode variar desde 6 mm até 18 mm, resultando, como veremos, em um *zoom* de $3\times$.

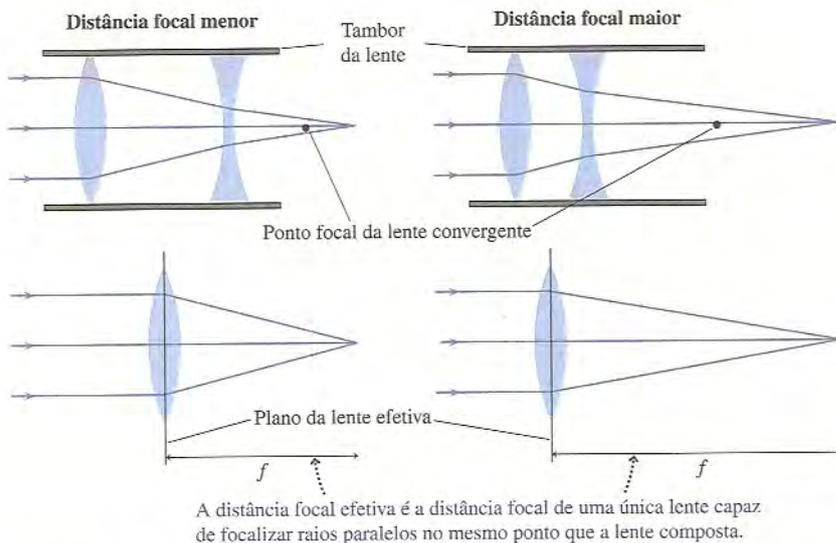


FIGURA 24.4 A lente de câmera comum é uma lente composta.

Toda câmera deve desempenhar duas funções básicas: focalizar a imagem sobre o detector e controlar a exposição à luz. Quando você tira uma foto, a distância s do objeto é determinada por quem é fotografado, as propriedades do detector são determinadas pelo fabricante (ou pelo tipo de filme que você comprou) e a distância focal da lente é determinada por você ao enquadrar a pessoa ou o objeto fotografado. Os três parâmetros ajustáveis que permitem que você focalize e controle a exposição à luz são: a distância entre a lente e o detector (a distância da imagem, s'), o diâmetro ou abertura da lente e o intervalo de tempo durante o qual o obturador fica aberto.

As câmeras são colocadas em foco movendo-se a lente para a frente ou para trás até que a imagem apareça perfeitamente focada no detector. A maioria das câmeras modernas faz isso automaticamente, mas as câmeras mais antigas precisavam ter seu foco ajustado manualmente.

EXEMPLO 24.2 Ajuste do foco de uma câmera

A lente de sua câmera digital, com distância focal efetiva de 10,0 mm, está focalizada em uma flor localizada a 20,0 cm de distância da câmera. Você, então, se vira para tirar uma foto de uma paisagem distante. A que distância, e em que sentido, a lente deve se mover para que a paisagem fique no foco?

MODELO Considere a lente composta da câmera como uma única lente delgada com $f = 10,0$ mm. As distâncias da imagem e do objeto são medidas a partir do plano de lente efetiva. Suponha que todas as lentes da combinação se movam juntas enquanto o foco da câmera é reajustado.

RESOLUÇÃO A flor está à distância $s = 20,0$ cm = 200 mm do objeto. Quando a câmera está focada, a distância da imagem entre o plano da

lente efetiva e o detector é determinada solucionando-se a equação das lentes delgadas $1/s + 1/s' = 1/f$, de onde se obtém

$$s' = \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{10,0 \text{ mm}} - \frac{1}{200 \text{ mm}} \right)^{-1} = 10,5 \text{ mm}$$

A paisagem distante está efetivamente a uma distância $s = \infty$ do objeto; logo, a distância da imagem é $s' = f = 10,0$ mm. Para reajustar o foco quando você muda de cena, a lente deve se mover 0,5 mm em direção ao detector.

AValiação O movimento necessário da lente é muito pequeno, aproximadamente igual ao diâmetro do grafite usado em uma lapiseira comum.

Lentes zoom

Para objetos localizados a mais do que 10 comprimentos focais da lente (em torno de $s > 20$ cm no caso de uma câmera digital típica), a aproximação $s \gg f$ (e, portanto, $1/s \ll 1/f$) leva a $s' \approx f$. Em outras palavras, objetos localizados a mais do que 10 comprimentos focais de distância de uma lente estão, praticamente, “no infinito”, e sabemos que os raios paralelos provenientes de um objeto infinitamente distante são focalizados em um ponto localizado a uma distância focal atrás da lente. Para um objeto desses, o aumento linear transversal da imagem é

$$m = -\frac{s'}{s} \approx -\frac{f}{s} \quad (24.1)$$

O aumento é muito menor do que 1, pois $s \gg f$, de modo que a imagem formada no detector é muito menor do que o próprio objeto. Isto não constitui surpresa. Mais importante, **o tamanho da imagem é diretamente proporcional à distância focal da lente.** Vimos na Figura 24.4 que a distância focal efetiva de uma lente composta é facilmente alterada variando-se a distância entre as lentes individuais, e é exatamente assim que uma lente *zoom* funciona. Uma lente que pode variar desde $f_{\min} = 6$ mm a $f_{\max} = 18$ mm oferece aumentos que abarcam um fator de 3, e é isso que você vê, especificado pelo fabricante, como uma lente *zoom* de $3\times$.

Controle de exposição

A câmera também deve controlar a quantidade de luz que atinge o detector. Pouca luz resultará em fotos *subexpostas*; luz demais, em fotos *superexpostas*. O obturador e o diâmetro da lente ajudam a controlar a exposição.

Enquanto a imagem é gravada, o *obturador* fica “aberto” por um intervalo de tempo selecionado. As câmeras mais antigas usavam um obturador mecânico preso a uma mola que literalmente o abria e o fechava; as atuais câmeras digitais controlam eletronicamente a quantidade de tempo que o detector fica ativo. De qualquer forma, a exposição – a quantidade de luz capturada pelo detector – é diretamente proporcional ao tempo em que o obturador fica aberto. Tempos típicos de exposição variam desde 1/1000 s ou menos, para uma cena ensolarada, a 1/30 s ou mais para cenas mal iluminadas ou interiores. O tempo de exposição é geralmente referido como *velocidade do obturador*; uma exposição muito curta, como 1/1000 s, é chamada de “velocidade rápida de obturador”, enquanto uma exposição muito mais longa é uma “velocidade lenta de obturador”.

A quantidade de luz que atravessa a lente é controlada por uma **abertura** ajustável, também chamada de *íris* porque funciona de forma muito semelhante à íris do olho. A abertura determina o diâmetro efetivo D da lente. Quando a abertura está inteiramente aberta a área inteira da lente é usada para coletar luz, mas uma abertura *stopped-down* permite que a luz atravesse apenas a porção central da lente.

A intensidade da luz no detector é diretamente proporcional à área da lente; uma lente com área duas vezes maior coletará e focalizará duas vezes mais raios luminosos provenientes do objeto, tornando uma imagem duas vezes mais clara. A área da lente é



A íris pode alterar o diâmetro efetivo de uma lente e, portanto, a quantidade de luz que atinge o detector.

proporcional ao quadrado de seu diâmetro, de modo que a intensidade I é proporcional a D^2 . A intensidade luminosa – potência por metro quadrado – também é *inversamente* proporcional à área da imagem, ou seja, a luz que atinge o detector será mais intensa se os raios coletados do objeto forem focalizados em uma pequena área do que se forem espalhados por uma grande área. O tamanho lateral da imagem é proporcional à distância focal da lente, como vimos na Equação 24.1, portanto a *área* da imagem é proporcional a f^2 e, assim, I é proporcional a $1/f^2$. No total, $I \propto D^2/f^2$.

Por longa tradição, a capacidade de captar luz de uma lente é especificada por seu **número f** , definido por

$$\text{número } f = \frac{f}{D} \quad (24.2)$$

O número f de uma lente pode ser representado como $f/4,0$, para significar que o número f é 4,0, ou como F4.0. Os manuais de certas câmeras digitais chamam isso de *valor de abertura*, ao invés de número f . Uma câmera digital inteiramente automática não mostra a velocidade do obturador ou o número f , mas essas informações são mostradas se você ajustar sua câmera para qualquer outro modo. Por exemplo, a exibição de 1/125 F5.6 significa que sua câmera atingirá a exposição correta ajustando o diâmetro da abertura da lente para resultar em $f/D = 5,6$ e abrindo o obturador para 1/125 s. Se a distância focal efetiva de sua lente for 10 mm, o diâmetro da abertura da lente será

$$D = \frac{f}{\text{número } f} = \frac{10 \text{ mm}}{5,6} = 1,8 \text{ mm}$$

NOTA ▶ O “ f ” do número f não é a distância focal f , é apenas um nome. E a barra em $f/4$ não significa divisão; trata-se apenas de uma notação. Ambos têm suas origens na longa história da fotografia. ◀



As informações sobre a distância focal e o número f estão impressas na lente da câmera. Esta lente está especificada por 5,8-23,2 mm 1: 2,6-5,5. Os primeiros números correspondem à faixa de valores possíveis para a distância focal. Eles cobrem um fator igual a 4; logo, trata-se de uma lente *zoom* com aumento de 4×. Os segundos números indicam que o número f mínimo varia desde $f/2,6$ (para a distância focal $f = 5,8$ mm) até $f/5,5$ (para a distância focal $f = 23,2$ mm).

Uma vez que o diâmetro da abertura está no denominador do número f , uma abertura de *diâmetro grande*, que capta mais luz e torna a imagem mais clara, corresponde a um número f *menor*. A própria lente é “classificada” de acordo com seu menor número f possível, atingido quando a abertura está completamente aberta. A intensidade luminosa no detector está relacionada ao número f da lente por

$$I \propto \frac{D^2}{f^2} = \frac{1}{(\text{número } f)^2} \quad (24.3)$$

Por razões históricas, os números f de uma lente podem ser ajustados na seqüência 2,0, 2,8, 4,0, 5,8, 8,0, 11, 16. Cada um difere de seu vizinho por um fator de $\sqrt{2}$, então a alteração da lente por um “grau de f ” muda a intensidade de luz por um fator 2. Uma câmera digital moderna consegue ajustar o número f continuamente.

A exposição, a quantidade total de luz que atinge o detector enquanto o obturador está aberto, depende do produto $I\Delta t_{\text{obturador}}$. Um número f pequeno (diâmetro D de abertura grande) e um $\Delta t_{\text{obturador}}$ pequeno pode produzir a mesma exposição que um número f maior (abertura menor) e um $\Delta t_{\text{obturador}}$ maior. Pode não fazer nenhuma diferença para tirar uma foto de uma montanha distante, mas fotografias de objetos ou corpos em movimento precisam de tempos de abertura do obturador muito pequenos, a fim de “congelar” a ação. Logo, fotografias de movimentos requerem lentes com diâmetros grandes e números f pequenos.

EXEMPLO 24.3 Capturando a ação

Antes de uma corrida, um fotógrafo descobre que pode fazer uma foto da pista com exposição perfeita usando uma velocidade do obturador de 1/250 s e um ajuste de lente para $f/8,0$. Para obter uma fotografia “congelada” dos velocistas que passam por ele, o fotógrafo planeja usar uma velocidade do obturador de 1/1000 s. Em que número f ele deve ajustar a lente?

MODELO A exposição depende de $I\Delta t_{\text{obturador}}$ e a intensidade luminosa depende do inverso do quadrado do número f .

RESOLUÇÃO Alterar a velocidade do obturador de 1/250 s para 1/1000 s reduzirá a luz que atinge o detector por um fator 4. Para compensar, o fotógrafo precisa deixar que entre 4 vezes mais luz na lente. Como $I \propto 1/(\text{número } f)^2$, a intensidade aumentará por um fator 4 se o fotógrafo diminuir o número f por um fator 2. Portanto, o ajuste correto da lente é $f/4,0$.

AVALIAÇÃO Para manter a foto adequadamente exposta, um tempo reduzido de exposição do obturador deve ser compensado por um aumento do diâmetro da lente.

O detector

Em câmeras tradicionais, o detector sensível à luz é o filme. As câmeras digitais de hoje usam uma superfície eletrônica sensível à luz denominada *dispositivo de carga acoplado*, ou **CCD** (*charge-coupled device*). Um CCD consiste de um conjunto retangular de muitos milhões de pequenos detectores chamados de **pixels**. Quando a luz atinge um dos pixels, ela o faz gerar uma carga elétrica proporcional à intensidade luminosa. Dessa forma, a imagem é gravada no CCD em termos de pequenos pacotes de carga. Após a exposição de um CCD, as cargas são lidas, os níveis de sinal são digitalizados e a imagem é armazenada na memória digital da câmera.

A **FIGURA 24.5a** mostra um “chip” de CCD e, de forma esquemática, a aparência aumentada dos pixels em sua superfície. Para registrar informações de cor, pixels diferentes são cobertos por filtros vermelhos, verdes ou azuis. Um pixel coberto por um filtro verde, por exemplo, grava somente a intensidade da luz verde que o atinge. Posteriormente, o microprocessador da câmera interpola cores próximas para dar uma cor verdadeira a cada pixel. Os pixels são tão pequenos que a foto parece “suave”, mesmo após algum aumento, mas, como se pode ver na **FIGURA 24.5b**, um aumento suficiente revela os pixels individuais.

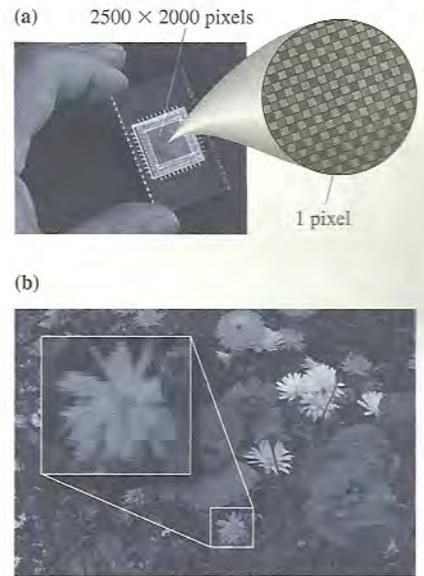


FIGURA 24.5 O detector CCD usado em uma câmera digital.

PARE E PENSE 24.2 Um fotógrafo ajustou sua câmera para uma exposição correta com uma lente de distância focal curta. Ele então decide aumentar o *zoom* aumentando a distância focal. Para manter uma exposição correta sem alterar a velocidade do obturador, o diâmetro da abertura da lente deve:

- a. Ser aumentado.
- b. Ser reduzido.
- c. Permanecer o mesmo.

24.3 Visão

O olho humano é um órgão maravilhoso e complexo. Se deixarmos os detalhes biológicos para os biólogos e mantivermos o foco nas propriedades ópticas do olho, descobrimos que ele funciona de forma muito semelhante a uma câmera. Como uma câmera, o olho tem superfícies refratárias que focalizam raios luminosos incidentes, uma íris ajustável para controlar a intensidade da luz e um detector sensível à luz.

A **FIGURA 24.6** mostra a estrutura básica do olho. Ele é levemente esférico, com aproximadamente 2,4 cm de diâmetro. A **córnea** transparente, que é, de certa forma, mais nitidamente curva, e a **lente** são os elementos refratários do olho. O olho está repleto de um fluido claro e gelatinoso chamado de *humor aquoso* (na frente da lente) e de *humor vítreo* (atrás da lente). Os índices de refração dos humores aquoso e vítreo são 1,34, apenas levemente diferentes dos da água. A lente, embora não seja uniforme, tem índice médio de 1,44. A **pupila**, uma abertura na **íris** de diâmetro variável, automaticamente abre e fecha para controlar a intensidade da luz. Um olho completamente adaptado ao escuro pode abrir a ≈ 8 mm, e a pupila fecha a $\approx 1,5$ mm na luz solar. Isto corresponde aos números *f* de aproximadamente *f*/3 a *f*/16, muito semelhante aos de uma câmera.

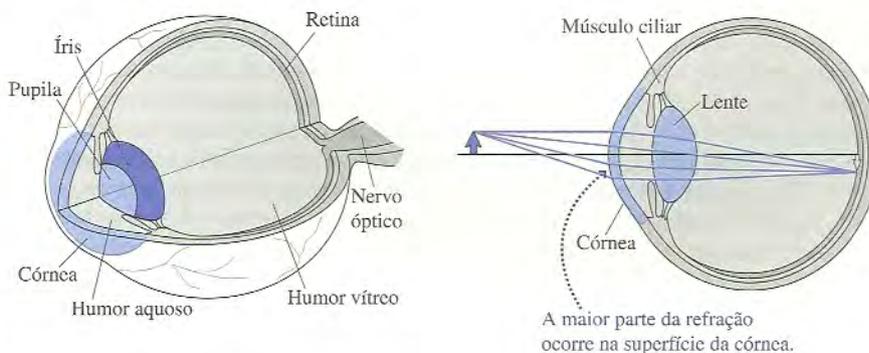


FIGURA 24.6 O olho humano.

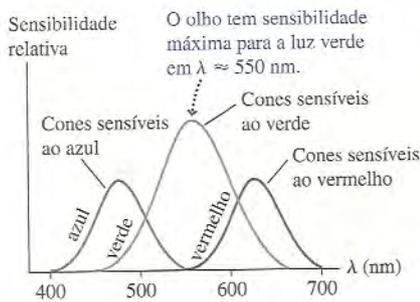


FIGURA 24.7 Sensibilidade ao comprimento de onda dos três tipos de cones na retina humana.

O detector do olho, a **retina**, consiste de células especializadas sensíveis à luz chamadas de *bastonetes* e *cones*. Os bastonetes, na maioria das vezes sensíveis ao claro e ao escuro, são mais importantes na iluminação muito escura. A visão colorida, que requer um pouco mais de luz, deve-se aos cones, dos quais existem três tipos. A **FIGURA 24.7** mostra as respostas de comprimento de onda dos cones. Elas têm faixas sobrepostas, então dois ou mesmo três cones respondem à luz de qualquer comprimento de onda em especial. A resposta relativa dos cones diferentes é interpretada pelo cérebro como luz de uma determinada cor. A cor é uma *percepção*, uma resposta dos sistemas sensorial e nervoso, e não, algo inerente à luz. Outros animais, com células da retina ligeiramente diferentes, podem ver comprimentos de onda de luz ultravioleta ou infravermelho que não conseguimos ver.

Foco e acomodação

O olho, como uma câmera, focaliza raios luminosos numa imagem invertida na retina. Talvez seja surpreendente, mas o poder refratário do olho deve-se à córnea, e não, à lente. A córnea é uma superfície esférica nitidamente curva, e você aprendeu no Capítulo 23 que as imagens são formadas por refração numa superfície esférica. A grande diferença entre o índice de refração do ar e o do humor aquoso causa uma refração significativa de raios luminosos na córnea. Em contraste, há muito menos diferença entre os índices da lente e de seu fluido circundante, portanto a refração na superfície da lente é fraca. A lente é importante para o ajuste fino, mas o limite ar-córnea é responsável pela maior parte da refração.

Pode-se reconhecer o poder da córnea abrindo os olhos embaixo d'água. Tudo fica muito embaçado! Quando a luz entra na córnea pela água, em vez de pelo ar, quase não há diferença nos índices de refração na superfície. Os raios luminosos passam pela córnea quase sem refração, então a pouca capacidade de foco que se tem ao estar submerso deve-se unicamente à lente. No entanto, pode-se ver perfeitamente embaixo d'água ao usar uma máscara de mergulho. A luz passa pela chapa plana da máscara sem se dobrar, depois entra no olho a partir do ar, em vez de pela água.

Uma câmera focaliza movendo a lente para a frente ou para trás. O olho focaliza alterando a distância focal da lente, um feito que ele realiza usando os *músculos ciliares* para alterar a curvatura da superfície da lente. Os músculos ciliares estão relaxados quando se olha para uma cena distante. Desta forma, a superfície da lente está relativamente plana e a lente tem sua maior distância focal. Conforme você desloca o olhar para um objeto mais próximo, os músculos ciliares se contraem e fazem com que a lente se curve mais. Este processo, chamado de **acomodação**, diminui o raio de curvatura da lente e, portanto, diminui sua distância focal. Olhar continuamente para objetos próximos pode causar fadiga ocular porque os músculos ciliares estão constantemente em contração.

A maior distância na qual um olho relaxado pode focalizar é chamada de **ponto distante** (PD) do olho. O ponto distante de um olho normal é infinito; ou seja, o olho pode focalizar objetos extremamente distantes. A distância mais próxima que um olho pode focalizar, usando acomodação máxima, é o **ponto próximo** (PP) do olho. (Os objetos podem parecer mais próximos do que o ponto próximo, mas eles não estão focalizados com nitidez na retina.) As duas situações são mostradas na **FIGURA 24.8**.

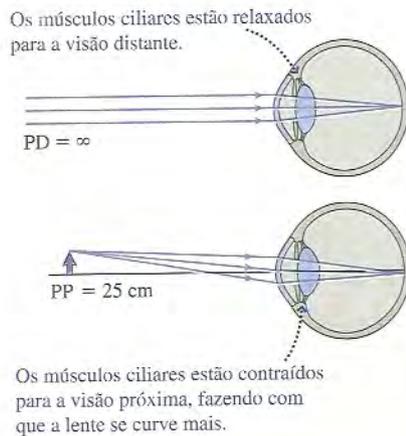


FIGURA 24.8 Visão normal de objetos distantes e próximos.

Defeitos de visão e sua correção

O ponto próximo da visão normal é considerado como 25 cm, mas o ponto próximo de qualquer indivíduo se altera com a idade. O ponto próximo de crianças pequenas pode chegar a ser 10 cm. O ponto próximo "normal" de 25 cm é característico de adultos jovens, mas o ponto próximo da maioria dos indivíduos começa a aumentar entre os 40 e 45 anos, podendo atingir 200 cm aos 60 anos de idade. Esta perda de acomodação, que ocorre porque a lente perde flexibilidade, é chamada de **presbiopia**. Mesmo que sua visão seja normal sob outros aspectos, indivíduos com presbiopia precisam de óculos de leitura para trazer seu ponto próximo de volta a 25 ou 30 cm, uma distância confortável para a leitura.

A presbiopia é conhecida como um *erro refrativo* do olho. Dois outros erros refrativos comuns são a *hipermetropia* e a *miopia*. As três podem ser corrigidas com lentes – óculos ou lentes de contato – que auxiliam a formação de foco do olho. Lentes corretivas não são prescritas por sua distância focal, mas por sua **convergência**. A convergência de uma lente é o inverso de sua distância focal:

$$\text{Convergência de uma lente} = C = \frac{1}{f} \quad (24.4)$$

Uma lente com maior convergência (distância focal mais curta) faz com que os raios luminosos refratem segundo um ângulo maior. A unidade do SI da convergência da lente é a **dioptria**, abreviada por D, definida como $1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}$. Assim, uma lente com $f = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$ tem convergência $C = 2,0 \text{ D}$.

Ao escrever prescrições, os oculistas não escrevem o D porque o fabricante de lentes já sabe que as prescrições estão em dioptrias. Se você olhar na receita de seus óculos da próxima vez que for ao oculista, ela será algo parecido com $+2,5/+2,7$. Isto diz que seu olho direito precisa de uma lente corretiva com $C = +2,5 \text{ D}$, sendo que o sinal de + indica uma lente convergente com distância focal positiva. Seu olho esquerdo precisa de uma lente com $C = +2,7 \text{ D}$. Os olhos da maioria das pessoas não são exatamente iguais, então cada olho geralmente recebe uma lente levemente diferente. Prescrições com números negativos indicam lentes divergentes com comprimentos focais negativos.

Uma pessoa *hipermetrope* pode ver objetos distantes (mas mesmo assim devem usar alguma acomodação, ao invés de um olho relaxado), mas seu ponto próximo é maior do que 25 cm, com frequência muito maior, portanto ela não pode focalizar objetos próximos. A causa disso – chamada **hipermetropia** – é um globo ocular pequeno demais para o poder refrativo da córnea e da lente. Como mostram as **FIGURAS 24.9a e b** na página seguinte, nenhuma quantia de acomodação permite que o olho focalize um objeto a 25 cm de distância, o ponto próximo normal.

Com a hipermetropia, o olho precisa de auxílio para focar os raios provenientes de um objeto próximo sobre a retina mais próxima do que o normal. Este auxílio é obtido adicionando poder refrativo com a lente positiva (isto é, convergente) mostrada na **FIGURA 24.9c**. Para entender por que isso funciona, lembre-se de que a imagem de uma primeira lente age como o objeto de uma segunda lente. O objetivo é permitir que a pessoa focalize um objeto a 25 cm de distância. Se uma lente corretiva forma uma imagem virtual e vertical no ponto próximo real da pessoa, essa imagem virtual age como um objeto para o próprio olho e, com acomodação máxima, o olho pode focalizar esses raios na retina. A presbiopia, perda de acomodação com a idade, é corrigida da mesma forma.

NOTA ► As Figuras 24.9 e 24.10 mostram as lentes corretivas conforme elas são moldadas – chamadas de *lentes meniscos* – em vez de com o formato usual de nossa lente. Apesar disso, a lente na Figura 24.9c é convergente porque é mais grossa no centro do que nas bordas. A lente na Figura 24.10 é divergente porque é mais grossa nas bordas do que no centro. ◀

Uma pessoa *miópe* pode ver claramente objetos próximos quando o olho está relaxado (e objetos extremamente próximos usando acomodação), mas nenhuma quantia de relaxamento permite que ela veja objetos distantes. A **miopia** é causada por um globo ocular que é comprido demais. Como mostra a **FIGURA 24.10a**, os raios de um objeto distante são focalizados na frente da retina e começam a divergir quando chegam à retina. O ponto distante do olho, mostrado na **FIGURA 24.10b**, é menor do que o infinito.

Para corrigir a miopia, precisamos de uma lente divergente, conforme mostrado na **FIGURA 24.10c**, para desfocar levemente os raios e mover o ponto de imagem de volta à retina. Para focalizar um objeto muito distante, a pessoa precisa de uma lente corretiva que forme uma imagem virtual e vertical em seu ponto distante real. Essa imagem virtual serve de objeto para o próprio olho que, completamente relaxado, pode focalizar esses raios na retina.



A receita do oculista é $-2,25 \text{ D}$ para o olho direito (linha superior) e $-2,50 \text{ D}$ para o esquerdo (linha inferior).

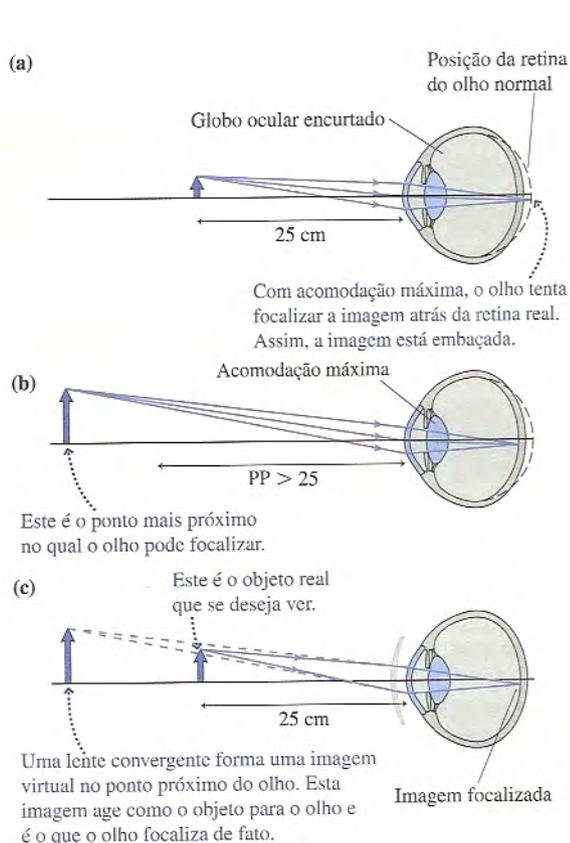


FIGURA 24.9 Hipermetropia.

EXEMPLO 24.4 Corrigindo a hipermetropia

Sanjay tem hipermetropia. O ponto próximo de seu olho esquerdo é 150 cm. Qual prescrição de lente irá restaurar sua visão normal?

MODELO A visão normal permitirá que Sanjay focalize um objeto a 25 cm de distância. Ao medir distâncias, vamos ignorar o pequeno espaço entre a lente e seu olho.

RESOLUÇÃO Como Sanjay pode ver objetos a 150 cm, usando acomodação máxima, queremos uma lente que crie uma imagem virtual na

EXEMPLO 24.5 Corrigindo a miopia

Martina tem miopia. O ponto distante de seu olho esquerdo é 200 cm. Qual prescrição de lente irá restaurar sua visão normal?

MODELO A visão normal permitirá que Martina focalize um objeto muito distante. Ao medir distâncias, vamos ignorar o pequeno espaço entre a lente e seu olho.

RESOLUÇÃO Como Martina pode ver objetos a 200 cm com um olho completamente relaxado, queremos uma lente que crie uma

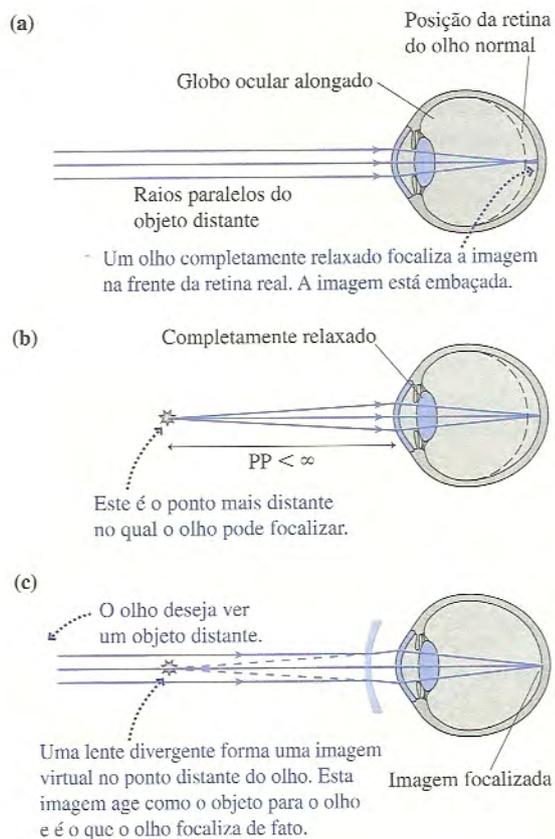


FIGURA 24.10 Miopia.

posição $s' = -150$ cm (negativo porque é uma imagem virtual) de um objeto a $s = 25$ cm. Baseado na equação de lentes delgadas,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,25 \text{ m}} + \frac{1}{-1,50 \text{ m}} = 3,3 \text{ m}^{-1}$$

$1/f$ é a convergência da lente, e m^{-1} são dioptrias. Assim, a prescrição é para uma lente com convergência $C = 3,3$ D.

AValiação A hipermetropia é sempre corrigida com uma lente convergente.

imagem virtual na posição $s' = -200$ cm (negativo porque é uma imagem virtual) de um objeto a $s = \infty$ cm. Baseado na equação de lentes delgadas,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{\infty \text{ m}} + \frac{1}{-2,0 \text{ m}} = -0,5 \text{ m}^{-1}$$

Assim, a prescrição é para uma lente com convergência $C = -0,5$ D.

AValiação A miopia é sempre corrigida com uma lente divergente.

PARE E PENSE 24.3 Você precisa improvisar uma lupa para ler uma impressão minúscula. Você deveria pegar emprestados os óculos de seu amigo hipermetrope ou de seu amigo míope?

- a. Do amigo hipermetrope.
- b. Do amigo míope.
- c. Qualquer um serve.
- d. Nenhum funcionará.

24.4 Sistemas ópticos de ampliação

Com a velocidade rápida de seu obturador, uma câmera nos permite capturar imagens de eventos que acontecem rápido demais para que se percebam a olho nu. Outro uso de sistemas ópticos é o de ampliação – ver objetos menores ou mais próximos do que nosso olho pode ver.

A maneira mais fácil de ampliar um objeto não requer nenhuma óptica extra; simplesmente se aproxime! Quanto mais próximo você chega, maior o objeto parece ser. Obviamente o tamanho real do objeto não se altera à medida que você se aproxima, então o que exatamente está ficando “maior”? Considere a seta cinza da FIGURA 24.11a. Podemos determinar o tamanho de sua imagem na retina traçando o raio que não é desviado ao passar pelo centro da lente. (Aqui estamos considerando o sistema óptico do olho como uma lente delgada.) Quando nos aproximamos da seta, agora mostrada em azul, descobriremos que a imagem dela produzida na retina é maior. Nosso cérebro interpreta a imagem maior como um objeto maior. O tamanho real do objeto não se altera, mas seu *tamanho aparente* fica maior à medida que ele se aproxima.

Tecnicamente, dizemos que objetos mais próximos parecem maiores porque eles subtendem um ângulo maior θ , chamado de **tamanho angular** do objeto. A seta azul tem tamanho angular maior do que a seta cinza, $\theta_2 > \theta_1$, então a seta azul parece maior e podemos ver mais detalhes da mesma. Mas você não pode aumentar indefinidamente o tamanho angular de um objeto porque você não poderá mais focalizá-lo se ele estiver mais próximo do que o ponto próximo de seu olho, que consideraremos como sendo o de uma visão normal (25 cm). A FIGURA 24.11b define o tamanho angular θ_{pp} de um objeto em seu ponto próximo. Se a altura do objeto for h e se considerarmos a aproximação de pequenos ângulos, $\tan \theta \approx \theta$, o tamanho angular máximo visível a olho nu será

$$\theta_{pp} \approx \frac{h}{25 \text{ cm}} \tag{24.5}$$

Suponha que vejamos o mesmo objeto, de altura h , através da lente convergente única da FIGURA 24.12. Se a distância do objeto até a lente for menor do que a distância focal da mesma, veremos uma imagem ampliada e direita. Usada dessa forma, a lente é chamada de **lupa**, ou *lente de aumento*. O olho vê a imagem virtual subtendendo o ângulo θ e pode focalizar esta imagem virtual contanto que a distância de imagem seja maior do que 25 cm. Dentro da aproximação para ângulos pequenos, a imagem subtende o ângulo $\theta = h/s$. Na prática, geralmente desejamos que a imagem esteja a uma distância $s' \approx \infty$, de forma que possamos vê-la com o olho relaxado, como se fosse um “objeto distante”. Isto será verdadeiro se o objeto estiver muito próximo do ponto focal: $s \approx f$. Neste caso, a imagem subtende o ângulo

$$\theta \approx \frac{h}{s} \approx \frac{h}{f} \tag{24.6}$$

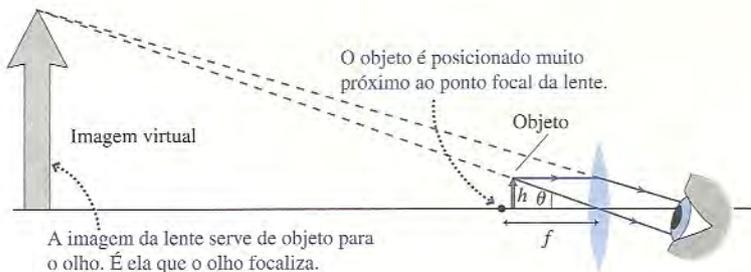
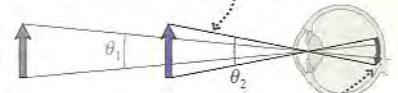


FIGURA 24.12 A lupa.

(a) Mesmo objeto em duas distâncias diferentes

À medida que o objeto é aproximado, o ângulo que ele subtende torna-se maior. Seu *tamanho angular* aumentou.



Posteriormente, o tamanho da imagem na retina torna-se maior. O *tamanho aparente* do objeto aumenta.

(b)

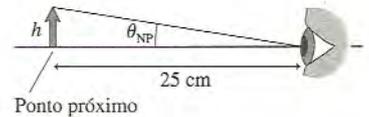


FIGURA 24.11 Tamanho angular.

Vamos definir o **aumento angular** M como

$$M = \frac{\theta}{\theta_{PP}} \quad (24.7)$$

O aumento angular é o aumento do *tamanho aparente* do objeto que você obtém usando uma lente de aumento, em vez de, simplesmente, segurar o objeto em seu ponto próximo. Usando as Equações 24.5 e 24.6, concluímos que o aumento angular de uma lente de aumento é

$$M = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad (24.8)$$

O aumento angular depende da distância focal da lente, mas não, do tamanho do objeto. Embora possa parecer possível um aumento angular cada vez maior, sem limites, usando-se lentes de comprimentos focais cada vez menores, as limitações inerentes às lentes que discutiremos na seção seguinte limitam o aumento de uma lente simples em aproximadamente $4\times$. Lentes de aumento um pouco mais complexas, com duas lentes simples, atingem $20\times$, mas além desse valor torna-se necessário usar um microscópio.

NOTA ► Não confunda o aumento angular com o aumento linear transversal. O aumento linear transversal m compara a altura de um objeto com a altura de sua imagem. O aumento linear transversal de uma lente de aumento é $\approx \infty$ porque a imagem virtual está em $s' \approx \infty$, mas isso não faz com que o objeto pareça infinitamente grande. Seu tamanho aparente é determinado pelo ângulo subtendido em sua retina, e esse ângulo permanece finito. Assim, o aumento angular nos diz quão maior as coisas parecerão ser. ◀

O microscópio

Um microscópio, cujas principais partes estão mostradas na **FIGURA 24.13a**, atinge um aumento de $1.000\times$ ou mais por um processo de aumento de *dois passos*. Um espécime a ser observado é posicionado na *platina* do microscópio, diretamente abaixo da **objetiva**, uma lente convergente com distância focal relativamente curta. A objetiva cria uma imagem real ampliada que é ampliada ainda mais pela **ocular**. Tanto a objetiva quanto a ocular são lentes compostas complexas, mas vamos tomá-las como exemplo de lentes delgadas simples. É comum que um prisma desvie os raios de forma que a ocular esteja num ângulo de visão confortável. Entretanto, consideraremos uma versão simplificada de um microscópio na qual a luz se propaga ao longo de um tubo reto.

A **FIGURA 24.13b** mostra a óptica em maiores detalhes. O objeto é colocado um pouco além do ponto focal da objetiva, que, então, cria uma imagem real altamente ampliada com aumento transversal $m = -s'/s$. O objeto está tão próximo ao ponto focal que $s \approx f_{\text{obj}}$ é uma excelente aproximação. Além disso, a distância focal da objetiva é muito menor do que o comprimento do tubo L , de modo que $s' \approx L$ é outra boa aproximação. Com tais aproximações, o aumento linear transversal da objetiva é

$$m_{\text{obj}} = -\frac{s'}{s} \approx -\frac{L}{f_{\text{obj}}} \quad (24.9)$$

A imagem da objetiva serve de objeto para a ocular, que funciona como uma lente de aumento simples. O aumento angular da ocular é determinado pela Equação 24.8, $M_{\text{ocular}} = (25 \text{ cm})/f_{\text{ocular}}$. Juntas, a objetiva e a ocular produzem um aumento angular total

$$M = m_{\text{obj}}M_{\text{ocular}} = -\frac{L}{f_{\text{obj}}} \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{ocular}}} \quad (24.10)$$

O sinal negativo indica que a imagem vista em um microscópio está invertida.

Na prática, o aumento produzido pela objetiva (sem o sinal negativo) e o aumento produzido pela ocular estão indicados no tambor. O conjunto de objetivas do cilindro giratório do instrumento pode produzir aumentos de $10\times$, $20\times$, $40\times$ e $100\times$. Quando combinado com uma ocular de $10\times$, o aumento angular total do microscópio varia

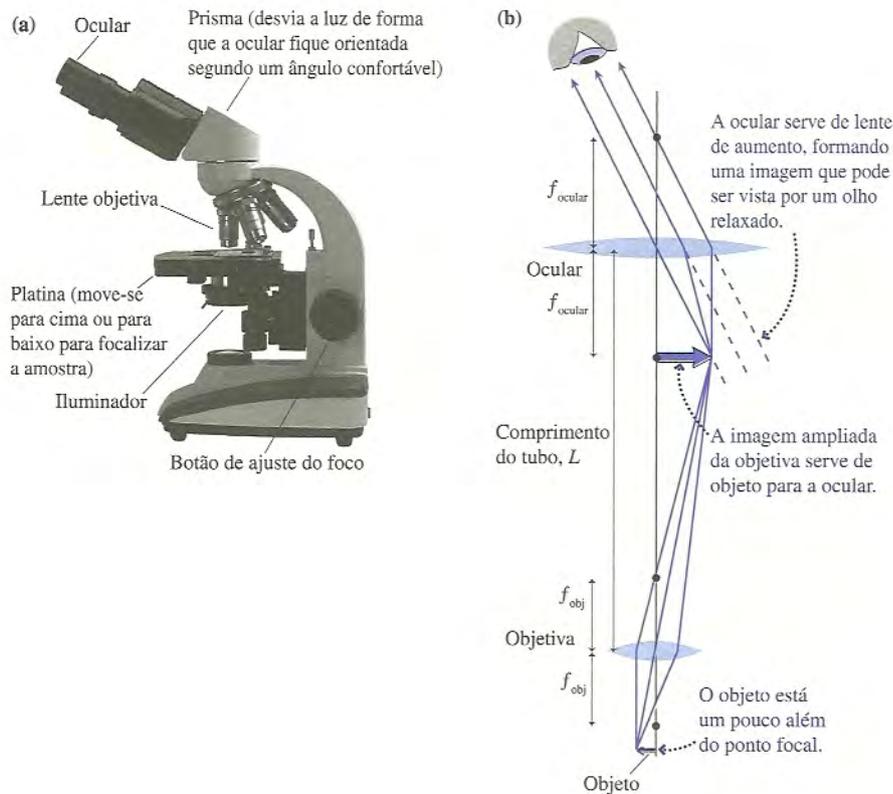
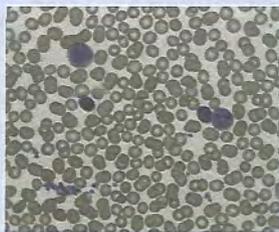


FIGURA 24.13 O microscópio.

desde $100\times$ até $1000\times$. Além disso, a maioria dos microscópios biológicos tem um comprimento de tubo padronizado $L = 160$ mm. Dessa forma, uma objetiva de $40\times$ tem distância focal $f_{\text{obj}} = 160 \text{ mm}/40 = 4,0$ mm.

EXEMPLO 24.6 Visualização de células sanguíneas

Usando um microscópio, um patologista inspeciona uma amostra de células sanguíneas humanas com $7 \mu\text{m}$ de diâmetro. Ele seleciona uma objetiva de $40\times$ e uma ocular de $10\times$. Que tamanho de objeto, visto a 25 cm, tem o mesmo tamanho aparente que a célula sanguínea vista com o microscópio?



MODELO O aumento angular compara o tamanho angular ampliado ao tamanho angular visto à distância do ponto próximo de 25 cm.

RESOLUÇÃO O aumento angular do microscópio é $M = -(40) \times (10) = -400$. As células ampliadas terão o mesmo tamanho aparente que um objeto de $400 \times 7 \mu\text{m} \approx 3$ mm de diâmetro visto a uma distância de 25 cm.

AVALIÇÃO Um tamanho de 3 mm equivale aproximadamente ao tamanho da letra O maiúscula, portanto uma célula sanguínea vista com um microscópio terá o mesmo tamanho aparente da letra O quando vista a uma distância de leitura confortável.

O poder de captação de luz pela objetiva de um microscópio é medido por sua **abertura numérica**, abreviada por AN. Com relação à FIGURA 24.14a, a abertura numérica é definida por

$$AN = n \sin \alpha \quad (24.11)$$

onde α é o semi-ângulo da lente conforme visto do objeto (que, por propósitos práticos, encontra-se no ponto focal da lente) e n é o índice de refração do material entre a amostra e a lente. Para um microscópio simples cercado de ar, $n = 1,00$, mas os microscópios usados em biologia – denominados *microscópios de imersão em óleo* – muitas vezes empregam uma gota de óleo ($n = 1,46$) entre a amostra e a objetiva. (O óleo tem praticamente o mesmo índice de refração das duas lentes e da lâmina de vidro colocada sobre

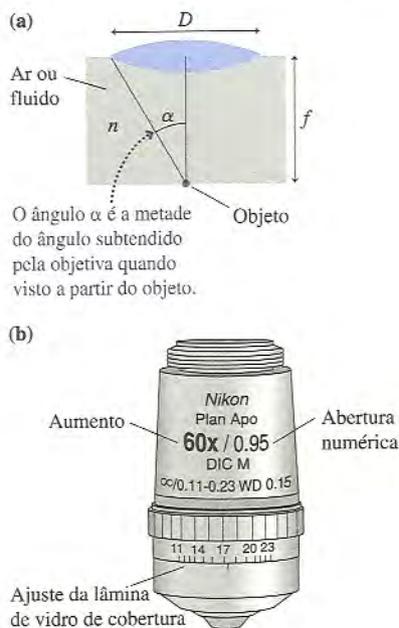


FIGURA 24.14 A objetiva de um microscópio.

uma amostra biológica. Os raios de entrada sofrem muito menos refração através de uma transição vidro-óleo-vidro do que através de uma transição vidro-ar-vidro, o que diminui a aberração da lente – que é um fator de limitação ao desempenho e que será discutido na próxima seção.) Uma AN maior implica uma lente com diâmetro maior e, portanto, com maior capacidade de captação de luz. (Isto é o oposto do número f em uma câmera, onde uma lente com maior capacidade de captação de luz tem um número f menor.) A objetiva simples de um microscópio pode ter $AN \approx 0,3$, entretanto a objetiva de um microscópio de imersão em óleo de alta qualidade pode ter $AN > 1$.

A FIGURA 24.14b mostra a objetiva de um microscópio comercial. Os dois números mais importantes, mostrados de forma destacada no tambor, são o seu aumento ($60\times$) e a sua abertura numérica (0,95). Uma AN tão grande significa que se trata de uma lente para uso em microscópio de imersão em óleo. Os outros números se referem ao fato de que as amostras biológicas são, muitas vezes, vistas sob uma lâmina de vidro, e a lente é projetada para fazer correções com base na espessura da lâmina usada.

PARE E PENSE 24.4 Um biólogo gira a torre de um microscópio a fim de substituir uma objetiva de $20\times$ por outra, de $10\times$. A fim de manter o mesmo aumento global, a distância focal da ocular deve ser:

- a. Dobrada.
- b. Reduzida à metade.
- c. Mantida inalterada.
- d. O aumento não pode ser mantido inalterado se a objetiva for trocada.

O telescópio

Todo microscópio amplia objetos pequenos e próximos de modo que pareçam grandes. Já um telescópio amplia objetos distantes, que podem ser bem grandes, de forma que possamos ver detalhes que aparecem borrados quando vistos pelo olho.

A FIGURA 24.15 mostra o esquema de um telescópio óptico simples. Uma lente objetiva de grande diâmetro (lentes maiores coletam mais luz e, portanto, com elas se pode ver objetos mais fracos) coleta os raios paralelos provenientes de um objeto distante ($s = \infty$) e forma uma imagem real e invertida do mesmo a uma distância $s' = f_{\text{obj}}$. Diferentemente de um microscópio, que emprega uma objetiva de curta distância focal, a distância focal da objetiva de um telescópio tem um valor muito próximo ao do comprimento do tubo do instrumento. Portanto, como no microscópio, a ocular funciona como uma lente de aumento simples. O indivíduo enxerga uma imagem invertida, mas isso não constitui um problema sério em astronomia. Os telescópios terrestres empregam um projeto diferente para obter uma imagem direita.

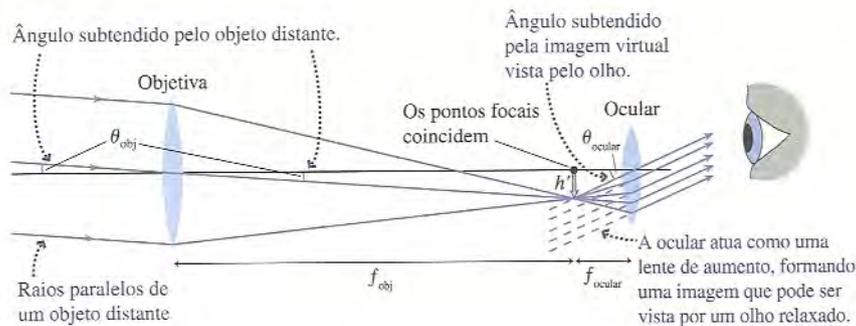


FIGURA 24.15 Um telescópio refrator.

Suponha que o objeto distante, como visto pela lente objetiva, subtenda o ângulo θ_{obj} . Se a imagem vista pela ocular subtende um ângulo maior, θ_{ocular} , o aumento angular é $M = \theta_{\text{ocular}} / \theta_{\text{obj}}$. A partir do raio que atravessa o centro da lente objetiva, podemos ver que o tamanho angular da imagem da objetiva é igual ao ângulo θ_{obj} subtendido pelo objeto em si. Levando em conta o fato de que $s' \approx f_{\text{obj}}$ para um objeto muito distante, e, novamente, usando a aproximação para pequenos ângulos, aquele ângulo é dado por

$$\theta_{\text{obj}} \approx -\frac{h'}{f_{\text{obj}}}$$

onde o sinal negativo indica uma imagem invertida. A imagem, de altura h' , serve de objeto para a ocular, e concluímos que a imagem final observada subtende o ângulo

$$\theta_{\text{ocular}} = \frac{h'}{f_{\text{ocular}}}$$

Conseqüentemente, o aumento angular de um telescópio é

$$M = \frac{\theta_{\text{ocular}}}{\theta_{\text{obj}}} = -\frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{ocular}}} \quad (24.12)$$

O aumento angular é, simplesmente, a razão entre a distância focal da objetiva e da ocular.

Uma vez que as estrelas e as galáxias estão muito distantes, o poder de captação de luz é um fator mais importante, para os astrônomos, do que o aumento em si. Uma grande capacidade de captação de luz requer uma lente objetiva de grande diâmetro, todavia as lentes grandes não são práticas; elas começam a sucumbir a seu próprio peso. Por isso, os **telescópios refratores**, dotados de duas lentes, são relativamente pequenos. A astronomia séria é feita com **telescópios refletores**, como o que é mostrado na FIGURA 24.16.

Um espelho parabólico de grande diâmetro (o *espelho primário*) focaliza os raios de modo a formar uma imagem real, mas, por razões práticas, um pequeno espelho plano (o *espelho secundário*) reflete os raios lateralmente antes que eles atinjam o foco. Isto desloca a imagem do espelho primário para fora da borda do telescópio, onde ela pode ser vista por uma ocular posicionada lateralmente. Nenhuma dessas mudanças afeta a análise global do telescópio, e seu aumento angular é dado pela Equação 24.12 com f_{obj} substituída por f_{pri} , a distância focal do espelho primário.

Os maiores telescópios do mundo que operam com luz visível, os dois telescópios Keck no topo do Monte Mauna Kea, no Havaí, possuem espelhos primários com 10 m de diâmetro cada um, formados por 36 segmentos hexagonais individuais. Dispositivos microposicionadores permitem que se façam ajustes muito pequenos em tempo real nas posições desses segmentos de modo a compensar as cintilações na imagem, causadas por distorções nas frentes de onda à medida que elas atravessam a atmosfera.

24.5 Resolução de instrumentos ópticos

Uma câmera *podia* focalizar a luz com uma lente simples. A objetiva de um microscópio *podia* ser construída com uma lente simples. Então por que alguém usaria uma lente composta em lugar de uma lente simples? Há duas razões fundamentais para isso.

Primeiro, todas as lentes causam dispersão, ou seja, seu índice de refração varia ligeiramente com o comprimento de onda da luz incidente. Como o índice de refração da luz violeta é ligeiramente maior do que o da luz vermelha, a distância focal de uma lente simples é ligeiramente menor para a luz violeta do que para a luz vermelha. Conseqüentemente, diferentes cores de luz são focalizadas a distâncias da lente ligeiramente diferentes. Se a luz vermelha for focalizada com nitidez em uma tela de visualização, então os comprimentos de onda da cor azul e da cor violeta não estarão bem-focalizados. Este defeito de imagem, ilustrado na FIGURA 24.17a, é chamado de **aberração cromática**.

Segundo, nossa análise das lentes delgadas baseou-se em raios paraxiais propagando-se paralelamente ao eixo óptico. Tal suposição nos permitiu usar a aproximação para pequenos ângulos. Uma análise mais exata, todavia, que leve em conta todos os raios incidentes na lente, revela que os raios que incidem próximos às bordas de uma calota esférica não são focalizados exatamente no mesmo ponto que os raios incidentes próximos ao centro. Este defeito de imagem, ilustrado na FIGURA 24.17b, é denominado **aberração esférica**. A aberração esférica, que faz com que a imagem fique levemente embaçada, agrava-se conforme se aumenta o diâmetro da lente.

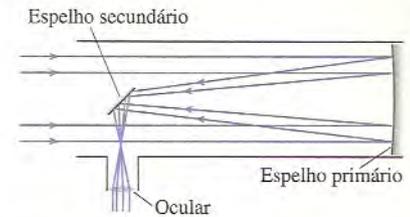
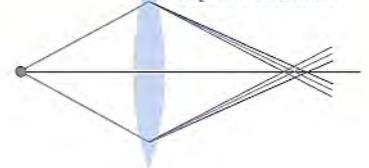


FIGURA 24.16 Um telescópio refletor.

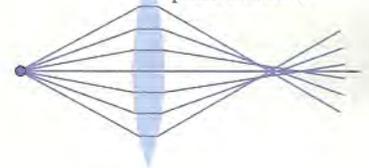
(a) Aberração cromática

Comprimentos de onda diferentes são focalizados em pontos diferentes.



(b) Aberração esférica

Raios em ângulos diferentes são focalizados em pontos diferentes.



(c) Corrigindo as aberrações

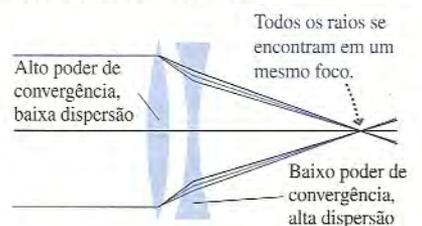


FIGURA 24.17 A aberração cromática e a aberração esférica impedem que as lentes simples formem imagens perfeitas.

Felizmente, as aberrações cromáticas e esféricas produzidas pelas lentes convergentes são opostas àsquelas produzidas pelas lentes divergentes. Quando uma lente convergente e uma divergente são usadas em combinação, suas aberrações tendem a se cancelar. Uma lente composta, como a da FIGURA 24.17c, pode produzir uma focagem muito mais nítida do que uma lente simples com distância focal equivalente. Conseqüentemente, a maioria dos instrumentos ópticos usa lentes compostas, ao invés de lentes simples.

Novamente a difração

De acordo com o modelo de raios luminosos, uma lente perfeita (que não produz aberrações) deveria ser capaz de formar uma imagem perfeita. No entanto, o modelo de raios luminosos, apesar de ser um ótimo modelo para lentes, não constitui uma descrição absolutamente correta da luz. Se analisarmos com mais atenção, os aspectos ondulatorios da luz não desapareceram por completo. De fato, o desempenho dos equipamentos ópticos é limitado pela difração da luz.

A FIGURA 24.18a mostra uma onda plana focalizada por uma lente de diâmetro D . Somente as ondas que passam pela lente podem ser focalizadas, de modo que a lente equivale a uma abertura circular em uma barreira opaca. Em outras palavras, a lente focaliza e difrata as ondas luminosas. A FIGURA 24.18b separa esses dois efeitos considerando uma lente real como uma lente "ideal" sem difração posicionada atrás de uma abertura circular de diâmetro D .

No Capítulo 22 você aprendeu que uma abertura circular produz um padrão de difração com um máximo central claro cercado por franjas circulares menos brilhantes. Uma lente convergente focaliza raios luminosos, incidentes paralelamente, a uma distância f . Conseqüentemente, como ilustra a FIGURA 24.18c, uma lente posicionada atrás de uma abertura circular captará todos os raios luminosos que difratam segundo o ângulo θ e os agrupará no plano focal da lente. Como resultado, a imagem de um feixe paralelo de raios não é um ponto perfeito; ao contrário, trata-se de um padrão de difração circular.

O ângulo do primeiro mínimo de um padrão de difração circular é $\theta_1 = 1,22 \lambda/D$. O raio que atravessa o centro de uma lente não é desviado, de modo que a Figura 24.18c usa este raio para mostrar que a posição da franja escura é $y_1 = fg\theta_1 \approx f\theta_1$. Assim, a largura do máximo central no plano focal é

$$w_{\min} \approx 2f\theta_1 = \frac{2,44\lambda f}{D} \quad (\text{tamanho mínimo da região brilhante}) \quad (24.13)$$

Este é o **tamanho mínimo da região** sobre a qual uma lente focaliza a luz.

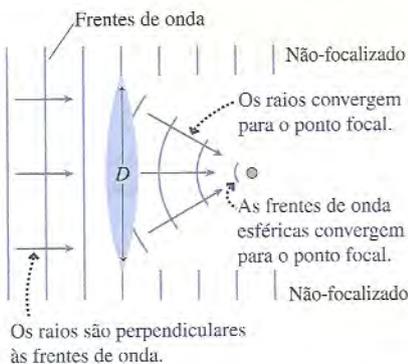
As lentes geralmente são limitadas por aberrações; logo, nem todas as lentes podem focalizar a luz em uma região tão pequena. Uma lente bem-fabricada, para a qual a Equação 24.13 forneça o tamanho mínimo do ponto, é chamada de *lente limitada por difração*. Nenhum projeto óptico pode resolver o problema da difração na propagação luminosa, e é por causa dessa propagação que o ponto-imagem tem um tamanho mínimo dado pela equação mencionada.

Por diversos motivos, é difícil produzir uma lente limitada por difração com distância focal menor do que seu diâmetro (isto é, número f menor do que 1), ou seja, $f \approx D$ para qualquer lente realista. Isso implica que **o menor diâmetro no qual você pode focalizar um feixe luminoso, não importa o quanto você tente, é $w_{\min} \approx 2,5\lambda$** . Trata-se de uma limitação importante no desempenho de equipamentos ópticos. A difração tem conseqüências muito reais!

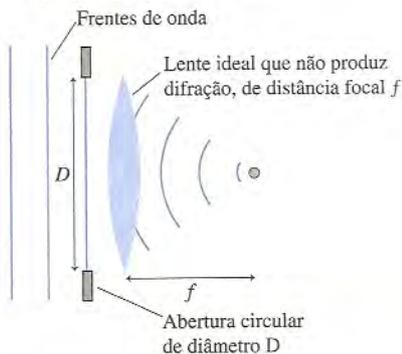
Um exemplo dessas conseqüências encontra-se na fabricação de circuitos integrados. Tais circuitos são feitos pela criação de uma "máscara" que mostra todos os componentes e suas interconexões. Uma lente produz uma imagem da máscara na superfície de um cristal semiconductor revestido com uma substância chamada de *fotorresistor*. Áreas claras produzidas pela máscara expõem o fotorresistor, e etapas subseqüentes do processo escavam as áreas expostas, deixando intocadas as áreas que ficaram nas sombras produzidas pela máscara. Tal processo é denominado *fotolitografia*.

A capacidade de um microprocessador e a quantidade de memória em um *chip* de memória depende do tamanho com que os elementos do circuito podem ser feitos. A difração estabelece que um elemento de circuito não pode ser menor do que a região mí-

(a) Uma lente equivale a uma abertura circular.



(b) Os efeitos de abertura e de foco podem ser separados.



(c) A lente focaliza o padrão de difração no plano focal.

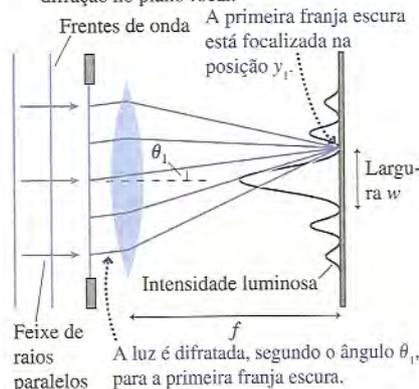


FIGURA 24.18 Uma lente focaliza e difrata a luz que passa por ela.

nima na qual a luz pode ser focalizada, ou seja, nenhuma característica do *chip* pode ser menor do que aproximadamente $2,5\lambda$. Se a máscara for projetada com luz ultravioleta de $\lambda \approx 200 \text{ nm} = 0,2 \mu\text{m}$, os menores elementos de um *chip* terão aproximadamente $0,50 \mu\text{m}$ de largura. Este é, de fato, praticamente o limite atual da tecnologia.

EXEMPLO 24.7 Vendo estrelas

Uma lente de telescópio com 12 cm de diâmetro possui uma distância focal de 1,0 m. Qual é o diâmetro da imagem de uma estrela, formada no plano focal, se a lente for limitada por difração e se a atmosfera da Terra não constituir uma limitação?

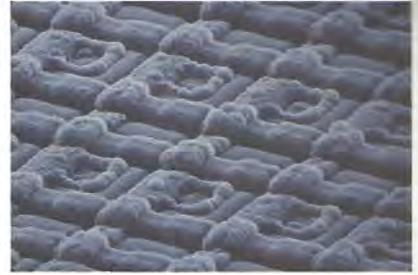
MODELO As estrelas estão tão distantes que se parecem com pontos luminosos no espaço. Se a lente fosse ideal, sem produzir difração, ela focalizaria a luz em regiões arbitrariamente pequenas. Todavia a difração impede isso. Considere, então, a lente do telescópio com uma abertura de 12 cm de diâmetro em frente a uma lente ideal com distância focal de 1,0 m.

RESOLUÇÃO O tamanho mínimo da região focada no plano focal desta lente é

$$w = \frac{2,44\lambda f}{D}$$

onde D é o diâmetro da lente. Quanto vale λ ? Como as estrelas emitem luz branca, os comprimentos de onda *mais longos* são mais espalhados e determinam o tamanho da imagem que é vista. Se usarmos $\lambda = 700 \text{ nm}$ como o limite superior aproximado dos comprimentos de onda visíveis, obteremos $w = 1,4 \times 10^{-5} \text{ m} = 14 \mu\text{m}$.

AVALIAÇÃO Isto é certamente pequeno e pareceria como um ponto a olho nu. Entretanto, o tamanho do ponto seria facilmente observado se fosse gravado em filme e posteriormente ampliado. Efeitos da turbulência e da variação de temperatura na atmosfera, que causam as “cintilações” das estrelas, impedem que os telescópios posicionados na superfície do planeta funcionem tão bem, mas os telescópios espaciais são limitados realmente por difração.



O tamanho característico dos elementos de um circuito integrado é limitado pela difração da luz.

Resolução

Suponha que você aponte um telescópio para duas estrelas próximas de uma galáxia muito, muito distante. Se você usar o melhor detector possível, será capaz de distinguir duas imagens separadas das estrelas ou as imagens formadas se fundirão em uma única mancha luminosa? Um questionamento semelhante poderia ser feito acerca de um microscópio. Dois objetos microscópicos, muito próximos um do outro, podem ser distinguidos se for usada uma ampliação suficientemente grande? Ou há algum tamanho limite em que as imagens se fundirão em uma mancha e nunca poderão ser separadas? Estas são questões importantes sobre a *resolução* dos instrumentos ópticos.

Devido à difração, a imagem de uma estrela distante não é um ponto luminoso, mas um padrão de difração circular. Portanto nossa questão é realmente: a que distância dois padrões de difração podem estar antes de não ser mais possível distingui-los um do outro? Um dos maiores cientistas do século XIX, Lord Rayleigh, estudou esse problema e sugeriu uma regra razoável que hoje é conhecida como **critério de Rayleigh**.

A **FIGURA 24.19** mostra a formação das imagens de duas fontes puntiformes distantes de uma lente de diâmetro D . A separação angular entre os objetos, em relação à lente, é α . O critério de Rayleigh estabelece que:

- Os dois objetos podem ser resolvidos se $\alpha > \theta_{\min}$, onde $\theta_{\min} = \theta_1 = 1,22 \lambda/D$ é o ângulo da primeira franja escura do padrão de difração circular.
- Os dois objetos não podem ser resolvidos se $\alpha < \theta_{\min}$, pois seus padrões de difração estão sobrepostos em demasia.
- Os dois objetos estão no limite de resolução se $\alpha = \theta_{\min}$. O máximo central de uma das imagens recai exatamente sobre a primeira franja escura da outra imagem. É esta a situação mostrada na figura.

A **FIGURA 24.20** mostra fotografias ampliadas das imagens de duas fontes puntiformes. As imagens são padrões de difração circular, e não, pontos. As duas imagens estão próximas, porém distintas quando os objetos estão separados por $\alpha > \theta_{\min}$. Os mesmos dois

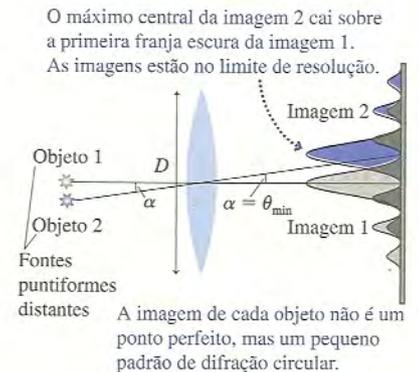


FIGURA 24.19 Duas imagens no limite de resolução.

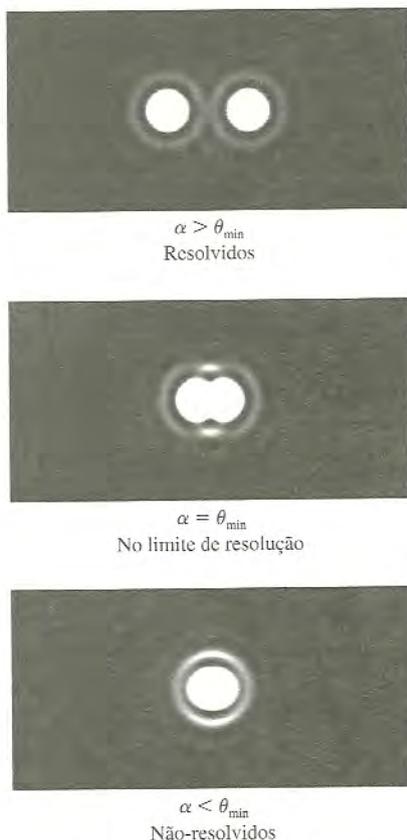


FIGURA 24.20 Fotografias ampliadas das imagens de dois objetos muito próximos.

objetos foram, de fato, registrados na foto inferior, mas sua separação é $\alpha < \theta_{\min}$ e suas imagens estão sobrepostas.

O ângulo

$$\theta_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D} \quad (\text{resolução angular de uma lente}) \quad (24.14)$$

é denominado **resolução angular** de uma lente. A resolução angular de um telescópio depende do diâmetro de sua lente objetiva (ou do espelho primário) e do comprimento de onda da luz; a ampliação não importa. Duas imagens permanecerão sobrepostas e não-resolvidas, sem que importe a ampliação usada, se sua separação angular for menor do que θ_{\min} . Para a luz visível, em que λ é bem-fixado, o único parâmetro sobre o qual o astrônomo tem algum controle é a diâmetro da lente ou do espelho do telescópio. A necessidade de construir telescópios cada vez maiores é motivada, em parte, por um desejo de melhorar a resolução angular. (Outra motivação é aumentar o poder de captação de luz para enxergar objetos mais distantes.)

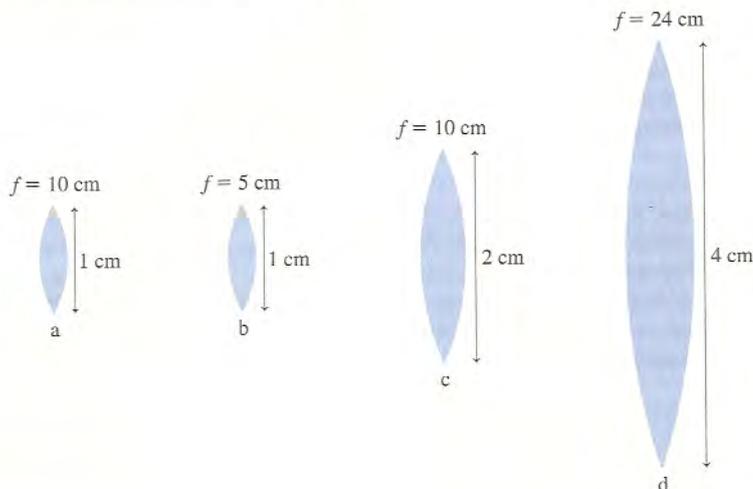
Um microscópio é muito semelhante a um telescópio invertido. O objeto está localizado a uma distância $s \approx f$ à frente da lente, e a imagem é formada muito mais atrás da lente. Uma análise baseada no critério de Rayleigh revela que a menor separação angular entre dois objetos que ainda pode ser resolvida é

$$d_{\min} = \frac{0,61\lambda}{AN} \quad (\text{resolução especial de um microscópio}) \quad (24.15)$$

onde AN é a abertura numérica da objetiva.

Assim como é difícil produzir uma lente limitada por difração com um número f menor do que 1, não é possível fabricar uma objetiva de microscópio com AN muito maior do que 1. Conseqüentemente, objetos menores do que aproximadamente meio comprimento de onda de luz, cerca de 300 nm, não podem ser resolvidos por qualquer microscópio óptico. O desempenho final de um microscópio quanto à resolução é limitado pela difração de luz através da lente objetiva. Uma vez que os átomos têm cerca de 0,1 nm de diâmetro, extremamente menores do que o comprimento de onda da luz visível ou mesmo da radiação ultravioleta, não existe esperança de algum dia vermos átomos por meio de um microscópio óptico. Essa limitação não é simplesmente uma questão da necessidade de um projeto melhor ou de componentes mais precisos do telescópio; trata-se de um limite fundamental determinado pela natureza ondulatória da luz que conseguimos enxergar.

PARE E PENSE 24.5 Quatro lentes limitadas por difração focalizam ondas planas luminosas de mesmo comprimento de onda λ . Ordene em seqüência decrescente os tamanhos das regiões brilhantes enumeradas de w_a a w_d .

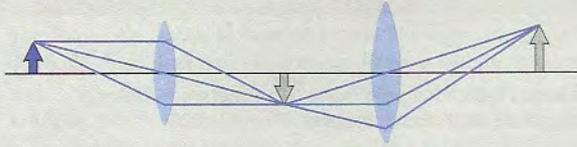


RESUMO

O objetivo do Capítulo 24 foi compreender alguns instrumentos ópticos mais comuns, bem como suas limitações.

Conceitos importantes

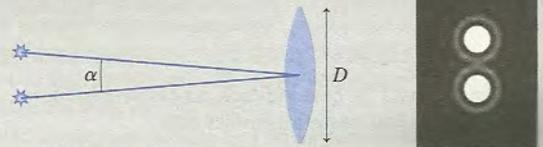
Lentes compostas



A imagem da primeira lente serve como um objeto para a segunda lente.

Convergência da lente: $C = \frac{1}{f}$ dioptrias, sendo $1 D = 1 \text{ m}^{-1}$

Resolução



A resolução angular de uma lente de diâmetro D é

$$\theta_{\min} = 1,22 \lambda / D$$

O critério de Rayleigh estabelece que dois objetos com separação angular α estão no limite de resolução se $\alpha = \theta_{\min}$.

Aplicações

Câmeras

Forma uma imagem real e invertida sobre um detector. O número f da lente é

$$\text{número } f = \frac{f}{D}$$

A intensidade luminosa no detector é

$$I \propto \frac{1}{(\text{número } f)^2}$$

Lentes de aumento

Com olho relaxado, o aumento angular é

$$M = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

Em microscópios e telescópios, a ocular atua como uma lente de aumento para que se enxergue a imagem formada pela objetiva.

Visão

A refração na córnea é a maior responsável pela focagem. O ajuste fino da imagem é obtido alterando-se a forma da córnea (**acomodação**).



Na visão normal, o olho pode focalizar pontos que vão desde um ponto distante (PD), no ∞ (olho relaxado), até um ponto próximo (PP), localizado a $\approx 25 \text{ cm}$ (acomodação máxima).

- A **hipermetropia** é corrigida com uma lente convergente.
- A **miopia** é corrigida com uma lente divergente.

Microscópios

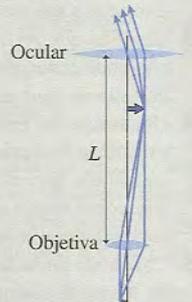
O objeto está muito próximo ao ponto focal da objetiva. O aumento total é

$$M = - \frac{L}{f_{\text{obj}}} \frac{25 \text{ cm}}{f_{\text{ocular}}}$$

A resolução espacial é

$$d_{\min} = 0,61 \lambda / \text{AN}$$

onde AN é a abertura numérica da lente objetiva.



Focagem e resolução espacial

O tamanho mínimo da região na qual uma lente de diâmetro D focaliza a luz é

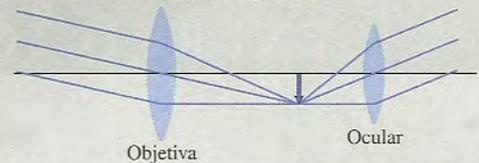
$$w_{\min} = \frac{2,44 \lambda f}{D}$$

A menor separação espacial que um microscópio pode resolver é

$$d_{\min} = \frac{0,61 \lambda}{\text{NA}}$$

Telescópios

O objeto está muito distante da objetiva.



O aumento total é

$$M = - \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{ocular}}}$$

Termos e notação

instrumentos ópticos	pupila	diopia, D	abertura numérica, AN
câmera	íris	hipermetropia	telescópio refrator
distância focal efetiva, f	retina	miopia	telescópio refletor
abertura	acomodação	tamanho angular	aberração cromática
número f	ponto distante	lupa	aberração esférica
CCD	ponto próximo	aumento angular, M	tamanho mínimo da mancha luminosa, w_{\min}
pixel	presbiopia	objetiva	critério de Rayleigh
córnea	convergência, C	ocular	resolução angular



Para a tarefa de casa indicada no *MasteringPhysics*, acessar www.masteringphysics.com

A dificuldade de um problema é indicada por símbolos que vão de I (fácil) a III (desafiador).

Problemas indicados pelo ícone integram o material relevante de capítulos anteriores.

QUESTÕES CONCEITUAIS

- Suponha que a exposição de uma câmera esteja correta quando a distância focal da lente é 8,0 mm. Se o diâmetro da abertura da lente permanecer o mesmo e o “zoom” da distância focal for alterado para 16,0 mm, a foto ficará superexposta, subexposta ou continuará correta? Explique.
- Uma câmera possui uma abertura circular logo atrás da lente. Reduzir o diâmetro da abertura à metade de seu valor inicial irá
 - Deixar a imagem embaçada.
 - Cortar a metade externa da imagem e deixar a imagem interna inalterada.
 - Deixar a imagem menos nítida.
 - Todas as alternativas acima.
 Explique a sua escolha.
- Suponha que você deseje ter óculos especiais projetados de modo que você enxergue embaixo d’água sem uma máscara. Os óculos devem usar uma lente convergente ou divergente? Explique.
- Um amigo lhe empresta a ocular do microscópio para que você a use em seu próprio microscópio. Ele alega que a resolução espacial de seu microscópio será reduzida à metade porque a ocular do telescópio tem o mesmo diâmetro da sua ocular, mas produz um aumento duas vezes maior. É válida a alegação dele? Explique.
- Uma lente limitada por difração pode focalizar a luz em uma região de 10 μm de diâmetro sobre uma tela. Para cada uma das seguintes ações, decida se ela tornaria maior ou menor o diâmetro dessa região brilhante, ou se ele permaneceria inalterado.
 - Reduzir o comprimento de onda da luz.
 - Reduzir o diâmetro da lente.
 - Reduzir a distância focal da lente.
 - Reduzir a distância da lente até a tela.
- Para focalizar raios luminosos paralelos em uma região de menor diâmetro possível, você deve usar uma lente com número f pequeno ou grande? Explique.
- Uma astrônoma está tentando observar duas estrelas distantes. As estrelas estão no limite de resolução quando ela as enxerga através de um filtro que deixa passar luz verde com comprimento de onda próximo a 550 nm. Quais das seguintes ações melhorariam a resolução? Suponha que a resolução não seja limitada pela atmosfera.
 - Alterar o filtro de modo a deixar passar outro comprimento de onda diferente. Caso sua resposta seja afirmativa, a astrônoma deveria usar um comprimento de onda mais curto ou mais longo?
 - Usar um telescópio com uma lente objetiva de mesmo diâmetro, mas com distância focal diferente. Caso sua resposta seja afirmativa, a astrônoma deveria selecionar uma distância focal mais curta ou mais longa?
 - Usar um telescópio com uma lente objetiva de mesma distância focal, mas com um diâmetro diferente. Caso sua resposta seja afirmativa, a astrônoma deveria selecionar um diâmetro maior ou menor?
 - Usar uma ocular com um aumento diferente. Caso sua resposta seja afirmativa, a astrônoma deveria selecionar uma ocular de maior ou menor aumento?

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

Exercícios

Seção 24.1 Lentes compostas

- II Duas lentes convergentes, com comprimentos focais de 40 cm e 20 cm, encontram-se a 10 cm de distância uma da outra. Um objeto de 2,0 cm de altura está 15 cm à frente de uma lente com distância focal de 40 cm.
 - Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Faça isso com precisão, usando uma régua ou papel quadriculado. Estime a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 - Calcule a posição e a altura da imagem. Compare suas respostas com as correspondentes obtidas do traçado de raios, no item anterior.

2. II Uma lente convergente com distância focal de 40 cm e outra lente divergente com distância focal de -40 cm estão a 160 cm de distância uma da outra. Um objeto de 2,0 cm de altura encontra-se 60 cm à frente da lente convergente.
- Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Faça isso com precisão, usando uma régua ou papel quadriculado. Estime a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 - Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas correspondentes obtidas do traçado de raios no item anterior.
3. II Um objeto de 2,0 cm de altura encontra-se 20 cm à esquerda de uma lente com distância focal de 10 cm. Uma segunda lente, com distância focal de 5 cm, encontra-se 30 cm à direita da primeira lente.
- Use o método de traçado de raios para determinar a posição e a altura da imagem. Faça isso com precisão, usando uma régua ou papel quadriculado. Estime a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 - Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas do traçado de raios no item anterior.
4. II Um objeto de 2,0 cm de altura encontra-se 20 cm à esquerda de uma lente com distância focal de 10 cm. Uma segunda lente, com distância focal de 15 cm, está 30 cm à direita da primeira lente.
- Use o método de traçado de raios para encontrar a posição e a altura da imagem. Faça isso com precisão, usando uma régua ou papel quadriculado. Estime a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 - Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas do traçado de raios no item anterior.
5. II Um objeto de 2,0 cm de altura está 20 cm à esquerda de uma lente com distância focal de 10 cm. Uma segunda lente com distância focal de -5 cm está 30 cm à direita da primeira lente.
- Use o método de traçado de raios para encontrar a posição e a altura da imagem. Faça isso com precisão, usando uma régua ou papel quadriculado. Estime a distância da imagem e a altura da mesma efetuando medições em seu diagrama.
 - Calcule a posição e a altura da imagem. Compare com suas respostas obtidas do traçado de raios no item anterior.

Seção 24.2 A câmera fotográfica

- Um homem de 2,0 m de altura encontra-se 10 cm à frente de uma câmera dotada de uma lente com distância focal de 15 cm. Qual é a altura de sua imagem no detector?
- Qual é o número f de uma lente com distância focal de 35 mm e abertura de 7,0 mm de diâmetro?
- Qual é o diâmetro de abertura de uma lente com distância focal de 12 mm quando ajustada em $f/4,0$?
- Uma lente com distância focal de 12 mm tem diâmetro de abertura de 4,0 mm. Qual é o diâmetro de abertura de uma lente com distância focal de 18 mm e o mesmo número f ?
- Uma câmera tira uma foto com exposição adequada a $f/5,6$ e $1/125$ s. Que velocidade do obturador deverá ser usada se a lente for alterada para $f/4,0$?
- Uma câmera tira uma foto com exposição adequada com diâmetro de abertura de 3,0 mm e velocidade do obturador de $1/125$ s. Qual será o diâmetro de abertura adequado para uma velocidade do obturador de $1/500$ s?

Seção 24.3 Visão

- Ramon usa lentes de contato com a prescrição de $+2,0$ D.
 - Que deficiência visual Ramon tem?
 - Qual é seu ponto próximo sem usar as lentes?

- Ellen usa óculos com a prescrição de $-1,0$ D.
 - Que deficiência visual Ellen tem?
 - Qual é seu ponto distante sem usar os óculos?
- Aproximadamente, qual é o número f de um olho relaxado com (a) a pupila completamente dilatada e (b) a pupila completamente contraída? Considere o olho como dotado de uma lente simples posicionada 2,4 cm à frente da retina.

Seção 24.4 Sistemas ópticos de ampliação

- Você usa seu binóculo de $8\times$ para focalizar um pássaro de 14 cm de comprimento em uma árvore a 18 m de distância. Que ângulo (em graus) a imagem do pássaro subtende na sua retina?
- Um microscópio tem 20 cm de comprimento de tubo. Qual é a distância focal de uma objetiva que produzirá um aumento total de $500\times$ quando usada com uma ocular com distância focal de 5,0 cm?
- Um microscópio biológico padrão tem uma objetiva com distância focal de 8,0 mm. Que distância focal deve ter a ocular a ser usada para que o instrumento atinja um aumento total de $100\times$?
- A objetiva de um microscópio de 6,0 mm de diâmetro tem distância focal de 9,0 mm.
 - Que distância do objeto resulta em um aumento lateral de -40 ?
 - Qual é a abertura numérica da lente no ar?
- A objetiva de um microscópio de $20\times$ é projetada para ser usada em um microscópio de imersão em óleo com um tubo de comprimento igual a 16 cm. A lente tem a especificação de $AN = 0,90$. Qual é o diâmetro da lente objetiva?
- Um telescópio de $20\times$ emprega uma lente objetiva com 12 cm de diâmetro. Que diâmetro mínimo deve ter a lente ocular a fim de coletar todos os raios luminosos provenientes de uma fonte distante posicionada sobre o eixo do instrumento?
- Um telescópio refletor é construído com um espelho de 20 cm de diâmetro e distância focal de 1,00 m. Ele é usado com uma ocular de $10\times$. Quais são (a) o aumento e (b) o número f do telescópio resultante?

Seção 24.5 Resolução de instrumentos ópticos

- Um cientista precisa focalizar o feixe de um laser de hélio-neônio ($\lambda = 633$ nm), em uma região com 10 μm de diâmetro, a 8,0 cm atrás da lente.
 - Que distância focal deve ter a lente a ser usada?
 - Qual diâmetro mínimo deve ter a lente?
- Duas lâmpadas encontram-se a 1,0 m de distância uma da outra. A partir de que distância essas lâmpadas encontram-se no limite de resolução de um telescópio pequeno com uma lente objetiva de 4,0 cm de diâmetro? Suponha que a lente seja limitada por difração e que $\lambda = 600$ nm.
- Qual é o tamanho do menor objeto que o usuário de um microscópio consegue enxergar se a objetiva estiver ajustada em uma AN igual a 1,0 e usar luz com comprimento de onda de 500 nm?
- Em seu livro de biologia está escrito que uma determinada estrutura de uma célula tem tamanho de 0,75 μm . Você gostaria de enxergar a estrutura usando luz laranja com comprimento de onda de 600 nm. Que abertura numérica mínima deve ter a objetiva de seu microscópio?

Problemas

- Um objeto de 1,0 cm de altura está localizado 4,0 cm à esquerda de uma lente convergente com distância focal de 5,0 cm. Outra lente, divergente e com distância focal de $-8,0$ cm, encontra-se 12 cm à direita da primeira lente. Encontre a posição, o tamanho e a orientação da imagem final.

27. || Na FIGURA P24.27, os raios paralelos provenientes da esquerda são focalizados em um ponto? Em caso afirmativo, de que lado da lente encontra-se o ponto e a que distância da lente?

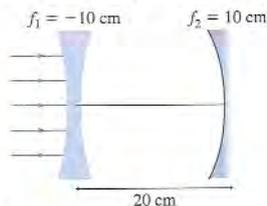


FIGURA P24.27

28. || Na FIGURA P24.28, quais são a posição, a altura e a orientação da imagem final? Expresse a posição como uma distância à direita ou à esquerda da lente.

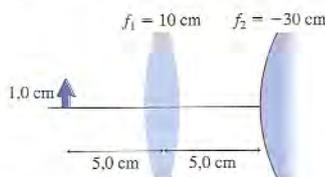


FIGURA P24.28

29. || Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se 2,5 cm à esquerda de uma lente divergente com distância focal de $-2,5$ cm. Outra lente, convergente e com distância focal de 5,0 cm, encontra-se a uma distância d à direita da primeira lente.
- Para que valor de d a imagem estará no infinito?
 - Desenhe um diagrama de raios para esta situação.
 - Qual é o tamanho angular da imagem vista olhando-se através da lente convergente?
 - Qual é o aumento angular dessa lente de aumento composta de duas lentes?
30. || Um instrumento óptico comum em laboratórios de laser é o *expansor de feixe*. Um tipo de expansor de feixe está mostrado na FIGURA P24.30. Os raios paralelos de um feixe de laser com largura w_1 entram pela esquerda.
- Para que valor de espaçamento d entre as lentes um feixe de laser paralelo sairá pela direita?
 - Qual é a largura w_2 do feixe de laser paralelo que sai?

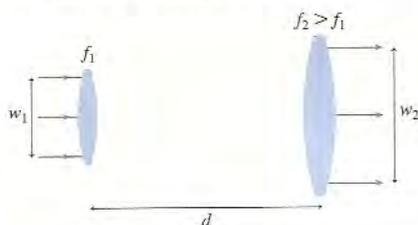


FIGURA P24.30

31. || Um instrumento óptico comum em laboratórios de laser é o *expansor de feixe*. Um tipo de expansor de feixe está mostrado na FIGURA P24.31. Os raios paralelos de um feixe de laser de largura w_1 entram pela esquerda.
- Para que valor de espaçamento d entre as lentes um feixe de laser paralelo sairá pela direita?
 - Qual é a largura w_2 do feixe de laser paralelo que sai?

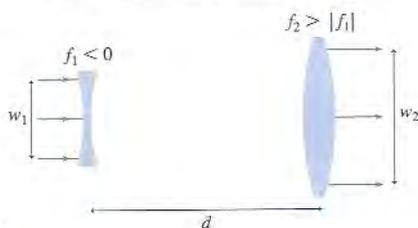


FIGURA P24.31

32. || Uma lente convergente com distância focal de 15 cm encontra-se 20 cm à direita de outra lente convergente cuja distância focal é 7,0 cm. Um objeto de 1,0 cm de altura está posicionado a uma distância L à esquerda da primeira lente.
- Para qual valor de L a imagem final deste sistema de duas lentes estará a meio caminho entre as duas lentes?
 - Quais são a altura e a orientação da imagem final?
33. || Uma lente convexa simétrica com distância focal f pode ser considerada como duas lentes plano-convexas (com um dos lados plano) posicionadas lado a lado. Na aproximação de lente delgada, a distância entre as duas lentes plano-convexas é nula.
- Demonstre que os comprimentos focais das lentes plano-convexas são $f_1 = f_2 = 2f$.
 - Considere um objeto a uma distância $\frac{1}{2}f$ de uma lente convexa simétrica. Determine a posição da imagem tratando inicialmente a lente como uma lente simples, e, depois, como uma combinação de duas lentes plano-convexas.
34. || Um objeto de 1,0 cm de altura encontra-se a 110 cm de uma tela. Uma lente divergente com distância focal de -20 cm está posicionada 20 cm à frente do objeto. Quais são a distância focal e a distância até tela de uma segunda lente que produz uma imagem bem focada com 2,0 cm de altura nessa tela?
35. || Yang consegue focalizar objetos a 150 cm de distância com o olho relaxado. Com acomodação completa, ela consegue focalizar objetos a 20 cm de distância. Depois que sua visão é corrigida para objetos distantes, qual será seu ponto próximo quando ela usar seus óculos?
36. || A córnea, uma interface entre o ar e o humor aquoso, possui distância focal de 3,0 cm ao atuar sozinha. Qual é seu raio de curvatura?
37. || A lente objetiva de um telescópio é uma lente de vidro simétrica e com raios de curvatura de 100 cm. A lente ocular também é uma lente de vidro simétrica. Quais são os raios de curvatura da lente ocular se o aumento do telescópio for $20\times$?
38. || Você foi solicitado a construir um telescópio a partir de uma lente de aumento de $2,0\times$ e de outra lente de aumento de $5,0\times$.
- Qual é o aumento máximo que você pode conseguir?
 - Que lente deve ser usada como objetiva? Explique.
 - Qual será o comprimento de seu telescópio?
39. || Abandonado em uma ilha deserta e com tempo sobrando, você decide desmontar seus óculos para construir um telescópio tosco com o qual possa vasculhar o horizonte em busca de resgate. Felizmente, você é hipermetrope e, como a maioria das pessoas, seus dois olhos têm prescrições diferentes de lentes. O seu olho esquerdo usa, uma lente de convergência $+4,5$ D, e o direito, $+3,0$ D.
- Qual das lentes você deve usar como objetiva e qual como ocular? Explique.
 - Qual será o aumento de seu telescópio?
 - A que distância as duas lentes devem estar uma da outra quando você focalizar objetos distantes?
40. || Você foi solicitado a construir um telescópio de $12\times$ a partir de uma lente de aumento de $2,0\times$ e de outra lente de aumento de $4,0\times$.
- Que lente deve ser usada como objetiva?
 - Qual será o comprimento do tubo de seu telescópio?
41. || Sua tarefa no laboratório de física é construir um microscópio a partir de duas lentes. Uma delas possui distância focal de 2,0 cm, e a outra, de 1,0 cm. Você planeja usar a lente mais poderosa como objetiva e deseja que a ocular esteja a 16 cm da objetiva.
- Para enxergar com o olho relaxado, a que distância da lente objetiva a amostra deve estar posicionada?
 - Qual é o aumento de seu microscópio?
42. || Um microscópio com tubo de 180 mm de comprimento atinge um aumento total de $800\times$ com uma objetiva de $40\times$ e uma ocular de

- 20×. O microscópio está focalizado para ver com o olho relaxado. A que distância a amostra deve estar da lente objetiva?
43. | Lasers de alta potência são usados para cortar e soldar materiais, focalizando-se o feixe do laser em uma região muito pequena. É como quando se usa uma lente de aumento para focalizar a luz solar em uma pequena região de modo a poder inflamar coisas. Como engenheiro, você projetou um dispositivo de corte a laser em que o material a ser cortado é posicionado 5,0 cm atrás da lente. Você selecionou um laser de alta potência com comprimento de onda de 1,06 μm . Seus cálculos indicam que o laser deve estar focalizado em uma região com 5,0 μm de diâmetro a fim de ter potência suficiente para realizar o corte. Qual é o diâmetro mínimo da lente que você deve instalar?
44. || Depois de adaptada ao escuro, a pupila de seu olho tem aproximadamente 7 mm de diâmetro. Os faróis de um carro que vem em sua direção estão separados por 120 cm um do outro. Se a lente de seu olho é limitada por difração, a que distância os dois faróis estarão no limite de resolução? Suponha que o comprimento de onda seja 600 nm e que o índice de refração dentro do olho seja 1,33. (O olho não é suficientemente bom para resolver faróis a essa distância por causa das aberrações na lente e do tamanho dos receptores na retina, mas ele chega razoavelmente próximo disso.)
45. || O olho humano normal tem acuidade visual máxima com tamanho de pupila de aproximadamente 3 mm. Para tamanhos maiores de pupilas, a acuidade diminui em função do aumento das aberrações; para pupilas menores, a acuidade diminui devido ao aumento dos efeitos da difração. Se o diâmetro de sua pupila fosse de 2,0 mm, como em um dia ensolarado, qual seria o menor diâmetro de círculo que você mal conseguiria enxergar como um círculo, ao invés de um simples ponto, se o círculo estiver em seu ponto próximo, a 25 cm de seu olho? Suponha que o comprimento de onda da luz, no ar, seja 600 nm e que o índice de refração dentro do olho seja 1,33.
46. || O Telescópio Espacial Hubble tem um espelho com 2,4 m de diâmetro. Suponha que o telescópio seja usado para fotografar estrelas próximas ao centro de nossa galáxia, a 30.000 anos-luz de distância, usando luz vermelha com comprimento de onda de 650 nm.
- Qual é a distância (em km) entre duas estrelas que estão no limite de resolução? A resolução de um telescópio refletor é calculada exatamente da mesma forma que a de um telescópio refrator.
 - Para comparação, expresse essa distância como um múltiplo da distância de Júpiter até o Sol.
47. || A Alfa Centauri, a estrela mais próxima de nosso sistema solar, está a 4,3 anos-luz de distância. Suponha que Alfa Centauri possua um planeta com uma civilização avançada. O professor Dhg, do Instituto Astronômico daquele planeta, deseja construir um telescópio com o qual possa descobrir se existe algum planeta em órbita do nosso Sol.
- Qual é o diâmetro mínimo de uma lente objetiva que mal possa resolver Júpiter do Sol? O raio da órbita de Júpiter é 780 milhões de km. Suponha que $\lambda = 600$ nm.
 - Construir um telescópio do tamanho necessário não parece ser um grande problema. Que dificuldades práticas poderiam impedir o sucesso do empreendimento do professor Dhg?
48. || Um microscópio com objetiva de 1,6 mm de distância focal é usado para inspecionar os elementos minúsculos de um *chip* de computador. Deseja-se resolver dois objetos afastados um do outro em apenas 400 nm. Qual é o diâmetro mínimo que deverá ter a objetiva se o microscópio for usado no ar, com luz de comprimento de onda de 550 nm?
49. || O sistema de armazenamento óptico de dados em disco emprega um pequeno laser infravermelho ($\lambda \approx 800$ nm) para "ler", por meio

da luz refletida, os "fossos" que foram escavados em uma superfície plástica.

- Qual é o menor tamanho de fosso sobre o qual o feixe de laser pode ser focalizado?
- Suponha que os fossos estejam localizados formando uma rede quadrangular bidimensional com espaçamento 25% maior do que o tamanho de um fosso cavado pelo laser. (Um espaçamento menor entre eles promoveria erros de leitura.) Cada fosso registra 1 *bit* de informação, e são precisos 8 *bits* para se formar 1 *byte*, a unidade padrão de armazenamento de dados. Um disco óptico tem área utilizável com diâmetro interno de 4 cm e diâmetro externo de 11 cm. Quantos *megabytes* (MB) de dados podem ser armazenados em um disco óptico?

Problemas desafiadores

50. Os raios que saem do sistema óptico de dois componentes da **FIGURA PD24.50** produzem duas imagens distintas do objeto de 1,0 cm de altura.
- Quais são a posição (em relação à lente), a orientação e a altura de cada imagem formada?
 - Desenhe dois diagramas de raios, um para cada imagem, que mostrem como são formadas as imagens.

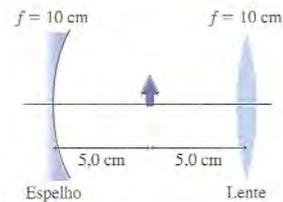


FIGURA PD24.50

51. Marte (com 6.800 km de diâmetro) é observado com um telescópio em uma noite em que o planeta se encontra a $1,1 \times 10^8$ km da Terra. Seu tamanho angular, visto através da ocular, é $0,50^\circ$, o mesmo da Lua cheia vista a olho nu no céu. Se a distância focal da ocular é 25 mm, quanto vale a distância do telescópio?
52. A lente mostrada na **FIGURA PD24.52** é chamada de *dubleto acromático*, o que significa que não produz aberração cromática. O lado esquerdo é plano, e todas as outras superfícies têm raios de curvatura R .
- Para raios luminosos paralelos provenientes da esquerda, demonstre que a distância focal efetiva deste sistema de duas lentes é $f = R/(2n_2 - n_1 - 1)$, onde n_1 e n_2 são, respectivamente, os índices de refração da lente divergente e da convergente. Não se esqueça de usar a aproximação de lentes delgadas.
 - Devido à dispersão, em separado, cada lente focalizaria os raios vermelhos e os azuis em pontos diferentes. Defina Δn_1 e Δn_2 como $n_{\text{azul}} - n_{\text{vermelho}}$ para as duas lentes. Obtenha uma expressão para Δn_2 em função de Δn_1 que torne $f_{\text{azul}} = f_{\text{vermelho}}$ para o sistema de duas lentes, ou seja, o sistema equivalente de duas lentes *não* apresenta aberração cromática.
 - A tabela mostra índices de refração de dois tipos de vidro. Para fazer um dubleto acromático, qual vidro você deveria usar para a lente convergente e qual para a lente divergente? Explique suas escolhas.



FIGURA PD24.52

	n_{azul}	n_{vermelho}
Vidro <i>crown</i>	1,525	1,517
Vidro <i>flint</i>	1,632	1,616

d. Que valor de R resulta em uma distância focal de 10,0 cm?

53. A FIGURA PD24.53 mostra uma lente *zoom* simples em que os valores absolutos das duas distâncias focais são iguais a f . Se o espaçamento for $d < f$, a imagem da lente convergente se formará no lado direito da lente divergente. Nosso procedimento de usar a imagem formada pela primeira lente como um objeto para a segunda lente continuará a funcionando, neste caso, se usarmos uma distância de objeto *negativa* para a segunda lente. Esse tipo de objeto é chamado de *objeto virtual*. Considere um objeto muito distante ($s = \infty$ para a primeira

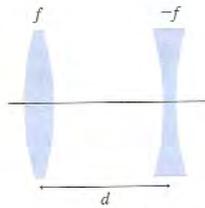


FIGURA PD24.53

lente) e defina a distância focal efetiva como a distância do ponto médio, entre as lentes, até a imagem formada final.

- a. Demonstre que a distância focal efetiva é

$$f_{\text{efet}} = \frac{f^2 - fd + \frac{1}{2}d^2}{d}$$

- b. Qual é o *zoom* para uma lente que pode ser ajustada desde $d = \frac{1}{2}f$ até $d = \frac{1}{4}f$?

RESPOSTAS DAS QUESTÕES DO TIPO PARE E PENSE

Pare e Pense 24.1: b. Toda lente divergente refrata os raios luminosos desviando-os para longe do eixo óptico; logo, os raios se propagarão mais abaixo do eixo, antes de convergirem.

Pare e Pense 24.2: a. Como a velocidade do obturador não sofre alteração, o número f deve manter-se inalterado. O número f é igual a f/D , portanto, neste caso, aumentar f exigirá que também se aumente D .

Pare e Pense 24.3: a. Toda lente de aumento é uma lente convergente. As lentes convergentes são usadas para corrigir a hipermetropia.

Pare e Pense 24.4: b. Se o aumento da objetiva for reduzido à metade, o aumento da ocular deverá ser dobrado, $M_{\text{ocular}} = 25 \text{ cm}/f_{\text{ocular}}$; logo, dobrar M_{ocular} exige que se reduza f_{ocular} à metade.

Pare e Pense 24.5: $w_a > w_d > w_b = w_c$. O tamanho do ponto é proporcional a f/D .

Respostas

Respostas dos exercícios e problemas de numeração ímpar

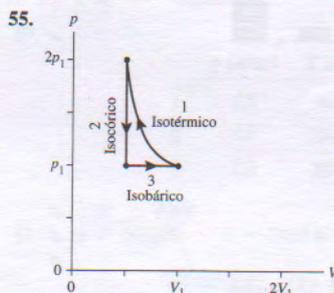
Capítulo 15

1. 960 kg/m^3
3. $1,44 \times 10^5 \text{ kg}$
5. $1,10 \times 10^3 \text{ atmosferas}$
7. $2,4 \times 10^3 \text{ kg}$
9. $3,2 \text{ km}$
11. $10,3 \text{ m}$
13. $10,3 \text{ m}$
15. $7,9 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$; álcool etílico
17. 750 kg/m^3
19. $1,87 \text{ N}$
21. $1,11 \text{ kN}$
23. $3,2 \text{ m/s}$
27. $1,02 \text{ cm}$
29. $2,0 \text{ kg}$
31. a. $5,057 \times 10^7 \text{ Pa}$ b. $-0,025$ c. 1056 kg/m^3
33. a. $2,9 \times 10^4 \text{ N}$ b. 30 jogadores
35. 27 psi
37. $5,27 \times 10^{18} \text{ kg}$
39. a. 10,85 m b. 10,21 m
41. a. 0,48 m b. 2,3 cm
45. 7,5 cm
47. a. $\frac{1}{2} \rho g d^2$ b. $1,76 \times 10^9 \text{ N}$
49. a. 8080 m b. $1,05 \text{ kg/m}^3$, 82%
51. a. $\rho_{\text{liq}} A g x$ b. 0,62 J
53. $8,9 \times 10^2 \text{ kg/m}^3$
55. 18,1 cm
57. 5,2 cm
59. 53 kPa
61. a. p_{atm} b. 4,6 m
63. a. Menor b. 0,83 kPa c. $7,5 \times 10^4 \text{ N}$, para fora
65. a. $v_1 = 144 \text{ m/s}$, $v_2 = 5,8 \text{ m/s}$ b. $4,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$
67. a. 3,3 L/min b. 1,06 mm/min
69. 6,9 km
71. 76 cm
73. 53 kPa
75. $\frac{R^2}{r^2} \sqrt{\frac{2d}{g}}$

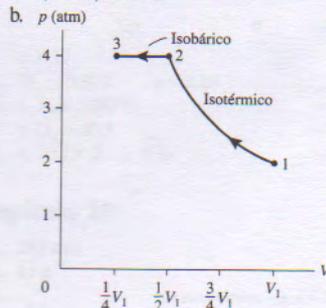
Capítulo 16

1. $22,6 \text{ m}^3$
3. 4,2 cm
5. $4,8 \times 10^{23} \text{ átomos}$
7. a. $6,02 \times 10^{28} \text{ átomos/m}^3$ b. $3,28 \times 10^{28} \text{ átomos/m}^3$
9. 4,06 cm
11. $-127^\circ\text{F} = -88^\circ\text{C} = 185 \text{ K}$, $136^\circ\text{F} = 58^\circ\text{C} = 331 \text{ K}$
13. a. 171°Z b. 944°Z
15. 19 atm

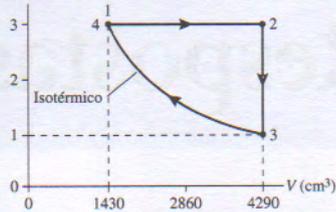
17. a. $0,050 \text{ m}^3$ b. 1,3 atm
19. a. 55 mol b. $1,2 \text{ m}^3$
21. a. $5,4 \times 10^{23} \text{ átomos}$ b. $3,6 \times 10^3 \text{ kg}$ c. $2,3 \times 10^{26} \text{ átomos/m}^3$
d. $1,5 \text{ kg/m}^3$
23. a. $V_2 = V_1$ b. $T_2 = T_1/3$
25. a. 0,73 atm b. 0,52 atm
27. a. 9500 kPa
29. a. 48 atm
31. a. Isotérmico b. 641°C c. 300 cm^3
33. 0,228 nm
35. $3,3 \times 10^{26}$ prótons
37. $1,1 \times 10^{15}$ partículas/ m^3
39. a. $1,3 \times 10^{13}$ b. $1,2 \times 10^{11}$ moléculas
41. 1,8 g
43. 174°C
45. 93 cm^3
47. 35 psi
49. $174,3^\circ\text{C}$
51. 24,0 cm
53. Não



57. a. 880 kPa b. $T_2 = 323^\circ\text{C}$, $T_3 = -49^\circ\text{C}$, $T_4 = 398^\circ\text{C}$
59. a. $T_1 = 366 \text{ K}$, $T_2 = 366 \text{ K}$ b. Isotérmico c. 825°C
61. 2364°C
63. a. 4,0 atm, -73°C

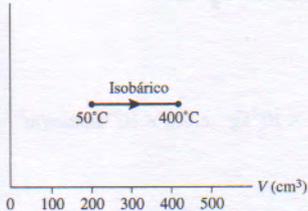


65. b. p (atm)



c. 6 atm

67. b. p



c. 417 cm³

69. a. 23,5 cm b. 7,8 cm

71. 2,4 m

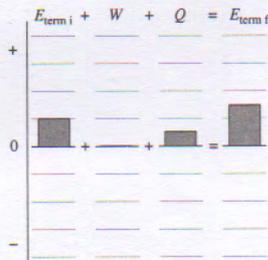
73. a. $4,0 \times 10^5$ Pa b. Irreversível

Capítulo 17

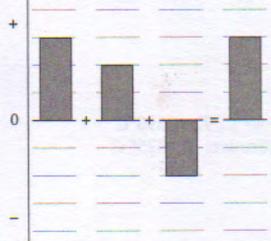
1. 40 J

3. 200 cm³

5.



7. $E_{term\ i} + W + Q = E_{term\ f}$



9. 700 J cedidos pelo sistema

11. 12.000 J

13. 6860 J

15. $6,8 \times 10^4$ J

17. 28°C

19. 73,5°C

21. Ferro

23. a. 91 J b. 140°C

25. a. 1,32 b. 1,25

27. a. 1,1 atm b. 48°C

29. Ferro

31. 26 W

33. 8,7 h

35. 990 cm³

37. -56°C

39. Alumínio

41. 87 min

43. $-3,4 \times 10^5$ J

45. 5500 J

47. 2,8 atm

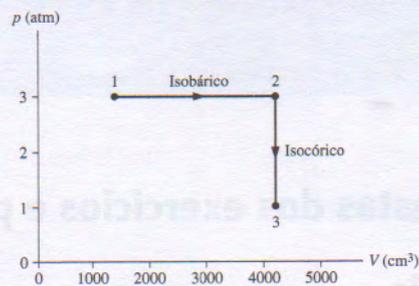
49. 1660 J

51. a. 253°C b. 33 cm

53. a. 110 kPa b. 24 cm

55. a. $V_2 = 4300$ cm³ $T_2 = 606$ °C b. 3000 J c. 1,0 atm d. 2200 J

e.



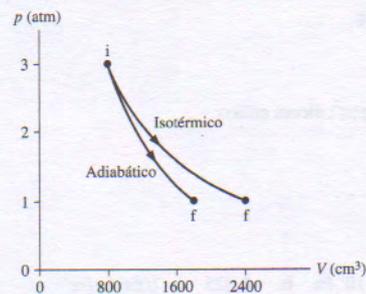
57. Para a: -1.000 J; para B: 1.400 J

59. a. -410 J b. 570 J c. 0 J

61. a. $T_{Af} = 300$ K, $T_{Bf} = 220$ K, $V_{Af} = 2,5 \times 10^{-3}$ m³,

$V_{Bf} = 1,8 \times 10^{-3}$ m³

b.



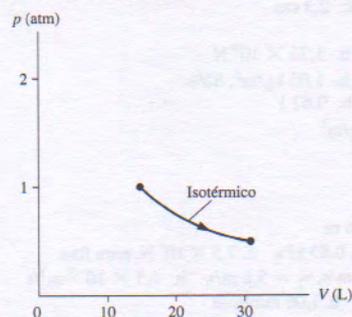
63. a. -50,7 J b. -15 J c. 36 J

65. $T_f = 830$ °C, $V_f = 24$ cm³

67. a. 39,3 b. 171

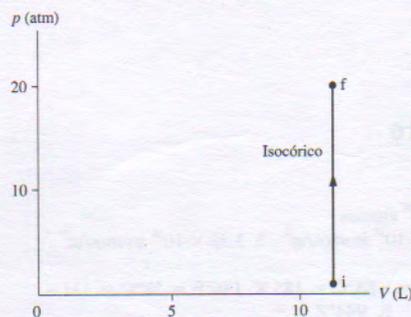
69. a. 0,50 atm b. -1070 J c. 1070 J d. 0 J

e.



71. a. 5500 K b. 0 J c. $5,4 \times 10^4$ J d. 20

e.



73. 110°C

75. -118°C

77. b. 217°C

79. a.

Ponto	p (atm)	T (°C)	V (cm ³)
1	3,0	946	1000
2	1,0	946	3000
3	0,48	310	3000

- b. $W_{1 \rightarrow 2} = -334 \text{ J}$, $W_{2 \rightarrow 3} = 0 \text{ J}$, $W_{3 \rightarrow 1} = 239 \text{ J}$
 c. $Q_{1 \rightarrow 2} = 334 \text{ J}$, $Q_{2 \rightarrow 3} = -239 \text{ J}$, $Q_{3 \rightarrow 1} = 0 \text{ J}$
 81. 15 atm
 83. a. 606°C b. 150 J

Capítulo 18

1. $2,69 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$
 3. 0,023 Pa
 5. a. 300 nm b. 600 nm
 7. 12,5 cm
 9. a. $(0\hat{i} + 0\hat{j}) \text{ m/s}$ b. 59 m/s c. 62 m/s
 11. a. 9,16 Pa b. 332 K
 13. Neônio
 15. 2,5 mK
 17. -246°C
 19. 800 m/s
 21. $7,22 \times 10^{12} \text{ K}$
 23. a. 3400 J b. 3400 J c. 3400 J
 25. a. $4,1 \times 10^{-16} \text{ J}$ b. $7,0 \times 10^5 \text{ m/s}$
 27. 490 J
 29. $3,6 \times 10^7 \text{ J}$
 31. a. $0,080^\circ\text{C}$ b. $0,048^\circ\text{C}$ c. $0,040^\circ\text{C}$
 33. a. 62 J b. 100 J c. 100 J d. 150 J
 35. a. B b. $E_{Ar} = 5.200 \text{ J}$, $E_{Br} = 7.800 \text{ J}$
 37. 84,8
 39. a. Hélio b. 1370 m/s c. $1,86 \mu\text{m}$
 41. $9,6 \times 10^{-5} \text{ m/s}$
 43. a. $\lambda_{\text{elétron}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi(N/V)r^2}}$
 b. $1,82 \times 10^{-6} \text{ Pa} = 1,80 \times 10^{-11} \text{ atm}$
 45. a. $1,3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$ b. 450 m/s c. 260 m/s d. $1,3 \times 10^{22} \text{ s}^{-1}$
 e. 57 kPa f. 57 kPa
 47. 29 J/mol K
 49. a. $(E_{\text{He}})_i = 1900 \text{ J}$, $(E_{\text{O}})_i = 3100 \text{ J}$ b. $(E_{\text{He}})_f = 2700 \text{ J}$,
 $(E_{\text{O}})_f = 2300 \text{ J}$ c. 850 J cedidos pelo oxigênio ao hélio d. 436 K
 51. 7
 55. a. R b. 2R
 57. a. 4 b. 1 c. 16
 59. a. 141.000 T b. 10.100 K c. Para o N_2 , $\epsilon_{\text{med}}/K_{\text{escape}} = 0,2\%$; para o H_2 ,
 $\epsilon_{\text{med}}/K_{\text{escape}} = 3\%$
 61. a. $2,0 \times 10^6 \text{ J}$ b. $4,8 \times 10^{-6}$ c. $0,0013^\circ\text{C}$
 63. b. $9p_1V_1$
 65. c. 436 K; 850 J são transferidos do oxigênio para o hélio

Capítulo 19

1. a. 250 J b. 150 J
 3. a. 0,27 b. 14 kJ
 5. a. 200 J b. 250 J
 7. 96.000
 9.

	ΔE_{term}	W_s	Q
A	+	0	+
B	0	+	+
C	-	+	0
D	-	-	-

11. 20,5 J
 13. a. $W_{\text{atm}} = 10 \text{ J}$, $Q_C = 110 \text{ J}$ b. 0,083
 15. 283 J
 17. 25
 19. a. (b) b. (a)
 21. 7°C
 23. a. 0,40 b. 215°C
 25. 135°C
 27. a. 6,33 b. 32 W c. 232 W
 29. a. 60 J b. -23°C
 31. $1,7 \times 10^6 \text{ J}$
 34. 1200 W
 37. a. $3,63 \times 10^6 \text{ J}$ b. $3,0 \times 10^5 \text{ J}$
 39. 560 J

41. 1820°C
 43. a. $Q_1 = 1000 \text{ J}$ $Q_2 = 500 \text{ J}$ $Q_3 = 2500 \text{ J}$ $Q_4 = 2000 \text{ J}$
 b. $Q_3 > Q_1$ c. Não
 45. Não
 47. a. 48 m b. 0,32
 49. 0,37
 51. a. 5,0 kW b. 1,7
 53. a.

	$W_s \text{ (J)}$	$Q \text{ (J)}$	ΔE_{term}
1 → 2	3,04	16,97	13,93
2 → 3	0	-10,13	-10,13
3 → 1	-1,52	-5,32	-3,80
Tot	1,52	1,52	0

- b. 0,090 c. 13 W

55. a.

	$W_s \text{ (J)}$	$Q \text{ (J)}$	$\Delta E_{\text{term}} \text{ (J)}$
1 → 2	0	282,2	282,2
2 → 3	207,2	0	-207,2
3 → 1	-50,0	-125,0	-75,0
Tot	157,2	157,2	0

- b. 0,52

57. a. $V_1 = 4000 \text{ cm}^3$ $p_1 = 5,7 \text{ kPa}$ $T_1 = 230 \text{ K}$
 b.

	$\Delta E_{\text{term}} \text{ (J)}$	$W_s \text{ (J)}$	$Q \text{ (J)}$
1 → 2	425,7	-425,7	0
2 → 3	0	554,5	554,5
3 → 1	-425,7	0	-425,7
Tot	0	128,8	128,8

- c. 0,23

59. a.

	$p \text{ (atm)}$	$T \text{ (K)}$	$V \text{ (cm}^3\text{)}$
1	1,0	406	1000
2	5,0	2030	1000
3	1,0	2030	5000

- b. 0,29 c. 0,80

61. a. $T_1 = 1620 \text{ K}$ $T_2 = 2407 \text{ K}$ $T_3 = 6479 \text{ K}$
 b.

	$\Delta E_{\text{term}} \text{ (J)}$	$W_s \text{ (J)}$	$Q \text{ (J)}$
1 → 2	327	-327	0
2 → 3	1692	677	2369
3 → 1	-2019	0	-2019
Tot	0	350	350

- c. 0,15

63. $W_{\text{tot}} = 350 \text{ J}$ $\eta = 0,24$

65. b. $T_H = 1092^\circ\text{C}$

67. b. $Q_C = 80 \text{ J}$

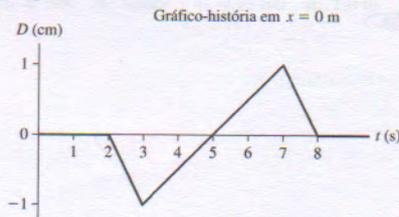
69. b. 10,13' J c. 0,13

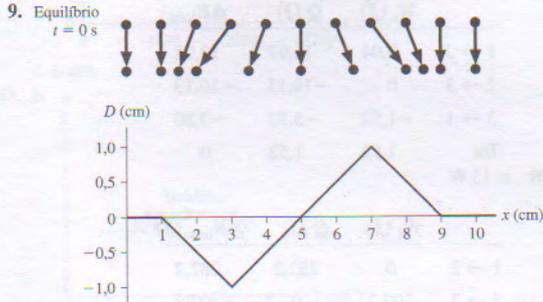
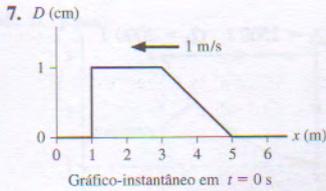
Capítulo 20

1. 283 m/s

3. 25 g

- 5.

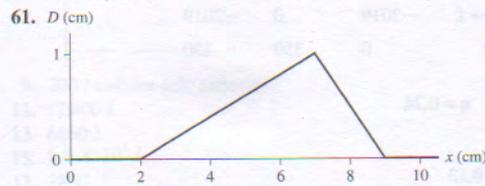




11. a. 4,2 m b. 48 Hz
 13. a. 11 Hz b. 1,1 m c. 13 m/s
 15. 40 cm
 17. 34 Hz, 68 Hz
 19. 6100 m/s
 21. a. 1700 Hz b. 1,5 GHz c. 990 nm
 23. a. 10 GHz b. 0,17 ms
 25. a. $1,5 \times 10^{-11}$ s b. 3,4 mm
 27. a. $8,6 \times 10^8$ Hz b. 23 cm
 29. $6,0 \times 10^5$ J
 31. a. $1,1 \text{ mW/m}^2$ b. $1,1 \times 10^{-7}$ J
 33. a. 47 dB b. 107 dB
 35. 20 m
 37. a. 432 Hz b. 429 Hz
 39. 38,1 m/s
 41. a. 0,80 m b. $-\pi/2$ rad

$$c. D(x, t) = (2,0 \text{ mm}) \text{sen} \left[\frac{2\pi x}{0,80 \text{ m}} - \frac{2\pi t}{0,20 \text{ s}} - \frac{\pi}{2} \right]$$

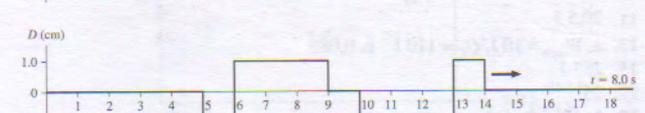
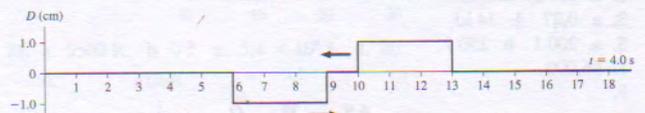
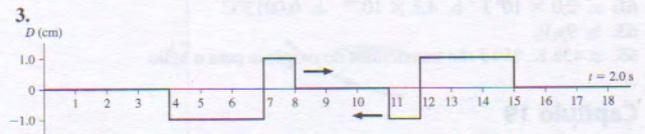
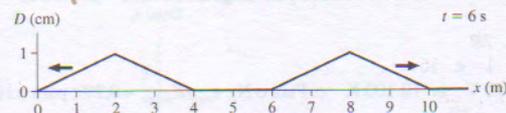
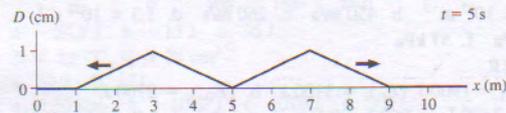
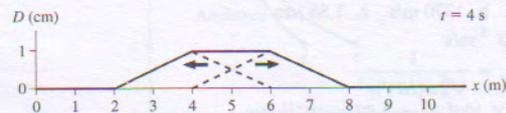
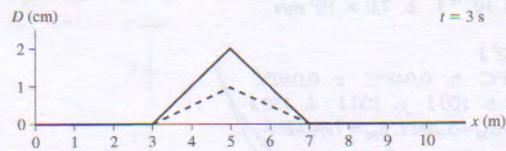
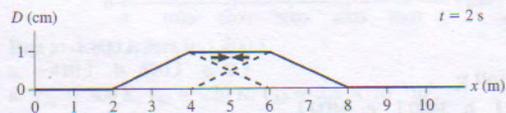
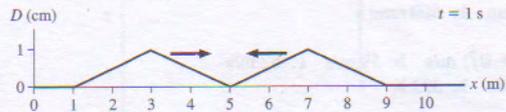
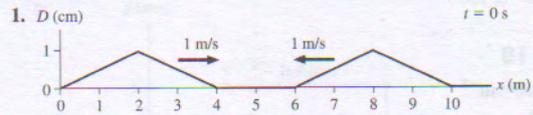
43. 1100 m/s
 45. $L_1 = 2,3 \text{ m}, L_2 = 1,7 \text{ m}$
 47. 790 m
 49. 459 nm
 51. 1230 km
 53. a. Sentido negativo de x b. $v = 12 \text{ m/s}$ $f = 5,0 \text{ Hz}$ $k = 2,6 \text{ rad/m}$
 c. $-1,5 \text{ cm}$
 55. $D(y, t) = (5,0 \text{ cm}) \text{sen}[(4\pi \text{ rad/m})y + (16\pi \text{ rad/s})t]$
 59. a. $v = 100 \text{ m/s}, \lambda = 1,0 \text{ m}$ b. $A = 1,0 \text{ mm}, \phi_0 = -\pi/2$
 c. $D(x, t) = (1,0 \text{ mm}) \text{sen}[(2\pi \text{ rad/m})x - (200\pi \text{ rad/s})t - \pi/2 \text{ rad}]$
 d. $-1,0 \text{ mm}$

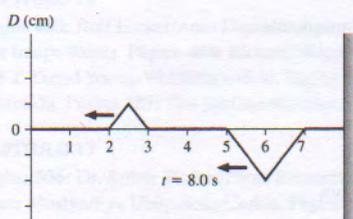
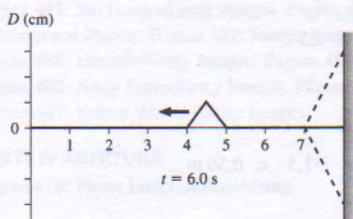
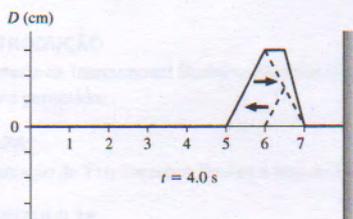
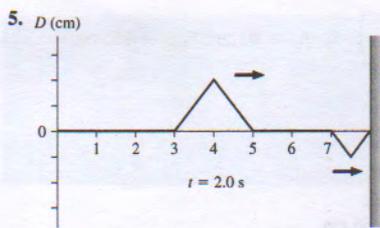


63. $f = 16 \text{ Hz}, A = 2,0 \text{ cm}$
 65. $2,0 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2$
 67. a. $250 \mu\text{W/m}^2$ b. 16 km
 69. 78 dB
 71. 86 m/s, afastando-se
 75. 800 nm, infravermelha
 77. R\$ 200.000.000,00

79. $0,07^\circ\text{C}$

Capítulo 21





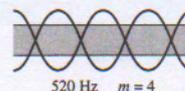
7. 30 m/s
 9. a. 12 Hz, 24 m/s
 11. a. 0,81 m b. 70 m
 13. $2,830 \times 10^{13}$ Hz
 15. 400 m/s
 17. 10,5 m
 19. 4,8 cm
 21. a. 25 cm b. 25 cm
 23. 216 nm
 25. a. Em fase
 27. Completamente destrutiva
 b.

	r_1	r_2	Δr	C/D
P	3λ	4λ	λ	C
Q	$\frac{7}{2}\lambda$	2λ	$\frac{3}{2}\lambda$	D
R	$\frac{5}{2}\lambda$	$\frac{7}{2}\lambda$	λ	C

29. 203 Hz
 31. 780,54530 nm
 33. $A(x = 10 \text{ cm}) = 0,62 \text{ cm}$, $A(x = 20 \text{ cm}) = 1,18 \text{ cm}$,
 $A(x = 30 \text{ cm}) = 1,62 \text{ cm}$, $A(x = 40 \text{ cm}) = 1,90 \text{ cm}$,
 $A(x = 50 \text{ cm}) = 2,00 \text{ cm}$
 35. 1,4 cm
 37. 28,4 cm
 39. a. 700 Hz b. 56 N

41. $8,2 \text{ m/s}^2$
 43. a. 240 Hz b. 3
 45. 11 Hz
 47. a. 10,5 GHz, 12,0 GHz, 13,5 GHz, 15,0 GHz, 16,5 GHz, 18,0 GHz,
 19,5 GHz, b. 10,5 GHz, 13,5 GHz, 16,5 GHz, 19,5 GHz

49. a. Aberto-aberto
 c.



- d. 318 Hz, 424 Hz, 530 Hz
 51. 1210 Hz
 53. 18 cm
 55. 273 m/s
 57. 93 m
 59. 7,9 cm
 61. a. 850 Hz b. $-\frac{\pi}{2}$ rad
 63. a. 473 nm b. 406 nm, 568 nm c. Amarelo-esverdeado
 65. 7,15 cm
 67. 20
 69. a. 170 Hz b. 170 Hz, 510 Hz, 850 Hz
 71. 150 MHz
 73. a. a b. 1,0 m c. 9
 75. a. 5 b. 4,6 mm
 77. 7,0 m/s
 79. 4,0 cm, 35 cm, 65 cm
 81. 18 cm
 83. a. $\lambda_1 = 20,0 \text{ m}$, $\lambda_2 = 10,0 \text{ m}$, $\lambda_3 = 6,67 \text{ m}$
 b. $v_1 = 5,59 \text{ m/s}$, $v_2 = 3,95 \text{ m/s}$, $v_3 = 3,22 \text{ m/s}$
 d. $T_1 = 3,58 \text{ s}$, $T_2 = 2,53 \text{ s}$, $T_3 = 2,07 \text{ s}$

Capítulo 22

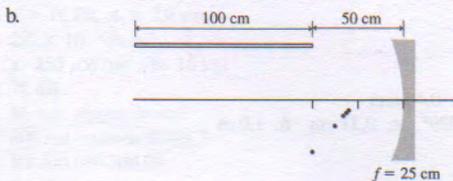
1. 0,020 rad = $1,15^\circ$
 3. 450 nm
 5. 0,36 mm
 7. 500 nm
 9. $3,2^\circ$, $6,3^\circ$
 11. 53014,5 cm
 13. 14,5 cm
 15. 0,20 mm
 17. 610 nm
 18. 4,0 mm
 21. 7,6 m
 23. 0,015 rad = $0,87^\circ$
 25. 78 cm
 27. 30,467
 29. 0,2895 mm
 31. a. Fenda simples b. 0,15 mm
 33. 1,3 mm
 35. 500 nm
 37. 500 nm
 39. 667,8 nm
 41. a. 1,3 m b. 7
 43. 43 cm
 45. 500 nm
 47. 0,12 mm
 49. 609 nm
 51. 895 nm
 53. 670 nm
 55. 1,2 mm
 57. a. 550 nm b. 0,40 mm
 59. a. Não b. $0,029^\circ$ c. 0,31 cm d. 1,0 m

61. a. 3,0 mm b. 1/4 c. $\pi/2$ rad d. 0,75 mm em direção à fenda coberta pelo vidro
 63. 14,2 μm mais próximo
 65. a. 376 nm b. 1320 c. 1320
 67. a. Escura b. 1,597
 69. 12,0 μm
 71. b. 0,022°, 0,058°
 73. a. -11,5°, -53,1°
 75. a. 0,52 mm b. 0,074° c. 1,3 m

Capítulo 23

1. a. 3,3 ns b. 0,75 m, 0,667 m, 0,458 m
 3. 8,0 cm
 5. 5,4 m
 7. 9,0 cm
 9. 42°
 11. 433 cm
 13. 35°
 15. 1,37
 17. 76,7°
 19. 3,2 cm
 21. 1,52
 23. a. $n_{\text{vermelho}} = 1,572, n_{\text{azul}} = 1,587$ b. 1,1
 25. 1580 nm
 27. Invertida
 29. Direita
 31. 68 cm
 33. 200 cm
 35. 1,5 cm
 37. Invertida
 39. Direita
 41. a. 3 b. B: (+1 m, -2 m), C: (-1 m, +1 m), D: (+1 m, +2)
 43. 10 m
 45. 42°
 47. 82,8°
 49. a. Do fundo b. 60 cm
 51. 4,7 m
 53. a. No fundo
 55. 1,552
 57. a. 17,9° b. 27,9°
 59. 3,0 cm
 61. b. $s' = 40$ cm, $h' = 2,0$ cm
 63. b. $s' = -60$ cm, $h' = 8,0$ cm
 65. b. $s' = -8,6$ cm, $h' = 1,14$ cm
 67. $s' = -30$ cm, $h' = 1,5$ cm, atrás e direita
 69. $f = 44$ cm a 67 cm da parede
 71. a. 4,0 cm b. 25 cm c. 3,4 cm
 73. 20 cm
 75. 13,3 cm
 77. a.

s (cm)	s' (cm)	h (cm)	h' (cm)
50	50	10	10
75	37,5	10	5,0
100	33,3	10	3,3
125	31,3	10	2,5
150	30	10	2,0



c. A imagem é curva e não paralela ao eixo.

79. a. $\frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ b. $f_{\text{ar}} = 40$ cm, $f_{\text{água}} = 156$ cm
 81. a. 23,6 cm c. 7,5 cm

Capítulo 24

1. b. $s_2' = 49$ cm, $h_2' = 4,6$ cm
 3. b. $s_2' = 10$ cm, $h_2' = 2,0$ cm
 5. b. $s_2' = -3,33$ cm, $h_2' = 0,66$ cm
 7. 5,0
 9. 6,0 mm
 11. 6,0 mm
 13. a. Miopia b. 100 cm
 15. 3,6°
 17. 5,0 cm
 19. 13 mm
 21. a. 40 b. 5,0
 23. 55 km
 25. 0,49
 27. Sim, 5,0 cm à direita da lente
 29. a. 3,75 cm c. 0,10 rad d. 2,5
 31. a. $f_2 + f_1$ b. $f_2/|f_1|$
 33. a. -f
 35. 23 cm
 37. 5,0 cm
 39. a. +3,0 D para a objetiva b. -1,5 c. 0,56 m
 41. a. 1,1 cm b. -160
 43. 2,6 cm
 45. 0,069 mm
 47. a. 3,8 cm b. O Sol é brilhante demais
 49. 165 MB
 51. 3,5 m
 53. b. 2,5

Capítulo 25

1. 410,3 nm, 389,0 nm, 379,9 nm
 3. 8
 5. 64°
 7. 4
 9. $1,2 \times 10^5$ J
 11. $2,0 \times 10^{-16}$ J
 13. a. $1,1 \times 10^{-34}$ m b. $1,7 \times 10^{-23}$ m/s
 15. a. $3,6 \times 10^6$ m/s b. $2,0 \times 10^3$ m/s
 17. 0,20 nm
 19. a. 121,6 nm, 102,6 nm, 97,3 nm, 95,0 nm b. 91,18 nm c. 31,4 cm
 21. a. $2,0 \times 10^{-12}$ m b. $2,5 \times 10^5$
 23. a. $3,1 \times 10^{-19}$ J b. $3,2 \times 10^{15}$
 25. 18,7°, 50,8°, 71,6°
 27. b. 2,4 nm, 1,2 nm
 29. a. 0,818 μm b. $1,1 \times 10^3$ m/s
 31. 170 m/s
 33. a. $E_1 = 1,2 \times 10^{-19}$ J, $E_2 = 4,9 \times 10^{-19}$ J, $E_3 = 1,1 \times 10^{-18}$ J
 b. $3,7 \times 10^{-19}$ J c. 540 nm
 35. 1,3 nm
 37. 29 fm
 39. a. $v_n = hn/2mL$ $n = 1, 2, 3, \dots$
 b. $1,82 \times 10^6$ m/s, $3,64 \times 10^6$ m/s, $5,46 \times 10^6$ m/s
 41. a. 72,5°, 53,1°, 25,8° b. 64,9°, 31,9° c. 19,9°, 76,9°
 43. a. 10,0 nm, 5,00 nm, 3,33 nm, 2,50 nm
 b. $7,28 \times 10^4$ m/s, $1,46 \times 10^5$ m/s, $2,18 \times 10^5$ m/s, $2,91 \times 10^5$ m/s