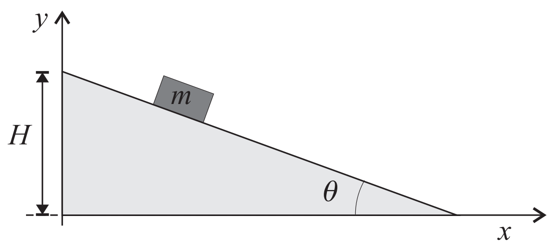
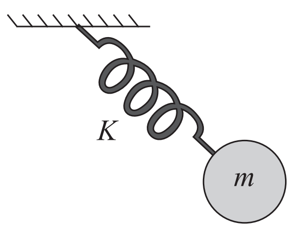
LISTA DE EXERCÍCIOS #5 - MECÂNICA CLÁSSICA I

1. Um objeto de massa m desce um plano inclinado sem atrito, de ângulo de inclinação θ e altura H, como mostra a figura. Deve ser usado o sistema de coordenadas indicado.



   (a) Determine a lagrangeana do sistema. Quantas coordenadas generalizadas são necessárias?
   (b) Obtenha as equações diferenciais de movimento, e resolva as equações. O módulo da aceleração gravitacional vale g. O resultado é coerente com o que você esperava?
   (c) Monte a função energia do sistema. Ela se conserva? É a energia do sistema?

2. Um pêndulo é formado por uma mola de constante K e massa desprezível que sustenta um objeto de massa m, como na figura abaixo. O comprimento natural da mola pode ser desprezado.



   (a) Monte a lagrangeana do sistema. Alguma coordenada é cíclica?
   (b) Obtenha as equações diferenciais de movimento.
   (c) Ache os momentos conjugados. Algum se conserva?
   (d) Obtenha a função energia do sistema. Ela se conserva?

3. Um objeto de massa m move-se sobre a superfície do cone circular descrito por

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

   (a) Monte a lagrangeana do sistema. Alguma coordenada é cíclica?
   (b) Obtenha os momentos canônicos associados às coordenadas generalizadas. Algum é conservado?

(c) Obtenha as equações diferenciais de movimento.
(d) Na situação estacionária, determine o raio e a altura da órbita.

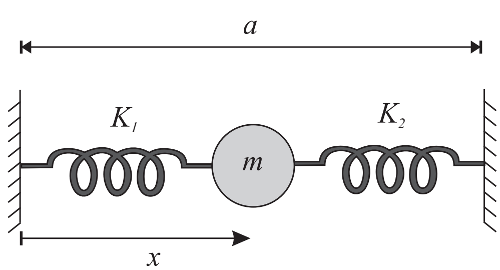
4. Um objeto de massa m move-se ao longo da curva descrita pela parábola

$$y = ax^2$$

onde o eixo y é vertical, e o módulo da aceleração gravitacional vale g.

(a) Ache a lagrangeana do sistema.
(b) Obtenha as equações diferenciais do movimento.
(c) Obtenha os momentos canônicos associados às coordenadas generalizadas. Algum se conserva?

5. A figura abaixo ilustra um sistema formado por duas molas, de massas e comprimentos naturais desprezíveis e constantes de mola K_1 e K_2, respectivamente, acopladas por um objeto de massa m. A separação entre os pontos de fixação das molas nas paredes vale a, e é fixa.



(a) Obtenha a lagrangeana do sistema.
(b) Obtenha a equação diferencial de movimento.
(c) Ache o momento canônico conjugado.
(d) Ache a função energia do sistema. Ela é a energia do sistema? Ela é conservada?

6. Considere um sistema onde a lagrangeana do sistema vale

$$L = \frac{m}{2}\left[\dot{q}^2 \operatorname{sen}^2(\omega t) + \dot{q}q\omega \operatorname{sen}(2\omega t) + q^2\omega^2\right]$$

A coordenada generalizada é q, e $\dot{q}$ é a velocidade generalizada correspondente.

(a) Obtenha o momento conjugado p à coordenada generalizada q.
(b) Obtenha a equação diferencial de movimento.
(c) Monte a função energia. Ela se conserva?

(d) Suponha que seja feita uma troca de coordenadas, de modo que

$$Q = q\,\text{sen}(\omega t)$$

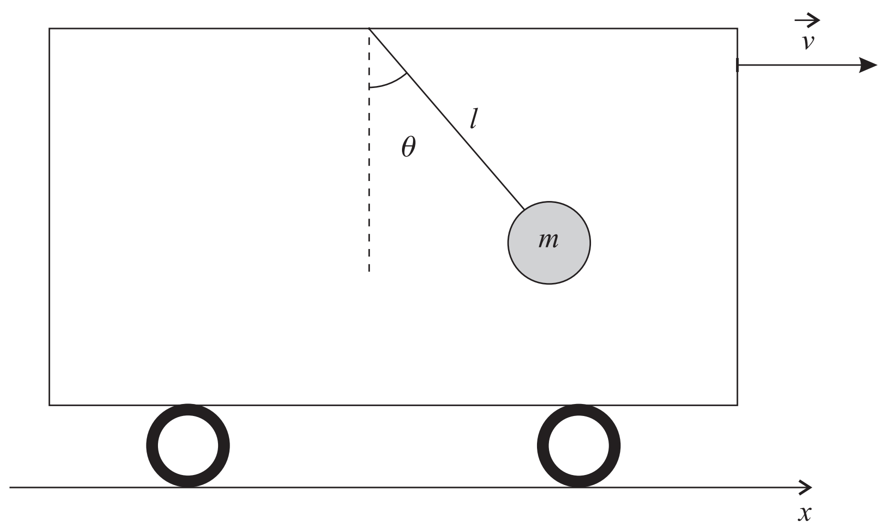
Mostre que a nova lagrangeana do sistema vale

$$\mathcal{L} = \frac{m\dot{Q}^2}{2} + \frac{m\omega^2 Q^2}{2}$$

(e) Obtenha as equações diferenciais de movimento para a coordenada Q.

(f) Obtenha a nova função energia do sistema. Ela se conserva?

7. Um pêndulo simples está montado sobre um vagão, que se move com velocidade constante horizontal $\vec{v}$, como mostra a figura abaixo. A barra que sustenta a massa m tem comprimento fixo l e massa desprezível. Considere que, em $t = 0$, o ponto de fixação do pêndulo está em $x = 0$.



(a) Obtenha a lagrangeana do sistema. Alguma coordenada é cíclica?

(b) Ache os momentos conjugados. Algum se conserva?

(c) Obtenha as equações diferenciais de movimento.