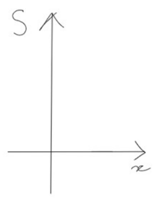
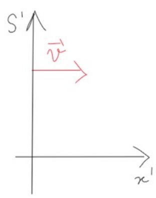
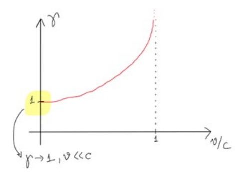
Lista 1







TG

$x' = x - vt$

$t = t'$

TL

$x' = \gamma(x - vt)$

$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$,

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}$$

Fator de Lorentz

$*\ v \ll c$: TL $\to$ TG

(mostre isso!)

(assumimos: x, y, z paralelos a x', y', z'; origens coincidentes em t=0 e t'=0; velocidade de S' em relação a S paralela ao eixo-x)

Problema 3

considere que um objeto tem velocidade $\vec{u}$, medida no referencial S, com componentes:

$$u_x = \frac{dx}{dt}, u_y = \frac{dy}{dt}, u_z = \frac{dz}{dt}$$

e $\vec{u}^{'}$, medida em $\mathrm{S}^{'}$ com componentes

$$u_x^{'} = \frac{dx^{'}}{dt'}, u_y^{'} = \frac{dy^{'}}{dt'}, u_z^{'} = \frac{dz^{'}}{dt'}$$

Vimos em aula a transformação relativística para as velocidades:

$$u_x^{'} = \frac{u_x - v}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})}, u_y^{'} = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{u_x v}{c^2})}, u_z^{'} = \frac{u_z}{\gamma(1 - \frac{u_x v}{c^2})}$$

onde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ e v é a velocidade (paralela ao eixo-x) do referencial $\mathrm{S}^{'}$ com respeito ao referencial S.

Objetivo: usar as transformações acima para obter uma expressão para ${u_x^{'}}^2 + {u_y^{'}}^2 + {u_z^{'}}^2$, e mostrar que se $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = c^2$, então, ${u_x^{'}}^2 + {u_y^{'}}^2 + {u_z^{'}}^2 = c^2$.

$${u_x^{'}}^2 + {u_y^{'}}^2 + {u_z^{'}}^2 = \frac{(u_x - v)^2}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2} + \frac{u_y^2}{\gamma^2(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2} + \frac{u_z}{\gamma^2(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2}$$

usando $\gamma^2 = \frac{1}{(1-v^2/c^2)}$,o lado direito da equação acima fica:

$$= \frac{u_x^2 + v^2 - 2vu_x + u_y^2(1 - v^2/c^2) + u_z^2(1 - v^2/c^2)}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2}$$

$$= \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + v^2 - 2vu_x - (u_y^2 + u_z^2)\frac{v^2}{c^2} + \frac{u_x^2 v^2}{c^2} - \frac{u_x^2 v^2}{c^2}}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2}$$

.

organizando os termos e assumindo $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = c^2$:

$$u_x^{'\,2} + u_y^{'\,2} + u_z^{'\,2} = \frac{c^2 + v^2 - 2vu_x - c^2\frac{v^2}{c^2} + \frac{u_x^2 v^2}{c^2}}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2} = \frac{c^2(1 - \frac{2vu_x}{c^2} + \frac{u_x^2 v^2}{c^4})}{(1 - \frac{u_x v}{c^2})^2}$$

.

portanto:

$$u_x^{'\,2} + u_y^{'\,2} + u_z^{'\,2} = c^2$$

Problema 4

considerações:

- referencial S = referencial da plataforma (em repouso) e

referencial S' = referencial do trem (em movimento);

- comprimento próprio do trem (L) é medido por observador em S' (e L=1000 m));

- evento 1: emissão do sinal luminoso 1, evento 2: emissão do sinal luminoso 2;

- Leitura das coordenadas no ref S:

- evento 1

Ref S: $(x_1\ ,\ \ t_1 = t)$
Ref S': $(x'_1 = 0\ ,\ \ t'_1 = t'_1)$

- evento 2

Ref S = $(x_2\ ,\ \ t_2 = t)$
Ref S' = $(x'_2 = L\ ,\ \ t'_2 = t'_2)$

($t_1 = t = t_2$ pois os eventos são simultaneos em no ref S.)

usando a TL, $t = \gamma t' + \gamma \frac{v}{c^2} x'$, temos que o intervalo de tempo entre os dois eventos, medidos em S:

$$\Delta t = (t_1 - t_2) = \gamma(t'_1 - t'_2) + \gamma \frac{v}{c^2}(x'_1 - x'_2)$$

Como $t_1 = t_2, \Delta t = 0$. Assim, o intervalo de tempo entre os dois eventos de acordo com um observador no trem:

$$\Delta t' = (t'_1 - t'_2) = \frac{v}{c^2} L = 5,56 \times 10^{-13} \text{ s}.$$

Onde usamos $L = 1000$ m, $v = 180$ km/h $= 50$ m/s e c= 3×10^8 m/s.

Problema 5

em S': $\Delta x' = 500$ m e $\Delta t' = 0$.

Das TL podemos escrever:

$$\Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x') = \gamma \frac{v}{c^2}\Delta x'$$
$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') = \gamma \Delta x'$$

Assim, a distância e o intervalo de tempo entre os dois eventos de acordo com um observador no ref. S:

$$\Delta x = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Delta x = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0{,}25c^2}{c^2}}}(500 \text{ m}) = 577 \text{ m}$$
$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0{,}25c^2}{c^2}}}\frac{0,5c}{c^2} 500 \text{ m} = 9,62 \times 10^{-7} \text{ s}$$

.

Problema 6

Comprimento próprio (L) é o comprimento do objeto medido no referencial onde ele está em repouso.

Para o observador: $l = L/\gamma$. Assim,

$$l = \frac{L}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(\sqrt{1-\frac{0,36c^2}{c^2}}\right)(1 \text{ m}) = 0,8 \text{ m}$$