UFPR – Departamento de Física
CF1804/Física Básica Geral IV – P_2
Prof. Alexandre D. Ribeiro (03/04/2019)

Observações: **i)** Indique de forma organizada o raciocínio e todos os cálculos usados na solução; **ii)** Ao resolver o problema literalmente, deixando para substituir os valores somente no final, existe uma chance maior dos passos intermediários serem pontuados; **iii)** Fórmulas não-pertencentes ao formulário da prova, quando utilizadas, devem ser deduzidas; **iv)** É proibido o uso de calculadoras e celulares durante a prova.

Problema 1: Teoricamente uma espaçonave poderia se deslocar no sistema solar usando a pressão da radiação solar sobre uma grande vela feita de folha de alumínio, totalmente refletora. Qual deve ser a área desta vela para que a força exercida pela radiação seja igual, em módulo, à força de atração gravitacional do Sol? Suponha que sejam conhecidas a massa $m_N = 1000$ kg da nave (incluindo a vela) e a potência $P_S \approx 4\times 10^{26}$ W atribuída à radiação emitida pelo Sol.

Resolução do Problema 1: A pressão de radiação exercidade pela luz emitida pelo Sol, a uma distância d dele, é dada por

$$p_{rad} = \frac{2}{c}\, I = \frac{2}{c}\, \frac{P_S}{4\pi d^2}.$$

Tal pressão resulta em uma força sobre a vela $F_{vela} = p_{rad}A$, em que A é sua área. A situação tratada no problema é tal que esta força equilibra a força gravitacional sentida pela nave, devida ao Sol:

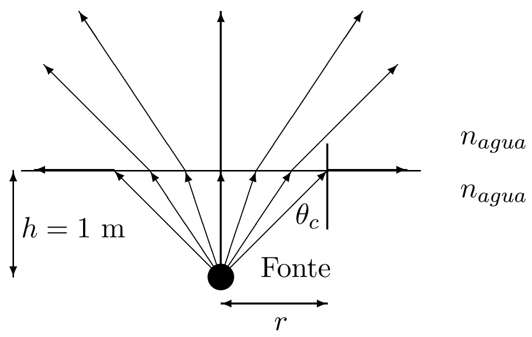
$$F_{grav} = \frac{G m_{nave} m_{sol}}{d^2} = \frac{2A}{c}\, \frac{P_S}{4\pi d^2}$$
$$\Rightarrow A = \frac{2\pi c G m_{nave} m_{sol}}{P_S}.$$

Substituindo,

$$A \approx \frac{6\cdot(3\cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}})\cdot(7\cdot 10^{-11}\ \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2\cdot\text{kg}})\cdot(2\cdot 10^{33}\ \text{kg}^2)}{4\cdot 10^{26}\ \text{W}}$$
$$= 63\cdot 10^4\ \text{m}^2 = 0{,}63\ \text{km}^2.$$

Problema 2: Uma fonte luminosa pontual está localizada 1 m abaixo da superfície de uma piscina de água ($n_{agua} = 4/3$). Ilustre alguns raios de luz que partem desta fonte em direção à superfície da água, indicando que a luz atravessa a superfície apenas em uma região circular da interface. Calcule o diâmetro do círculo na superfície através do qual a luz emerge da água. Utilize $\operatorname{sen} 50^\circ \approx 3/4$ e $\tan 50^\circ \approx 1,2$.

Resolução do Problema 2:



Aplicando a lei de Snell para os raios que saem da fonte em direção ao ar:

$$n_{agua}\, \operatorname{sen}\theta_1 = n_{ar}\, \operatorname{sen}\theta_2.$$

Conforme mostra a figura, existe um ângulo crítico de incidência θ_c em que não há onda refratada. Ou seja, $\theta_2 = 90^\circ$ para este caso. Utilizando estas informações na última equação, obtemos

$$n_{agua}\, \operatorname{sen}\theta_c = n_{ar}\, \operatorname{sen} 90^\circ \Longrightarrow \theta_c = \frac{n_{ar}}{n_{agua}} \operatorname{sen} 90^\circ.$$

Substituindo os valores, $\theta_c = \frac{3}{4} \Longrightarrow \theta_c \approx 50^\circ$. Ainda segundo a figura, o raio r da região circular procurada se relaciona com θ_c e l da seguinte maneira,

$$\tan\theta_c = \frac{r}{h} \Longrightarrow r = h\tan\theta_c.$$

Substituindo os valores, $r \approx 1\ \text{m} \times \tan 50^\circ \approx 1,2$m. Logo o diâmetro vale $2,4$ m.

Problema 3: A Figura 1 mostra a ampliação lateral m de um objeto em função da distância p do objeto em relação a um espelho esférico, quando ele é deslocado ao longo do eixo central do espelho. Qual é a distância focal do espelho? Qual é a ampliação do objeto quando este se encontra a 30 cm do espelho?

Resolução do Problema 3: Para espelhos esféricos, sabemos que

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f} \quad \text{e} \quad m=-\frac{i}{p}.$$

Escrevendo $i=-mp$ e substituindo na primeira obtemos

$$f=\frac{mp}{m-1}.$$

Pelo gráfico, lemos que $p=15$ cm quando $m=0,4$. Logo, através da última equação, $f=-10$ cm, sendo esta a distância focal do espelho.

Voltando à mesma expressão, ao substituir $f=-10$ cm, obtemos, agora para $p=30$ cm:

$$(m-1)f=mp \Longrightarrow m=\frac{f}{f-p}=\frac{1}{4}.$$

Problema 4: Um feixe de raios luminosos produzidos por um laser distante incide em uma esfera maciça transparente de índice de refração n, conforme mostra a Figura 2. Se uma imagem pontual é produzida na posição em que $a=4/3$, qual é o índice de refração da esfera? Encontre a expressão para o índice de refração para um valor qualquer de a, e mostre que não poderemos ter imagens formadas na região em que $a<1$.

Resolução do Problema 4: Sabemos que raios refratados por uma superfície esférica passam pelo seu foco quando incidem paralelamente ao eixo. No caso em questão, concluimos portanto que os raios se orginam de um objeto localizado no infinito ($p=\infty$) e que a imagem se forma a uma distância $i=+ar$ da superfície. O sinal positivo se justifica pelo fato de se tratar de uma imagem real. Usando estes valores na expressão

$$\frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{i}=\frac{n_2-n_1}{r},$$

e considerando $n_1=1$ (ar), obtemos

$$\frac{1}{\infty}+\frac{n_2}{ar}=\frac{n_2-1}{r} \Longrightarrow n_2=\frac{a}{a-1}.$$

Se $a=4/3$, então $n_2=4$.

Para o caso em que $a<1$, note que a expressão acima implica em valores negativos para n_2, resultado não-físico.

Problema 5: Um feixe de luz branca com intensidade constante na faixa de comprimentos de onda da luz visível (400-690 nm) incide perpendicularmente em um filme de água com índice de refração $n_{agua}=4/3$ e espessura $L=300$ nm, suspenso no ar. Para que comprimento de onda λ a luz refletida pelo filme se apresenta mais intensa a um observador?

Resolução do Problema 5: Exercício Resolvido 35-5.

Formulário

$$c=\frac{E}{B}=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}, \quad E=E_m\text{sen}(kx-\omega t),$$

$$B=B_m\text{sen}(kx-\omega t), \quad \vec{S}=\frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}, \quad I=\frac{E_m^2}{2c\mu_0},$$

$$I=\frac{P}{Area}, \quad F=\frac{Gm_1m_2}{r^2}, \quad p_r=\frac{I}{c}, \quad p_r=\frac{2I}{c},$$

$$\frac{n_1\text{sen}\theta_1}{n_2\text{sen}\theta_2}=1, \quad \theta_c=\text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad \theta_B=\arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right),$$

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{i}=\frac{1}{f}=\frac{2}{r}, \quad \frac{n_1}{p}+\frac{n_2}{i}=\frac{n_2-n_1}{r}, \quad m=-\frac{i}{p},$$

$$\lambda_n=\frac{\lambda}{n}, \quad d\text{sen}\theta=0;\lambda;2\lambda;\ldots, \quad d\text{sen}\theta=\frac{1}{2}\lambda;\frac{3}{2}\lambda;\frac{5}{2}\lambda;\ldots,$$

$$I=4I_0\cos^2\left(\frac{2\pi d\text{sen}\theta}{2\lambda}\right), \quad 2L=\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{n_2},$$

$$2L=m\frac{\lambda}{n_2}, \quad P_S\approx 4\times 10^{26}\text{ W}, \quad G\approx 7\times 10^{-11}\text{ m}^3/\text{s}^2\cdot\text{kg},$$

$$M_{Sol}=2\times 10^{30}\text{ kg}, \quad c=3\times 10^8\text{ m/s}, \quad \pi\approx 3.$$