UFPR – Departamento de Física
CF1804/Física Básica Geral IV – P_3
Prof. Alexandre D. Ribeiro (13/05/2019)

Observações: **i)** Indique de forma organizada o raciocínio e todos os cálculos usados na solução; **ii)** Ao resolver o problema literalmente, deixando para substituir os valores somente no final, existe uma chance maior dos passos intermediários serem pontuados; **iii)** Fórmulas não-pertencentes ao formulário da prova, quando utilizadas, devem ser deduzidas.

Problema 1: (2,00) Uma luz monocromática com um comprimento de onda de 583 nm incide em uma fenda com 0,025 mm de largura. A distância entre a fenda e a tela é de 3,5 m. Considere um ponto da tela situado a 1,1 cm de distância do máximo central.
(a) Calcule o valor de θ neste ponto.
(b) Calcule a razão entre a intensidade neste ponto e a intensidade do máximo central?
(c) Estime o número máximo de mínimos que teoricamente poderiam ser observados nesta montagem.

Resolução do Problema 1: (a) θ é o ângulo entre o eixo central e a reta que liga o centro da fenda e o ponto na tela. Logo, $\tan\theta = 1,1$ cm$/3,5$ m $= 3,14 \times 10^{-3}$. Então $\theta = 0,18° = 3,14 \times 10^{-3}$ rad.
(b) Como

$$\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda} = \frac{\pi(2,5\times10^{-5})\,\text{sen}(3,14\times10^{-3}\text{ rad})}{5,83\times10^{-7}} = 0,42,$$

a razão vale

$$\frac{I}{I_m} = \left(\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi a\text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a\text{sen}\theta}{\lambda}}\right)^2 = \left(\frac{\text{sen}(0,42\text{ rad})}{0,42}\right)^2 = 0,94.$$

(c) Condição para mínimos:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{m\lambda}{a} = m\frac{5,83\times10^{-7}}{2,5\times10^{-5}} \approx 0,023\ m,$$

para $m = 1, 2, 3 \ldots$. O lado direita da última igualdade não pode ser maior que 1. Logo,

$$0,023\ m < 1 \Longrightarrow m < \frac{1}{0,023} = 42,9,$$

implicando em 42 mínimos.

Problema 2: (1,75) Uma espaçonave cujo comprimento de repouso é de 130 m passa por uma base espacial a uma velocidade de 0,740 c.
(a) Qual é o comprimento da nave no referencial da base?
(b) Qual é o intervalo de tempo registrado pelos tripulantes da base entre a passagem da proa e a passagem da popa da espaçonave?

Resolução do Problema 2: (a) No referencial da base temos

$$L = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}L_0 = \sqrt{1-0,74^2}\ 130\text{ m} = 87,4\text{ m}.$$

(b) Para os tripulantes da base, este intervalo de tempo é igual ao tempo percorrido pela popa com velocidade de 0,740 c po uma distância L:

$$\Delta t = \frac{L}{v_{NB}} = \frac{87,4\text{ m}}{0,74\times(3\times10^8\text{ m/s})} = 3,9\times10^{-7}\text{ s}.$$

Problema 3: (1,75) A galáxia A está se afastando da Terra com uma velocidade $v_{AT} = 0,1\ c$. Suponha que a galáxia B, situada na direção diametralmente oposta, esteja se aproximando da Terra com velocidade $v_{BT} = 0,3\ c$.
(a) Que fração de c corresponde à velocidade de afastamento (em módulo) da nossa galáxia, medida por um observador da galáxia A?
(b) Que fração de c corresponde à velocidade (em módulo) da galáxia B, medida também por um observador da galáxia A?

Resolução do Problema 3: (a) A velocidade da Terra com relação a B é simplesmente a velocidade de B com relação a Terra, com o sinal trocado. Ou seja, $v_{TA} = -v_{AT} = -0,1\ c$.
(b) Para resolver este item assumiremos a Terra fixa a um refeferencial S (eixo x apontando para a direita). À direita da Terra, assumiremos que A esteja se afastando com velocidade $v_{AT} = +0,1\ c$. À esquerda, assumiremos que B se aproxima da Terra

com $v_{BT} = +0,3\ c$. Considerando que, em A, fixamos um referencial S', calculamos

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \Longrightarrow v_{BT} = \frac{v_{BA} + v_{AT}}{1 + v_{BA}v_{AT}/c^2}$$
$$\Longrightarrow v_{BA} = \frac{v_{BT} - v_{AT}}{1 - \frac{v_{BT}v_{AT}}{c^2}} = \frac{0,3\ c - 0,1\ c}{1 - 0,03} = \frac{20}{97}\ c,$$

em que associamos a velocidade u à velocidade de B.

Problema 4: (1,50)

(a) Qual é a energia (SI) total E de um elétron de energia cinética 2,53 MeV?

(b) Qual é o módulo p (SI) do elétron?

Resolução do Problema 4: Exercício Resolvido 37-7.

Problema 5: (1,50) Uma lâmpada é colocada no centro de uma casca esférica que absorve toda a energia que chega até ela. A lâmpada tem uma potência de 300 W. Suponha que toda a luz é emitida com um comprimento de onda de 660 nm. Quantos fótons são absorvidos pela casa esférica por segundo?

Resolução do Problema 5: Concluimos imediatamente que, a cada segundo, a lâmpada emite 300 J de energia. Por outro lado, a energia de cada fóton é dada por

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^{8}}{660 \cdot 10^{-9}}\ \text{J} = 3 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Logo, a cada segundo, o número de fótons emitidos vale

$$n = \frac{300}{3 \cdot 10^{-19}} = 10^{+21}.$$

Problema 6: (1,50) O comprimento de onda de determinado fóton é de 330 nm. Qual é a energia cinética de um elétron cujo comprimento de onda seja igual ao comprimento de onda desse fóton?

Resolução do Problema 6: Para um elétron com este comprimento de onda, utilizando a relação de de Broglie, podemos calcular seu momento,

$$p = \frac{h}{\lambda_{Broglie}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{330 \cdot 10^{-9}}\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Desprezando correções relativísticas, concluimos que sua energia cinética vale

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{4 \cdot 10^{-54}}{2 \times 9,1 \cdot 10^{-31}}\ \text{J} \approx 2 \cdot 10^{-24}\ \text{J}.$$

Formulário

$a\text{sen}\,\theta = m\lambda\ \ (m = 1, 2, 3\ldots),\quad \text{sen}\theta = 1,22\dfrac{\lambda}{d},$

$I = I_m \left(\dfrac{\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}} \right)^2,$

$I = I_m \cos^2\left(\dfrac{\pi d \text{sen}\theta}{\lambda}\right) \left(\dfrac{\text{sen}\left(\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \text{sen}\theta}{\lambda}} \right)^2,$

$d\text{sen}\theta = 0; \lambda; 2\lambda; 3\lambda; \ldots,\quad \Delta\theta_m = \dfrac{\lambda}{Nd\cos\theta},$

$D = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \dfrac{m}{d\cos\theta},\quad R = \dfrac{\lambda_{med}}{\Delta\lambda} = Nm,$

$2d\text{sen}\theta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda; \ldots,$

$\Delta t = \gamma\Delta t_0,\quad L = L_0/\gamma,\quad \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad \beta = v/c,$

$u = \dfrac{u' + v}{1 + u'v/c^2},\quad x' = \gamma(x - vt),\quad t' = \gamma(t - vx/c^2),$

$f = f_0\sqrt{\dfrac{1-\beta}{1+\beta}},\quad p = \gamma mv,\quad E = K + mc^2 = \gamma mc^2,$

$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4,\quad E = hf,\quad c = \lambda f,\quad hf = K_{max} + \Phi,$

$\Delta\lambda = \dfrac{h}{mc}(1 - \cos\phi),\quad \lambda_{de\ Broglie} = h/p,\quad K = \frac{1}{2}mv^2$

$h = 6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s},\quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg},$

$1\ \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19}\ \text{J},\quad c = 3 \times 10^{8}\ \text{m/s}.$