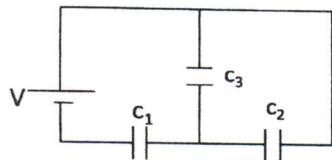


Aluno: \_\_\_\_\_

**Observações:** (i) Respostas sem desenvolvimento matemático não serão consideradas, portanto, indique de forma organizada o raciocínio e todos os cálculos usados na solução; (ii) É proibido o uso de calculadoras gráficas e celulares durante esta avaliação.

**(2,5) Problema 1:**

A figura abaixo mostra uma bateria de 10V e três capacitores inicialmente descarregados. As capacitâncias dos capacitores 2 e 3 são:  $C_2 = 10\mu F$  e  $C_3 = 20\mu F$  e a carga do capacitor 1 é  $q_1 = 180\mu C$ .



- (1,0) (a) Determine a capacitância do capacitor 1;  
 (1,0) (b) Determine a carga dos capacitores 2 e 3;  
 (0,5) (c) Ilustre no circuito a carga dos capacitores.

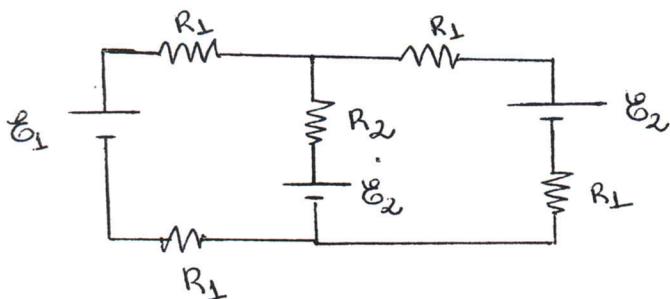
**(2,0) Problema 2:**

Um fio cilíndrico de raio  $3mm$  está conduzindo corrente. O módulo da densidade de corrente no fio é dada por  $J = \frac{300r}{\pi} A/m^2$  sendo  $r$  a distância radial do fio. Determine:

- (1,0) (a) A corrente na parte interna do fio ao longo de um raio de  $2mm$ .  
 (0,5) (b) A corrente que passa em um anel concêntrico ao fio de raio interno  $2mm$  e raio externo  $3mm$ .  
 (0,5) (c) Esboce o gráfico para  $i(r)$  em função de  $r$  indicando o valor da corrente para  $r = 0$ ,  $r = 2mm$  e  $r = 3mm$ .

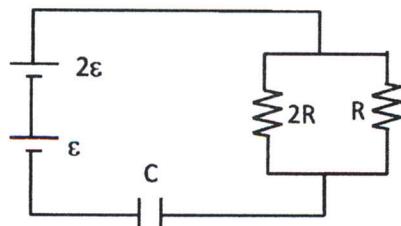
**(3,0) Problema 6:**

A figura mostra um circuito cujos elementos têm os seguintes valores:  $\mathcal{E}_1 = 3V$ ;  $\mathcal{E}_2 = 6V$ ,  $R_1 = 2\Omega$  e  $R_2 = 4\Omega$ . As três fontes são ideais. Determine o valor absoluto e o sentido da corrente em cada resistência.



**(2,5) Problema 4:**

A figura mostra um circuito RC:



Em termos de  $E$ ,  $R$  e  $C$  determine:

- (1,5) (a) Uma expressão para a carga  $q(t)$ , do capacitor;  
 (0,5) (b) Uma expressão para a corrente  $i(t)$ , que chega no capacitor;  
 (0,5) (c) Uma expressão para a diferença de potencial  $V(t)$ , do capacitor.

**Constantes e fórmulas:**

$$\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} C^2/N.m^2$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots \quad C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \quad R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad C = \kappa C_{ar}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad i = \int \vec{j} d\vec{A}$$

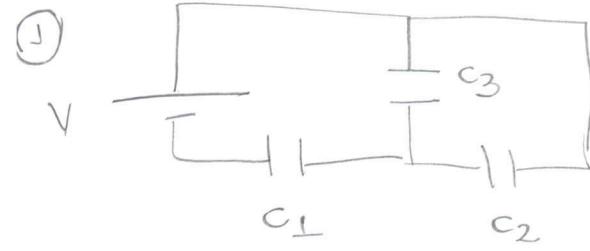
$$\rho = \frac{E}{J} \quad R = \rho \frac{L}{A}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = iV \quad V = iR$$

$$\frac{dx}{dt} + ax = b$$

$$\text{solução: } x(t) = \frac{a}{b} + K e^{-at}$$

$$K = \text{cte}$$



$$V = 10V$$

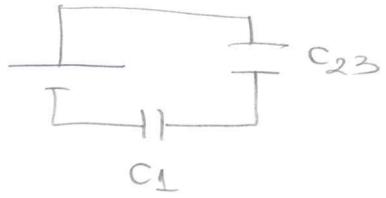
$$C_2 = 10\mu F$$

$$C_3 = 20\mu F$$

$$Q_3 = 180\mu C$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

)(10)



$$C_{23} = C_2 + C_3 = 30\mu F$$

$$Q_3 = Q_{23} \quad \Rightarrow \quad C_{23} = \frac{Q}{V_{23}}$$

$$\Rightarrow V_{23} = \frac{180}{30} \quad V_{23} = 6V$$

$$V = V_1 + V_{23}$$

$$\Rightarrow V_1 = 4V$$

$$C_1 = \frac{180}{4x_1} \quad 45$$

$$C_1 = 45\mu F \parallel \frac{1}{x_1}$$

)(2)  $Q_2 + Q_3 = Q_1$

$$V_3 = V_2$$

$$\frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q_2}{C_2}$$

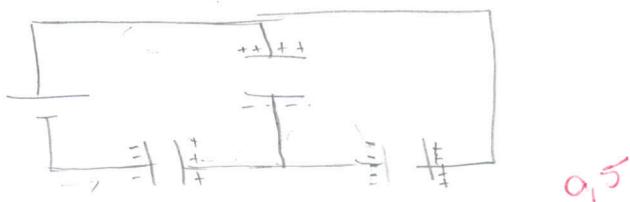
$$\Rightarrow Q_3 = Q_2 \frac{C_2}{C_3} = Q_2 \frac{20}{10} = 2Q_2$$

$$Q_2 + 2Q_2 = 180$$

$$Q_2 = \frac{180}{3} \Rightarrow Q_2 = 60\mu C \parallel \frac{1}{x_2}$$

$$Q_3 = 2 \cdot 60 \Rightarrow Q_3 = 120\mu C \parallel \frac{1}{x_2}$$

c)  
0,5



$$i = \int \overline{J} dA$$

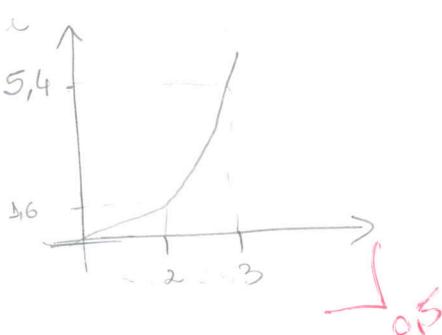
$$x = \int_{0.5}^{0.2} 600r^2 dr = \frac{600r^3}{3} \Big|_0^{0.2}$$

$$i(r) = 200r^3$$

$$i(r=2\text{mm}) = 2 \cdot 10^2 (2 \cdot 10^{-3})^3 = 16 \cdot 10^{-7} \text{ A}$$

$$= \underline{5.6 \mu A} \quad // \quad J_{ab}$$

$$i(r=3\text{mm}) = 2 \cdot 10^2 (3 \cdot 10^{-3})^3 = 54 \cdot 10^{-7} = \underline{\underline{54 \mu\text{A}}} \quad // \quad \underline{\underline{95}}$$



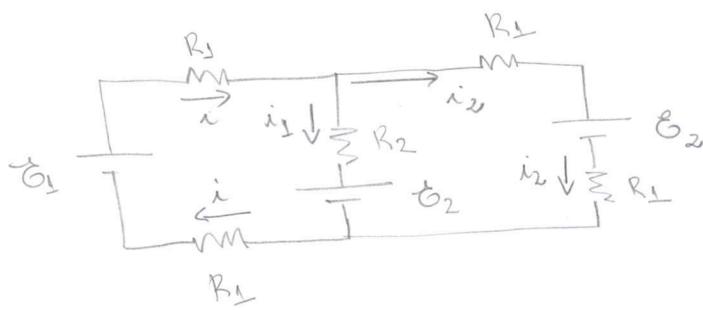
9)

6

$$j_{2 \rightarrow 3} = 5,4 - 5,6$$

$$i_{2-3} = 3,8 \text{ mA}$$

3)



$$R_2 = 2R_1 = 4\Omega$$

$$E_2 = 2E_1 = 6V$$

$$i = i_1 + i_2 \quad (1) \quad \boxed{0,5}$$

$$-iR_1 - i_1R_2 - E_2 - iR_1 + E_1 = 0 \Rightarrow -2iR_1 - i_1R_2 + E_1 - E_2 = 0 \quad (2) \quad \boxed{0,5}$$

$$-iR_1 - i_2R_1 - E_2 - i_2R_1 - iR_1 + E_1 = 0 \Rightarrow -2iR_1 - 2i_2R_1 + E_1 - E_2 = 0 \quad (3) \quad \boxed{0,5}$$

De (3)

De (2):

$$+4i + 4i_1 + 3 = 0 \quad (4)$$

$$4i + 4i_2 + 3 = 0 \quad (5)$$

(4) (5)

$$4i_1 - 4i_2 = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 \quad (6)$$

D (1) e (6)

$$i = 2i_1 \quad (7)$$

Usando (7) em (4)

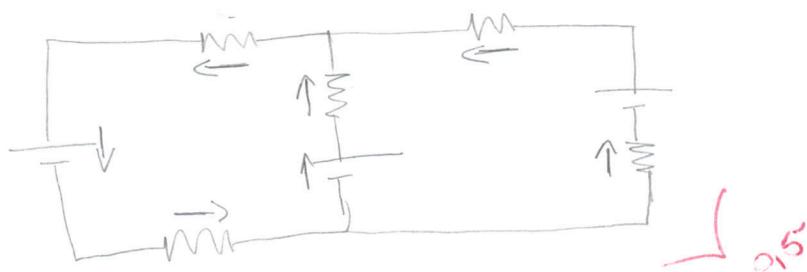
$$8i_1 + 4i_1 = -3 \Rightarrow i_1 = -\frac{3}{12} = -0,25A \quad (\text{sintaxe contínua})$$

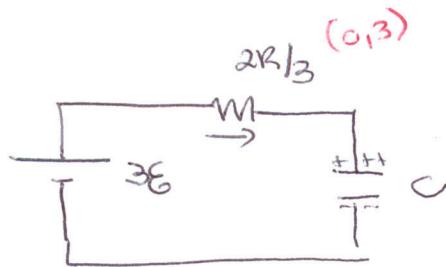
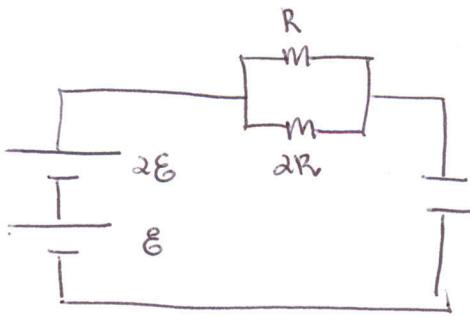
voltando em (7):  $i = -0,5A$ 

$$\text{e } \quad \text{II } (6) \quad i_2 = -0,25A \quad \boxed{0,5}$$

$\boxed{0,5}$

0 sentidos da corrente





$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{3}{2R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2R}{3}$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow V_C = \frac{q}{C}$$

$$-\frac{2R}{3} i - V_C + 3E = 0$$

o1x

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{2R}{3} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 3E$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{3}{2RC} q = \frac{9E}{2R}$$

↳ o3

at

$$\text{se } \frac{dx}{dt} + ax = b \Rightarrow x(t) = \frac{b}{a} + ke^{-at}$$

$$a = \frac{3}{2RC}$$

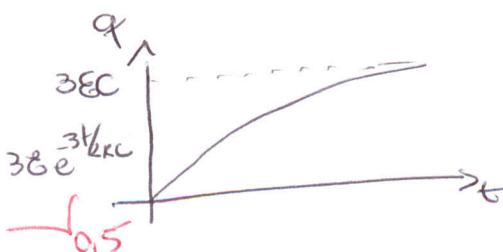
$$b = \frac{9E}{2R} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2R} \cdot \frac{9E}{2R} = 3EC$$

$$\Rightarrow q(t) = 3EC + ke^{-\frac{3t}{2RC}}$$

$$q(t=0) = 0 \Rightarrow k = -3EC$$

$$q(t) = 3EC - 3EC e^{-\frac{3t}{2RC}}$$

↳ o5



$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{9E}{2R} e^{-\frac{3t}{2RC}}$$

↳ o5

$$V(t) = \frac{q(t)}{C} = 3E - 3E e^{\frac{3t}{2RC}}$$

↳ o5

Se substituirmos as

existências por outras com maior resistência

$q \rightarrow \infty$  continua sendo  $3EC$ . O capacitor carrega + lentamente.