

# Gabarito

## FÍSICA III -SEGUNDO SEMESTRE DE 2016

Profa. Sabrina B. L. Araujo - Primeira Prova: 15/09/16

Aluno: \_\_\_\_\_

**Observações:** (i) Respostas sem desenvolvimento matemático não serão consideradas, portanto, indique de forma organizada o raciocínio e todos os cálculos usados na solução; (ii) É proibido o uso de calculadoras gráficas e celulares durante **esta avaliação**.

### (3,5) Problema 1:

Considere duas cargas pontuais: a carga 1 possui carga positiva  $q_1 = 40\mu C$  a carga 2 possui carga negativa  $q_2 = -10\mu C$ . As cargas estão a uma distância de 5m uma da outra. Em relação à reta que passa entre as cargas, determine:

(1,5) (a) Existe alguma posição entre as cargas em que o potencial elétrico é igual a zero (considerando  $V = 0$  no infinito)? Se sim, qual a distância que isso acontece em relação à carga 1?

Uma partícula com carga  $q_3 = 60\mu C$  é colocada a uma distância de 4m da carga 1 (entre as duas cargas).

(1,0) (b) Qual a força resultante sobre esta partícula?

(1,0) (c) Qual a energia potencial deste sistema formado por 3 cargas?

### (2,0) Problema 2:

O Potencial elétrico em uma dada região é dado pela expressão  $V(x) = 3x^2 - 1$ , sendo  $x$  uma variável espacial dadas em metros. Determine:

(1,0) (a) O campo elétrico em termos de  $x$  e dos vetores unitários  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ;

(1,0) (b) A carga dentro de um cubo de aresta 1m, centrado na posição  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ .

### (2,0) Problema 3:

Considere um disco maciço de raio  $R$ , isolante, com uma quantidade de carga  $q$  (positiva) distribuída uniformemente. Para um ponto  $P$  situado a uma distância  $d$  do eixo central do disco, determine o campo elétrico (módulo, direção e sentido).

### (2,0) Problema 4:

Uma partícula carregada com carga  $q = -3C$  é mantida no centro de duas cargas esféricas não condutoras concêntricas de raio  $R_1 = 10cm$  e  $R_2 = 40cm$  e cargas  $q_1 = 4C$  e  $q_2 = 2C$ . Para as questões abaixo deixe a resposta em função de  $\pi\epsilon_0$ :

(0,5) (a) Escreva uma expressão para campo elétrico entre a partícula e a casca 1 (ou seja:  $E_1(r)\hat{r}$  sendo  $0 < r < R$ );

(0,5) (b) Escreva uma expressão para campo elétrico entre a casca 1 e 2 (ou seja:  $E_2(r)\hat{r}$  sendo  $R_1 < r < R_2$ );

(0,5) (c) Escreva uma expressão para campo elétrico externo às cascas (ou seja:  $E_3(r)\hat{r}$  sendo  $r > R_2$ );

(0,5) (d) Esboce o gráfico  $E(r) \times r$  para as situações mencionadas acima.

### Constantes e fórmulas:

$$k \approx 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2$$

$$\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$\frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$U = W_{ext} = q_0 \Delta V$$

$$U_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

$$E_s = - \frac{\partial V}{\partial s}$$

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta K = W_{total}$$

$$K = \frac{mv^2}{2}$$

$$W_{ext} = -q_0 \Delta V$$

$$\int \frac{x}{x+a} dx = x - aln(x+a)$$

$$\int \frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}} dx = \ln \left( x + (x^2 + a^2)^{1/2} \right)$$

$$\int \frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = - \frac{x}{a^2 (x^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = - \frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$$



$$q_1 = 40 \mu\text{C} \quad q_2 = -50 \mu\text{C}$$

$V=0$  entre as cargas

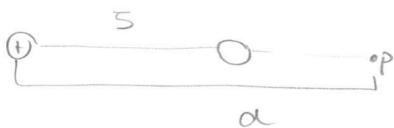
Se calculou  $E \Rightarrow -10$



$$V_1 + V_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{kq_1}{d} + \frac{kq_2}{5-d} = 0$$

$$\frac{40}{d} = \frac{50}{5-d} \quad \Rightarrow \quad 20 - 4d = d \quad \Rightarrow \quad 5d = 20 \quad \boxed{d = 4\text{m}}$$

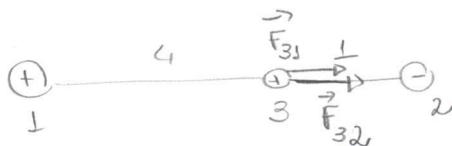
$V=0$  à direita de  $q_2$ :



$$V_1 + V_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{kq_1}{d} + \frac{kq_2}{d-5} = 0$$

$$\frac{40}{d} = \frac{10}{d-5} \quad \Rightarrow \quad 4d - 20 = d \quad \Rightarrow \quad 3d = 20 \quad \boxed{d = \frac{20}{3}\text{ m}}$$

$V=0$  à esquerda de  $q_1$  não é possível pôr  $|q_1| > |q_2|$



esqueceu o 11  
 $\Rightarrow -0,7$

$$F_{R3} = F_{31} + F_{34} \quad \Rightarrow \quad F_{R3} = \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} + \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

$$F_{R3} = k|q_3| \left( \frac{|q_1|}{4^2} + \frac{|q_2|}{5^2} \right)$$

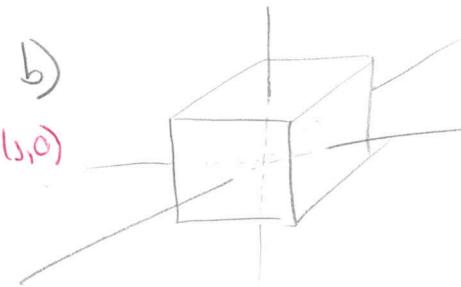
$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 60 \cdot 10^{-6} \left( \frac{40 \cdot 10^{-6}}{16 \cdot 4} + \frac{(4) \cdot 0.1 \cdot 10^{-6}}{(4) \cdot 5} \right) = 9.16 \cdot 10^4 \cdot \frac{25}{4} \cdot 10^{-6}$$

$$\boxed{F_{R3} = 16,75 \text{ N}}$$

$$\textcircled{2} \quad V(x) = 3x^2 - 1$$

a)  $E_x = \frac{\partial V}{\partial x} = -6x$  bas

$$\Rightarrow E(x) = -6x \hat{i}$$
 0,5



$$\frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

das 6 faces, apenas as faces em x possuem fluxo  $\neq 0$

$$\Phi_T = \Phi_1 + \Phi_2$$
 0,5

$$\Phi_1 = \int \vec{E}(x=0,5) dA \hat{i}$$

$$= \int -3 \cdot dA \cos 0$$
 0,5  

$$= -3 \cdot A$$

$$\Phi_2 = \int \vec{E}(x=-0,5) dA \cdot (-\hat{i})$$

$$\Phi_2 = \int (43) dA \cos(180^\circ)$$
 0,5

$$\Phi_2 = -3A$$

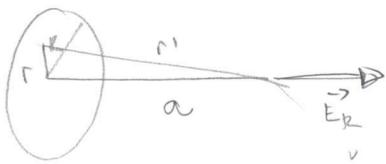
$$\Phi_1 = -3$$

$$\Phi_2 = -3$$

$$\Rightarrow \frac{q_{env}}{\epsilon_0} = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Rightarrow q = -6 \cdot 9 \cdot 10^{12}$$

$$q = -54 \cdot 10^{-12} C$$
 N



$$E_R = \int dE \cos \theta \quad \checkmark_{0,5}$$

$$= \int \frac{k \cos \theta}{r'^2} dr$$

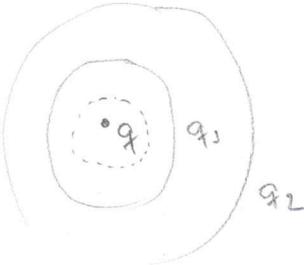
$$= \frac{ka}{R^2} \int \frac{1}{r'^3} r dr$$

$$= \frac{ka}{R^2} \int_0^R \frac{r}{(r^2 + a^2)^{3/2}} dr = \left. \frac{ka}{R^2} \left[ -\frac{1}{(r^2 + a^2)^{1/2}} \right] \right|_0^R$$

$$E_R = -\frac{ka}{R^2} \left[ \frac{1}{(R^2 + a^2)^{1/2}} - \frac{1}{a} \right]$$

$$E_R = \frac{ka}{R^2} \left[ \frac{1}{a} - \frac{1}{(R^2 + a^2)^{1/2}} \right] \quad \checkmark_{0,5}$$

A direção e sentido  
estão indicados na figura.  $\checkmark_{0,5}$



a)  $E_1(r) = ?$

$$\frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \Big|_{O_1,2}$$

$$q = -3C$$

$$q_1 = 4C$$

$$q_2 = 2C$$

$$\frac{q}{\epsilon_0} = E_1 A \cdot \underbrace{\cos 180}_{O_1,2} \Rightarrow E_1 = -\frac{q}{\epsilon_0 4\pi r^2}$$

$$E_1(r) = -\frac{3}{4\pi \epsilon_0 r^2} \Big|_{O_1,2} \hat{r}$$

b)  $E_2(r) = ?$

$$\frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \Big|_{O_1,2} \Rightarrow \frac{(q + q_1)}{\epsilon_0} = E_2 A \cos 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0 A} = E_2 \Rightarrow E_2(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 r^2} \Big|_{O_1,2} \hat{r}$$

c) Analogamente:  $q_{\text{env}} = q_1 + q_2 + q_3 = 3C \Big|_{O_1,2}$

$$\frac{q_{\text{env}}}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \Big|_{O_1,2}$$

$$\Rightarrow E_3(r) = \frac{3}{4\pi \epsilon_0 r^2} \Big|_{O_1,2} \hat{r}$$

